

На правах рукописи

Степанов Максим Андреевич

Матричные имитаторы угловых шумов радиолокационных объектов

Специальность 05.12.14 – Радиолокация и радионавигация

ДИССЕРТАЦИЯ

на соискание ученой степени

доктора технических наук

Новосибирск – 2019

Оглавление

Введение	6
1. Свойства электромагнитных волн, рассеянных радиолокационными объектами и способы их моделирования.....	20
1.1. Распределенные радиолокационные объекты и их математические модели.....	20
1.2. Геометрические модели РЛО и их использование для синтеза матричных имитаторов	28
1.2.1. Когерентные малоточечные геометрические модели	30
1.2.2. Некогерентные малоточечные геометрические модели	35
1.3. Цель и задачи исследования	39
1.4. Выводы к разделу 1	43
2. Условия адекватного моделирования	44
2.1. Условия, определяющие равенство корреляционных функций угловых шумов модели и замещаемого объекта.....	46
2.2. Условия, определяющие равенство параметров ПРВ угловых шумов модели и замещаемого объекта	54
2.2.1. Некогерентные геометрические модели	56
2.2.2. Частично когерентные геометрические модели	60
2.3. Выводы к разделу 2	62
3. Модели, обеспечивающие заданные спектрально-корреляционные характеристики угловых шумов распределенных объектов.....	64
3.1. Синтез геометрических моделей распределенных объектов, излучающих некоррелированные сигналы	66
3.1.1 Синтез моделей, излучающих из всех точек сигналы с одинаковыми корреляционными свойствами	66
3.1.1.1. Случай разделимости переменных в функциях $F_R(\xi, \tau)$ и $F_S(\xi, \tau)$	67
3.1.1.2. Объекты, не допускающие разделения пространственной и временной переменной в функциях $F_R(\xi, \tau)$ и $F_S(\xi, \tau)$	68

3.1.2. Спектральный подход к синтезу некогерентных моделей распределенных объектов.....	73
3.1.3. Моделирование отражений от распределенных объектов.....	80
3.2. Синтез геометрических моделей распределенных объектов, излучающих коррелированные сигналы.....	90
3.2.1. Корреляционный подход к синтезу частично когерентных моделей	91
3.2.2. Спектральный подход к синтезу частично когерентных моделей ..	94
3.2.3. Моделирование отражений от распределенных объектов.....	95
3.3. Эквивалентность параметров угловых шумов, формируемых реальными и виртуальными излучателями.....	97
3.4. Выводы к разделу 3	107
4. Модели, излучающие некоррелированные сигналы и обеспечивающие заданные параметры ПРВ угловых шумов	110
4.1. Двухточечная геометрическая модель	111
4.2. Трехточечная геометрическая модель	117
4.3. Четырехточечная геометрическая модель	124
4.4. Пятиточечная геометрическая модель	129
4.5. Девятиточечная геометрическая модель.....	139
4.6. Выводы к разделу 4	143
5. Модели, излучающие коррелированные сигналы и обеспечивающие заданные параметры ПРВ угловых шумов	145
5.1. Двухточечная модель, излучающая коррелированные сигналы	146
5.2. Пределы изменения параметров ПРВ угловых шумов для моделей со статистической связью между излучаемыми сигналами.....	149
5.3. Двумерная геометрическая модель, излучающая коррелированные сигналы	156
5.4. Эквивалентность семейств некогерентных и частично когерентных геометрических моделей.....	166
5.5. Выводы к разделу 5	174

6. Погрешности, обусловленные переходом от малоточечных моделей к матричным имитаторам и пути их снижения	176
6.1. Обобщенная структура матричного имитатора.....	177
6.2. Взаимосвязь неточности задания параметров излучаемых сигналов и ошибок моделирования.....	185
6.3. Алгоритмы калибровки матричного имитатора	194
6.3.1. Алгоритмы калибровки.....	194
6.3.2. Вынос антенны измерительного приемника из фазового центра антенны РЛС	200
6.4. Выводы к разделу 6	208
7. Практическое использование полученных результатов	209
7.1. Алгоритм синтеза малоточечной геометрической модели произвольного радиолокационного объекта	209
7.2. Моделирование отражений от поверхностно-распределенных объектов на примере фрагмента подстилающей поверхности.....	215
7.3. Моделирование отражений от воздушных целей на примере самолета В-52	221
7.4. Вопросы практической реализации матричных имитаторов.....	228
7.4.1. Аппаратное обеспечение.....	229
7.4.2. Программное обеспечение.....	237
7.5. Выводы к разделу 7	240
Заключение	242
Список литературы	245
Приложение 1	266

Список сокращений

РЛС – радиолокационная станция

РЛО – радиолокационный объект

ПРВ – плотность распределения вероятности

МИ – матричный имитатор

КЦИ – кажущийся центр излучения

СПМ – спектральная плотность мощности

ГЛ – главный лепесток

ДНА – диаграмма направленности антенны

Введение

Актуальность темы исследования

В настоящее время при разработке перспективных радиолокационных станций (РЛС) значительную роль играет этап полунатурного моделирования [1–11], при котором в лабораторных условиях формируется сигнально-помеховая смесь, соответствующая работе РЛС в реальных условиях [4,5,12–15]. Сформированная имитатором сигнально-помеховая смесь вводится в РЛС. Известно несколько способов ввода сигнала: в тракт приемника на промежуточной или рабочей частоте, через эфир с использованием антенны РЛС и др [2,16–18]. Наиболее полным и достоверным считается ввод сигнала через эфир с использованием антенны РЛС [11,19]. Это обеспечивает возможность проверки работы РЛС в целом, включая антенну.

Общеизвестно, что полунатурное моделирование отличается высокой достоверностью и позволяет существенно сократить объем натурных испытаний РЛС. В свою очередь это приводит к снижению затрат на разработку.

К традиционно моделируемым свойствам радиолокационных объектов относят: координаты (дальность, угловые координаты), доплеровские флуктуации, мощность эхосигнала и др [11,20,21]. Методы моделирования указанных свойств хорошо изучены и имеют широкое практическое применение. Однако перечисленными свойствами характеристики эхосигналов от реальных радиолокационных объектов не исчерпываются.

Реальным радиолокационным объектам присуще явление углового шума, вызванного интерференцией в точке приема электромагнитных волн, отраженных от различных элементов (точек) радиолокационного объекта. Взаимодействие отражений от нескольких точек приводит к флуктуациям фазового фронта электромагнитной волны в точке приема. Как следствие, угловое положение объекта, измеряемое РЛС, флуктуирует. Это явление широко исследовалось отечественными и зарубежными учеными:

Островитяновым Р.В., Басаловым Ф.А., Монаковым А.А., Delano R.H., Pfeffer I., Dunn J.H, Howard D.D. и другими [22–32].

Известно, что угловой шум оказывает существенное влияние на работу РЛС. Например, в режимах маловысотного полета, наблюдения антипода, угловом сопровождении объектов и других [33–40]. Известны решения, базирующиеся на физическом явлении углового шума и позволяющие оценить угловой размер объекта [32,33,41,42], осуществить его распознавание [22,37,42–45], проводить селекцию антипода [23]. В целом, можно утверждать, что угловые шумы как физическое явление хорошо изучены и учитываются при работе РЛС.

Однако вопросы имитационного моделирования угловых шумов не развиты. Как правило, при проведении полунатурного моделирования используют либо точечный излучатель, не формирующий флуктуации фазового фронта, либо систему из нескольких неразрешимых антенной РЛС по угловым координатам точечных излучателей [46–48].

Основная проблема, с которой приходится встречаться при имитации отражений от распределенных радиолокационных объектов заключается в синтезе модели. Традиционно используют геометрический подход к моделированию [23,36,49–54]. Он заключается в замещении объекта многоточечной геометрической моделью, представляющей собой совокупность точечных отражателей, расположенных определенным образом в области пространства, ограниченной размерами объекта [23,55,56]. Свойства сигнала, отраженного от каждой из точек модели, определяются комплексным коэффициентом отражения и параметрами перемещения точки относительно фазового центра антенны РЛС [23,55]. Общеизвестно, что геометрические модели обеспечивают высокую точность моделирования пространственной структуры объекта. Однако достигается это путем использования моделей, содержащих большое количество точек. Например, для представления пространственной структуры самолета требуется использовать десятки точек

[57], поверхность Земли требует порядка 10^6 отражающих точек на элемент разрешения [41,58,59]. Очевидно, что подход к моделированию, основанный на замещении каждой отражающей точки объекта отдельным излучателем, в этом случае физически не реализуем.

Более перспективным является использование так называемых матричных имитаторов (МИ), содержащих относительно небольшое количество излучателей. Система неразрешимых излучателей матричного имитатора базируется на широко известной в радиолокации двухточечной модели. В этом случае формируется кажущийся центр излучения (КЦИ), положение которого определяется отношением амплитуд и разностью фаз излучаемых сигналов. Такие модели называют когерентными, а устройства на их основе – матричными имитаторами. Однако даже при их использовании вопрос моделирования отражений от распределенных объектов и свойственных им флуктуаций углового положения, как правило, не ставится. Ограничиваются лишь угловыми перемещениями кажущегося центра излучения, что соответствует отражениям от простых (точечных) радиолокационных объектов.

Вопросы «поточечного» моделирования распределенных радиолокационных объектов на основе матричных имитаторов рассмотрены такими авторами как Stroupe С.Р., Pollon G.E., Тырыкин С.В. Однако теми же исследователями отмечалось, что большое количество точек объекта требует большого объема вычислений при синтезе модели [60]. Большой объем вычислений ограничивает применение моделей при имитации в реальном масштабе времени, когда формируемые сигналы определяются текущим режимом работы РЛС. Кроме того, очевидно, что ошибки в задании параметров излучаемых сигналов будут приводить к ошибочному позиционированию кажущихся центров излучения – точек модели. Это резко снижает достоверность моделирования. Эта проблема в литературе отмечена,

но применительно к когерентным матричным имитаторам ее решения не рассмотрено.

В качестве альтернативы когерентным геометрическим моделям предлагается использованием некогерентные и матричные имитаторы на их основе [61–64]. К излучателям таких матричных имитаторов подводятся некоррелированные нормальные случайные процессы с заданными спектральными свойствами. Подобные имитаторы формируют электромагнитную волну со статистическими свойствами флуктуаций фазового фронта, соответствующими замещаемому объекту. В литературе представлено описание трехточечных неэквилибральных некогерентных моделей, приведены соотношения, позволяющие проводить их синтез по заданной корреляционной функции угловых шумов [61]. Однако таким моделям и матричным имитаторам на их основе присущ ряд недостатков. Во-первых, ограниченный узкий диапазон параметров угловых шумов, которые способна обеспечить модель. Его границы определяются расстоянием между точками модели. Для его расширения необходимо с одной стороны сдвигать точки модели, с другой – раздвигать. В матричных имитаторах излучающие антенны неподвижны, возможности управления параметрами формируемых угловых шумов оказываются крайне ограничены. Во-вторых, итерационная процедура синтеза модели, обеспечивающей заданные спектрально-корреляционные свойства угловых шумов для объектов, не допускающих делимости пространственной и временной переменных в функциях, задающих плотность распределения авто- и взаимной корреляции квадратурных компонент эхосигнала по объекту. Более того, указанная процедура не всегда приводит к синтезу физически реализуемой модели. Указанные недостатки ограничивают практическое применение некогерентных матричных имитаторов.

Вместе с тем, используемые в настоящее время как основа для построения матричных имитаторов, когерентные и некогерентные геометрические модели являются лишь частными случаями. Для них

коэффициент взаимной корреляции излучаемых сигналов равен единице либо нулю соответственно. Из литературы известна двухточечная модель, к излучателям которой подводятся коррелированные сигналы – частично когерентная модель [23]. Однако анализа ее возможностей по имитации угловых шумов и тем более способа синтеза не приводится.

Использование геометрических моделей, излучающих коррелированные сигналы, в качестве основы для построения матричных имитаторов требует проработки таких вопросов как: выбор и обоснование структуры матричного имитатора, конфигурация излучателей, выбор способа формирования сигналов с заданными параметрами, обеспечение точности задания их параметров в точке наблюдения.

Таким образом, можно заключить, что известные в настоящее время подходы к имитационному моделированию электромагнитных волн, отраженных от распределенных радиолокационных объектов, имеют существенные ограничения: многоточечные модели подробны, но сложно реализуемы на практике, когерентные малоточечные модели чувствительны к ошибкам задания параметров сигналов, некогерентные могут быть синтезированы для ограниченного круга объектов.

Указанные проблемы сдерживают применение матричных имитаторов при полунатурной отработке РЛС.

Это определяет цель диссертационной работы.

Цель работы: обосновать методы имитации отражений от распределенных радиолокационных объектов, распределенных по двум угловым координатам, на основе матричных имитаторов, антенны которых излучают взаимно коррелированные сигналы.

Задачи

1. Теоретически обосновать метод синтеза модели произвольной геометрической конфигурации, точки которой излучают взаимно коррелированные сигналы и обеспечивающую равенство корреляционных функций угловых шумов модели и замещаемого объекта.

2. Синтезировать малоточечные геометрические модели, удовлетворяющие условиям адекватности для одно- и двухмерных замещаемых объектов при подведении к излучателям модели сигналов с заданной величиной коэффициента взаимной корреляции.

3. Разработать методы синтеза матричных имитаторов, излучающих сигналы с заданной величиной коэффициента взаимной корреляции, имитирующие отражения и рассеяние от распределенных радиолокационных объектов.

4. Определить требования к точности задания параметров взаимно коррелированных сигналов, формируемых матричным имитатором в точке наблюдения, при выполнении которых ошибка моделирования угловых шумов не превысит заданную величину.

5. Развить полученные теоретические результаты до уровня их практического использования, а также экспериментально апробировать теоретически полученные выводы и положения.

Положения, выносимые на защиту

1. Малоточечная геометрическая модель произвольной конфигурации, обеспечивающая равенство параметров ПРВ угловых шумов соответствующим параметрам замещаемого распределенного объекта, гарантирует равенство корреляционных функций угловых шумов модели и объекта при определении спектрально-корреляционных свойств излучаемых сигналов предложенным методом.

2. Предложенные двумерные конфигурации геометрических моделей, излучающих из точек сигналы с заданной величиной коэффициента взаимной корреляции, позволяют обеспечить адекватное моделирование угловых шумов распределенных радиолокационных объектов и обладают возможностью независимого управления параметрами их плотности распределения вероятности как для двух взаимно ортогональных угловых координат, так и в пределах каждой из координат. При излучении моделью

некоррелированных сигналов минимальное количество точек равно девяти. При излучении коррелированных сигналов – четырем.

3. Малоточечная геометрическая модель, излучающая из всех точек сигналы с одинаковыми авто- и взаимными корреляционными функциями квадратурных компонент, может адекватно замещать отражения только от радиолокационных объектов, обладающих свойством делимости пространственной и временной переменных в функциях распределения плотности авто- и взаимной корреляции квадратурных составляющих эхосигнала по объекту.

4. Для построения матричного имитатора, излучающего сигналы с заданной величиной коэффициента взаимной корреляции и адекватно формирующего отражения от радиолокационных объектов, распределенных по двум угловым координатам, достаточно четырех излучателей в пределах элемента разрешения РЛС по углам. Излучатели располагаются в вершинах четырехугольника. Параметры излучаемых из них сигналов определяются как для четырехточечной частично когерентной модели.

Научная новизна

1. Разработан метод синтеза геометрической модели произвольной конфигурации, излучающей частично коррелированные сигналы и формирующей угловые шумы распределенных радиолокационных объектов с заданной корреляционной функцией.

2. Предложены конфигурации некогерентных и частично когерентных геометрических моделей, обеспечивающих заданные характеристики угловых шумов по двум взаимно ортогональным направлениям угловых координат.

3. Обосновано минимальное количество неподвижных излучающих точек некогерентных и частично когерентных геометрических моделей, обеспечивающих возможность управления параметрами плотности распределения вероятности угловых шумов как по двум взаимно ортогональным направлениям, так и в пределах каждого из этих направлений.

4. Показано, что модель, составленная из виртуальных излучающих точек – кажущихся центров излучения – может адекватно замещать угловые шумы распределенных радиолокационных объектов.

5. Определена взаимосвязь требуемой точности задания параметров взаимно коррелированных сигналов, формируемых матричным имитатором в точке наблюдения, и точности моделирования угловых шумов.

Оригинальность и новизна выполненных исследований и полученных результатов подтверждаются публикациями в российских журналах из перечня ВАК, публикациями, индексируемыми в Scopus и Web of Science, патентом и свидетельством о регистрации программы для ЭВМ.

Практическая значимость

Полученные результаты могут найти применение при разработке перспективных РЛС на этапах полунатурного моделирования.

1. Предложенный алгоритм синтеза малоточечной геометрической модели произвольного радиолокационного объекта, адекватной по критерию равенства корреляционной функции угловых шумов модели и объекта, позволяет определить положения излучателей матричного имитатора и параметры подводимых к ним сигналов (мощность, коэффициенты взаимной корреляции, собственные спектрально-корреляционные свойства).

2. Определены требования к точности задания параметров сигналов, формируемых матричным имитатором в точке наблюдения. Их выполнение гарантирует заданную величину ошибки моделирования угловых шумов распределенных радиолокационных объектов.

3. Предложена структура и алгоритмы работы системы калибровки матричного имитатора, реализующие оценку и компенсацию неидентичности его каналов, что позволяет повысить достоверность моделирования.

4. Разработан и внедрен ряд матричных имитаторов, обеспечивающих формирование электромагнитных волн, отраженных от распределенных радиолокационных объектов.

Методы исследования

При проведении исследований в работе использовались методы статистической теории радиолокации протяженных целей, статистической радиотехники и радиофизики, математической статистики, теория флуктуации локационных сигналов. Цифровое моделирование угловых шумов распределенных радиолокационных объектов и обработка результатов экспериментов осуществлялось в среде MatLab.

Личный вклад

Все основные теоретические и практические результаты диссертации получены автором лично. Автором выполнены: постановка целей и задач исследования, выбор методов исследования, вывод аналитических соотношений, построение математических моделей радиолокационных объектов, разработка алгоритмического и программного обеспечения матричного имитатора, анализ и обобщение результатов. Из 44 опубликованных работ 40 работ написаны в соавторстве. В работах, опубликованных в соавторстве, результаты, связанные с темой работы, получены лично автором.

Достоверность результатов

Обеспечивается корректностью применения математического аппарата, согласованностью с результатами исследований других авторов, подтверждением теоретических выводов результатами моделирования на ЭВМ и результатами внедрения разработанных матричных имитаторов.

Апробация работы

Основные положения и результаты работы докладывались на следующих конференциях.

The 19-international conference of young specialists on micro/nanotechnologies and electron devices, EDM 2018, Erlagol, Altai, 29 June – 3 July 2018; Актуальные проблемы электронного приборостроения (АПЭП–2018); Наука. Промышленность. Оборона. 19 Всерос. науч.-техн. конф., Новосибирск, 18–20 апр. 2018; The 18-international conference of young

specialists on micro/nanotechnologies and electron devices, EDM 2017, Altai, Erlagol, 29 June – 3 July 2017; Наука. Промышленность. Оборона. 18 Всерос. науч.-техн. конф., Новосибирск, 19–21 апр. 2017 г.; Электронные средства и системы управления. 13 Междунар. науч.-практ. конф., Томск, 29 нояб. – 1 дек. 2017 г.; Современные проблемы радиоэлектроники, Красноярск 4–5 мая 2017 г. – Красноярск; 11 International forum on strategic technology (IFOST 2016), Novosibirsk, 1–3 June 2016. – Novosibirsk; Актуальные проблемы электронного приборостроения (АПЭП–2016); The 16-International conference of young specialists on micro/nanotechnologies and electron devices (EDM), Altai, Erlagol, 29 June – 3 July 2015.; Актуальные проблемы электронного приборостроения (АПЭП–2014); Актуальные проблемы электронного приборостроения 2012 (Новосибирск, 2-4 октября, 2012 г.)

Публикации

По материалам диссертации опубликовано 44 работы, в том числе 21 статья, в журналах, входящих в перечень ВАК, 9 публикаций в изданиях, входящих в международные библиографические системы Scopus или Web of Science, 14 публикаций в других научных изданиях. Получен один патент РФ на изобретение, зарегистрировано одно свидетельство программы для ЭВМ.

Структура и объем диссертации

Диссертация состоит из введения, семи разделов, заключения, списка использованных источников из 202 наименований и 1 приложения. Диссертация изложена на 268 страницах текста. Работа содержит 11 таблиц и 51 рисунок.

Результаты внедрения

Использование результатов диссертационной работы проходило в рамках: хоздоговора РТУ-3-11 между АО «ЗАСЛОН» и НГТУ; хоздоговора РТУ-2-17 между АО «НИИП имени В.В. Тихомирова» и НГТУ.

Результаты диссертационной работы внедрены на указанных предприятиях, что подтверждается соответствующими актами.

Содержание работы

В **первом разделе** дан обзор исследований по решаемым вопросам, сформулированы основные задачи работы и намечены пути их решения.

Показано, что при имитационном моделировании отражений от радиолокационных объектов актуальной и не решенной является задача имитации угловых шумов, характеризующих угловое положение замещаемого объекта и его угловые размеры.

Приведен обзор способов и средств имитации угловых шумов. Наиболее удобными для этого оказываются матричные имитаторы, базирующиеся на геометрических моделях объектов.

В настоящее время матричные имитаторы базируются когерентных (излучающих сигналы с жесткой фазовой привязкой) или некогерентных (излучающих некоррелированные сигналы) геометрических моделях. Показано, что когерентные матричные имитаторы требуют высокой точности задания параметров излучаемых сигналов. Недостаток некогерентных – ограниченный диапазон управления параметрами формируемых угловых шумов.

Предложено в качестве основы для построения матричных имитаторов использовать частично когерентные геометрические модели. К излучателям таких моделей подводятся взаимно коррелированные сигналы. Предложенный подход помимо перспектив решения проблем, связанных с использованием в матричном имитаторе когерентных и некогерентных моделей, является обобщающим для них.

В заключении раздела сформулированы основные задачи исследования и намечены пути их решения.

Во втором разделе получены соотношения, выполнение которых гарантирует адекватность геометрической модели произвольной конфигурации.

Сформулированы основные требования к малоточным геометрическим моделям обеспечивающие возможность построения на их

основе матричных имитаторов электромагнитных волн, отраженных от радиолокационных объектов, распределенных по двум угловым координатам.

Третий раздел посвящен обоснованию метода синтеза геометрических моделей произвольной конфигурации, обеспечивающих равенство корреляционных функций угловых шумов модели и объекта.

Рассмотрены вопросы синтеза некогерентных геометрических моделей произвольной конфигурации. Предложен метод определения спектрально-корреляционных характеристик сигналов, излучаемых из точек модели произвольной конфигурации. Полученные для некогерентных моделей результаты обобщены на случай использования частично когерентных. В этом случае дополнительно определяются взаимокорреляционные функции всех сигналов.

Показано, что физическая реализуемость геометрической модели определяется конфигурацией излучающей части и параметрами (мощностями и коэффициентом взаимной корреляции) излучаемых сигналов. На основании этого сделан вывод о целесообразности определения геометрической конфигурации модели, содержащей минимальное количество точек, к которым подводятся сигналы с заданной величиной коэффициента взаимной корреляции и обеспечивающей раздельное управление параметрами ПРВ угловых шумов как по двум взаимно ортогональным направлениям, так и в пределах каждого из направлений. Этим вопросам посвящены четвертый и пятый разделы работы.

В четвертом разделе рассмотрены геометрические модели, излучающие некоррелированные сигналы и обеспечивающие заданные параметры ПРВ угловых шумов радиолокационных объектов, распределенных по двум угловым координатам.

Последовательно рассмотрены двух-, трех-, четырех-, пяти- и девяти-точечные геометрические модели, излучающие некоррелированные сигналы. Показано, что для обеспечения возможности раздельного управления параметрами ПРВ угловых шумов для двух взаимно ортогональных

направлений обобщенной координаты и в пределах каждого из направлений модель, при проецировании на каждое из взаимно ортогональных направлений должна образовывать три точки. Этому условию соответствует лишь пяти и девяти точечная модели. Показано, что пяти точечная модель при неподвижных точках накладывает ограничения на возможность управления параметрами ПРВ угловых шумов по двум взаимно ортогональным направлениям.

В пятом разделе предложены геометрические модели, излучающие коррелированные сигналы и обеспечивающие заданные параметры плотности распределения вероятности угловых шумов радиолокационных объектов, распределенных по двум угловым координатам.

Рассмотрена двухточечная частично когерентная геометрическая модель. Получены соотношения, позволяющие проводить ее синтез. На ее основе предложена двумерная частично когерентная геометрическая модель. Точки модели расположены в углах четырехугольника. Получены соотношения для синтеза такой модели. Показано, что двумерная четырехточечная геометрическая модель обеспечивает независимое управление параметрами плотности распределения вероятности угловых шумов как для двух взаимно ортогональных направлений обобщенной координаты, так и в пределах каждого из направлений. Перемещение излучающих точек при этом не требуется, достаточно изменять лишь параметры излучаемых сигналов – отношение мощностей и коэффициенты взаимной корреляции.

Показано, что некогерентные и частично когерентные модели эквивалентны.

Шестой раздел

В разделе рассматриваются вопросы, связанные с синтезом матричных имитаторов электромагнитных волн на основе геометрических моделей радиолокационных объектов.

Предложена структура и обобщенная модель матричного имитатора, характеризующая прохождение сигналов от их формирования и до фазового центра антенны исследуемой РЛС. Показано, что в силу неидентичности комплексных коэффициентов передачи каналов матричного имитатора, переход от математической геометрической модели к реальному устройству всегда будет сопряжен с появлением погрешностей. Предложено эти погрешности учитывать в качестве случайной составляющей комплексного коэффициента передачи каждого из каналов матричного имитатора.

Оценена требуемая точность задания параметров сигналов, формируемых матричным имитатором в точке приема, обеспечивающая заданную ошибку моделирования угловых шумов. Предложены пути обеспечения требуемой точности.

Седьмой раздел посвящен вопросам практической реализации полученных теоретических результатов.

Предложен алгоритм синтеза малоточечной геометрической модели произвольного радиолокационного объекта. В качестве малоточечной модели предлагается использовать девятиточечную некогерентную модель, либо четырехточечную частично когерентную.

Предложенный алгоритм апробирован для синтеза геометрических моделей двух типовых радиолокационных объектов: подстилающая поверхность для отработки режима маловысотного полета и самолета В-52.

Приведено описание матричных имитаторов эхосигналов и помех от распределенных радиолокационных объектов, изготовленных в рамках хозяйственных работ, проводимых параллельно с настоящими исследованиями. Содержится описание основных возможностей матричных имитаторов, аппаратных узлов, использованных при их построении, программных модулей.

В заключении перечислены основные результаты работы.

В приложении приведены акты о внедрении основных результатов работы.

1. Свойства электромагнитных волн, рассеянных радиолокационными объектами и способы их моделирования

В данном разделе представлен краткий обзор геометрических моделей распределенных радиолокационных объектов. Отмечается, что помимо традиционно моделируемых свойств эхосигнала, распределенным объектам присущи шумы угловых координат, вопросы имитации которых проработаны крайне слабо. Сформулированы направления исследований, позволяющих преодолеть эти ограничения, а также цель и основные задачи работы.

1.1. Распределенные радиолокационные объекты и их математические модели

При радиолокационном наблюдении любого объекта каждая относительно небольшая его часть, облученная зондирующим сигналом РЛС, представляет собой отражающий элемент. Эти элементы, отражая падающую электромагнитную волну, являются вторичными излучателями и называются отражающими точками [23,36,55,65]. Обычно для любого распределенного радиолокационного объекта (далее РЛО) можно выделить большое (например, для поверхности земли – бесконечное [55,66,67]) число таких точек (смотри рисунки 1.1 и 1.2 [68]). Их распределение в пространстве, амплитуда и спектрально-корреляционные свойства отраженной электромагнитной волны зависят от структуры распределенного радиолокационного объекта, ракурса его наблюдения и параметров движения.

Свойства РЛО часто задают с помощью функций $F_R(x, y, z, \tau)$ и $F_S(x, y, z, \tau)$ [23,41,69–71], определяющих распределение по объему объекта авто- и взаимной корреляционной функции квадратурных составляющих эхосигналов от отражающих точек:

$$\begin{cases} F_R(x, y, z, \tau) \cdot \Delta x \cdot \Delta y \cdot \Delta z = \langle C(x, y, z, t) \cdot C(x, y, z, t + \tau) \rangle = \\ = \langle S(x, y, z, t) \cdot S(x, y, z, t + \tau) \rangle; \\ F_S(x, y, z, \tau) \cdot \Delta x \cdot \Delta y \cdot \Delta z = \langle C(x, y, z, t) \cdot S(x, y, z, t + \tau) \rangle = \\ = -\langle S(x, y, z, t) \cdot C(x, y, z, t + \tau) \rangle, \end{cases} \quad (1.1)$$

где $\langle \rangle$ - знак операции усреднения по множеству; $C(x, y, z, t)$, $S(x, y, z, t)$ - синфазная и квадратурная компоненты эхосигнала, отраженного от точки с координатами x , y , z ; Δx , Δy , Δz - размеры элементарного объема с координатами центра x , y , z .

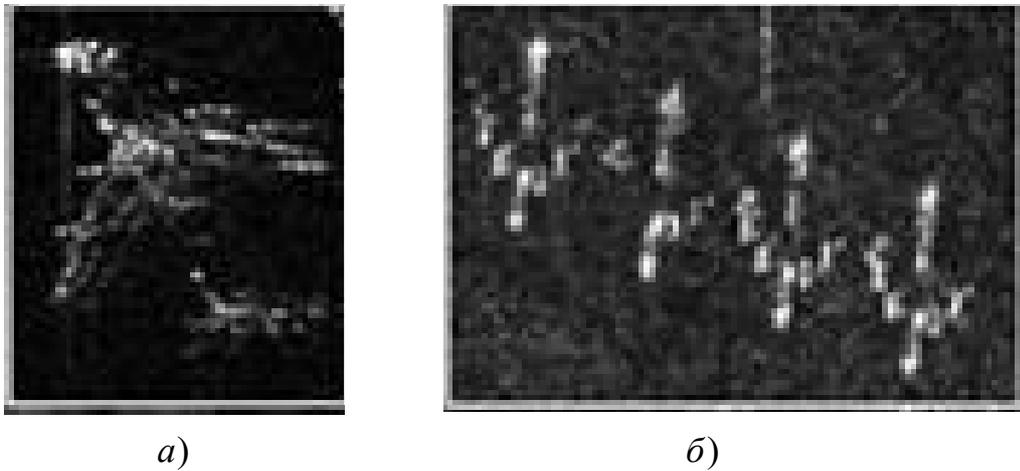


Рис. 1.1. Распределение блестящих точек (а – одиночный самолет, б – группа самолетов) [68]

Комплексную огибающую сигнала в точке наблюдения (фазовом центре антенны РЛС) можно представить [23,55,71]:

$$\begin{aligned} \dot{s}(t) \sim \int \int \int_{x y z} \sqrt{F_R(x, y, z, 0)} \cdot C(x, y, z, t) dx dy dz + \\ + j \cdot \int \int \int_{x y z} \sqrt{F_R(x, y, z, 0)} \cdot S(x, y, z, t) dx dy dz, \end{aligned} \quad (1.2)$$

где $j = \sqrt{-1}$.

Эхосигналы от РЛО, характеризуют следующими параметрами, измеряемыми РЛС и подлежащими моделированию [18,36,55,66,72–74]: амплитуда; задержка прихода относительно момента излучения

зондирующего сигнала; центральная частота и форма доплеровского спектра; флуктуации фазового фронта; поляризационные характеристики; распределение флуктуаций амплитуды и фазы.

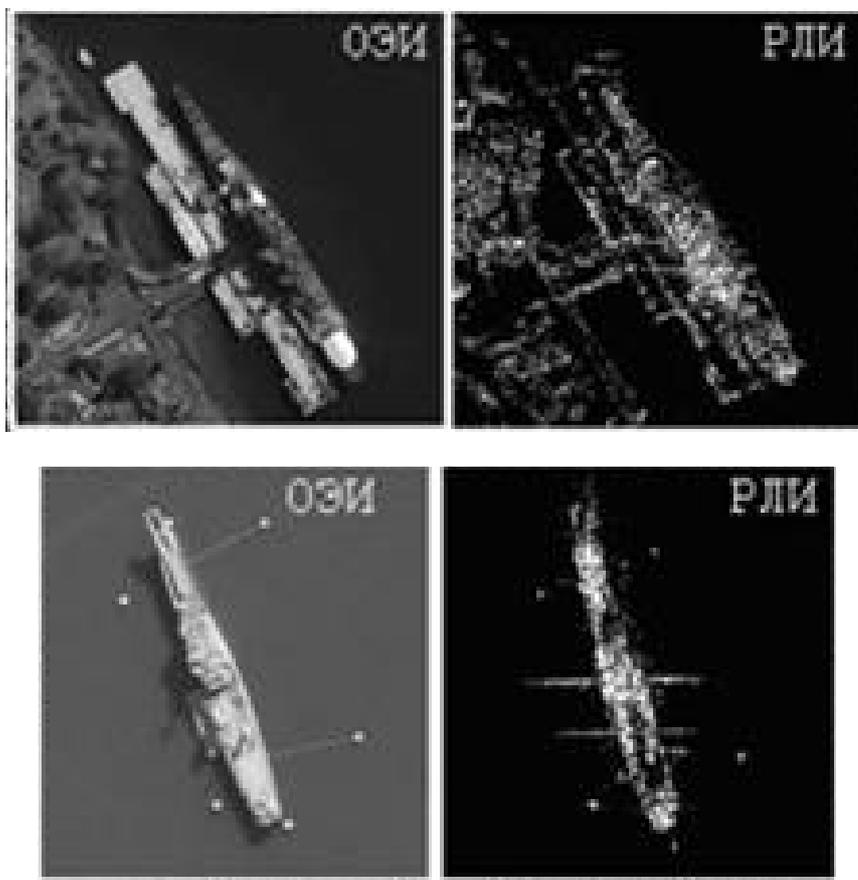


Рис. 1.2. Оптическое изображение (ОЭИ) и распределение блестящих точек для кораблей (РЛИ) [68]

Задача моделирования амплитудного шума проработана достаточно глубоко [21,55,66,75–79] и в настоящее время не представляет особых сложностей.

Вопросам моделирования доплеровского смещения частоты, а также доплеровского спектра посвящено огромное количество работ [18,21,70,77,80–87]. Можно утверждать, что в настоящее время существует как математический аппарат, так и хорошо проработанные технические решения, позволяющие моделировать доплеровский спектр эхосигналов с высокой достоверностью.

Эффекты деполяризации в настоящее время довольно легко учитываются при моделировании электромагнитных волн с использованием антенн с управляемой поляризацией [19,88–92].

Моделирование задержки эхосигнала не представляет сложностей и реализуется с использованием различных линий задержки (цифровых либо аналоговых) [18,76,84–86,93].

Вопросы моделирования флуктуаций фазового фронта отраженной электромагнитной волны в литературе не освещены. Кратко рассмотрим их свойства.

Как уже говорилось ранее, в точке наблюдения сигнал является результатом интерференции эхосигналов, отраженных от точек объекта. Форма фазового фронта отраженной электромагнитной волны будет флуктуировать [23,69,94]. Нормаль к фазовому фронту укажет направление на так называемый кажущийся центр излучения (КЦИ). Благодаря тому, что фазовый фронт в точке наблюдения флуктуирует, этот кажущийся центр будет перемещаться в пространстве случайным образом.

Эти флуктуации положения КЦИ называют шумами угловых координат. Они исследовались многими авторами [22–31,79]. Пожалуй, наиболее полное и общее их исследование приведено в работах Островитянова Р.В. и Басалова Ф.А.

Общеизвестно, что угловые шумы описываются функцией распределения и корреляционной функцией [23].

Первая задается распределением, схожим с распределением Стюдента [23,95]:

$$w(\Delta\xi) = \frac{\mu}{2(1 + \mu^2 \cdot \Delta\xi^2)^{3/2}}, \quad (1.3)$$

где μ - параметр, характеризующий ширину распределения; $\Delta\xi = \xi - m$ - отклонение обобщенной координаты от математического ожидания (m).

Корреляционная функция угловых шумов, определяется [23]:

$$B_v(\tau) = D_1(\tau) + D_2(\tau) + D_3(\tau), \quad (1.4)$$

где:

$$D_1(\tau) = \frac{a_B(\tau)}{\mu^2 \cdot a_H(\tau)} \cos(\gamma_H(\tau) - \gamma_B(\tau)) \cdot \ln \left(\frac{1}{\sqrt{1 - a_H^2(\tau)}} \right);$$

$$D_2(\tau) = \frac{-a_{BH}(\tau)}{\mu^2 \cdot a_H(\tau)} \cos(2 \cdot \gamma_H(\tau) - 2 \cdot \gamma_{BH}(\tau)) \cdot \ln \left(\frac{1}{\sqrt{1 - a_H^2(\tau)}} \right);$$

$$D_3(\tau) = \frac{a_{BH}^2(\tau) \cdot \cos^2(\gamma_H(\tau) - \gamma_{BH}(\tau))}{\mu^2 (1 - a_H^2(\tau))}; \quad \gamma_H(\tau) = \arctg \left(\frac{s_H(\tau)}{r_H(\tau)} \right);$$

$$\gamma_{BH}(\tau) = \arctg \left(\frac{s_{BH}(\tau)}{r_{BH}(\tau)} \right); \quad \gamma_B(\tau) = \arctg \left(\frac{s_B(\tau)}{r_B(\tau)} \right); \quad a_H(\tau) = \sqrt{r_H^2(\tau) + s_H^2(\tau)};$$

$$a_{BH}(\tau) = \sqrt{r_{BH}^2(\tau) + s_{BH}^2(\tau)}; \quad a_B(\tau) = \sqrt{r_B^2(\tau) + s_B^2(\tau)};$$

$$R_H(\tau) = \iiint_{\xi y z} F_R(\xi, y, z, \tau) d\xi dy dz; \quad S_H(\tau) = \iiint_{\xi y z} F_S(\xi, y, z, \tau) d\xi dy dz \quad -$$

автокорреляционная функция синфазной или квадратурной компонент эхосигнала и функция взаимной корреляции синфазной и квадратурной компонент эхосигнала соответственно;

$$R_B(\tau) = \iiint_{\xi y z} (\xi - m)^2 F_R(\xi, y, z, \tau) d\xi dy dz,$$

$$S_B(\tau) = \iiint_{\xi y z} (\xi - m)^2 F_S(\xi, y, z, \tau) d\xi dy dz \quad - \quad \text{корреляционные функции}$$

синфазной и квадратурной компонент эхосигнала соответственно, учитывающие удаленность излучателя от центра объекта;

$$R_{BH}(\tau) = \iiint_{\xi y z} (\xi - m) F_R(\xi, y, z, \tau) d\xi dy dz,$$

$$S_{BH}(\tau) = \iiint_{\xi y z} (\xi - m) F_S(\xi, y, z, \tau) d\xi dy dz \quad - \quad \text{корреляционные функции}$$

одноименных и разноименных квадратурных составляющих с разными индексами, характеризующий асимметричность объекта в рассматриваемом

направлении; ξ - рассматриваемая координата (обобщенная координата);

$$m = \frac{\int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \xi \cdot F_R(\xi, y, z) d\xi dy dz}{\int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} F_R(x, y, z) dx dy dz}; \quad \mu = \frac{\sigma_H}{\sigma_B} \quad - \quad \text{параметр плотности}$$

распределения вероятности шумов координат; σ_H^2 - дисперсия распределения мгновенных значений эхосигнала; σ_B^2 - дисперсия распределения мгновенных значений сигнала с учетом удаленности излучателей от центра объекта.

Модели РЛО, адекватно формирующие отражения от них, используются на разных этапах моделирования. Одним из важных этапов является полунатурное моделирование [3,96–98]. При этом в лабораторных условиях создается сигнально-помеховая обстановка, соответствующая работе РЛС в реальных условиях. При этом наиболее достоверным является имитация электромагнитных полей на апертуре приемной антенны РЛС [19]. Это позволяет осуществить проверки и отработки угловой селекции объектов, оценки точности измерения угловых координат и размеров, угловое сопровождение объектов и т. д.

Известные имитаторы отраженных электромагнитных волн можно разделить на следующие группы [2,3,98].

1. Имитаторы с механическим перемещением излучающей части. В этом случае излучающая антенна имитатора является подвижной. Она может быть как установленной на подвижной каретке, так и располагаться на каком-либо носителе. Перемещение излучателя по угловым координатам моделирует пространственные перемещения объекта. Как правило, излучение производится из одной точки. Следовательно, подобные устройства могут быть использованы при моделировании отражений лишь от точечных объектов. Кроме того, подобным устройствам присущи достаточно серьезные ограничения по скорости и диапазону угловых перемещений имитируемого объекта. В примеры подобных устройств рассмотрены в [80,99,100].

2. Имитаторы с электронной перестройкой излучающей части [46,63,101,102]. Излучающая часть имитатора представляет собой совокупность жестко закрепленных антенн. Излучаемый сигнал подводится к одной, либо нескольким антеннам одновременно. Угловые перемещения объекта осуществляются дискретно, либо плавно.

Дискретное перемещение производится за счет коммутации. При этом из поля жестко закрепленных антенн выбирается одна, к которой подводится излучаемый сигнал. Снижение дискретности переключения возможно за счет уплотнения поля антенн, что, очевидно, сопряжено с техническими трудностями. Как правило, подобные устройства используются при моделировании отражений от сосредоточенных объектов. Пример подобного устройства дан в [63,101].

Плавные перемещения центра излучения осуществляются с использованием матричных имитаторов. В основе их работы лежит двухточечная геометрическая модель. Она представляет собой две излучающие точки, не разрешаемые антенной РЛС. В этом случае нормаль к фазовому фронту электромагнитной волны в точке приема указывает на КЦИ, положение которого (L) зависит от амплитуд и фаз сигналов, создаваемых излучателями в фазовом центре антенны РЛС [23,31,37]:

$$L = \frac{B}{2} \cdot \frac{E_{m1}^2 - E_{m2}^2}{E_{m2}^2 + 2 \cdot E_{m1} \cdot E_{m2} \cdot \cos(\psi) + E_{m1}^2}, \quad (1.5)$$

где B - база двухточечной модели (расстояние между излучающими точками); E_{m1} , E_{m2} - амплитуды электромагнитных волн, в точке приема, создаваемых первым и вторым излучателем модели; $\psi = \phi_2 - \phi_1$ - разность фаз электромагнитных волн, в точке приема; L - величина смещения КЦИ от центра базы.

Угловые диапазоны, в пределах которых осуществляется имитация, расширяются путем наращивания количества идентичных двухточечных моделей.

Такие имитаторы получили название матричных (сокращенно МИ) [46,102,103].

Пример реализации излучающей части МИ приведен на рис. 1.3.

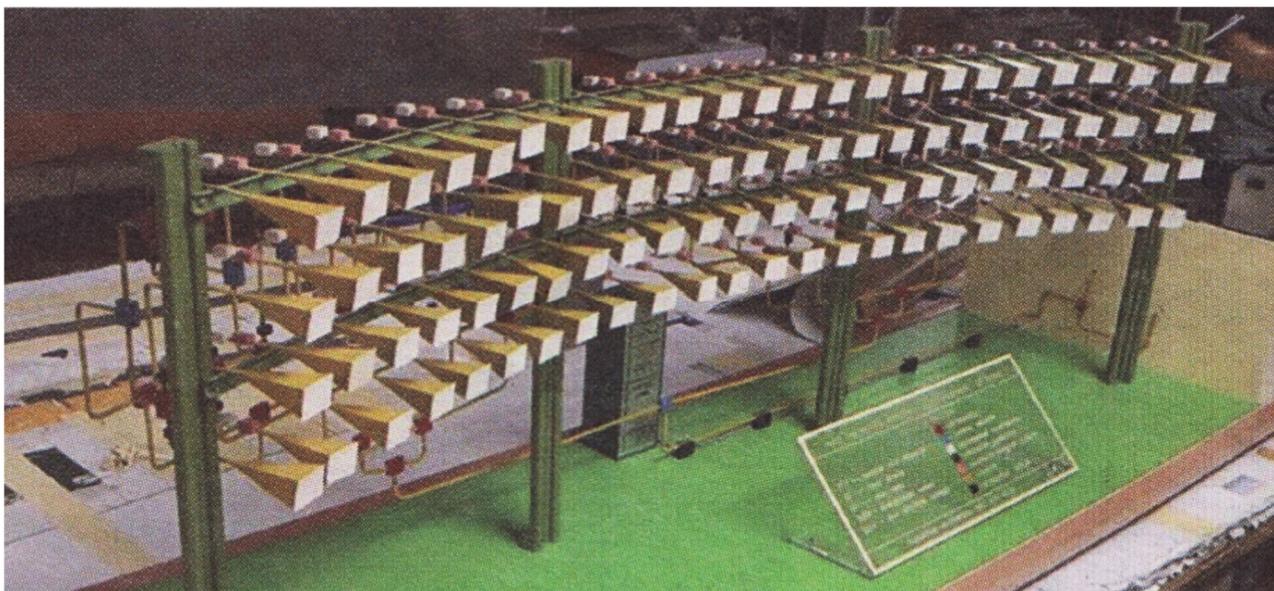


Рис. 1.3. Макет излучающей части матричного имитатора [103]

Одна двухточечная модель может сформировать несколько кажущихся центров излучения, моделируя таким образом отражения от распределенных объектов. Примеры таких устройств рассмотрены в [46,104,105].

Кроме названных, в литературе упоминаются комбинированные устройства [106], представляющие собой излучающую часть из нескольких антенн, установленных на подвижной каретке. При этом перемещения КЦИ на большие расстояния осуществляются механическим способом, а формирование пространственной структуры объекта – электронно – матричным имитатором. Подобные устройства могут рассматриваться как совокупность устройств с механическим и электрическим перемещением.

Во всех случаях имитатор можно представить в виде комплекса состоящего из имитатора сигнала и помех (обеспечивающего моделирование амплитуды; задержки прихода эхо сигнала относительно момента излучения зондирующего импульса РЛС; центральной частота и формы доплеровского спектра; флуктуаций амплитуды и фазы эхосигнала) и их преобразователя в

электромагнитные волны (обеспечивающего имитацию углового положения РЛО и его углового шума).

Как уже отмечалось, формирование сигналов и помех представляет собой во многом решенную задачу. Наибольший интерес вызывают их преобразователи в электромагнитные волны, среди которых лидерами являются матричные имитаторы. Вопросам их создания и посвящена настоящая работа.

1.2. Геометрические модели РЛО и их использование для синтеза матричных имитаторов

Рассмотрим матричные имитаторы более подробно. Для этого обратимся к известным в настоящее время моделям РЛО.

Среди них наибольший интерес представляют так называемые геометрические модели, представляющие собой совокупность большого числа точек, заполняющую некоторую область пространства. От точек отражаются эхосигналы, соответствующие отражениям от замещаемых точек объекта. Как уже говорилось ранее, для реальных радиолокационных объектов количество блестящих точек обычно велико. Соответственно такие **геометрические модели называются многоточечными**, [23,55]. Для многоточечной геометрической модели выражение (1.2) примет вид:

$$\begin{aligned} \dot{s}(t) \sim & \lim_{\substack{K \rightarrow \infty \\ M \rightarrow \infty \\ N \rightarrow \infty}} \left(\sum_{k=1}^K \sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^N \sqrt{F_R(k,m,n,0)} \cdot C(k,m,n,t) \right) + \\ & + j \cdot \lim_{\substack{K \rightarrow \infty \\ M \rightarrow \infty \\ N \rightarrow \infty}} \left(\sum_{k=1}^K \sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^N \sqrt{F_R(k,m,n,0)} \cdot S(k,m,n,t) \right), \end{aligned}$$

где K, M, N - количество блестящих точек, выделенных в пределах объекта, по координатам x, y, z соответственно; k, m, n - порядковый номер блестящей точки по координатам x, y, z соответственно.

Известно, что многоточечные геометрические модели обладают высокой достоверностью [23,41,55,69]. Однако они имеют существенный недостаток. Геометрические модели многих реальных радиолокационных объектов содержат большое количество точек. Например, для моделирования отражений от самолетов требуется сотни и тысячи блестящих точек [44,68,70,84,107,108], кораблей – десятки тысяч [2,79,109–112], поверхность Земли – от сотни тысяч до бесконечности [41,59,109,112–116]. При замещении отражений от этих объектов каждая из отражающих точек представляет собой точку многоточечной геометрической модели. Из-за большого числа точек, составляющих модель, их использование где-либо помимо математического моделирования в не реальном масштабе времени затруднено. Использование многоточечных моделей при моделировании электромагнитных волн, отраженных от распределенных объектов, приводит к нереализуемым на практике МИ. Определяется это тем, что каждая точка модели должна являться излучателем электромагнитных волн – антенной. Очевидно, что реализация устройства, содержащего даже сотню близко расположенных антенн, излучающих сигналы с заданными свойствами, ставит под сомнение целесообразность имитации.

Решение этой проблемы представляется в использовании геометрических моделей, содержащих малое количество точек (единицы или десятки) и обеспечивающих при этом формирование отражений от замещаемого объекта с теми же параметрами и свойствами, что и его многоточечная модель. Будем называть такие геометрические модели **малоточечными**.

Малоточечные геометрические модели исследовались рядом авторов [60,61,117–119]. Исследования показали, что их можно разбить на две большие группы: **когерентные и некогерентные модели**.

1.2.1. Когерентные малоточечные геометрические модели

В этом случае к излучателям подводятся сигналы, имеющие жесткую связь [120–122]. Модуль коэффициента взаимной корреляции излучаемых сигналов равен единице. Подобные модели позволяют формировать компактный (точечный) кажущийся центр излучения. Таким образом можно одновременно формировать множество (сотни и даже тысячи) центров излучения, разнесенных вдоль базы модели [46,104,105,117,123]. Это позволяет формировать распределенный радиолокационный объект «по точкам».

Известны решения, развивающие одномерную двухточечную модель до уровня двумерной – трех [123–127] и четырех точечной [117]. Точки модели располагаются в вершинах треугольника или квадрата. В этом случае появляется возможность позиционирования кажущихся центров излучения на плоскости. Это позволяет, как осуществлять моделирование перемещения точечных объектов по двум угловым координатам, так и моделировать отражения от радиолокационных объектов, распределенных по двум угловым координатам.

По сути, известные в настоящее время матричные имитаторы базируются именно на когерентных геометрических моделях. Однако им присущ ряд недостатков [48,127,128].

1. Необходимость задания амплитуд и фаз излучаемых сигналов с высокой точностью.

2. Возрастание объема вычислений при формировании сигналов пропорциональное количеству точек замещаемого объекта.

Раскроем эти положения.

Оценим требуемую точность задания параметров двухточечной модели [128].

Для оценки чувствительности координаты КЦИ к точности задания отношения амплитуд и фаз сигналов, подводимых к излучателям

двухточечной модели, найдем частные производные $\frac{\partial L(z, \phi)}{\partial z}$ и $\frac{\partial L(z, \phi)}{\partial \phi}$

выражения (1.5):

$$\frac{\partial L(z, \phi)}{\partial z} = \frac{2 \cdot \cos(\phi) \cdot z^2 + 4 \cdot z + 2 \cdot \cos(\phi)}{(z^2 + 2 \cdot \cos(\phi) \cdot z + 1)^2},$$

$$\frac{\partial L(z, \phi)}{\partial \phi} = \frac{2 \cdot z \cdot \sin(\phi) \cdot (z^2 - 1)}{(z^2 + 2 \cdot \cos(\phi) \cdot z + 1)^2},$$

где: $z = \frac{E_{m1}}{E_{m2}}$.

Не трудно показать, что при $\phi = \pi$ и $z = 1$ имеет место особая точка. В ней скорость изменения координаты КЦИ будет стремиться к бесконечности. Это объясняется следующим образом. При $z = 1$ КЦИ позиционируется в центре базы вне зависимости от фазовых соотношений сигналов. Даже небольшое отклонение z от единицы приводит к перемещению КЦИ далеко за пределы области, ограниченной двухточечной моделью. При дальнейшем изменении z скорость перемещения КЦИ будет снижаться, КЦИ будет монотонно приближаться к излучателю, запитанного сигналом с большей амплитудой.

Рассмотрим области помимо особой точки, в которой скорость перемещения КЦИ стремится к бесконечности.

На рис. 1.4 построена зависимость скорости перемещения КЦИ от отношения амплитуд сигналов при различных разностях фаз. Из рисунка видно, что при любой разнице фаз сигналов, подводимых к излучателям двухточечной модели, максимальная скорость перемещения КЦИ под действием изменения амплитуд наблюдается в окрестности точки $z = 1$. По мере увеличения разности фаз сигналов скорость перемещения КЦИ в окрестности точки $z = 1$ увеличивается.

Как уже говорилось ранее, скорость возрастает вплоть до бесконечного значения (в точке $\phi = \pi$). Для разности фаз $0 \leq \phi \leq \pi / 2$ по мере удаления от $z = 1$ скорость перемещения КЦИ монотонно снижается. При $\pi / 2 < \phi < \pi$ изменение скорости перемещения КЦИ не монотонно. Более того, скорость перемещения КЦИ может менять знак, что приведет к изменению направления перемещения КЦИ.

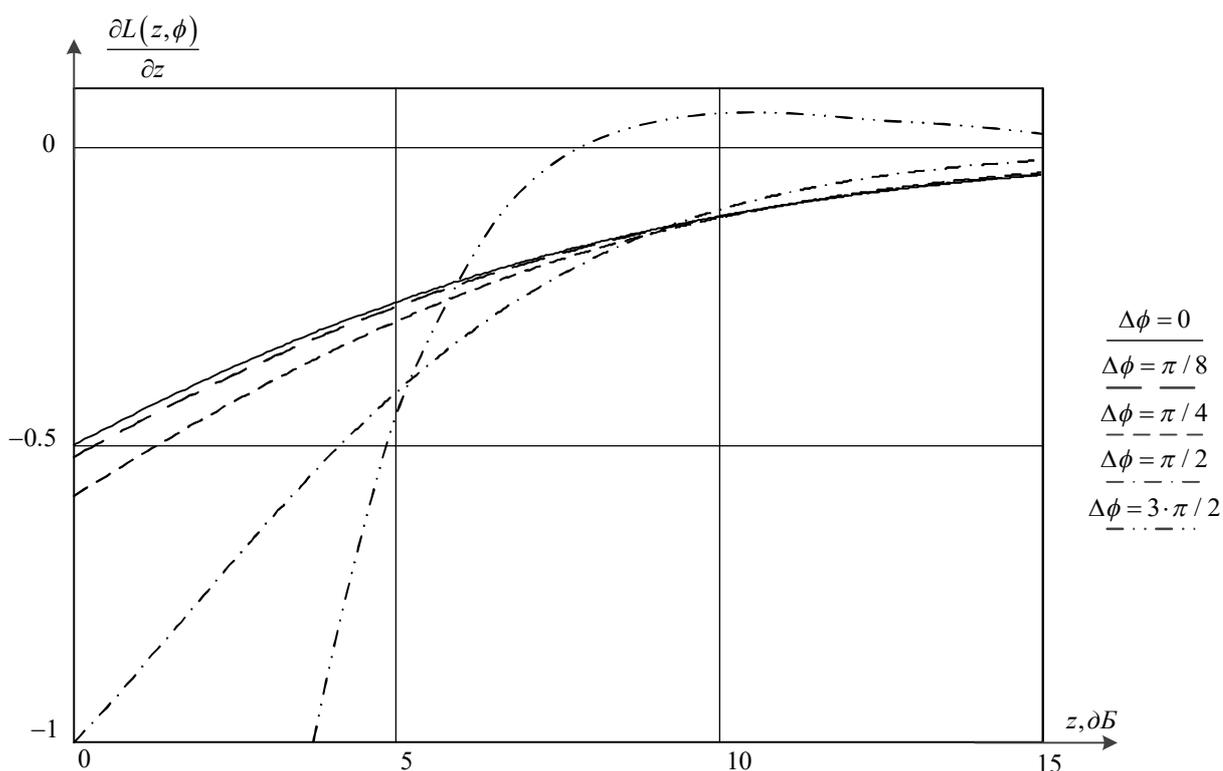


Рис. 1.4. Зависимость скорости перемещения КЦИ от отношения амплитуд сигналов при различных разностях фаз

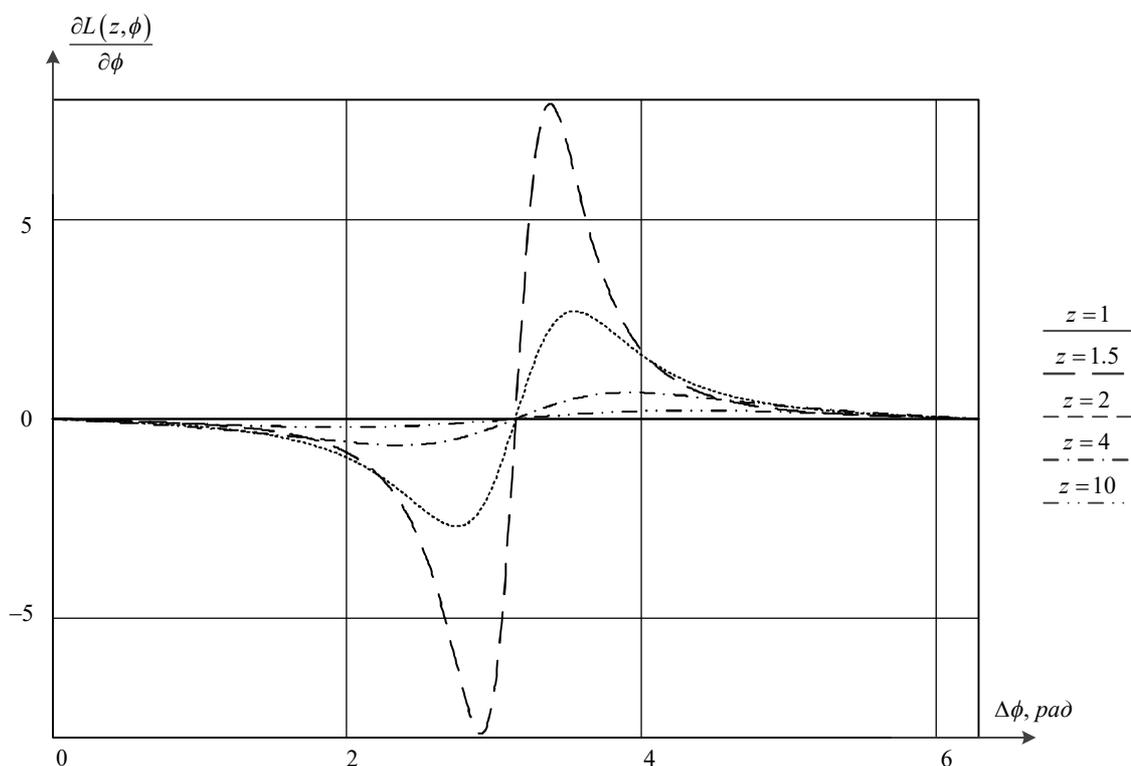


Рис. 1.5. Зависимость скорости перемещения КЦИ от разности фаз сигналов при различных отношениях амплитуд

Скорость перемещения КЦИ под влиянием изменения разности фаз сигналов показана на рис. 1.5. Из рисунка видно следующее. При равенстве амплитуд сигналов разность фаз никак не влияет на положение КЦИ – он всегда расположен в центре базы. Наибольшие скорости смещения КЦИ наблюдаются в окрестности точки $\phi = \pi$. Для случая $z \approx 1$ скорость его смещения под действием разности фаз сигналов, подводимых к излучателям максимальна.

Для синфазной двухточечной модели максимальная скорость перемещения КЦИ наблюдается в точке $z = 1$ и равна 0.5. Зная требуемую точность измерения угловых координат исследуемого устройства и скорость перемещения КЦИ можно определить допустимую погрешность задания амплитуд сигналов, подводимых к излучателям матричного имитатора:

$$\Delta z = 20 \cdot \log \left(\Delta L \cdot \frac{\partial L}{\partial z} \right).$$

Например, задавшись допустимой неточностью позиционирования КЦИ $\Delta L = 0.01$ можно определить допустимую погрешность задания амплитуд $\Delta z = 0.172$ дБ. По мере удаления КЦИ от центра базы требования к допустимой погрешности установки амплитуд сигналов будут снижаться.

Разность фаз сигналов будет сказываться не существенно до значения $\Delta\phi = 22.5^\circ$. До указанной величины расфазировки скорость перемещения КЦИ не будет отличаться от синфазной модели более чем на 5 процентов. Дальнейшее увеличение разности фаз приводит к существенному возрастанию скорости перемещения КЦИ и, как следствие, большим ошибкам его позиционирования [128].

Требуемая точность задания параметров двухточечной модели высока. При моделировании сложного (многоточечного) объекта с использованием двухточечной модели погрешности задания параметров излучаемого сигнала приведут к смещению моделируемых точек и, как следствие, к искажению геометрии замещаемого объекта.

Вторая проблема когерентных малоточечных моделей – объем вычислений, возрастающий пропорционально количеству точек замещаемого объекта. Проиллюстрируем это примерами. В каждом из элементов разрешения по дальности расчет отсчетов комплексной огибающей сигналов для когерентного матричного имитатора производится по выражению:

$$\dot{S}_i(m \cdot T_P) = \sum_{n=1}^N A_{n,i} \cdot (\cos(\phi_n(m \cdot T_P)) + j \cdot \sin(\phi_n(m \cdot T_P))),$$

где: i - номер излучателя матричного имитатора; N - количество точек замещаемого объекта; $A_{n,i}$ - амплитуда сигнала от n -той точки объекта, излучаемого i -той антенной матричного имитатора; $\phi_n(m \cdot T_P)$ - фаза сигнала от n -той точки объекта; T_P - период повторения зондирующих импульсов; m - номер отсчета.

Рассмотрим задачу имитации отражений от подстилающей поверхности [129]. Многоточечная геометрическая модель в этом случае содержит не менее

10^6 точек [59,64,113–117]. Для расчета одного отсчета сигнала одного элемента разрешения по дальности на современном персональном компьютере с процессором Intel Core i5 3200 ГГц требуется порядка 80 мс. Таким образом время, требуемое для расчета эхосигнала от одного элемента разрешения по дальности, является неприемлемо большим.

Даже в задачах имитации отражений от самолетов время, требуемое для вычислений одного отсчета, остается большим. Для построения модели самолета ограничимся 50 отражающими точками, расположенными в одном элементе разрешения по дальности [108]. Для тех же вычислительных средств требуемое время для расчета отсчетов комплексной огибающей сигналов составляет порядка 4 мкс.

1.2.2. Некогерентные малоточечные геометрические модели

К излучателям некогерентных малоточечных геометрических моделей подводятся статистически не связанные нормальные случайные процессы с заданными спектрально-корреляционными свойствами [62,64,130,131]. При этом положение КЦИ начинает флуктуировать – формируются угловые шумы. Управляя отношением мощностей излучаемых сигналов, можно задавать параметры ПРВ угловых шумов (m - математическое ожидание угловых шумов; μ - параметр, характеризующий ширину распределения). Например, для двухточечной модели с базой B , излучающей сигналы с дисперсиями σ_1^2 и σ_2^2 , имеем:

$$m = \frac{B}{2} \cdot \frac{\sigma_2^2 - \sigma_1^2}{\sigma_2^2 + \sigma_1^2}; \quad \mu = \frac{1}{\sqrt{\left(\frac{B}{2}\right)^2 - m^2}}.$$

Эта модель свободна от недостатков, присущих когерентным моделям. Требования к взаимной фазировке сигналов в них отсутствуют, объем вычислений при расчете отсчетов сигналов зависит только от количества точек модели и не зависит от количества отражающих точек замещаемого

объекта.

Вместе с тем из приведенных соотношений видно, что параметры ПРВ угловых шумов, формируемых двухточечной некогерентной геометрической моделью связаны между собой [132].

Эта взаимосвязь приводит к тому, что при изменении углового положения имитируемого объекта (m) меняется его угловой размер (изменяется μ). Для сохранения углового размера объекта при различных его угловых положениях необходимо изменять базу модели. Это реализуется путем перемещения излучающих точек. Для матричного имитатора с жестко закрепленными излучателями такое решение неприемлемо.

Развитие двухточечной некогерентной модели проведено в работах [61,62,133], где предлагается увеличить количество точек модели до трех, расположив их вдоль одной линии на разных расстояниях друг от друга. В этом случае образуется трехточечная неэквидистантная некогерентная геометрическая модель, обеспечивающая область, в пределах которой возможно раздельное управление параметрами ПРВ угловых шумов. Эта область определяется системой неравенств [62]:

$$\left\{ \begin{array}{l} \mu \leq \left\{ \begin{array}{l} \frac{1}{\sqrt{-(m - \xi_2) \cdot (m - \xi_3)}}; \\ \frac{1}{\sqrt{-(m - \xi_3) \cdot (m - \xi_1)}}; \end{array} \right. \\ \mu \geq \frac{1}{\sqrt{-(m - \xi_2) \cdot (m - \xi_1)}}, \end{array} \right. \quad (1.6)$$

где: ξ_1, ξ_2, ξ_3 - нормированные координаты точек модели.

Из (1.6) видно, что для расширения диапазона независимого управления параметрами ПРВ угловых шумов в сторону меньших значений параметра μ необходимо раздвигать крайние точки модели. Наоборот, для расширения диапазона в сторону больших значений параметра μ необходимо сдвигать излучающие точки. Эти два противоречивых требования приводят к сильной

ограниченности диапазона независимого управления параметрами ПРВ угловых шумов.

По возможности моделирования корреляционной функции угловых шумов трехточечная неэквидистантная модель так же имеет ряд ограничений [133,134]. Такая модель, адекватная по критерию равенства корреляционной функции угловых шумов модели и замещаемого объекта может быть легко синтезирована для объектов, допускающих разделимость пространственной и временной переменной в функциях $F_R(x, y, z, \tau)$ и $F_S(x, y, z, \tau)$.

Если объект не допускает разделимости пространственной и временной переменной, предлагается производить его разбиение на фрагменты и проводить синтез модели для каждого из них [133]. Эта процедура носит итерационный характер и далеко не всегда приводит к физически реализуемым моделям [133].

Кроме того, трехточечная неэквидистантная модель является одномерной, то есть позволяет формировать отражения от радиолокационных объектов, распределенных по одной угловой координате. Исследования двумерных некогерентных моделей представлены в литературе [131,135–137] и частично проведены с участием автора. Однако, в представленных исследованиях отсутствует единый подход к синтезу геометрических конфигураций – для каждой из конфигураций выбирается отдельная система координат. Кроме того, для синтеза моделей объектов, обеспечивающих заданную корреляционную функцию угловых шумов, предлагается использовать декомпозиционный подход, заключающийся в разбиении объекта на фрагменты и дальнейшим пофрагментном его замещении [136,138]. Способ синтеза модели объекта, формирующей угловые шумы с заданной корреляционной функцией, без разбиения его на фрагменты не рассмотрен.

Таким образом, известные в настоящее время некогерентные геометрические модели обладают следующими недостатками:

1. Ограниченный диапазон значений параметров ПРВ угловых шумов, формируемых моделью с неподвижными точками.

2. Одномерность известных в настоящее время некогерентных малоточечных геометрических моделей.

3. Существенные ограничения, накладываемые на радиолокационные объекты, для которых может быть синтезирована модель, обеспечивающая ту же корреляционную функцию угловых шумов, что и у замещаемого объекта.

Вместе с тем, рассмотренные семейства геометрических моделей (когерентные и некогерентные) являются лишь частными случаями. Для этих моделей модуль коэффициента взаимной корреляции излучаемых сигналов равен единице (когерентные модели) или нулю (некогерентные). Модели, для которых коэффициент взаимной корреляции излучаемых сигналов принимает промежуточные значения, в литературе практически не рассматриваются. Можно отметить лишь работу [23], в которой отмечается возможность синтеза двухточечной модели, излучающей статистически связанные сигналы, а также приведены аналитические соотношения для определения параметров ПРВ ее угловых шумов:

$$\begin{cases} \frac{\gamma^2 - 1}{1 + 2 \cdot \rho \cdot \gamma + \gamma^2} = m; \\ \frac{1 + 2 \cdot \rho \cdot \gamma + \gamma^2}{2 \cdot \gamma \cdot \sqrt{1 - \rho^2}} = \mu. \end{cases} \quad (1.7)$$

где: $\gamma = \frac{\sigma_1}{\sigma_2}$ - отношение СКО излучаемых сигналов; ρ - коэффициент взаимной корреляции излучаемых сигналов.

В дальнейшем, для краткости, будем называть геометрические модели, для которых $0 < |\rho| < 1$, **частично когерентными**. Анализируя (1.7) не сложно заметить, что меняя величину коэффициента взаимной корреляции излучаемых сигналов и соотношение излучаемых мощностей, можно изменять параметры ПРВ угловых шумов модели в широких пределах ($-\infty < m < \infty$;

$0 \leq \mu < \infty$), при неподвижных излучающих точках.

МИ на основе частично когерентных моделей в настоящее время в литературе не рассматривались и являются новыми.

По сути, когерентные и некогерентные модели являются частным случаем частично когерентной. Логично ожидать, она возьмет от них положительные свойства

Кроме того, аппарат синтеза частично когерентных моделей позволит синтезировать малоточечные геометрические модели любого типа.

1.3. Цель и задачи исследования

Таким образом, можно утверждать, что в вопросах моделирования отражений от сложных распределенных объектов существует ряд актуальных не решенных задач.

Основной проблемой в области имитации отражений от распределенных объектов, не решенной в настоящее время, является моделирование угловых шумов радиолокационных объектов.

Угловые шумы, как случайный процесс, характеризуются плотностью распределения вероятности и корреляционной функцией. Соответственно, можно сформулировать два критерия адекватного моделирования угловых шумов.

1. Равенство параметров m и μ ПРВ угловых шумов модели и замещаемого объекта.

2. Равенство корреляционных функций угловых шумов модели и замещаемого объекта.

При этом, исходя из последующего использования при реализации в виде МИ, к модели можно предъявить дополнительные требования (при сохранении адекватности моделирования).

1. Минимальное количество точек.
2. Модель должна обеспечивать возможность изменения параметров моделируемых угловых шумов при неизменных положениях точек.

3. Для обеспечения возможности замещения отражений от объектов, распределенных по двум угловым координатам, модель должна быть двумерной и допускать раздельное управление свойствами угловых шумов по двум взаимно ортогональным направлениям.

Цель дальнейшего исследования - обосновать методы имитации электромагнитных волн, рассеянных радиолокационными объектами, распределенными по двум угловым координатам, на основе матричных имитаторов, излучающих взаимно коррелированные сигналы.

Для достижения указанной цели необходимо **решить следующие основные задачи.**

1. Теоретически обосновать методы синтеза модели произвольной геометрической конфигурации, излучающей сигналы с заданной величиной коэффициента взаимной корреляции, адекватной по критерию равенства корреляционной функции и ПРВ угловых шумов модели и объекта.

2. Разработать семейства малоточечных частично когерентных геометрических моделей, удовлетворяющих условиям адекватности для одно- и двумерных замещаемых объектов.

3. Разработать методы синтеза дискретных структур, излучающих сигналы с заданной величиной коэффициента взаимной корреляции (матричные имитаторы), имитирующие отражения и рассеяние от распределенных радиолокационных объектов.

4. Развить полученные теоретические результаты до уровня их практического использования, а также экспериментально апробировать теоретически полученные выводы и положения.

Пути и результаты достижения поставленной цели составляют суть настоящей работы.

Основная часть этих результатов получена как итоги довольно громоздких выкладок. Поэтому, с целью лучшего понимания того, что будет делаться дальше, ниже приведена последовательность, в которой они

получены. По мнению автора, такой обзор позволяет легче воспринять последующий материал и ясней представить себе работу в целом.

Итак, в работе последовательно получены следующие основные результаты.

1. Критерии адекватности получены в формальной математической форме, удобной для дальнейшего использования при синтезе абстрактной геометрической модели и анализа ее возможностей. Под абстрактной моделью понимается геометрическая модель, содержащая произвольное количество точек, произвольным образом расположенных в пространстве.

2. Разработан аппарат синтеза геометрических моделей, адекватных по критерию равенства корреляционных функций угловых шумов модели и замещаемого объекта. При этом:

- разработан аппарат синтеза некогерентных геометрических моделей;
- рассмотрены объекты, допускающие разделение пространственной и временной переменной в функциях $F_R(x, y, z, \tau)$ и $F_S(x, y, z, \tau)$;
- полученный аппарат синтеза развит на объекты, не допускающие такой делимости;
- на основе результатов, полученных для некогерентных моделей, предложен алгоритм синтеза частично когерентных геометрических моделей;
- доказано, что метод синтеза частично когерентных моделей позволяет синтезировать как некогерентные модели, так и полностью когерентные;
- получены условия адекватного моделирования угловых шумов когерентными геометрическими моделями;
- теоретические результаты подтверждены результатами математического моделирования.

3. Синтезированы геометрические структуры, излучающие статистически не связанные сигналы:

- по сути, предложено семейство некогерентных геометрических моделей, обеспечивающих моделирование угловых шумов с заданными параметрами ПРВ;

- последовательно рассмотрены двух, трех, четырех, пяти и девяти точечные модели. Для каждой из них получены соотношения, необходимые для синтеза, и пределы, в которых могут изменяться параметры ПРВ угловых шумов.

4. Полученные результаты развиты на случай синтеза геометрических структур, излучающих статистически связанные сигналы:

- получен метод синтеза частично когерентной двухточечной модели; - определены её возможности по управлению параметрами ПРВ имитируемых угловых шумов;

- двухточечная частично когерентная модель развита до двумерной – четырехточечной;

- для неё получен метод синтеза и определены ее возможности;

- в завершении показано, что когерентные и некогерентные модели эквивалентны, то есть выбор семейства модели определяется лишь возможностью реализации матричного имитатора.

5. Рассмотрены вопросы практического использования малоточечных геометрических моделей для построения матричных имитаторов. По сути, переход от математической модели сводится к замещению отражающих точек антеннами. При этом адекватность моделирования определяется точностью соответствия аппаратной реализации математической модели объекта. Основываясь на этом, определены требования к точности задания параметров излучаемых сигналов и предложены технические решения, позволяющие ее достичь. Рассмотрены примеры построения малоточечных геометрических моделей реальных радиолокационных объектов и матричного имитатора на их основе.

1.4. Выводы к разделу 1

По разделу можно сделать следующие выводы.

1. Рассмотрены основные свойства электромагнитных волн, отраженных от распределенных радиолокационных объектов. Отмечено, что, несмотря на хорошую изученность угловых шумов как физического явления, вопросы их имитационного моделирования проработаны крайне слабо.

2. Наиболее широкими возможностями по имитации отражений от радиолокационных объектов обладают матричные имитаторы. Определены основные проблемы, ограничивающие возможности матричных имитаторов по имитации отражений от распределенных радиолокационных объектов.

3. Предложено использовать для синтеза матричных имитаторов частично когерентные математические модели, составленные из малого числа точек из которых излучаются взаимно коррелированные сигналы.

4. Сформулированы цель и задачи исследований, конечной целью которых является разработка методов синтеза матричных имитаторов эхосигналов от распределенных радиолокационных объектов на основе частично когерентных моделей.

2. Условия адекватного моделирования

Рассмотрим критерии достоверного моделирования отражений от распределённых объектов, сформулированные в предыдущем разделе.

Их можно разбить на две группы. К первой группе можно отнести традиционные характеристики: распределение мгновенных значений эхосигнала и его доплеровского спектра. Ко второй – свойства, характеризующие протяженность объекта и его пространственную структуру: плотность распределения вероятности углового шума и его спектрально-корреляционные характеристики.

Как уже говорилось ранее, вопросы, касающиеся моделирования мгновенных значений эхосигнала глубоко проработаны [55,75–79]. Что же касается углового шума, то есть описания его статистических параметров и свойств, однако вопросам его моделирования внимание не уделялось.

В [23] показано, что плотность распределения углового шума определяется выражением (1.3). Очевидно, что модель распределенного объекта должна обеспечивать ПРВ углового шума (1.3) с параметрами m_M и μ_M , равными соответствующим параметрам распределения m_∞ и μ_∞ от замещаемого объекта. Параметры ПРВ угловых шумов определяются отношением мощностей излучаемых сигналов и коэффициентом их взаимной корреляции. Логичным является требование равенство в точке наблюдения мощности сигнала, сформированного моделью (σ_{HM}^2) и мощности эхосигнала от замещаемого объекта σ_H^2 .

Исходя из (1.4) корреляционная функция углового шума модели будет соответствовать реальному объекту при выполнении равенства следующих функций модели и замещаемого объекта: $R_H(\tau)$, $S_H(\tau)$, $R_{BH}(\tau)$, $S_{BH}(\tau)$, $R_B(\tau)$, $S_B(\tau)$.

Таким образом, обозначив коэффициенты корреляции, относящиеся к замещаемому объекту, символом ∞ , условия адекватности можно записать в виде соотношений [139,140]:

$$\begin{cases} m_M = m_\infty; \\ \mu_M = \mu_\infty; \\ \sigma_{HM}^2 = \sigma_H^2. \end{cases} \quad (2.1)$$

$$\begin{cases} \sum_{i=1}^N R_i(\tau) = \sigma_H^2 \cdot r_{H\infty}(\tau); \\ \sum_{i=1}^N (\xi_{Mi} - m_\xi)^2 \cdot R_i(\tau) = \sigma_B^2 \cdot r_{B\infty}(\tau); \\ \sum_{i=1}^N (\xi_{Mi} - m_\xi) \cdot R_i(\tau) = \sigma_H \cdot \sigma_B \cdot r_{BH\infty}(\tau); \\ \sum_{i=1}^N S_i(\tau) = \sigma_H^2 \cdot s_{H\infty}(\tau); \\ \sum_{i=1}^N (\xi_{Mi} - m_\xi)^2 \cdot S_i(\tau) = \sigma_B^2 \cdot s_{B\infty}(\tau); \\ \sum_{i=1}^N (\xi_{Mi} - m_\xi) \cdot S_i(\tau) = \sigma_H \cdot \sigma_B \cdot s_{BH\infty}(\tau). \end{cases} \quad (2.2)$$

где $R_i(\tau)$, $S_i(\tau)$ - авто- и взаимная корреляционные функции квадратур сигнала, излучаемого i -той точкой модели; ξ_{Mi} - обобщенная координата i -той точки геометрической модели.

Выражения (2.1) и (2.2) позволяют сделать два важных вывода.

Во-первых, можно рассматривать отдельно моделирование углового шума с заданным законом распределения, определяющим угловое положение и угловые размеры замещаемого объекта (система уравнений (2.1)) и спектрально-корреляционных характеристик, определяющих флуктуации углового положения кажущегося центра излучения (система уравнений (2.2)).

Во-вторых, равенство спектрально-корреляционных характеристик угловых шумов объекта и модели гарантирует равенство параметров их

плотностей вероятности. Это очевидное следствие того, что параметры ПРВ угловых шумов (m и μ) определяются лишь мощностями излучаемых сигналов. В свою очередь, мощности сигналов получаются из автокорреляционных функций при $\tau = 0$.

Цель настоящего раздела – преобразовать условия адекватности (2.1) и (2.2) к форме записи, удобной для дальнейшей работы.

2.1. Условия, определяющие равенство корреляционных функций угловых шумов модели и замещаемого объекта

Цель подраздела: получить соотношения, определяющие взаимосвязь корреляционных функций объекта и модели произвольной конфигурации, выполнение которых обеспечивает адекватное моделирование спектрально-корреляционных характеристик угловых шумов.

Согласно принятому критерию адекватности по равенству корреляционных функций шумов координат модели и реального объекта, должны выполняться следующие равенства:

$$\left\{ \begin{array}{l} \sum_{i=1}^N R_i(\tau) = \sigma_H^2 \cdot r_{H\infty}(\tau); \\ \sum_{i=1}^N (\xi_{Mi} - m_\xi)^2 \cdot R_i(\tau) = \sigma_B^2 \cdot r_{B\infty}(\tau); \\ \sum_{i=1}^N (\xi_{Mi} - m_\xi) \cdot R_i(\tau) = \sigma_H \cdot \sigma_B \cdot r_{BH\infty}(\tau). \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \sum_{i=1}^N S_i(\tau) = \sigma_H^2 \cdot s_{H\infty}(\tau); \\ \sum_{i=1}^N (\xi_{Mi} - m_\xi)^2 \cdot S_i(\tau) = \sigma_B^2 \cdot s_{B\infty}(\tau); \\ \sum_{i=1}^N (\xi_{Mi} - m_\xi) \cdot S_i(\tau) = \sigma_H \cdot \sigma_B \cdot s_{BH\infty}(\tau). \end{array} \right.$$

Для краткости эти системы уравнений можно записать в виде:

$$\begin{cases} R_{HM}(\tau) = \sigma_H^2 \cdot r_{H\infty}(\tau); \\ R_{BM}(\tau) = \sigma_B^2 \cdot r_{B\infty}(\tau); \\ R_{BHM}(\tau) = \sigma_H \cdot \sigma_B \cdot r_{BH\infty}(\tau). \end{cases}$$

$$\begin{cases} S_{HM}(\tau) = \sigma_H^2 \cdot s_{H\infty}(\tau); \\ S_{BM}(\tau) = \sigma_B^2 \cdot s_{B\infty}(\tau); \\ S_{BHM}(\tau) = \sigma_H \cdot \sigma_B \cdot s_{BH\infty}(\tau). \end{cases}$$

Коэффициенты корреляции, относящиеся к замещаемому объекту, обозначены индексами ∞ . Корреляционные функции модели, замещающей объект, обозначены индексами M . Системы уравнений, содержащие автокорреляционные функции и взаимные корреляционные функции квадратур эхосигнала аналогичны, поэтому в дальнейшем для сокращения объема записей, будем приводить только выражения для автокорреляционных функций.

Запишем корреляционные функции, используя функцию $F_{R\infty}(\xi, \tau)$ замещаемого объекта:

$$\begin{cases} R_{H\infty}(\tau) = \sigma_H^2 \cdot r_{H\infty}(\tau) = \int \int \int_{\xi \ x \ y} F_{R\infty}(\xi, \tau) dy dx d\xi; \\ R_{B\infty}(\tau) = \sigma_B^2 \cdot r_{B\infty}(\tau) = \int \int \int_{\xi \ x \ y} (\xi - m_\xi)^2 \cdot F_{R\infty}(\xi, \tau) dy dx d\xi; \\ R_{BH\infty}(\tau) = \sigma_H \cdot \sigma_B \cdot r_{BH\infty}(\tau) = \int \int \int_{\xi \ x \ y} (\xi - m_\xi) \cdot F_{R\infty}(\xi, \tau) dy dx d\xi. \end{cases}$$

По координатам x и y , вследствие независимости отражений от блестящих точек объекта, происходит простое суммирование. Это позволяет перейти от объемной задачи к линейной, опуская в целях упрощения записи, интегрирование по координатам x и y .

Тогда, для принятого критерия адекватности можно записать:

$$\begin{cases} R_{H\infty}(\tau) = R_{HM}(\tau) = \int_{\xi} F_{RM}(\xi, \tau) d\xi; \\ R_{B\infty}(\tau) = R_{BM}(\tau) = \int_{\xi} (\xi - m_{\xi})^2 \cdot F_{RM}(\xi, \tau) d\xi; \\ R_{BH\infty}(\tau) = R_{BHM}(\tau) = \int_{\xi} (\xi - m_{\xi}) \cdot F_{RM}(\xi, \tau) d\xi. \end{cases}$$

Рассмотрим третье уравнение системы:

$$R_{BH\infty}(\tau) = \int_{\xi} (\xi - m_{\xi}) \cdot F_{RM}(\xi, \tau) d\xi = \int_{\xi} \xi \cdot F_{RM}(\xi, \tau) d\xi - m_{\xi} \int_{\xi} F_{RM}(\xi, \tau) d\xi.$$

Можно записать:

$$\int_{\xi} \xi \cdot F_{RM}(\xi, \tau) d\xi = R_{BH\infty}(\tau) + m_{\xi} \int_{\xi} F_{RM}(\xi, \tau) d\xi. \quad (2.3)$$

Рассмотрим второе уравнение системы:

$$\begin{aligned} R_{B\infty}(\tau) &= \int_{\xi} (\xi - m_{\xi})^2 \cdot F_{RM}(\xi, \tau) d\xi = \\ &= \int_{\xi} \xi^2 \cdot F_{RM}(\xi, \tau) d\xi - 2 \cdot m_{\xi} \int_{\xi} \xi \cdot F_{RM}(\xi, \tau) d\xi + m_{\xi}^2 \int_{\xi} F_{RM}(\xi, \tau) d\xi. \end{aligned}$$

Подставив (2.3) в полученное уравнение и с учетом равенства $R_{H\infty}(\tau) = \int_{\xi} F_{RM}(\xi, \tau) d\xi$, получим:

$$\begin{aligned} R_{B\infty}(\tau) &= \int_{\xi} \xi^2 \cdot F_{RM}(\xi, \tau) d\xi - 2 \cdot m_{\xi} \cdot (R_{BH\infty}(\tau) + m_{\xi} R_{H\infty}(\tau)) + m_{\xi}^2 \cdot R_{H\infty}(\tau) = \\ &= \int_{\xi} \xi^2 \cdot F_{RM}(\xi, \tau) d\xi - 2 \cdot m_{\xi} \cdot R_{BH\infty}(\tau) - m_{\xi}^2 \cdot R_{H\infty}(\tau). \end{aligned}$$

Сгруппировав в правой части уравнения все корреляционные функции, относящиеся к замещаемому объекту, получим:

$$\int_{\xi} \xi^2 \cdot F_{RM}(\xi, \tau) d\xi = R_{B\infty}(\tau) + 2 \cdot m_{\xi} \cdot R_{BH\infty}(\tau) + m_{\xi}^2 \cdot R_{H\infty}(\tau).$$

Аналогичное выражение можно получить для взаимных корреляционных функций квадратурных компонент эхосигнала и функции $F_{SM}(\xi, \tau)$:

$$\int_{\xi} \xi^2 \cdot F_{SM}(\xi, \tau) d\xi = S_{B\infty}(\tau) + 2 \cdot m_{\xi} \cdot S_{BH\infty}(\tau) + m_{\xi}^2 \cdot S_{H\infty}(\tau).$$

Или, объединяя оба уравнения в систему:

$$\begin{cases} \int_{\xi} \xi^2 \cdot F_{RM}(\xi, \tau) d\xi = R_{B\infty}(\tau) + 2 \cdot m_{\xi} \cdot R_{BH\infty}(\tau) + m_{\xi}^2 \cdot R_{H\infty}(\tau); \\ \int_{\xi} \xi^2 \cdot F_{SM}(\xi, \tau) d\xi = S_{B\infty}(\tau) + 2 \cdot m_{\xi} \cdot S_{BH\infty}(\tau) + m_{\xi}^2 \cdot S_{H\infty}(\tau). \end{cases} \quad (2.4)$$

Полученная система уравнений определяет взаимосвязь авто- и взаимных корреляционных функций квадратурных компонент эхосигнала от замещаемого объекта с аналогичными функциями сигналов, подводимых к излучателям модели. По сути, построение модели сводится к нахождению функций $F_{RM}(\xi, \tau)$ и $F_{SM}(\xi, \tau)$, а так же таких координат и количества излучающих точек модели, при которых справедлива система уравнений (2.4).

Система (2.4) определяет взаимосвязь между корреляционными функциями, присущими эхосигналу, отраженному от замещаемого объекта, и коэффициентами авто- и взаимной корреляции квадратурных составляющих сигналов, подводимых к точкам малоточечной геометрической модели. Видно, что коэффициенты корреляции сигналов, формируемых моделью и коэффициенты корреляции сигналов, рассеянных замещаемым объектом, связаны линейно.

Важно напомнить, что рассматриваемая модель не является одномерной. В силу независимости сигналов, формируемых моделью, по координатам, помимо рассматриваемой обобщенной, происходит их простое алгебраическое суммирование. В свою очередь, координата ξ_{Ml} определяется как проекция точки модели на координатную ось обобщенной координаты ξ_M . Для случая двумерной модели это показано на рис. 2.1. Аналогичный рисунок можно изобразить и для трехмерного случая.

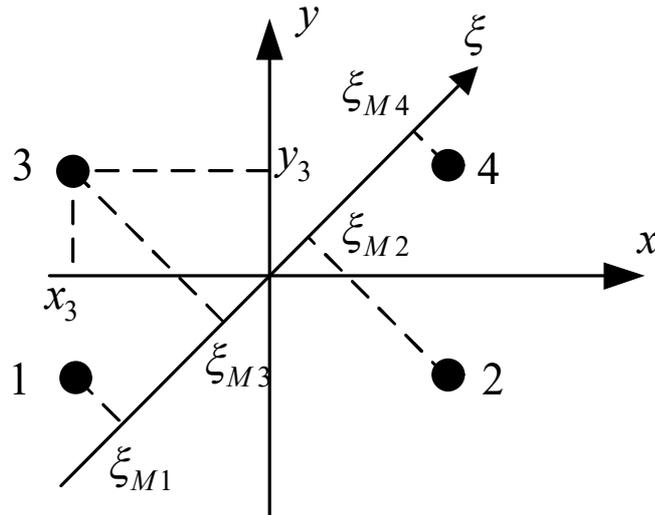


Рис. 2.1. К пояснению обобщенной координаты

Для начала рассмотрим некогерентную геометрическую модель объекта. В этом случае модель состоит из N точек, расположенных в координатах ξ_{Mi} . К точкам модели подводятся не коррелированные случайные сигналы, распределенные по нормальному закону. Их начальная фаза распределена равномерно в интервале $[0; 2 \cdot \pi]$.

С учетом сделанных допущений функция $F_{RM}(\xi, \tau)$ может быть представлена в следующем виде:

$$F_{RM}(\xi, \tau) = \sum_{i=1}^N \left(\sigma_i^2 \cdot r_{Mi}(\tau) \cdot \delta(\xi - \xi_{Mi}) \right), \quad (2.5)$$

где: $\delta(\dots)$ - дельта функция; $r_{Mi}(\tau)$ - коэффициент автокорреляции квадратурной компоненты сигнала, излучаемого i -той точкой модели; σ_i^2 - дисперсия сигнала, излучаемого i -той точкой модели.

Аналогично можно представить и функцию $F_{SM}(\xi, \tau)$, заменив в (2.5) $r_{Mi}(\tau)$ на $s_{Mi}(\tau)$.

Тогда система (2.4) примет вид:

$$\begin{cases} \int_{\xi} \xi^2 \cdot \sum_{i=1}^N \sigma_i^2 \cdot r_{Mi}(\tau) \cdot \delta(\xi - \xi_{Mi}) d\xi = R_{B\infty}(\tau) + 2 \cdot m_{\xi} \cdot R_{BH\infty}(\tau) + m_{\xi}^2 \cdot R_{H\infty}(\tau); \\ \int_{\xi} \xi^2 \cdot \sum_{i=1}^N \sigma_i^2 \cdot s_{Mi}(\tau) \cdot \delta(\xi - \xi_{Mi}) d\xi = S_{B\infty}(\tau) + 2 \cdot m_{\xi} \cdot S_{BH\infty}(\tau) + m_{\xi}^2 \cdot S_{H\infty}(\tau). \end{cases}$$

Используя фильтрующее свойство дельта-функции, получим:

$$\begin{cases} \sum_{i=1}^N \sigma_i^2 \cdot \xi_{Mi}^2 \cdot r_{Mi}(\tau) = R_{B\infty}(\tau) + 2 \cdot m_{\xi} \cdot R_{BH\infty}(\tau) + m_{\xi}^2 \cdot R_{H\infty}(\tau); \\ \sum_{i=1}^N \sigma_i^2 \cdot \xi_{Mi}^2 \cdot s_{Mi}(\tau) = S_{B\infty}(\tau) + 2 \cdot m_{\xi} \cdot S_{BH\infty}(\tau) + m_{\xi}^2 \cdot S_{H\infty}(\tau). \end{cases}$$

Запишем полученные выражения через функции $F_{R\infty}(\xi, \tau)$ и $F_{S\infty}(\xi, \tau)$:

$$\begin{cases} \sum_{i=1}^N \sigma_i^2 \cdot \xi_{Mi}^2 \cdot r_{Mi}(\tau) = \int_{\xi} (\xi - m_{\xi})^2 \cdot F_{R\infty}(\xi, \tau) d\xi + 2 \cdot m_{\xi} \cdot \int_{\xi} (\xi - m_{\xi}) \cdot F_{R\infty}(\xi, \tau) d\xi + \\ + m_{\xi}^2 \cdot \int_{\xi} F_{R\infty}(\xi, \tau) d\xi; \\ \sum_{i=1}^N \sigma_i^2 \cdot \xi_{Mi}^2 \cdot s_{Mi}(\tau) = \int_{\xi} (\xi - m_{\xi})^2 \cdot F_{S\infty}(\xi, \tau) d\xi + 2 \cdot m_{\xi} \cdot \int_{\xi} (\xi - m_{\xi}) \cdot F_{S\infty}(\xi, \tau) d\xi + \\ + m_{\xi}^2 \cdot \int_{\xi} F_{S\infty}(\xi, \tau) d\xi. \end{cases}$$

Раскрыв скобки и приведя подобные, получим:

$$\begin{cases} \sum_{i=1}^N \sigma_i^2 \cdot \xi_{Mi}^2 \cdot r_{Mi}(\tau) = \int_{\xi} \xi^2 \cdot F_{R\infty}(\xi, \tau) d\xi; \\ \sum_{i=1}^N \sigma_i^2 \cdot \xi_{Mi}^2 \cdot s_{Mi}(\tau) = \int_{\xi} \xi^2 \cdot F_{S\infty}(\xi, \tau) d\xi. \end{cases} \quad (2.6)$$

Для вычисления интегралов перейдем к многоточечной дискретной геометрической модели замещаемого объекта. Разобьем объект на K частей. В пределе, при $K \rightarrow \infty$, каждая часть представляет собой точку с обобщенной координатой ξ_{obj} , где j - порядковый номер фрагмента объекта. Каждый фрагмент объекта отражает сигнал с коэффициентом автокорреляции квадратурных составляющих $r_j(\tau)$ и коэффициентом взаимной корреляции

квadrатурных составляющих $s_j(\tau)$. Тогда, с учетом не коррелированности сигналов, отраженных от точек объекта, функции $F_{R\infty}(\xi, \tau)$ и $F_{S\infty}(\xi, \tau)$ можно представить в виде:

$$\begin{cases} F_{R\infty}(\xi, \tau) = \lim_{K \rightarrow \infty} \left[\sum_{j=1}^K \left[\sigma_{\infty j}^2 \cdot r_j(\tau) \cdot \delta(\xi - \xi_{\infty j}) \right] \right]; \\ F_{S\infty}(\xi, \tau) = \lim_{K \rightarrow \infty} \left[\sum_{j=1}^K \left[\sigma_{\infty j}^2 \cdot s_j(\tau) \cdot \delta(\xi - \xi_{\infty j}) \right] \right]. \end{cases} \quad (2.7)$$

где $\sigma_{\infty j}^2$ - дисперсия сигнала, отраженного от j -того фрагмента объекта.

Подставив (2.7) в (2.6), и, для краткости записи, опустив знак предела, получим:

$$\begin{cases} \sum_{i=1}^N \sigma_i^2 \cdot \xi_{Mi}^2 \cdot r_{Mi}(\tau) = \int_{\xi} \xi^2 \cdot \sum_{j=1}^K \left[\sigma_{\infty j}^2 \cdot r_j(\tau) \cdot \delta(\xi - \xi_{\infty j}) \right] d\xi = \\ = \sum_{j=1}^K \left[\xi_{\infty j}^2 \cdot \sigma_{\infty j}^2 \cdot r_j(\tau) \right]; \\ \sum_{i=1}^N \sigma_i^2 \cdot \xi_{Mi}^2 \cdot s_{Mi}(\tau) = \int_{\xi} \xi^2 \cdot \sum_{j=1}^K \left[\sigma_{\infty j}^2 \cdot s_j(\tau) \cdot \delta(\xi - \xi_{\infty j}) \right] d\xi = \\ = \sum_{j=1}^K \left[\xi_{\infty j}^2 \cdot \sigma_{\infty j}^2 \cdot s_j(\tau) \right]. \end{cases} \quad (2.8)$$

В случае, если функции $F_{R\infty}(\xi, \tau)$ и $F_{S\infty}(\xi, \tau)$ замещаемого объекта непрерывны (замещаемый объект содержит бесконечно большое количество отражающих точек), выражение (2.8) принимает вид:

$$\begin{cases} \sum_{i=1}^N \sigma_i^2 \cdot \xi_{Mi}^2 \cdot r_{Mi}(\tau) = \int_{\xi} \xi^2 \cdot \sigma_{\infty}^2(\xi) \cdot r(\xi, \tau) d\xi; \\ \sum_{i=1}^N \sigma_i^2 \cdot \xi_{Mi}^2 \cdot s_{Mi}(\tau) = \int_{\xi} \xi^2 \cdot \sigma_{\infty}^2(\xi) \cdot s(\xi, \tau) d\xi. \end{cases}$$

Полученные выражения не сложно обобщить на случай, когда к точкам модели подводятся коррелированные сигналы. Их статистическая взаимосвязь

определяется коэффициентом взаимной корреляции $\rho_{i,j}(\tau)$. Тогда, с учетом выражений, приведенных в [141–143]:

$$\begin{cases} \sum_{i=1}^N \sigma_i^2 \cdot \xi_{Mi}^2 \cdot r_{Mi}(\tau) + \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N \sigma_i \cdot \xi_{Mi} \cdot \sigma_j \cdot \xi_{Mj} \cdot \rho_{i,j}(\tau) = \sum_{j=1}^K [\xi_{\infty j}^2 \cdot \sigma_{\infty j}^2 \cdot r_j(\tau)]; \\ \sum_{i=1}^N \sigma_i^2 \cdot \xi_{Mi}^2 \cdot s_{Mi}(\tau) + \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N \sigma_i \cdot \xi_{Mi} \cdot \sigma_j \cdot \xi_{Mj} \cdot \rho_{i,j}(\tau) = \sum_{j=1}^K [\xi_{\infty j}^2 \cdot \sigma_{\infty j}^2 \cdot s_j(\tau)]. \end{cases} \quad (2.9)$$

Для объектов, содержащих бесконечное количество отражающих точек, (2.9) принимают вид:

$$\begin{cases} \sum_{i=1}^N \sigma_i^2 \cdot \xi_{Mi}^2 \cdot r_{Mi}(\tau) + \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N \sigma_i \cdot \xi_{Mi} \cdot \sigma_j \cdot \xi_{Mj} \cdot \rho_{i,j}(\tau) = \int_{\xi} \xi^2 \cdot \sigma_{\infty}^2(\xi) \cdot r(\xi, \tau) d\xi; \\ \sum_{i=1}^N \sigma_i^2 \cdot \xi_{Mi}^2 \cdot s_{Mi}(\tau) + \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N \sigma_i \cdot \xi_{Mi} \cdot \sigma_j \cdot \xi_{Mj} \cdot \rho_{i,j}(\tau) = \int_{\xi} \xi^2 \cdot \sigma_{\infty}^2(\xi) \cdot s(\xi, \tau) d\xi. \end{cases}$$

Таким образом, соотношения (2.8) и (2.9), определяют взаимосвязь между пространственным распределением плотности авто- и взаимной корреляции квадратурных составляющих эхосигнала по замещаемому объекту и теми же характеристиками модели.

Синтез некогерентной геометрической модели, адекватной по критерию равенства корреляционной функции угловых шумов модели и замещаемого объекта, заключается в определении таких параметров модели (координат и количества излучающих точек, а также корреляционных функций излучаемых сигналов), при которых обеспечивается выполнение всех равенств системы (2.8).

Для случая частично когерентной модели к перечню параметров модели добавляется коэффициент взаимной корреляции сигналов, подводимых к точкам модели. Синтез такой модели заключается в обеспечении выполнения всех равенств системы (2.9).

2.2. Условия, определяющие равенство параметров ПРВ угловых шумов модели и замещаемого объекта

Как показано ранее, требования к коэффициентам авто- и взаимной корреляции квадратурных составляющих сигналов, формируемых малоточечной моделью, определяются соотношением (2.8) при отсутствии корреляционной связи между формируемыми сигналами, либо (2.9) при наличии такой корреляционной связи.

Возможность синтеза модели определяется условиями физической реализуемости коэффициентов авто- и взаимной корреляции квадратурных компонент сигнала, излучаемого из i -той точки модели. Их можно записать в следующем виде [141,143]:

$$\left\{ \begin{array}{l} 0 \leq \sqrt{r_{Mi}(\tau) + s_{Mi}(\tau)} \leq 1; \\ r_{Mi}(0) = 1; \\ s_{Mi}(0) = 0; \\ |r_{Mi}(\tau)| \leq 1; \\ |s_{Mi}(\tau)| \leq 1; \\ \sigma_i^2 \geq 0. \end{array} \right. \quad (2.10)$$

При этом в процессе синтеза геометрической модели физическая реализуемость коэффициентов авто- и взаимной корреляции квадратурных компонент сигналов, подводимых к i -той точке модели ($r_{Mi}(\tau)$ и $s_{Mi}(\tau)$ соответственно) в первую очередь может быть достигнута выбором соответствующего количества точек (N), их координат (ξ_{Mi}), а так же мощностей сигналов (σ_{Mi}^2).

Согласно (1.4), координаты точек модели и мощности определяют ПРВ угловых шумов. Точнее, среднее значение (m) и параметр μ . Сама же функция, определяющая ПРВ угловых шумов, остается неизменной и определяется (1.3).

Согласно принятому критерию адекватности, параметры ПРВ угловых шумов модели и мощность сигнала в точке наблюдения должны совпадать с соответствующими параметрами для замещаемого объекта (2.1).

Цель подраздела: получить соотношения, определяющие взаимосвязь параметров ПРВ угловых шумов объекта и модели произвольной конфигурации, выполнение которых обеспечивает моделирование угловых шумов с заданной ПРВ.

Определим зависимость параметров ПРВ угловых шумов малоточечной модели от координат излучающих точек и мощностей сигналов, подводимых к ним.

Для начала рассмотрим геометрическую модель, состоящую из двух точек, произвольным образом расположенных на плоскости. Затем обобщим полученный результат на случай геометрической модели, содержащей произвольное количество точек.

Рассмотрим координатную плоскость XoY (рис. 2.2). Совместим начала координат декартовой системы координат и полярной. Разместим на плоскости две точки с полярными координатами: $(L_1; \psi_1)$ и $(L_2; \psi_2)$. Расстояние точки от начала координат определяется размером модели и лежит в диапазоне $[0; \infty]$. Угол поворота определяет ориентацию модели. Он отсчитывается от горизонтальной оси oX и лежит в диапазоне $[-\pi; \pi]$.

Рассмотрим обобщенную координату ξ , по которой производится пеленгация. Направление обобщенной координаты задается углом поворота θ относительно оси oX декартовой системы. Угол θ лежит в диапазоне $[-\pi; \pi]$. Например, при совпадении координатной оси ξ с осью oX можно говорить о пеленгации объекта в азимутальной плоскости, а при совпадении направления с осью oY – в угломестной.

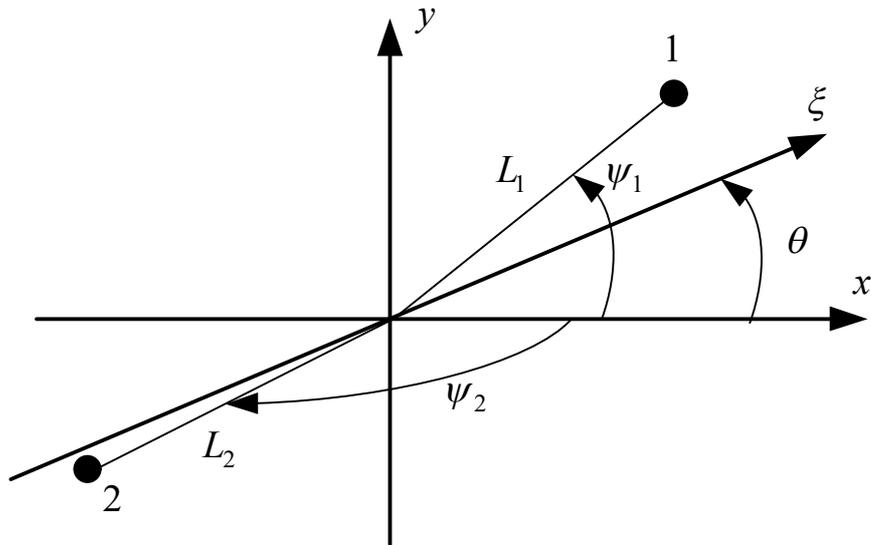


Рис. 2.2. Расположение точек двухточечной модели

Как и в случае с корреляционной функцией угловых шумов, рассмотрим сначала некогерентную геометрическую модель, затем обобщим полученный результат на случай частично когерентной.

2.2.1. Некогерентные геометрические модели

Рассмотрим модель, к точкам которой подводятся не коррелированные сигналы. Примем, что мгновенные значения квадратурных составляющих сигналов распределены нормально.

Функция распределения интенсивности излучения такой модели определяется выражением:

$$F_R(x, y) = \sigma_2^2 \cdot \delta(x - L_2 \cdot \cos(\psi_2), y - L_2 \cdot \sin(\psi_2)) + \sigma_1^2 \cdot \delta(x - L_1 \cdot \cos(\psi_1), y - L_1 \cdot \sin(\psi_1)),$$

где $\delta(x, y)$ - двумерная дельта функция; σ_i^2 - дисперсия сигнала, подводимого к i -той точке модели.

Рассмотрим пеленг модели по направлению обобщенной координаты. Для этого определим функцию распределения интенсивности излучающих точек по координате ξ :

$$F_R(\xi) = \sigma_2^2 \cdot \delta(\xi - L_2 \cdot \cos(\theta - \psi_2)) + \sigma_1^2 \cdot \delta(\xi - L_1 \cdot \cos(\theta - \psi_1)). \quad (2.11)$$

Математическое ожидание углового шума вдоль обобщенной координаты определяется выражением:

$$m(\theta) = \frac{\int_{\xi} \xi \cdot F_R(\xi) d\xi}{\int_{\xi} F_R(\xi) d\xi}.$$

Для рассматриваемой модели, с учетом (2.11) получим:

$$\begin{aligned} m(\theta) &= \frac{\int_{\xi} \left(\xi \cdot \sigma_2^2 \cdot \delta(\xi - L_2 \cdot \cos(\theta - \psi_2)) + \xi \cdot \sigma_1^2 \cdot \delta(\xi - L_1 \cdot \cos(\theta - \psi_1)) \right) d\xi}{\int_{\xi} \left(\sigma_2^2 \cdot \delta(\xi - L_2 \cdot \cos(\theta - \psi_2)) + \sigma_1^2 \cdot \delta(\xi - L_1 \cdot \cos(\theta - \psi_1)) \right) d\xi} = \\ &= \frac{\sigma_2^2 \cdot L_2 \cdot \cos(\theta - \psi_2) + \sigma_1^2 \cdot L_1 \cdot \cos(\theta - \psi_1)}{\sigma_2^2 + \sigma_1^2}. \end{aligned}$$

Аналогично можно получить выражение, определяющее параметр μ :

$$\begin{aligned} \mu^2(\theta) &= \frac{\int_{\xi} F_R(\xi) d\xi}{\int_{\xi} (\xi - m(\theta))^2 \cdot F_R(\xi) d\xi} = \\ &= \frac{\int_{\xi} \left(\sigma_2^2 \cdot \delta(\xi - L_2 \cdot \cos(\theta - \psi_2)) + \sigma_1^2 \cdot \delta(\xi - L_1 \cdot \cos(\theta - \psi_1)) \right) d\xi}{\int_{\xi} \left((\xi - m(\theta))^2 \cdot \left[\sigma_2^2 \cdot \delta(\xi - L_2 \cdot \cos(\theta - \psi_2)) + \sigma_1^2 \cdot \delta(\xi - L_1 \cdot \cos(\theta - \psi_1)) \right] \right) d\xi}. \end{aligned}$$

Очевидно, что интеграл в числителе равен $\sigma_H^2 = \sigma_2^2 + \sigma_1^2$.

Рассмотрим интеграл в знаменателе.

$$\begin{aligned} &\int_{\xi} \left((\xi - m(\theta))^2 \cdot \left[\sigma_2^2 \cdot \delta(\xi - L_2 \cdot \cos(\theta - \psi_2)) + \sigma_1^2 \cdot \delta(\xi - L_1 \cdot \cos(\theta - \psi_1)) \right] \right) d\xi = \\ &= \int_{\xi} \left(\left(\xi^2 - 2 \cdot \xi \cdot m(\theta) + m^2(\theta) \right) \cdot \left[\sigma_2^2 \cdot \delta(\xi - L_2 \cdot \cos(\theta - \psi_2)) + \sigma_1^2 \cdot \delta(\xi - L_1 \cdot \cos(\theta - \psi_1)) \right] \right) d\xi = \\ &= \int_{\xi} \xi^2 \cdot F_R(\xi) d\xi - 2 \cdot m(\theta) \int_{\xi} \xi \cdot F_R(\xi) d\xi + m^2(\theta) \int_{\xi} F_R(\xi) d\xi. \end{aligned}$$

Рассмотрим каждый из интегралов по отдельности.

Первое слагаемое:

$$\int_{\xi} \xi^2 \cdot F_R(\xi) d\xi = \sigma_2^2 \cdot (L_2 \cdot \cos(\theta - \psi_2))^2 + \sigma_1^2 \cdot (L_1 \cdot \cos(\theta - \psi_1))^2.$$

Второе слагаемое:

$$\begin{aligned} -2 \cdot m(\theta) \cdot \int_{\xi} \xi \cdot F_R(\xi) d\xi &= -2 \cdot m(\theta) \cdot \sigma_H^2 = \\ &= -2 \cdot \frac{\sigma_2^2 \cdot L_2 \cdot \cos(\theta - \psi_2) + \sigma_1^2 \cdot L_1 \cdot \cos(\theta - \psi_1)}{\sigma_H^2}. \end{aligned}$$

Третье слагаемое:

$$m^2(\theta) \cdot \int_{\xi} F_R(\xi) d\xi = m^2(\theta) \cdot \sigma_H^2 = \frac{\sigma_2^2 \cdot L_2 \cdot \cos(\theta - \psi_2) + \sigma_1^2 \cdot L_1 \cdot \cos(\theta - \psi_1)}{\sigma_H^2}.$$

Тогда:

$$\mu^2(\theta) = \frac{\sigma_H^2}{\sigma_2^2 (L_2 \cdot \cos(\theta - \psi_2))^2 + \sigma_1^2 (L_1 \cdot \cos(\theta - \psi_1))^2 - m^2(\theta) \cdot \sigma_H^2}.$$

Введем обозначение: $L_{\text{ПР}i} = L_i \cdot \cos(\theta - \psi_i)$, где i - порядковый номер точки. Тогда выражения для математического ожидания и параметра μ примут вид:

$$m(\theta) = \frac{\sigma_2^2 \cdot L_{\text{ПР}2}(\theta) + \sigma_1^2 \cdot L_{\text{ПР}1}(\theta)}{\sigma_2^2 + \sigma_1^2} = \frac{\sigma_2^2 \cdot L_{\text{ПР}2}(\theta) + \sigma_1^2 \cdot L_{\text{ПР}1}(\theta)}{\sigma_H^2};$$

$$\begin{aligned} \mu^2(\theta) &= \frac{\sigma_2^2 + \sigma_1^2}{\sigma_2^2 \cdot L_{\text{ПР}2}^2(\theta) + \sigma_1^2 \cdot L_{\text{ПР}1}^2(\theta) - m^2(\theta) \cdot (\sigma_1^2 + \sigma_2^2)} = \\ &= \frac{\sigma_H^2}{\sigma_2^2 \cdot L_{\text{ПР}2}^2(\theta) + \sigma_1^2 \cdot L_{\text{ПР}1}^2(\theta) - m^2(\theta) \cdot \sigma_H^2} \end{aligned}$$

Не сложно заметить, что полученные соотношения можно обобщить на случай N точек, расположенных на плоскости, каждая из которых имеет полярные координаты $(L_i; \psi_i)$. Пример подобной модели изображен на рис.

2.3. Соотношения для m и μ примут вид:

$$m(\theta) = \frac{\sum_{i=1}^N \sigma_i^2 \cdot L_{\Pi Pi}(\theta)}{\sum_{i=1}^N \sigma_i^2} = \frac{\sum_{i=1}^N \sigma_i^2 \cdot L_{\Pi Pi}(\theta)}{\sigma_H^2}; \quad (2.12)$$

$$\mu^2(\theta) = \frac{\sum_{i=1}^N \sigma_i^2}{\sum_{i=1}^N \sigma_i^2 \cdot L_{\Pi Pi}^2(\theta) - m^2(\theta) \cdot \sum_{i=1}^N \sigma_i^2} = \frac{\sigma_H^2}{\sum_{i=1}^N \sigma_i^2 \cdot L_{\Pi Pi}^2(\theta) - m^2(\theta) \cdot \sigma_H^2}. \quad (2.13)$$

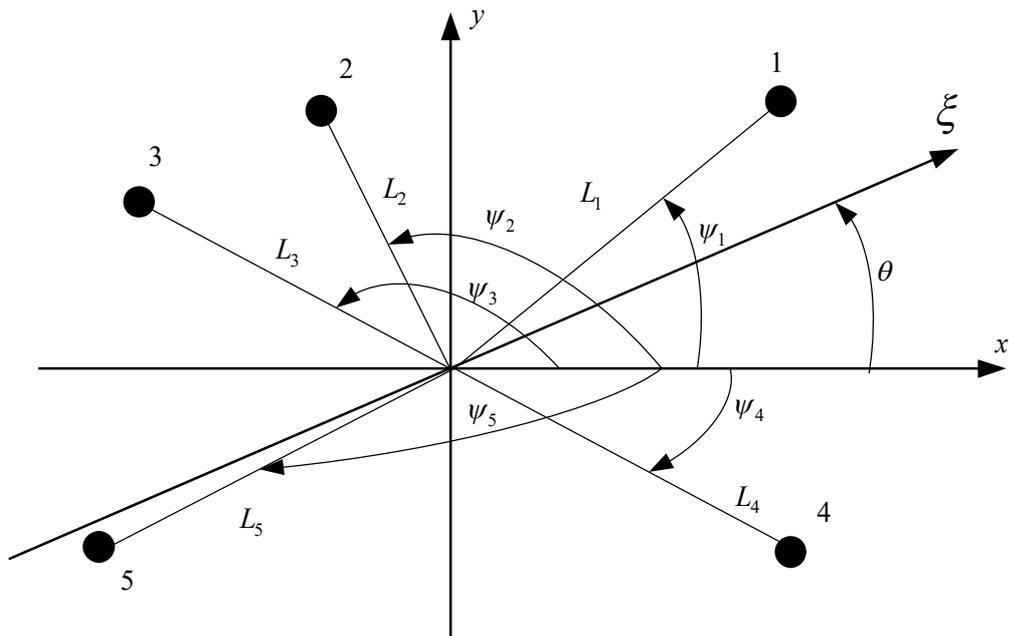


Рис. 2.3. Пример многоточечной геометрической модели объекта

Таким образом, получены соотношения, позволяющие получить параметры ПРВ угловых шумов при произвольном расположении и количестве точек модели, к которым подводятся статистически независимые сигналы.

Соотношения (2.12) и (2.13) позволяют помимо анализа геометрической модели осуществить ее синтез по заданным значениям $m(\theta)$ и $\mu(\theta)$. Для этого их необходимо записать в виде системы уравнений:

$$\begin{cases} \sum_{i=1}^N [(m(\theta) - L_{\text{ПР}i}(\theta)) \cdot \sigma_i^2] = 0; \\ \sum_{i=1}^N \left[\left(\frac{1}{\mu^2(\theta)} - L_{\text{ПР}i}^2 + m^2(\theta) \right) \cdot \sigma_i^2 \right] = 0; \\ \sum_{i=1}^N \sigma_i^2 - \sigma_H^2 = 0. \end{cases} \quad (2.14)$$

Первое уравнение системы получено из (2.12) и обеспечивает равенство математического ожидания угловых шумов модели и замещаемого объекта. Второе – из (2.13) и обеспечивает равенство параметра μ для модели и замещаемого объекта. Третье обеспечивает равенство мощностей эхосигналов от модели и замещаемого объекта.

Синтез малоточечной модели можно проводить решая (2.14) относительно неизвестных $L_{\text{ПР}i}(\theta)$ и σ_i^2 . В результате будут получены координаты точек модели и мощности их сигналов, при которых обеспечиваются заданные параметры ПРВ угловых шумов.

Синтез малоточечной модели по (2.14) для задачи имитации отражений с помощью матричных имитаторов, сокращает количество неизвестных. Происходит это в силу того, что координаты точек модели уже определены положением антенн матричного имитатора – геометрия малоточечной модели задана. В этом случае синтез модели сводится к определению только мощностей излучаемых сигналов, при которых матричный излучатель формирует отражения от замещаемого радиолокационного объекта с заданными параметрами ПРВ угловых шумов.

2.2.2. Частично когерентные геометрические модели

Соотношения для определения параметров ПРВ угловых шумов для модели с корреляционными связями получим, основываясь на модели с независимыми излучателями.

Рассмотрим модель с конфигурацией точек, изображенной на рис. 2.3, между сигналами которой существует статистическая связь. Эта связь

характеризуется коэффициентом взаимной корреляции $\rho_{i,j}$, где i и j - номера точек модели.

В знаменателе выражения (2.12) стоит σ_H^2 - суммарная мощность сигнала в точке наблюдения. С учетом корреляционных связей между сигналами, она определяется выражением [141,144]:

$$\sigma_H^2 = \sum_{i=1}^N \sigma_i^2 + 2 \cdot \sum_{i=1}^N \sum_{j=i+1}^N \sigma_i \cdot \sigma_j \cdot \rho_{i,j}.$$

Тогда выражение для определения математического ожидания ПРВ угловых шумов примет вид:

$$m(\theta) = \frac{\sum_{i=1}^N \sigma_{ei}^2 \cdot (L_{\Pi Pi}(\theta) - L_{cp})}{\sigma_H^2} + L_{cp} = \frac{\sum_{i=1}^N \sigma_{ei}^2 \cdot (L_{\Pi Pi}(\theta) - L_{cp})}{\sum_{i=1}^N \sigma_i^2 + 2 \cdot \sum_{i=1}^N \sum_{j=i+1}^N \sigma_i \cdot \sigma_j \cdot \rho_{i,j}} + L_{cp}, \quad (2.15)$$

где $L_{cp} = \frac{\sum_{i=1}^N L_{\Pi Pi}(\theta)}{N}$ - среднее значение координат всех излучающих точек, обеспечивающее центрированность системы координат [23];

$\sigma_{ei}^2 = \sum_{j=1}^N \sigma_i \cdot \sigma_j \cdot \rho_{i,j}$ - эквивалентная дисперсия сигнала, i -той точки модели (определяется с учетом корреляционных связей между сигналами разных точек) [141,142].

Рассмотрим параметр μ :

$$\mu^2(\theta) = \frac{\int_{\xi} F_R(\xi) d\xi}{\int_{\xi} (\xi - m(\theta))^2 \cdot F_R(\xi) d\xi}.$$

Интеграл в числителе – мощность сигнала в точке наблюдения. Преобразуем интеграл в знаменателе:

$$\int_{\xi} (\xi - m(\theta))^2 \cdot F_R(\xi) d\xi =$$

$$= \sum_{i=1}^N (L_{PP_i}(\theta) - m)^2 \cdot \sigma_i^2 + 2 \cdot \sum_{i=1}^N \sum_{j=i+1}^N (L_{PP_i}(\theta) - m) \cdot \sigma_i \cdot (L_{PP_j}(\theta) - m) \cdot \sigma_j \cdot \rho_{i,j}.$$

С учетом выполненных преобразований получим:

$$\mu^2(\theta) =$$

$$\frac{\sum_{i=1}^N \sigma_i^2 + 2 \cdot \sum_{i=1}^N \sum_{j=i+1}^N \sigma_i \cdot \sigma_j \cdot \rho_{i,j}}{\sum_{i=1}^N (L_{PP_i}(\theta) - m)^2 \sigma_i^2 + 2 \sum_{i=1}^N \sum_{j=i+1}^N (L_{PP_i}(\theta) - m)(L_{PP_j}(\theta) - m) \sigma_i \sigma_j \rho_{i,j}} \quad (2.16)$$

Таким образом, получены соотношения, определяющие параметры ПРВ угловых шумов геометрической модели, составленной из произвольного количества точек, с учетом корреляционных связей между сигналами ее точек. Не сложно убедиться, что при подстановке в выражения (2.15) и (2.16) $\rho_{i,j} = 0$ получаем выражения (2.12) и (2.13), определяющие те же параметры для модели, излучающей статистически независимые сигналы.

2.3. Выводы к разделу 2

По разделу можно сделать следующие выводы.

1. Проведено преобразование аналитической записи критериев адекватного моделирования к форме, удобной для дальнейшей работы. Рассмотрено отдельно два критерия синтеза моделей. Соответствие модели первому критерию гарантирует заданные спектрально-корреляционные свойства формируемых угловых шумов и параметры их ПРВ. Второму – только заданные параметры ПРВ угловых шумов.

2. Для синтеза геометрической модели адекватной по критерию равенства корреляционных функций угловых шумов модели и замещаемого объекта требуется:

- а. Определить количество точек модели (число N) и их координат (ξ_{Mi}) исходя из требуемых значений параметров ПРВ угловых

шумов замещаемого радиолокационного объекта, для рассматриваемого направления обобщенной координаты.

- b. С учетом выбранной конфигурации излучающих точек определить авто- и взаимные корреляционные функции квадратурных компонент сигналов модели ($\sigma_i^2 \cdot r_{Mi}(\tau)$ и $\sigma_i^2 \cdot s_{Mi}(\tau)$), при которых будет справедлива система равенств (2.8) для некогерентных моделей или (2.9) для частично когерентных и выполняются условия их физической реализуемости (2.10).
- c. Для радиолокационных объектов, распределенных по двум угловым координатам, критерии адекватности должны выполняться для двух взаимно ортогональных направлений оси обобщенных координат.

3. Наиболее удобными с точки зрения построения матричных имитаторов являются геометрические модели, не требующие перемещения излучающих точек при замещении отражений от различных радиолокационных объектов. Это позволяет дополнить сформулированные критерии адекватности моделирования требования к синтезируемым геометрическим моделям:

- a. Модель должна обеспечивать возможность отдельного управления параметрами ПРВ угловых шумов для двух взаимно ортогональных угловых направлений обобщенной координаты, не требуя перемещения точек.
- b. Модель должна обеспечивать возможность отдельного управления параметрами ПРВ угловых шумов в пределах каждого из рассматриваемых направлений обобщенной координаты, не требуя перемещения точек.

3. Модели, обеспечивающие заданные спектрально-корреляционные характеристики угловых шумов распределенных объектов

В предыдущем разделе сформулированы критерии адекватности моделей, замещающих отражения от распределенных объектов.

Получены соотношения (2.8) и (2.9), определяющие условия адекватного моделирования отражений от распределенного объекта. Можно утверждать, что при выполнении указанных равенств, модель адекватно замещает отражения от сложного радиолокационного объекта, как по критерию равенства вероятностных характеристик, так и по критерию равенства спектрально-корреляционных характеристик.

Модель, обеспечивающая выполнение равенств (2.8) и (2.9), может быть не единственна. Эти модели могут различаться количеством точек, их расположением, свойствами излучаемых сигналов. В настоящее время развит аппарат синтеза моделей, излучающих не коррелированные сигналы [62,118,133,138]. Вопрос синтеза одномерных некогерентных моделей рассматривался в работах [62,133]. Эти результаты развиты в работах [118,136,138] на двумерный случай. В обоих случаях отмечается, что модели способны замещать объект, позволяющий разделение пространственной и временной переменных в функциях $F_R(\xi, \tau)$ и $F_S(\xi, \tau)$. Это существенно ограничивает класс объектов, для которых могут быть синтезированы такие модели. Объекты, не допускающие разделение пространственной и временной переменных, предлагается разбивать на более мелкие части, для выполнения указанного требования. Однако алгоритмы разбиения не рассматриваются, требуемое количество фрагментов не определено. Это делает процедуру синтеза таких моделей итерационной и сложно прогнозируемой. Кроме того, известные из литературы способы синтеза некогерентных моделей имеют жесткую привязку к геометрической конфигурации модели. Синтез модели произвольной конфигурации известными способами невозможен.

Вопросы синтеза моделей, обеспечивающих заданную корреляционную функцию угловых шумов и излучающих статистически связанные сигналы, в литературе не рассмотрены.

В [61,138,145,146] рассмотрен спектральный подход к синтезу геометрических моделей. При этом модель синтезируется на основе известного распределения спектральной плотности мощности эхосигнала по объекту. Однако этот подход также применим лишь к геометрическим моделям определенной конфигурации. Синтез модели произвольной конфигурации с его помощью невозможен.

Цель раздела обосновать методы синтеза малоточечных геометрических моделей, излучающих сигналы с произвольной величиной коэффициента взаимной корреляции и обеспечивающих заданные спектрально-корреляционные характеристики угловых шумов распределенного объекта.

Задачи:

1. Разработать аппарат синтеза геометрических моделей произвольной конфигурации, излучающих не коррелированные сигналы, на основе заданных функций распределения плотности авто- и взаимной корреляции по поверхности моделируемого объекта ($F_R(\xi, \tau)$ и $F_S(\xi, \tau)$).

2. Разработать аппарат синтеза геометрических моделей произвольной конфигурации, излучающих коррелированные сигналы, на основе заданных $F_R(\xi, \tau)$ и $F_S(\xi, \tau)$.

3. Развить предложенные аппараты синтеза моделей на основе заданных $F_R(\xi, \tau)$ и $F_S(\xi, \tau)$ на метод синтеза геометрических моделей на основе спектральных характеристик замещаемого объекта.

4. Обосновать достоверность моделирования угловых шумов на основе суперпозиции двухточечных когерентных геометрических моделей, замещающих сложный объект по точкам.

3.1. Синтез геометрических моделей распределенных объектов, излучающих некоррелированные сигналы

Синтез модели заключается в определении ее параметров. К их числу относятся координаты и количество излучающих точек, корреляционные функции излучаемых сигналов.

Данный подраздел посвящен определению корреляционных функций сигналов, излучаемых из точек модели, а также ограничений на геометрию модели, гарантирующих ее физическую реализуемость.

3.1.1 Корреляционный подход к синтезу некогерентных геометрических моделей

Решение системы (2.8) для геометрической модели произвольной конфигурации в общем виде не может быть найдено – не определено количество точек модели и их местоположение. С учетом этого целесообразно рассмотреть частный случай: все точки модели излучают сигналы с одинаковыми корреляционными свойствами [147]. Это означает что коэффициенты авто- и взаимной корреляции квадратурных составляющих одинаковы для всех излучаемых сигналов ($r_{Mi}(\tau) = r_M(\tau)$ и $s_{Mi}(\tau) = s_M(\tau)$).

Тогда система (2.8) примет вид:

$$\begin{cases} r_M(\tau) \cdot \sum_{i=1}^N \sigma_i^2 \cdot \xi_{Mi}^2 = \sum_{j=1}^K [\xi_{\infty j}^2 \cdot \sigma_{\infty j}^2 \cdot r_j(\tau)]; \\ s_M(\tau) \cdot \sum_{i=1}^N \sigma_i^2 \cdot \xi_{Mi}^2 = \sum_{j=1}^K [\xi_{\infty j}^2 \cdot \sigma_{\infty j}^2 \cdot s_j(\tau)]. \end{cases}$$

Несложно получить выражения для определения коэффициентов авто- и взаимной корреляции квадратурных составляющих излучаемых сигналов модели:

$$\left\{ \begin{array}{l} r_M(\tau) = \frac{\sum_{j=1}^K [\xi_{\infty j}^2 \cdot \sigma_{\infty j}^2 \cdot r_j(\tau)]}{\sum_{i=1}^N \sigma_i^2 \cdot \xi_{Mi}^2}; \\ s_M(\tau) = \frac{\sum_{j=1}^K [\xi_{\infty j}^2 \cdot \sigma_{\infty j}^2 \cdot s_j(\tau)]}{\sum_{i=1}^N \sigma_i^2 \cdot \xi_{Mi}^2}. \end{array} \right. \quad (3.1)$$

Полученную систему равенств необходимо дополнить условиями физической реализуемости коэффициентов авто- и взаимной корреляции квадратурных составляющих сигналов модели (2.10).

Из (3.1) видно, что условия физической реализуемости коэффициентов авто- и взаимной корреляции квадратурных составляющих излучаемых сигналов можно выполнить только, изменяя параметры модели. Конкретно, изменяя координаты излучающих точек или мощности излучаемых сигналов.

Определим условия, выполнение которых гарантирует физическую реализуемость коэффициентов авто- и взаимной корреляции квадратурных составляющих излучаемого сигнала.

3.1.1.1. Случай разделимости переменных в функциях $F_R(\xi, \tau)$ и $F_S(\xi, \tau)$

При рассмотрении задачи моделирования корреляционных характеристик угловых шумов выделяют случай разделимости пространственной и временной переменных в функциях $F_R(\xi, \tau)$ и $F_S(\xi, \tau)$ [133,136,148]. Физически это означает равенство коэффициентов авто- и взаимной корреляции квадратурных компонент эхосигнала от всех точек замещаемого объекта: $r_j(\tau) = r_{\infty}(\tau)$ и $s_j(\tau) = s_{\infty}(\tau)$. В этом случае (3.1) можно записать в следующем виде:

$$\left\{ \begin{array}{l} r_M(\tau) = \frac{\sum_{j=1}^K [\xi_{\infty j}^2 \cdot \sigma_{\infty j}^2]}{\sum_{i=1}^N \sigma_i^2 \cdot \xi_{Mi}^2} \cdot r_{\infty}(\tau); \\ s_M(\tau) = \frac{\sum_{j=1}^K [\xi_{\infty j}^2 \cdot \sigma_{\infty j}^2]}{\sum_{i=1}^N \sigma_i^2 \cdot \xi_{Mi}^2} \cdot s_{\infty}(\tau). \end{array} \right.$$

Тогда для удовлетворения условия $r_M(0) = 1$, очевидно, должно выполняться равенство:

$$\frac{\sum_{j=1}^K [\xi_{\infty j}^2 \cdot \sigma_{\infty j}^2]}{\sum_{i=1}^N \sigma_i^2 \cdot \xi_{Mi}^2} = 1. \quad (3.2)$$

Выполнение этого равенства является обязательным условием адекватного моделирования угловых шумов по критерию равенства спектрально-корреляционных характеристик угловых шумов модели и замещаемого объекта. С учетом выполнения равенства (3.2) становятся определены коэффициенты авто и взаимной корреляции квадратурных составляющих сигналов, излучаемых точками модели:

$$\left\{ \begin{array}{l} r_M(\tau) = r_{\infty}(\tau); \\ s_M(\tau) = s_{\infty}(\tau). \end{array} \right.$$

3.1.1.2. Объекты, не допускающие разделения пространственной и временной переменной в функциях $F_R(\xi, \tau)$ и $F_S(\xi, \tau)$

Ранее были получены аналитические соотношения, определяющие коэффициенты авто- и взаимной корреляции квадратурных составляющих для замещения моделью объектов, допускающих разделение пространственной и временной переменных в функциях $F_R(\xi, \tau)$ и $F_S(\xi, \tau)$. Однако подобное допущение существенно ограничивает возможности моделей по замещению

радиолокационных объектов. В первую очередь из-за узкого класса объектов, допускающих разделение пространственной и временной переменных в функциях $F_R(\xi, \tau)$ и $F_S(\xi, \tau)$. Например, в качестве такого объекта может выступать фрагмент земной поверхности с однородным покровом в пределах следа диаграммы направленности наземной РЛС.

Вопросы моделирования спектрально-корреляционных характеристик для объектов, не допускающих разделения пространственной и временной переменной в функциях $F_R(\xi, \tau)$ и $F_S(\xi, \tau)$, рассмотрены в [136,149], где, по сути, предлагается проводить разбиение объекта на мелкие фрагменты, допускающие разделимость пространственной и временной переменных. Для каждого из фрагментов синтезировалась своя модель, а модель всего объекта являлась суперпозицией моделей фрагментов. Эта процедура носит итерационный характер.

Рассмотрим (3.1) при $\tau = 0$. С учетом того, что $r_j(0) = 1$ и $s_j(0) = 0$ получаем равенство, совпадающее с (3.2). По сути, это означает, что равенство (3.2) так же определяет условие адекватного замещения моделью объекта, не допускающего разделение пространственной и временной переменных в функциях $F_R(\xi, \tau)$ и $F_S(\xi, \tau)$.

Коэффициенты авто- и взаимной корреляции квадратурных составляющих сигналов, излучаемых моделью, определяются по соотношениям (3.1).

Сравним доплеровский спектр отражений, формируемых малоточечной геометрической моделью и замещаемым объектом. Корреляционная функция доплеровских флуктуаций определяется соотношением:

$$R_D(\tau) = R_H(\tau) + j \cdot S_H(\tau).$$

Спектральная плотность мощности доплеровских флуктуаций отраженного сигнала будут определяться преобразованием Фурье от $R_D(\tau)$.

Например, рассмотрим радиолокационный объект, функции $F_R(\xi, \tau)$ и $F_S(\xi, \tau)$ которого не допускают разделения пространственной и временной переменных и имеют вид:

$$\begin{cases} F_R(\xi, \tau) = \begin{cases} F_{R1}(\xi, \tau), & \xi = 0; \\ F_{R2}(\xi, \tau), & \xi \neq 0; \end{cases} \\ F_S(\xi, \tau) = \begin{cases} F_{S1}(\xi, \tau), & \xi = 0; \\ F_{S2}(\xi, \tau), & \xi \neq 0. \end{cases} \end{cases}$$

То есть в рассматриваемом объекте есть одна особая точка, расположенная в начале отсчета обобщенной координаты ξ и отражающая сигнал с корреляционной функцией, отличной от корреляционных функций всех остальных точек.

При синтезе модели такого объекта с использованием соотношения (3.1) получим, что коэффициенты авто- и взаимной корреляции квадратурных составляющих эхосигнала от особой точки, не будут участвовать в формировании излучения модели, замещающий объект. Очевидно, это приведет к тому, что сколь бы сильным ни было отражение от этой точки, соответствующей ей компоненты доплеровского спектра эхосигнала, не будет.

Усложним объект так, чтобы сигнал, отраженный от каждой из его точек обладал присущими только ему коэффициентами авто- и взаимной корреляции отраженных сигналов. Например, будем считать, что доплеровская частота сигнала, отраженного от точки, меняется пропорционально обобщенной координате точки. При этом интенсивность отражений от всех точек объекта будем считать одинаковыми. Без учета окраса диаграммой направленности антенны РЛС, спектр доплеровских флуктуаций такого объекта будет равномерным, и лежать в некоторой области частот, границы которой определяются коэффициентом пропорциональности частоты и обобщенной координаты.

Синтезировав по (3.1) модель такого объекта мы получим спектр доплеровских флуктуаций, окрашенный квадратом обобщенной координаты.

Это является следствием сделанного допущения о равенстве коэффициентов авто- и взаимной корреляции квадратурных составляющих сигналов, излучаемых из всех точек модели при решении системы (2.8).

Таким образом, модель, синтезированная по (3.1) не способна адекватно замещать отражения от распределенных радиолокационных объектов не обладающим свойством делимости пространственной и временной переменных в функциях $F_R(\xi, \tau)$ и $F_S(\xi, \tau)$.

Преобразуем (3.1) так, чтобы устранить окрас доплеровского спектра.

Рассмотрим модель, излучающую сигналы с различными коэффициентами авто- и взаимной корреляции квадратурных компонент. При этом коэффициенты авто- и взаимной корреляции квадратурных составляющих излучаемых сигналов определим по выражениям:

$$\begin{cases} r_{Mi}(\tau) = \frac{1}{2} \cdot A(\xi_{Mi}) \cdot \left[\frac{\sum_{j=1}^K \sigma_{\infty j}^2 \cdot r_{\infty j}(\tau)}{\sum_{i=1}^N \sigma_{Mi}^2 \cdot \xi_{Mi}^2} \pm \frac{\sum_{j=1}^K \sigma_{\infty j}^2 \cdot \xi_{\infty j}^2 \cdot r_{\infty j}(\tau)}{\sum_{i=1}^N \sigma_{Mi}^2 \cdot \xi_{Mi}^2} \right]; \\ s_{Mi}(\tau) = \frac{1}{2} \cdot A(\xi_{Mi}) \cdot \left[\frac{\sum_{j=1}^K \sigma_{\infty j}^2 \cdot s_{\infty j}(\tau)}{\sum_{i=1}^N \sigma_{Mi}^2 \cdot \xi_{Mi}^2} \pm \frac{\sum_{j=1}^K \sigma_{\infty j}^2 \cdot \xi_{\infty j}^2 \cdot s_{\infty j}(\tau)}{\sum_{i=1}^N \sigma_{Mi}^2 \cdot \xi_{Mi}^2} \right]. \end{cases} \quad (3.3)$$

где

$$A(\xi_{Mi}) = \begin{cases} \frac{N-Z}{N}, & \text{при } \xi_{Mi} \geq 0; \\ \frac{Z}{N}, & \text{при } \xi_{Mi} < 0. \end{cases}$$

Z - количество точек модели, имеющих отрицательное значение обобщенной координаты. Верхние знаки выбираются при $\xi_{Mi} \geq 0$.

Выражения в системе (3.3) получены следующим образом. Первое слагаемое является суммой коэффициентов авто- и взаимной корреляции квадратурных компонент сигналов, отраженных от всех точек объекта. При сложении излучения от всех точек модели первое слагаемое выражения (3.3) сформирует спектр доплеровских флуктуаций, совпадающий со спектром доплеровских флуктуаций объекта. При этом второе слагаемое выражения (3.3) оказывать влияние на спектр доплеровских флуктуаций не будет. Оно является выражением (3.1), умноженным на амплитудный коэффициент $A(\xi_{Mi})$. Знак амплитудного коэффициента совпадает со знаком обобщенной координаты точки модели, величина должна обеспечивать выполнение равенства:

$$\sum_{i=1}^N A(\xi_{Mi}) = 0.$$

Таким образом, сумма всех вторых слагаемых (3.3) даст ноль. Получим суммарный сигнал пеленгатора, имеющий ту же форму спектра доплеровских флуктуаций, что и у замещаемого объекта.

В то же время, вычислив разность сигналов, излучаемых из точек с положительными и отрицательными обобщенными координатами, получим только сумму модулей вторых слагаемых выражения (3.3). Получим разностный сигнал пеленгатора, обеспечивающий ту же корреляционную функцию угловых шумов, что и у объекта.

Не сложно получить условия физической реализуемости модели, синтезированной по (3.3). С учетом, что $r(0) = 1$ и $s(0) = 0$, для каждой точки модели можно записать условие синтеза физически реализуемой модели:

$$\frac{A(\xi_{Mi})}{2} \cdot \left[\frac{\sum_{j=1}^K \sigma_{\infty j}^2}{\sum_{i=1}^N \sigma_{Mi}^2 \cdot \xi_{Mi}^2} \pm \frac{\sum_{j=1}^K \sigma_{\infty j}^2 \cdot \xi_{\infty j}^2}{\sum_{i=1}^N \sigma_{Mi}^2 \cdot \xi_{Mi}^2} \right] = 1. \quad (3.4)$$

С учетом (3.2), можно записать выражение для коэффициента $A(\xi_{Mi})$, определяющее условие физической реализуемости модели:

$$A(\xi_{Mi}) = 2 \cdot \left(\frac{\sum_{j=1}^K \sigma_{\infty j}^2}{\sum_{i=1}^N \sigma_{Mi}^2 \cdot \xi_{Mi}^2} \pm 1 \right),$$

где, как и прежде, верхний знак выбирается при $\xi_{Mi} \geq 0$.

Отметим, что для случая, когда замещаемый объект допускает разделимость пространственной и временной переменной в функциях $F_R(\xi, \tau)$ и $F_S(\xi, \tau)$, синтез модели с использованием (3.1) не приводит к окрасу спектра доплеровских флуктуаций квадратом обобщенной координаты.

3.1.2. Спектральный подход к синтезу некогерентных моделей распределенных объектов

Уместно рассмотреть подход к формированию сигналов излучателей геометрической модели, основанный на частотных характеристиках радиолокационных объектов. Данный подход позволяет напрямую рассчитать доплеровский спектр сигналов, подводимых к излучателям.

Он заключается в следующем.

Зная авто- и взаимную корреляционные функции квадратурных составляющих эхосигнала можно перейти к спектральной плотности мощности их доплеровских флуктуаций [141,144,150].

Для перехода в спектральную область возьмем от левой и правой частей (3.1) преобразование Фурье. Результатом этого будет энергетический спектр доплеровских флуктуаций сигналов, излучаемых из точек модели:

$$\left\{ \begin{aligned}
g_{MR}(\omega) &= \int_{-\infty}^{\infty} r_M(\tau) e^{-i\omega\tau} d\tau = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\sum_{j=1}^K [\xi_{\infty j}^2 \cdot \sigma_{\infty j}^2 \cdot r_j(\tau)]}{\sum_{p=1}^N \sigma_p^2 \cdot \xi_{Mp}^2} e^{-i\omega\tau} d\tau = \\
&= \frac{\sum_{j=1}^K [\xi_{\infty j}^2 \cdot \sigma_{\infty j}^2 \cdot g_{Rj}(\omega)]}{\sum_{p=1}^N \sigma_p^2 \cdot \xi_{Mp}^2}; \\
g_{MS}(\omega) &= \int_{-\infty}^{\infty} s_M(\tau) e^{-i\omega\tau} d\tau = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\sum_{j=1}^K [\xi_{\infty j}^2 \cdot \sigma_{\infty j}^2 \cdot s_j(\tau)]}{\sum_{p=1}^N \sigma_p^2 \cdot \xi_{Mp}^2} e^{-i\omega\tau} d\tau = \\
&= \frac{\sum_{j=1}^K [\xi_{\infty j}^2 \cdot \sigma_{\infty j}^2 \cdot g_{Sj}(\omega)]}{\sum_{p=1}^N \sigma_p^2 \cdot \xi_{Mp}^2}.
\end{aligned} \right. \quad (3.5)$$

где $i = \sqrt{-1}$; $g_{MR}(\omega)$ - нормированная спектральная плотность мощности доплеровских флуктуаций сигнала, излучаемого точками модели; $g_{MS}(\omega)$ - нормированная взаимная спектральная плотность мощности квадратурных составляющих сигнала, излучаемого моделью; $g_{Rj}(\omega)$ - нормированная спектральная плотность мощности доплеровских флуктуаций эхосигнала от j -той точки замещаемого объекта; $g_{Sj}(\omega)$ - нормированная взаимная спектральная плотность мощности квадратурных составляющих эхосигнала от j -той точки замещаемого объекта.

Все нормированные спектральные плотности мощности с индексом R обладают единичной мощностью. Это понятно в силу равенства, которое можно записать для всех пар коэффициентов корреляции и нормированной спектральной плотности мощности [141,144]:

$$r(0) = \frac{1}{4 \cdot \pi} \int_{-\infty}^{\infty} g_R(\omega) d\omega = 1. \quad (3.6)$$

Денормировка спектральных плотностей мощности для модели осуществляется путем умножения их на σ_i^2 - дисперсию сигнала, излучаемого i -той точкой модели.

Таким образом, можно говорить, что переход от рассмотрения корреляционных функций сигналов излучателей геометрической модели $R_{\infty j}(\tau)$, $S_{\infty j}(\tau)$ к рассмотрению соответствующих частотных характеристик $G_{\infty Ri}(\omega)$ и $G_{\infty Sj}(\tau)$ позволяет получить новый метод синтеза геометрических моделей распределенных объектов. На основе рассмотренного подхода можно, используя спектральные плотности мощности доплеровских флуктуаций эхосигналов, отраженных от каждой из точек объекта, определить спектральные плотности мощности сигналов излучателей модели для получения заданных значений параметров распределения угловых шумов.

По сути, можно говорить что предложенный метод синтеза моделей позволяет перейти от функций, определяющих распределение плотности авто- и взаимной корреляции квадратурных компонент эхосигнала по объекту ($F_R(\xi, \tau)$ и $F_S(\xi, \tau)$) к функциям, определяющим распределение по объекту спектральной плотности мощности эхосигнала ($G_R(\xi, \omega)$ и $G_S(\xi, \omega)$). Соответствующие пары функций связаны преобразованием Фурье [141,144]:

$$\begin{cases} G_R(\xi, \omega) = \int_{-\infty}^{\infty} F_R(\xi, \tau) \cdot \cos(\omega \cdot \tau) d\tau; \\ G_S(\xi, \omega) = \int_{-\infty}^{\infty} F_S(\xi, \tau) \cdot \sin(\omega \cdot \tau) d\tau. \end{cases}$$

Можно говорить об объекте, как о конфигурации большого числа точек, каждая из которых отражает эхосигнал с определенным доплеровским спектром. Форма и параметры доплеровского спектра от каждой из точек определяются ее коэффициентом отражения, скоростью сближения с РЛС, а

также параметрами движения. При таком подходе синтез модели заключается в определении формы и параметров доплеровского спектра, излучаемого из каждой точки модели, при которых модель обеспечивает заданную корреляционную функцию угловых шумов.

Вернемся к рассмотрению случая разделимости пространственной и временной переменных в функциях $F_R(\xi, \tau)$ и $F_S(\xi, \tau)$, определяющих отражающие свойства объекта. В этом случае можно записать:

$$\begin{cases} G_R(\xi, \omega) = G_R(\xi) \cdot g_R(\omega) = \sigma^2(\xi) \cdot g_R(\omega); \\ G_S(\xi, \omega) = G_S(\xi) \cdot g_S(\omega) = \sigma^2(\xi) \cdot g_S(\omega). \end{cases}$$

Или, представляя объект его многоточечной моделью:

$$\begin{cases} G_R(\xi, \omega) = g_R(\omega) \cdot \lim_{K \rightarrow \infty} \left(\sum_{j=1}^K \sigma_{\infty j}^2 \right); \\ G_S(\xi, \omega) = g_S(\omega) \cdot \lim_{K \rightarrow \infty} \left(\sum_{j=1}^K \sigma_{\infty j}^2 \right). \end{cases}$$

Подставив полученные выражения в (3.5) и опустив для краткости знак предела можно записать:

$$\begin{cases} g_{MR}(\omega) = \frac{\sum_{j=1}^K [\xi_{\infty j}^2 \cdot \sigma_{\infty j}^2]}{\sum_{p=1}^N \sigma_p^2 \cdot \xi_{Mp}^2} \cdot g_R(\omega); \\ g_{MS}(\omega) = \frac{\sum_{j=1}^K [\xi_{\infty j}^2 \cdot \sigma_{\infty j}^2]}{\sum_{p=1}^N \sigma_p^2 \cdot \xi_{Mp}^2} \cdot g_S(\omega). \end{cases}$$

Полученная система уравнений позволяет определить спектральную плотность мощности сигналов, излучаемых из точек модели и обеспечивающие заданную корреляционную функцию угловых шумов. Все спектральные плотности мощности, входящие в записанную систему, являются нормированными:

$$\frac{1}{4 \cdot \pi} \int_{-\infty}^{\infty} g_R(\omega) d\omega = \frac{1}{4 \cdot \pi} \int_{-\infty}^{\infty} g_{MR}(\omega) d\omega = 1.$$

Это определяет условие физической реализуемости модели при спектральном подходе к ее синтезу:

$$\frac{\sum_{j=1}^K [\xi_{\infty j}^2 \cdot \sigma_{\infty j}^2]}{\sum_{p=1}^N \sigma_p^2 \cdot \xi_{Mp}^2} = 1.$$

Записанное условие физической реализуемости модели совпадает с (3.2), полученном для синтеза модели по заданным корреляционным свойствам отражений от объекта.

Рассмотрим случай, когда объект не допускает разделения пространственной и временной переменных в функциях $F_R(\xi, \tau)$ и $F_S(\xi, \tau)$. Очевидно, что это приведет к неразделимости пространственной и частотной переменных в функциях $G_R(\xi, \omega)$ и $G_S(\xi, \omega)$.

Не сложно показать, что в этом случае выражения для синтеза модели примут вид (3.4). Определим условия физической реализуемости модели такого объекта. Для этого вычислим интеграл:

$$\frac{1}{4 \cdot \pi} \int_{-\infty}^{\infty} g_{MR}(\omega) d\omega = \frac{1}{4 \cdot \pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\sum_{j=1}^K [\xi_{\infty j}^2 \cdot \sigma_{\infty j}^2 \cdot g_{Rj}(\omega)]}{\sum_{p=1}^N \sigma_p^2 \cdot \xi_{Mp}^2} d\omega.$$

С учетом (3.6) можно записать:

$$\frac{1}{4 \cdot \pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\sum_{j=1}^K [\xi_{\infty j}^2 \cdot \sigma_{\infty j}^2 \cdot g_{Rj}(\omega)]}{\sum_{p=1}^N \sigma_p^2 \cdot \xi_{Mp}^2} d\omega = 1.$$

Представив интеграл от суммы в виде суммы интегралов, а также с учетом равенства:

$$\frac{1}{4 \cdot \pi} \int_{-\infty}^{\infty} g_{Rj}(\omega) d\omega = 1,$$

можно получить выражение, выполнение которого гарантирует физическую реализуемость и адекватность модели объекта не допускающего разделения пространственной и частотной переменных. Это выражение совпадает с ранее полученным равенством (3.2). При этом спектральная плотность мощности доплеровских флуктуаций сигналов, излучаемых из всех точек модели, определяется по (3.5).

Очевидно, что для синтезируемой модели спектральная плотность мощности излучаемого сигнала должна удовлетворять условиям физической реализуемости:

1. $G_{MR}(\omega)$ - четная, неотрицательная, действительная функция.
2. $G_{MS}(\omega)$ - нечетная, комплексная функция.

Кроме того, можно отметить, что для объекта не допускающего разделимость пространственной и временной переменных в функциях $F_R(\xi, \tau)$ и $F_S(\xi, \tau)$, так же как и при синтезе на основе корреляционных функций, будет наблюдаться окрас спектра Допплеровских флуктуаций обобщенной координатой. Для устранения этого эффекта необходимо, как и в случае синтеза моделей на основе корреляционных функций, перейти к новому методу формирования спектров сигналов, излучаемых из точек модели. Возьмем преобразование Фурье от левой и правой частей выражения (3.3):

$$\left. \begin{aligned}
& \int_{-\infty}^{\infty} r_{Mk}(\tau) e^{-i\omega\tau} d\tau = \frac{A(\xi_{Mi})}{2} \int_{-\infty}^{\infty} \left[\frac{\sum_{j=1}^K \sigma_{\infty j}^2 r_{\infty j}(\tau)}{\sum_{k=1}^N \sigma_{Mk}^2 \xi_{Mk}^2} \pm \frac{\sum_{j=1}^K \sigma_{\infty j}^2 \xi_{\infty j}^2 r_{\infty j}(\tau)}{\sum_{k=1}^N \sigma_{Mk}^2 \xi_{Mk}^2} \right] e^{-i\omega\tau} d\tau = \\
& = \frac{A(\xi_{Mi})}{2} \left[\frac{\sum_{j=1}^K \sigma_{\infty j}^2 g_{R\infty j}(\tau)}{\sum_{k=1}^N \sigma_{Mk}^2 \xi_{Mk}^2} \pm \frac{\sum_{j=1}^K \sigma_{\infty j}^2 \xi_{\infty j}^2 g_{R\infty j}(\tau)}{\sum_{k=1}^N \sigma_{Mk}^2 \xi_{Mk}^2} \right] = g_{MRk}(\omega); \\
& \int_{-\infty}^{\infty} s_{Mk}(\tau) e^{-i\omega\tau} d\tau = \frac{A(\xi_{Mi})}{2} \int_{-\infty}^{\infty} \left[\frac{\sum_{j=1}^K \sigma_{\infty j}^2 s_{\infty j}(\tau)}{\sum_{k=1}^N \sigma_{Mk}^2 \xi_{Mk}^2} \pm \frac{\sum_{j=1}^K \sigma_{\infty j}^2 \xi_{\infty j}^2 s_{\infty j}(\tau)}{\sum_{k=1}^N \sigma_{Mk}^2 \xi_{Mk}^2} \right] e^{-i\omega\tau} d\tau = \\
& = \frac{A(\xi_{Mi})}{2} \left[\frac{\sum_{j=1}^K \sigma_{\infty j}^2 g_{S\infty j}(\tau)}{\sum_{k=1}^N \sigma_{Mk}^2 \xi_{Mk}^2} \pm \frac{\sum_{j=1}^K \sigma_{\infty j}^2 \xi_{\infty j}^2 g_{S\infty j}(\tau)}{\sum_{k=1}^N \sigma_{Mk}^2 \xi_{Mk}^2} \right] = g_{MSk}(\omega).
\end{aligned} \right\} \quad (3.7)$$

При записи выражения (3.7) использованы обозначения: $g_{MRk}(\omega)$ - собственная спектральная плотность мощности квадратурных составляющих сигнала, излучаемого из k -той точки модели; $g_{MSk}(\omega)$ - взаимная спектральная плотность мощности квадратурных составляющих сигнала, излучаемого из k -той точки модели.

С учетом (3.6) не сложно показать, что условие физической реализуемости такой модели совпадает с выражением (3.5).

Можно сделать следующие выводы.

1. Возможности малоточечных геометрических моделей, излучающих статистически не связанные сигналы, по замещению отражений от распределенных радиолокационных объектов с точностью до корреляционных функций их угловых шумов определяются конфигурацией излучающей части модели. Точнее, количеством излучающих точек, их

местоположением вдоль оси обобщенной координаты, а также мощностями излучаемых сигналов.

2. Получен новый метод синтеза некогерентных геометрических моделей, адекватно замещающих отражения от распределенных объектов и не требующий делимости пространственной и временной переменных в функциях $F_R(\xi, \tau)$ и $F_S(\xi, \tau)$.

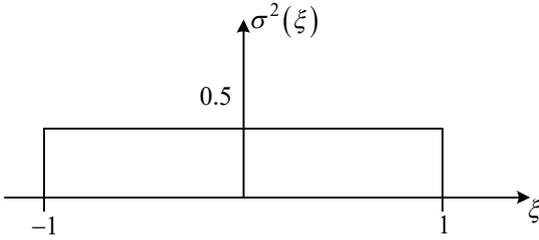
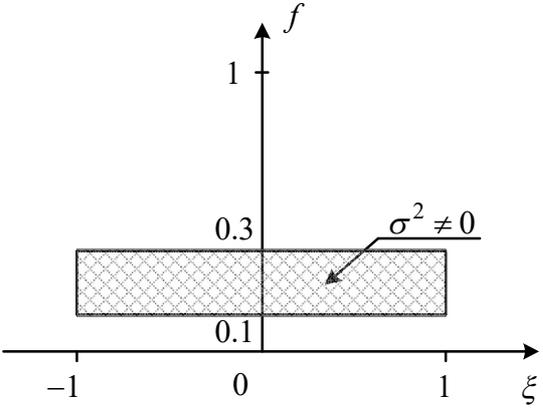
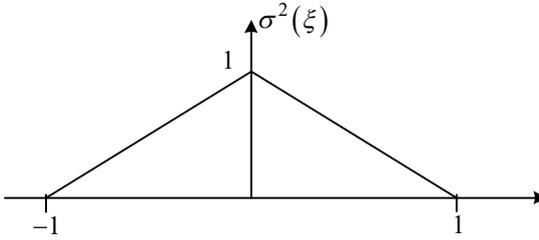
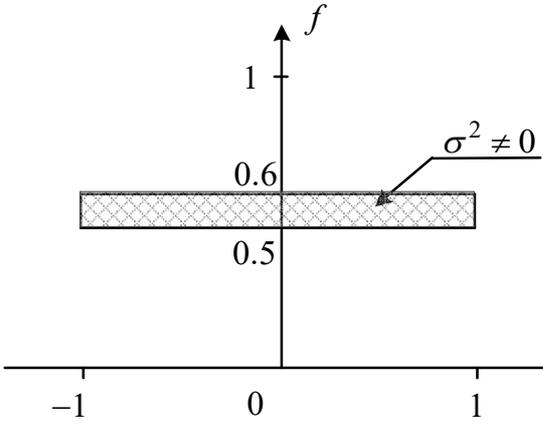
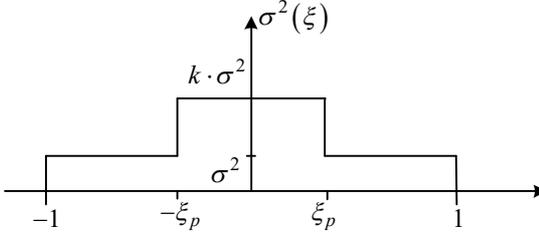
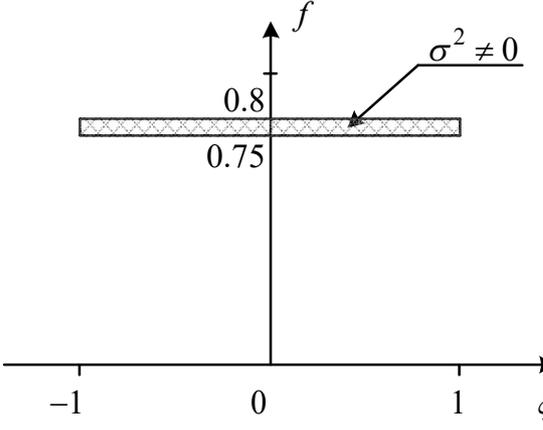
3. Выполнение условия (3.2) гарантирует адекватное моделирование угловых шумов отражений от распределенных объектов при расчете корреляционных свойств сигналов, излучаемых из точек модели, по (3.1) или спектральных свойств по (3.5). При этом для объектов, не допускающих разделение пространственной и временной переменной в функциях $F_R(\xi, \tau)$ и $F_S(\xi, \tau)$, спектр доплеровских флуктуаций оказывается окрашенным квадратом обобщенной координаты.

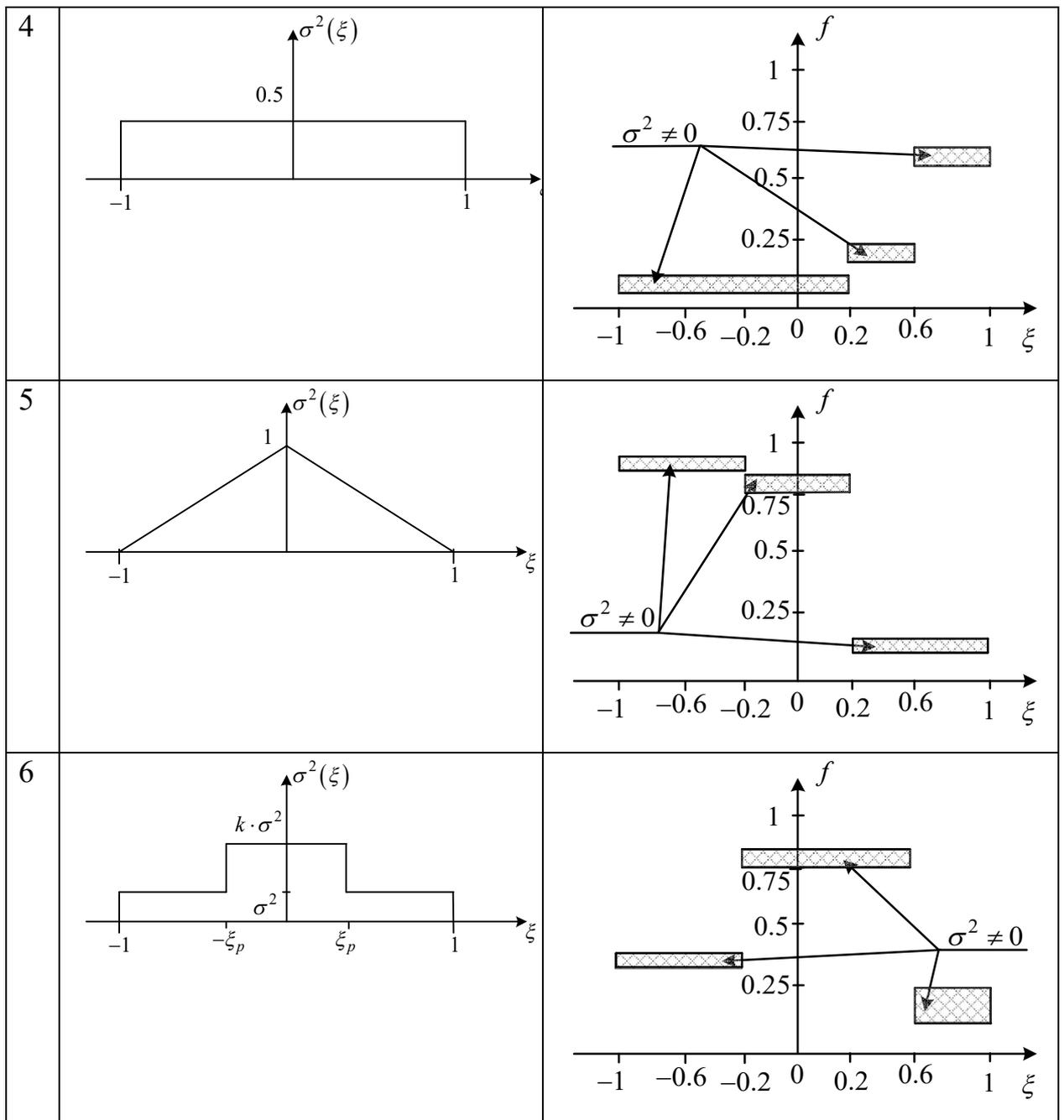
4. Выполнение условия (3.2) и расчет корреляционных свойств сигналов, излучаемых из точек модели по (3.3) или спектральных свойств по (3.7) гарантирует как адекватное моделирование угловых шумов отражений от распределенных объектов, так и их спектр доплеровских флуктуаций.

3.1.3. Моделирование отражений от распределенных объектов

Подтвердим полученные теоретические результаты математическим моделированием. Для этого рассмотрим примеры расчета спектрально-корреляционных свойств угловых шумов различных распределенных объектов. Различия объектов заключаются в распределениях отражающей способности по объекту и их спектральным свойствам. Графические изображения распределения интенсивности отраженных сигналов по объекту и распределения по объекту спектральных плотностей мощности отраженных сигналов приведены в таблице 3.1.

Таблица 3.1.

№	Распределение интенсивности отраженного сигнала по объекту	Распределение СПМ отраженного сигнала по объекту
1		
2		
3		



Примеры распределения интенсивностей излучаемых сигналов взяты из [23]. В [23] для рассмотренных распределений интенсивностей приведены результаты теоретического расчета параметров ПРВ угловых шумов. Результаты теоретического расчета параметров ПРВ угловых шумов, а также значения, полученные моделированием с использованием многоточечной и двухточечной моделей объекта, приведены в таблице 3.2.

Таблица 3.2.

№	Теоретический расчет		Моделирование				
			Многоточечная		Двухточечная		
	m	μ	m	μ	m	μ	B
1	0	$\sqrt{3}$	0	1.69	0	1.71	1.155
2	0	$\sqrt{6}$	0	2.40	0	2.37	0.816
3	0	$\sqrt{3 \cdot \frac{1 + (k-1) \cdot \xi_p}{1 + (k-1) \cdot \xi_p^3}}$ При $\xi_p = 0.6$ и $k = 3$ $\mu = 2.14$	0	2.14	0	2.12	0.935
4	0	$\sqrt{3}$	0	1.67	0	1.7	1.155
5	0	$\sqrt{6}$	0	2.38	0	2.38	0.816
6	0	$\mu = 2.14$	0	2.14	0	2.11	0.935

Как видно из таблицы 3.1., объекты 1 – 3 допускают разделение пространственной и временной переменных в функциях $F_R(\xi, \tau)$ и $F_S(\xi, \tau)$. В этом случае спектральная плотность мощности отраженных сигналов постоянна для всех точек объекта и аппроксимируется прямоугольником с заданным центральной частотой, шириной спектра и интенсивностью.

Для объектов 4 – 6 разделение частотной и временной переменных не допустимо. При этом весь объект разбит на три фрагмента. В пределах каждого фрагмента спектральная плотность мощности отраженных сигналов одинакова для всех точек объекта и аппроксимируется прямоугольником с заданной центральной частотой, шириной спектра и интенсивностью. При переходе от одного фрагмента к другому центральная частота, ширина и интенсивность изменяются.

Для каждого из объектов в таблице 3.1 синтезировано две геометрические модели. Одна из моделей многоточечная. Она подробно

описывает распределение интенсивности отражений по объекту и принята за эталонную. Вторая модель – двухточечная.

Многоточечная модель состоит из пятидесяти излучающих точек, равномерно распределенных вдоль обобщенной координаты ξ в интервале $[-1;1]$. Для каждой из точек было сформировано 4096 отсчетов комплексного нормального случайного процесса с заданной дисперсией и спектрально-корреляционными свойствами. Интенсивность излучения сигнала каждой из точек модели определяется значением распределения интенсивности отражения объекта для соответствующей координаты. Спектральные свойства излучаемого сигнала – спектральной плотностью мощности отраженного сигнала для соответствующей координаты. В точке приема сигнала осуществлялось определение направления на эквивалентный центр излучения с применением метода моноимпульсной пеленгации [33,65,151–153]. В силу того, что угловое положение эквивалентного центра излучения флуктуирует, результат пеленгации представляет собой случайный процесс. Автокорреляционная функция этого случайного процесса является корреляционной функцией угловых шумов. По распределению мгновенных значений пеленга определялись математическое ожидание и параметр μ распределения. При определении автокорреляционной функции и ПРВ угловых шумов использовалось усреднение по 50 реализациям [10].

Двухточечная модель формируется следующим образом. По требуемым параметрам ПРВ угловых шумов определяется база модели:

$$B = 2 \cdot \sqrt{\frac{1 + m^2 \cdot \mu^2}{\mu^2}},$$

где m и μ - требуемые параметры ПРВ угловых шумов.

Излучатели модели располагаются симметрично относительно начала координат на расстоянии равном половине базы модели. Мощности сигналов, излучаемых из точек двухточечной модели, равны между собой, так как

математическое ожидание ПРВ угловых шумов от всех объектов равно нулю. Величина излучаемой мощности определяется по соотношению:

$$\sigma_{M1,2}^2 = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^N \sigma_i^2,$$

где σ_i^2 - дисперсия сигнала, излучаемого i -той точкой многоточечной модели; N - количество точек многоточечной модели.

Спектрально-корреляционные свойства сигналов, излучаемых из точек двухточечной модели, определяются по соотношениям (3.1) или (3.5) (модели, не гарантирующих сохранение формы спектра доплеровских флуктуаций), а также (3.3) или (3.7) (модели, сохраняющие форму спектра доплеровских флуктуаций). Для каждой из точек сформирована реализация из 4096 отсчетов комплексного нормального случайного процесса с заданной мощностью и спектрально-корреляционными свойствами. В точке наблюдения осуществляется моноимпульсная пеленгация эквивалентного центра излучения модели. Дальнейшая обработка результата пеленгации та же, что и в случае многоточечной модели.

Результаты математического моделирования для объектов 1 – 3 приведены на рис. 3.1. Сплошными линиями показаны коэффициенты корреляции угловых шумов многоточечных моделей объектов 1 – 3. Треугольниками обозначены коэффициенты корреляции угловых шумов двухточечных моделей тех же объектов. Видно хорошее совпадение точек и сплошных линий, что, с учетом совпадения параметров ПРВ угловых шумов с теоретическими значениями, говорит об адекватном замещении моделью отражений от объектов. Для объектов 1 – 3 форма спектра доплеровских флуктуаций, формируемая многоточечной моделью, а также двухточечными, спектрально-корреляционные свойства излучаемых сигналов которых определяются двумя способами (по (3.1) и (3.3)), совпадает с заданной. Как и ожидалось, при замещении малоточечной моделью объекта, допускающего

разделение пространственной и временной переменных в функциях $F_R(\xi, \tau)$ и $F_S(\xi, \tau)$ окрас спектра обобщенной координатой не появляется.

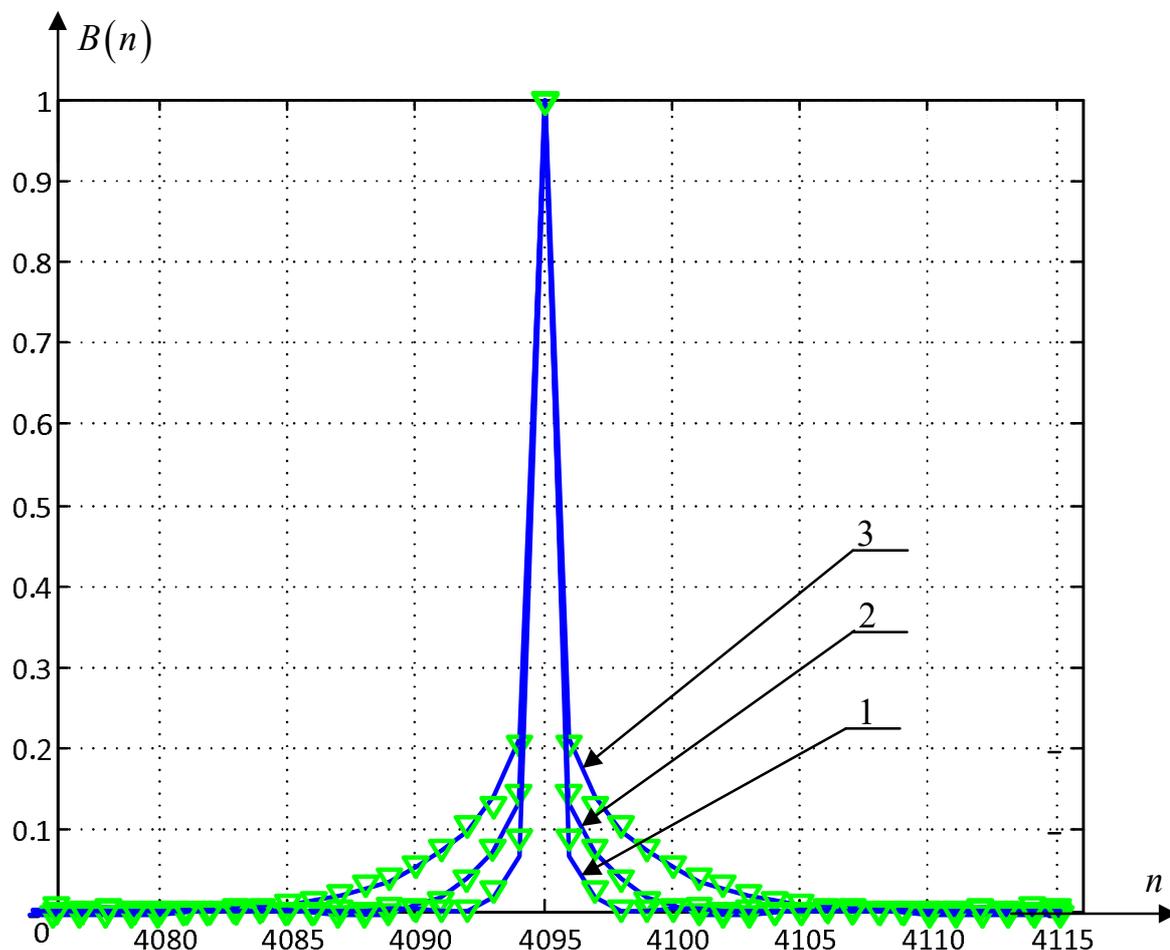


Рис. 3.1. Коэффициент корреляции угловых шумов моделей объектов 1 – 3

Результаты математического моделирования для объектов 4 – 6 приведены на рисунках 3.2 – 3.4. На рисунках, по-прежнему, сплошными линиями обозначены коэффициенты корреляции угловых шумов многоточечной модели объекта, точками – для двухточечной модели. Из рисунков так же видно хорошее совпадение результатов моделирования угловых шумов для двух моделей объектов. Кроме того, сравнивая коэффициенты корреляции угловых шумов для объектов, допускающих разделение пространственной и временной переменных в функциях $F_R(\xi, \tau)$ и $F_S(\xi, \tau)$ (рис. 3.1) и объектов не допускающих этого (рис. 3.2 – 3.4) можно

отметить их существенное различие. Заключается оно в следующем. Для объектов, допускающих разделимость пространственной и временной переменных, корреляционная функция угловых шумов монотонна. Обужение спектральной плотности мощности отраженных сигналов приводит лишь к расширению корреляционной функции угловых шумов. В случае, если объект не допускает разделимость пространственной и временной переменных при задании его свойств, коэффициент корреляции угловых шумов становится немонотонной функцией. При этом по мере увеличения неоднородности отражающих свойств объекта, изрезанность коэффициента корреляции угловых шумов возрастает.

Как и ожидалось, использование соотношений (3.1) и (3.5) для синтеза малоточечной модели, замещающей объект, не допускающий разделимости пространственной и временной переменных, приводит к окрасу формы спектра доплеровских флуктуаций квадратом обобщенной координаты. Корреляционная функция угловых шумов при этом соответствует многоточечной модели объекта. Использование соотношений (3.3) и (3.7) при синтезе модели таких объектов устраняет окрас формы спектра Доплеровских флуктуаций квадратом обобщенной координаты, а также сохраняет адекватное моделирование корреляционной функции угловых шумов.

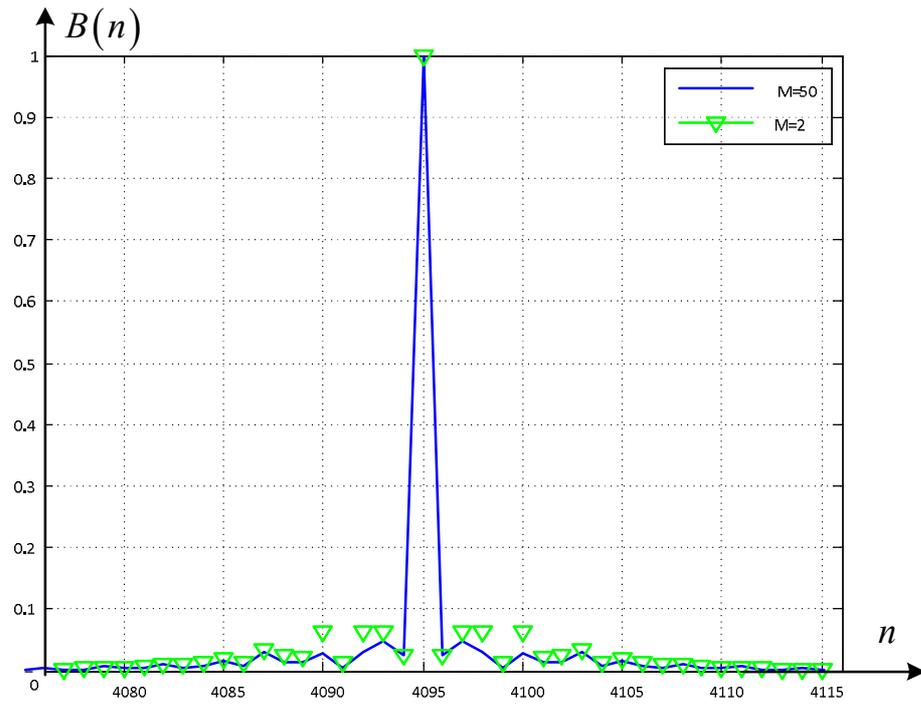


Рис. 3.2. Коэффициент корреляции угловых шумов моделей объекта 4

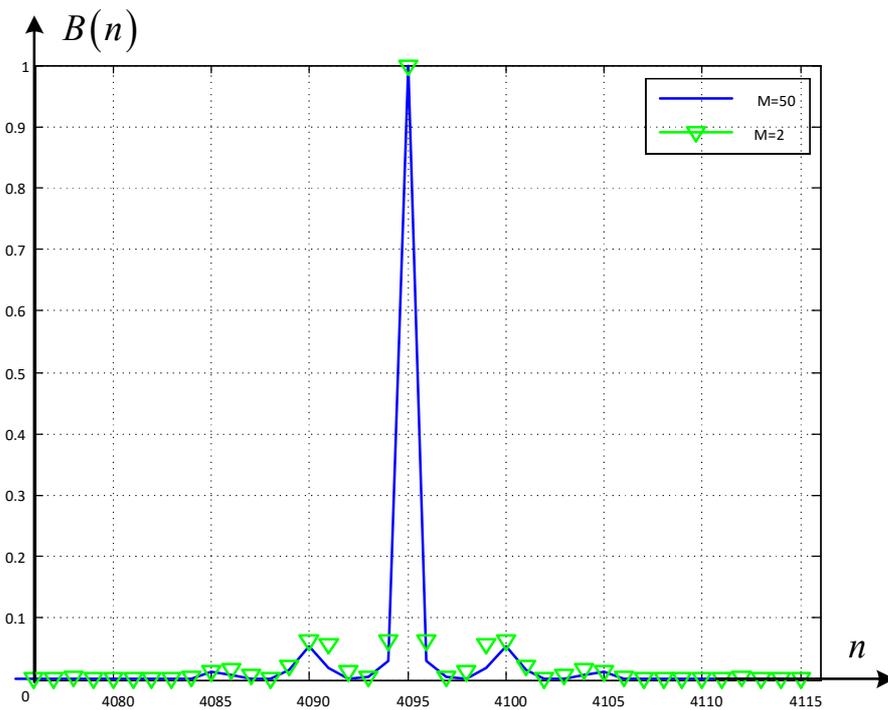


Рис. 3.3. Коэффициент корреляции угловых шумов моделей объекта 5

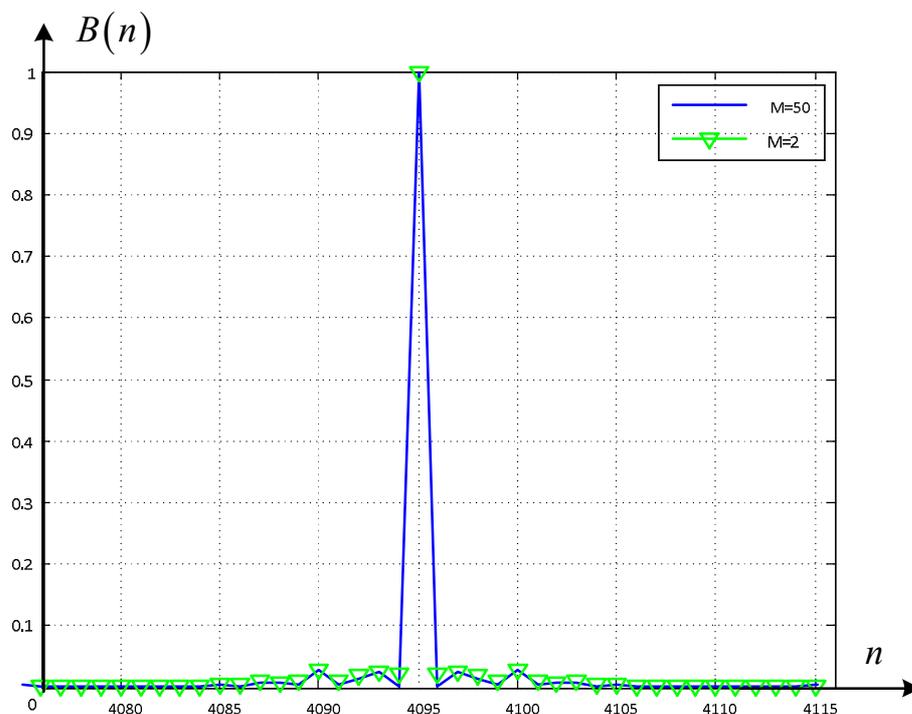


Рис. 3.4. Коэффициент корреляции угловых шумов моделей объекта 6

В целом, по результатам математического моделирования можно сделать следующие выводы:

1. Двухточечная некогерентная геометрическая модель, синтезированная по соотношениям (3.1) или (3.5), способна адекватно замещать отражения многоточечных распределенных объектов, допускающих разделение пространственной и временной переменных в функциях $F_R(\xi, \tau)$ и $F_S(\xi, \tau)$. При этом обеспечивается равенство функции распределения угловых шумов объекта и модели, их корреляционной функции, а также формы спектра Доплеровских флуктуаций.

2. Использование некогерентных моделей, синтезированных по соотношениям (3.1) или (3.5) для замещения отражений от объектов, не допускающих разделение пространственной и временной переменных в функциях $F_R(\xi, \tau)$ и $F_S(\xi, \tau)$, позволяет адекватно моделировать угловые шумовые сигналы таких объектов, но приводит к окрасу спектра Доплеровских флуктуаций квадратом обобщенной координаты.

3. Двухточечная некогерентная геометрическая модель, синтезированная по соотношениям (3.3) или (3.7) способна адекватно замещать отражения многоточечных распределенных объектов, допускающих разделение пространственной и временной переменных в функциях $F_R(\xi, \tau)$ и $F_S(\xi, \tau)$. При этом обеспечивается равенство функции распределения угловых шумов объекта и модели, их корреляционной функции, а также формы спектра Доплеровских флуктуаций.

4. Для синтеза адекватной некогерентной модели необходимо выполнение условия (3.2). Иначе не совпадают как корреляционные функции, так и функция распределения угловых шумов модели и объекта.

5. Для обеспечения равенства (3.2) в некогерентной двухточечной модели необходимо изменять базу модели, т. е. перемещать излучающие точки. В случае практической реализации матричного имитатора на основе такой модели это приведет к необходимости перемещать излучатели. Таким образом, становится актуальным синтез геометрических моделей, содержащих минимальное количество излучающих точек и обеспечивающих равенство (3.2) при их неизменных положениях.

3.2. Синтез геометрических моделей распределенных объектов, излучающих коррелированные сигналы

Одним из вариантов построения малоточечных геометрических моделей с неподвижными излучающими точками является переход к моделям, излучающим коррелированные нормальные случайные процессы.

В разделе 2 получено соотношение (2.9), являющееся условием адекватного замещения моделью отражений от распределенного объекта по критерию равенства корреляционных функций угловых шумов при излучении моделью статистически связанных сигналов.

Синтез такой модели заключается в определении ее параметров, а именно: координаты и количество излучающих точек, авто- и взаимные корреляционные функции излучаемых сигналов.

Данный подраздел посвящен определению корреляционных функций сигналов, излучаемых из точек модели, а также ограничений на геометрию модели, гарантирующих ее физическую реализуемость.

3.2.1. Корреляционный подход к синтезу частично когерентных моделей

Аналогично случаю с некогерентными моделями предположим, что все точки излучают сигналы с одинаковыми корреляционными свойствами. Это означает что коэффициенты авто- и взаимной корреляции квадратурных составляющих одинаковы для всех излучаемых сигналов ($r_{Mi}(\tau) = r_M(\tau)$ и $s_{Mi}(\tau) = s_M(\tau)$). Тогда система (2.9) примет вид:

$$\begin{cases} r_M(\tau) \cdot \sum_{i=1}^N \sigma_i^2 \cdot \xi_{Mi}^2 + \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N \sigma_i \cdot \xi_{Mi} \cdot \sigma_j \cdot \xi_{Mj} \cdot \rho R_{i,j}(\tau) = \sum_{j=1}^K [\xi_{\infty j}^2 \cdot \sigma_{\infty j}^2 \cdot r_j(\tau)]; \\ s_M(\tau) \cdot \sum_{i=1}^N \sigma_i^2 \cdot \xi_{Mi}^2 + \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N \sigma_i \cdot \xi_{Mi} \cdot \sigma_j \cdot \xi_{Mj} \cdot \rho S_{i,j}(\tau) = \sum_{j=1}^K [\xi_{\infty j}^2 \cdot \sigma_{\infty j}^2 \cdot s_j(\tau)]. \end{cases} \quad (3.8)$$

В рассматриваемом случае в отличие от модели, излучающей не коррелированные сигналы, появляется еще одна величина, подлежащая определению – коэффициенты взаимной корреляции излучаемых сигналов. Точнее, временная зависимость коэффициента взаимной корреляции.

Как говорилось ранее, все точки модели излучают сигналы с одинаковыми коэффициентами авто- и взаимной корреляции квадратур: $r_{Mi}(\tau) = r_M(\tau)$, $s_{Mi}(\tau) = s_M(\tau)$. В этом случае временная зависимость взаимных корреляционных функций всех излучаемых сигналов тоже одинакова для всех сигналов и определяется:

$$\begin{cases} \rho R_{i,j}(\tau) = \rho_{i,j} \cdot r_M(\tau); \\ \rho S_{i,j}(\tau) = \rho_{i,j} \cdot s_M(\tau), \end{cases} \quad (3.9)$$

где $\rho_{i,j}$ - нормирующий множитель, определяющий величину коэффициента взаимной корреляции при $\tau = 0$. Нормирующий множитель определяется исходя из требуемых параметров ПРВ угловых шумов. Тогда, можно записать выражения, определяющие коэффициенты авто- и взаимной корреляции квадратурных компонент сигналов, излучаемых моделью:

$$\left\{ \begin{array}{l} r_M(\tau) = \frac{\sum_{j=1}^K [\xi_{\infty j}^2 \cdot \sigma_{\infty j}^2 \cdot r_j(\tau)]}{\sum_{i=1}^N \sigma_i^2 \cdot \xi_{Mi}^2 + \sum_{i=1}^N \sum_{k=1}^N \sigma_i \cdot \xi_{Mi} \cdot \sigma_k \cdot \xi_{Mk} \cdot \rho_{i,k}}; \\ s_M(\tau) = \frac{\sum_{j=1}^K [\xi_{\infty j}^2 \cdot \sigma_{\infty j}^2 \cdot s_j(\tau)]}{\sum_{i=1}^N \sigma_i^2 \cdot \xi_{Mi}^2 + \sum_{i=1}^N \sum_{k=1}^N \sigma_i \cdot \xi_{Mi} \cdot \sigma_k \cdot \xi_{Mk} \cdot \rho_{i,k}}. \end{array} \right. \quad (3.10)$$

Рассмотрим полученную систему при $\tau = 0$. Тогда $r_M(0) = r_j(0) = 1$ и $s_M(0) = s_j(0) = 0$. Получим равенство, являющееся условием адекватного моделирования спектрально-корреляционных характеристик угловых шумов при излучении моделью статистически связанных сигналов:

$$\frac{\sum_{j=1}^K [\xi_{\infty j}^2 \cdot \sigma_{\infty j}^2]}{\sum_{i=1}^N \sigma_i^2 \cdot \xi_{Mi}^2 + \sum_{i=1}^N \sum_{k=1}^N \sigma_i \cdot \xi_{Mi} \cdot \sigma_k \cdot \xi_{Mk} \cdot \rho_{i,k}} = 1. \quad (3.11)$$

При излучении моделью не коррелированных сигналов $\rho_{i,k} = 0$ и полученное равенство переходит в условие (3.3).

Как и в случае моделей, излучающих не коррелированные сигналы, не сложно заметить, что синтез модели объекта, не допускающего разделения пространственной и временной переменных в функциях $F_R(\xi, \tau)$ и $F_S(\xi, \tau)$, приведет к окрасу спектра доплеровских флуктуаций модели квадратом обобщенной координаты. Аналогично (3.3), для устранения окрашивания спектра доплеровских флуктуаций расчет коэффициентов авто- и взаимной

корреляции квадратур излучаемых сигналов необходимо проводить по соотношениям:

$$\left\{ \begin{array}{l} r_{Mi}(\tau) = \frac{1}{2} \cdot A(\xi_{Mi}) \cdot \frac{\sum_{j=1}^K \sigma_{\infty j}^2 \cdot r_{\infty j}(\tau) \pm \sum_{j=1}^K \sigma_{\infty j}^2 \cdot \xi_{\infty j}^2 \cdot r_{\infty j}(\tau)}{\sum_{i=1}^N \sigma_i^2 \cdot \xi_{Mi}^2 + \sum_{i=1}^N \sum_{k=1}^N \sigma_i \cdot \xi_{Mi} \cdot \sigma_k \cdot \xi_{Mk} \cdot \rho_{i,k}}; \\ s_{Mi}(\tau) = \frac{1}{2} \cdot A(\xi_{Mi}) \cdot \frac{\sum_{j=1}^K \sigma_{\infty j}^2 \cdot s_{\infty j}(\tau) \pm \sum_{j=1}^K \sigma_{\infty j}^2 \cdot \xi_{\infty j}^2 \cdot s_{\infty j}(\tau)}{\sum_{i=1}^N \sigma_i^2 \cdot \xi_{Mi}^2 + \sum_{i=1}^N \sum_{k=1}^N \sigma_i \cdot \xi_{Mi} \cdot \sigma_k \cdot \xi_{Mk} \cdot \rho_{i,k}}. \end{array} \right. \quad (3.12)$$

Множитель $A(\xi_{Mi})$ определяется так же, как и в случае использования соотношения (3.4). Верхний знак выбирается при $\xi_{Mi} \geq 0$.

С учетом (3.12) можно записать выражение для коэффициента $A(\xi_{Mi})$, определяющее условие физической реализуемости модели:

$$A(\xi_{Mi}) = 2 \cdot \left(\frac{\sum_{j=1}^K \sigma_{\infty j}^2}{\sum_{i=1}^N \sigma_i^2 \cdot \xi_{Mi}^2 + \sum_{i=1}^N \sum_{k=1}^N \sigma_i \cdot \xi_{Mi} \cdot \sigma_k \cdot \xi_{Mk} \cdot \rho_{i,k}} \pm 1 \right). \quad (3.13)$$

Кроме того, важно отметить следующий факт. При синтезе моделей, излучающих не коррелированные сигналы в (3.3) есть две степени свободы: излучаемые мощности сигналов и координаты излучающих точек. Рассмотрим выражения (3.11) и (3.13). В их числителе появляется дополнительное слагаемое, определяемое, помимо мощностей излучаемых сигналов и положения излучающих точек, коэффициентом взаимной корреляции излучаемых сигналов. Благодаря этому появляется возможность синтезировать модель с неподвижными излучающими точками, адекватно замещающую отражения от распределенного объекта.

3.2.2. Спектральный подход к синтезу частично когерентных моделей

Аналогично случаю моделей, излучающих статистически не связанные сигналы, рассмотрим спектральный подход к синтезу моделей, излучающих статистически связанные сигналы.

Для этого возьмем преобразование Фурье от левой и правой частей выражения (3.5).

$$\left. \begin{aligned}
 g_{MR}(\omega) &= \int_{-\infty}^{\infty} r_M(\tau) e^{-i\omega\tau} d\tau = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\left(\sum_{j=1}^K [\xi_{\infty j}^2 \cdot \sigma_{\infty j}^2 \cdot r_j(\tau)] \right) \cdot e^{-i\omega\tau}}{\sum_{p=1}^N \sigma_p^2 \xi_{Mp}^2 + \sum_{p=1}^N \sum_{k=1}^N \sigma_p \xi_{Mp} \sigma_k \xi_{Mk} \rho_{p,k}} d\tau = \\
 &= \frac{\sum_{j=1}^K [\xi_{\infty j}^2 \cdot \sigma_{\infty j}^2 \cdot g_{Rj}(\omega)]}{\sum_{p=1}^N \sigma_p^2 \cdot \xi_{Mp}^2 + \sum_{p=1}^N \sum_{k=1}^N \sigma_p \cdot \xi_{Mp} \cdot \sigma_k \cdot \xi_{Mk} \cdot \rho_{p,k}}; \\
 g_{MS}(\omega) &= \int_{-\infty}^{\infty} s_M(\tau) e^{-i\omega\tau} d\tau = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\left(\sum_{j=1}^K [\xi_{\infty j}^2 \cdot \sigma_{\infty j}^2 \cdot s_j(\tau)] \right) \cdot e^{-i\omega\tau}}{\sum_{p=1}^N \sigma_p^2 \xi_{Mp}^2 + \sum_{p=1}^N \sum_{k=1}^N \sigma_p \xi_{Mp} \sigma_k \xi_{Mk} \rho_{p,k}} d\tau = \\
 &= \frac{\sum_{j=1}^K [\xi_{\infty j}^2 \cdot \sigma_{\infty j}^2 \cdot g_{Sj}(\omega)]}{\sum_{p=1}^N \sigma_p^2 \cdot \xi_{Mp}^2 + \sum_{p=1}^N \sum_{k=1}^N \sigma_p \cdot \xi_{Mp} \cdot \sigma_k \cdot \xi_{Mk} \cdot \rho_{p,k}}.
 \end{aligned} \right\} \quad (3.14)$$

Таким образом, получили выражение, определяющее взаимосвязь спектральных плотностей мощности эхосигналов, отраженных от точек объекта и СПМ статистически связанных сигналов, излучаемых всеми точками замещающей его модели. Статистическая связь сигналов модели определяется коэффициентом взаимной корреляции $\rho_{p,k}$. При $\rho_{p,j} = 0$ система уравнений переходит в (3.5), полученную для модели, излучающей статистически не связанные сигналы.

Проводя анализ (3.14) аналогичный анализу (3.5) можно получить, равенство, выполнение которого гарантирует синтез адекватной модели как для объекта допускающего разделимость пространственной и частотной переменных в функциях $g_{RM}(\xi, \omega)$ и $g_{SM}(\xi, \omega)$, так и для объектов не допускающих этого:

$$\frac{\sum_{j=1}^K [\xi_{\infty j}^2 \cdot \sigma_{\infty j}^2]}{\sum_{p=1}^N \sigma_p^2 \cdot \xi_{Mp}^2 + \sum_{p=1}^N \sum_{k=1}^N \sigma_p \cdot \xi_{Mp} \cdot \sigma_k \cdot \xi_{Mk} \cdot \rho_{p,k}} = 1.$$

Полученное равенство полностью совпадает с (3.11), полученном для синтеза моделей, излучающих статистически связанные сигналы, исходя из распределения корреляционных свойств отраженных сигналов по объекту.

3.2.3. Моделирование отражений от распределенных объектов

Подтвердим полученные теоретические результаты математическим моделированием, аналогичным случаю рассмотрения моделей, излучающих статистически не связанные сигналы. Графические изображения распределения интенсивности отраженных сигналов по объекту и распределения по объекту спектральных плотностей мощности отраженных сигналов приведены в таблице 3.1. Для каждого из объектов синтезировано две модели. Первая модель многоточечная. Она состоит из 50 излучающих точек, равномерно распределенных вдоль обобщенной координаты. Результаты, полученные с использованием этой модели приняты за эталонные. Вторая модель содержит две точки, излучающие статистически связанные сигналы с заданными спектрально-корреляционными свойствами. Спектрально-корреляционные свойства излучаемых сигналов определяются по выражениям (3.10) или (3.14), а так же (3.12) для объектов, не допускающих разделение пространственной и временной переменных в функциях $F_R(\xi, \tau)$ и $F_S(\xi, \tau)$. Так как для всех рассматриваемых объектов математическое

ожидание равно нулю, мощности, излучаемые из точек модели, равны между собой и определяются по соотношению:

$$\sigma_{M1}^2 + \sigma_{M2}^2 + 2 \cdot \sigma_{M1} \cdot \sigma_{M2} \cdot \rho = \sum_{i=1}^N \sigma_i^2,$$

где σ_{M1}^2 , σ_{M2}^2 - мощности, излучаемые из первой и второй точек модели соответственно; ρ - коэффициент взаимной корреляции сигналов, излучаемых моделью; σ_i^2 - мощность сигнала, отраженного i -той точкой объекта.

Теоретические значения параметров ПРВ угловых шумов рассматриваемых объектов приведены в таблице 3.2. Результаты, полученные при моделировании с использованием двухточечной геометрической модели, излучающей статистически связанные сигналы, приведены в таблице 3.3. Кроме результатов моделирования в таблице 3.3 содержатся такие параметры двухточечной модели как база и коэффициент взаимной корреляции излучаемых сигналов.

Таблица 3.3.

№	m	μ	B	ρ
1	0	1.71	2	0.5
2	0	2.38	2	0.714
3	0	2.13	2	0.642
4	0	1.7	2	0.5
5	0	2.4	2	0.714
6	0	2.12	2	0.642

Корреляционные функции угловых шумов двухточечной модели, излучающей статистически связанные сигналы, и замещаемого объекта совпадают. Точность совпадения такая же, как в случае использования модели, излучающей некогерентные сигналы (рис. 3.2 – 3.4). Как и ожидалось, для объектов, не допускающих разделение пространственной и временной

переменных в функциях $F_R(\xi, \tau)$ и $F_S(\xi, \tau)$, синтез модели по соотношениям (3.10) или (3.14) приводит к окрасу спектра доплеровских флуктуаций квадратом обобщенной координаты при адекватном воспроизведении корреляционной функции угловых шумов. Модель, синтезированная по (3.12) адекватно воспроизводит как корреляционную функцию угловых шумов, так и форму спектра доплеровских флуктуаций.

В целом, по подразделу можно сделать следующие выводы:

1. Получены аналитические соотношения, позволяющие синтезировать геометрическую модель произвольной конфигурации, излучающую коррелированные сигналы, адекватную по критерию равенства корреляционных функций угловых шумов модели и замещаемого объекта. Отражающие свойства объекта могут быть заданы как функциями распределения плотности авто- и взаимной корреляции квадратур эхосигнала по объекту, так и функциями распределения по объекту собственной и взаимной спектральной плотности мощности отраженного сигнала.

2. Полученные теоретические результаты подтверждены математическим моделированием, показавшим хорошее совпадение вероятностных характеристик угловых шумов модели и объекта, а также их корреляционных функций. При этом все синтезированные двухточечные геометрические модели имеют одинаковую базу, т. е. точки модели не меняют своих координат.

3.3. Эквивалентность параметров угловых шумов, формируемых реальными и виртуальными излучателями

В предыдущих подразделах рассмотрено два типа геометрических моделей: излучающие статистически не связанные сигналы и излучающие статистически связанные сигналы. Показано, что оба типа геометрических моделей могут адекватно замещать отражения от распределенных объектов по критерию равенства корреляционных функций угловых шумов модели и объекта. При этом минимальное количество точек моделей равно двум.

Однако лишь модели, излучающие статистически связанные сигналы, позволяют осуществлять адекватное моделирование при неподвижных излучателях. При использовании двухточечных моделей, излучающих статистически не связанные сигналы, для обеспечения адекватного моделирования параметров угловых шумов необходимо перемещать излучающие точки.

При реализации геометрической модели в виде матричного имитатора каждой излучающей точке модели соответствует излучающая антенна. В этом случае перемещение точек модели требует механического перемещения антенн. Реализовать подобное устройство можно, однако оно оказывается сложным, громоздким и дорогим [106].

Однако можно рассмотреть альтернативное решение. Заключается оно в следующем. Синфазное излучение из двух точек воспринимается как единый источник – кажущийся центр излучения. Положение кажущегося центра излучения определяется отношением амплитуд излучаемых сигналов. Таких центров излучения может быть несколько. В этом случае перемещение точки, необходимое для изменения параметров двухточечной модели, излучающей статистически не связанные сигналы, можно реализовать как перемещение кажущегося центра излучения. Кажущийся центр излучения можно назвать виртуальным излучателем. Перемещая таким образом одну или несколько виртуальных точек модели, можно изменять ее базу. Однако ранее не рассматривались угловые шумы объектов, образуемых из таких виртуальных точек. Решению этой задачи и посвящен этот подраздел [154].

Рассмотрим одномерный радиолокационный объект, образуемый совокупностью отражающих точек, распределенных вдоль линии. Функцию распределения плотности авто- и взаимной корреляции для такого объекта можно записать в виде:

$$\begin{cases} F_R(\xi, \tau) = \sum_{i=1}^N \sigma_i^2 \cdot r(\xi_i, \tau) \delta(\xi - \xi_i); \\ F_S(\xi, \tau) = \sum_{i=1}^N \sigma_i^2 \cdot r_s(\xi_i, \tau) \delta(\xi - \xi_i). \end{cases}$$

где σ_i^2 - дисперсия сигнала, излучаемого из i -той точки; $r(\xi_i, \tau)$, $r_s(\xi_i, \tau)$ - коэффициенты авто- и взаимной корреляции квадратурных составляющих сигнала, отраженного от i -той точки; ξ_i - обобщенная координата i -той точки; $\delta(\xi)$ - дельта функция.

Запишем корреляционные функции $R_H(\tau)$, $R_B(\tau)$, $R_{BH}(\tau)$, $S_H(\tau)$, $S_B(\tau)$, $S_{BH}(\tau)$, определяющие корреляционную функцию угловых шумов такого объекта:

$$R_H(\tau) = \int_{\xi} F_R(\xi, \tau) d\xi = \int_{\xi} \sum_{i=1}^N \sigma_i^2 \cdot r(\xi, \tau) \cdot \delta(\xi - \Delta\xi_i) d\xi = \sum_{i=1}^N \sigma_i^2 \cdot r(\Delta\xi_i, \tau);$$

$$\begin{aligned} R_B(\tau) &= \int_{\xi} (\xi - m)^2 \cdot F_R(\xi, \tau) d\xi = \int_{\xi} (\xi - m)^2 \cdot \sum_{i=1}^N \sigma_i^2 \cdot r(\xi, \tau) \cdot \delta(\xi - \Delta\xi_i) d\xi = \\ &= \sum_{i=1}^N (\Delta\xi_i - m)^2 \cdot \sigma_i^2 \cdot r(\Delta\xi_i, \tau); \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} R_{BH}(\tau) &= \int_{\xi} (\xi - m) \cdot F_R(\xi, \tau) d\xi = \int_{\xi} (\xi - m) \cdot \sum_{i=1}^N \sigma_i^2 \cdot r(\xi, \tau) \cdot \delta(\xi - \Delta\xi_i) d\xi = \\ &= \sum_{i=1}^N (\Delta\xi_i - m) \cdot \sigma_i^2 \cdot r(\Delta\xi_i, \tau); \end{aligned}$$

$$S_H(\tau) = \int_{\xi} F_S(\xi, \tau) d\xi = \int_{\xi} \sum_{i=1}^N \sigma_i^2 \cdot r_s(\xi, \tau) \cdot \delta(\xi - \Delta\xi_i) d\xi = \sum_{i=1}^N \sigma_i^2 \cdot r_s(\Delta\xi_i, \tau);$$

$$\begin{aligned} S_B(\tau) &= \int_{\xi} (\xi - m)^2 \cdot F_S(\xi, \tau) d\xi = \int_{\xi} (\xi - m)^2 \cdot \sum_{i=1}^N \sigma_i^2 \cdot r_s(\xi, \tau) \cdot \delta(\xi - \Delta\xi_i) d\xi = \\ &= \sum_{i=1}^N (\Delta\xi_i - m)^2 \cdot \sigma_i^2 \cdot r_s(\Delta\xi_i, \tau); \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
S_{BH}(\tau) &= \int_{\xi} (\xi - m) \cdot F_S(\xi, \tau) d\xi = \int_{\xi} (\xi - m) \cdot \sum_{i=1}^N \sigma_i^2 \cdot r_S(\xi, \tau) \cdot \delta(\xi - \Delta\xi_i) d\xi = \\
&= \sum_{i=1}^N (\Delta\xi_i - m) \cdot \sigma_i^2 \cdot r_S(\Delta\xi_i, \tau).
\end{aligned}$$

Параметры ПРВ угловых шумов (математическое ожидание и параметр μ) для такого объекта определяются выражениями:

$$\begin{aligned}
m &= \frac{\int_{\xi} \xi \cdot F_R(\xi, 0) d\xi}{\int_{\xi} F_R(\xi, 0) d\xi} = \frac{\sum_{i=1}^N \Delta\xi_i \cdot \sigma_i^2}{\sum_{i=1}^N \sigma_i^2}; \\
\mu^2 &= \frac{\sigma_H^2}{\sigma_B^2} = \frac{\int_{\xi} F_R(\xi, 0) d\xi}{\int_{\xi} (\xi - m)^2 F_R(\xi, 0) d\xi} = \frac{\sum_{i=1}^N \sigma_i^2}{\sum_{i=1}^N (\Delta\xi_i - m)^2 \cdot \sigma_i^2}.
\end{aligned}$$

Рассмотрим двухточечную когерентную модель, замещающую по точечно такой объект. Обозначим $\rho(\xi_i, \tau)$ - коэффициент взаимной корреляции сигналов, излучаемых из первой и второй точек модели для формирования i -той точки объекта. Так как модель полностью когерентна, $\rho(\xi_i, \tau) = r(\xi_i, \tau)$ и $\rho(\xi_i, 0) = 1$. В этом случае функцию распределения плотности автокорреляции можно записать в виде:

$$\begin{aligned}
F_{R(2)}(\xi, \tau) &= \sum_{i=1}^N \sigma_{1i}^2 \cdot r(\xi_i, \tau) \delta(\xi - \xi_{1i}) + \sum_{i=1}^N \sigma_{2i}^2 \cdot r(\xi_i, \tau) \delta(\xi - \xi_{2i}) + \\
&+ \sum_{i=1}^N \sigma_{1i} \cdot \sigma_{2i} \cdot (\delta(\xi - \xi_{1i}) + \delta(\xi - \xi_{2i})) \cdot \rho(\xi_i, \tau).
\end{aligned}$$

где σ_{1i}^2 , σ_{2i}^2 - дисперсии сигналов, излучаемых первой и второй точкой двухточечной модели.

Очевидно, что в этом выражении первое слагаемое характеризует излучение из первой точки двухточечной модели, второе – из второй, третье – учитывает статистическую взаимосвязь излучаемых сигналов. Дисперсии излучаемых сигналов определяются решением системы уравнений:

$$\begin{cases} \sigma_{1i}^2 + 2 \cdot \sigma_{1i} \cdot \sigma_{2i} + \sigma_{2i}^2 = \sigma_i^2; \\ z_{12i}^2 = \frac{\sigma_{1i}^2}{\sigma_{2i}^2} = \left(\frac{1 - \Delta \xi_i}{1 + \Delta \xi_i} \right)^2. \end{cases} \quad (3.15)$$

где $\Delta \xi_i = (\xi_0 - \xi_i)$ - отклонение положения имитируемого излучателя от центра базы двухточечной модели.

Решив систему уравнений, получим:

$$\begin{cases} \sigma_{1i}^2 = \frac{\sigma_i^2 \cdot z_{12i}^2}{(1 + z_{12i})^2}; \\ \sigma_{2i}^2 = \frac{\sigma_i^2}{(1 + z_{12i})^2}. \end{cases}$$

С учетом статистической взаимосвязи излучаемых сигналов модели можно использовать понятие эквивалентной дисперсии сигнала [141,144,150], излучаемого из каждой точки модели:

$$\begin{cases} \sigma_{eli}^2 = \sigma_{1i}^2 + \sigma_{1i} \cdot \sigma_{2i} \cdot \rho(\xi_i, 0); \\ \sigma_{e2i}^2 = \sigma_{2i}^2 + \sigma_{1i} \cdot \sigma_{2i} \cdot \rho(\xi_i, 0). \end{cases}$$

С учетом эквивалентной дисперсии функция распределения плотности автокорреляции двухточечной модели примет вид:

$$F_{R(2)}(\xi, \tau) = \sum_{i=1}^N \sigma_{eli}^2 \cdot r(\xi_i, \tau) \delta(\xi - \xi_1) + \sum_{i=1}^N \sigma_{e2i}^2 \cdot r(\xi_i, \tau) \delta(\xi - \xi_2).$$

Запишем корреляционные функции $R_{H(2)}(\tau)$, $R_{B(2)}(\tau)$, $R_{BH(2)}(\tau)$, $S_{H(2)}(\tau)$, $S_{B(2)}(\tau)$, $S_{BH(2)}(\tau)$, определяющие корреляционную функцию угловых шумов такой модели:

$$\begin{aligned}
R_{H(2)}(\tau) &= \int_{\xi} F_{R(2)}(\xi, \tau) d\xi = \\
&= \int_{\xi} \left[\sum_{i=1}^N \sigma_{e1i}^2 \cdot r(\xi, \tau) \cdot \delta(\xi - \xi_1) + \sum_{i=1}^N \sigma_{e2i}^2 \cdot r(\xi, \tau) \cdot \delta(\xi - \xi_2) \right] d\xi = \\
&= \sum_{i=1}^N \sigma_{1i}^2 \cdot r(\xi_i, \tau) + \sum_{i=1}^N \sigma_{2i}^2 \cdot r(\xi_i, \tau) + 2 \cdot \sum_{i=1}^N \sigma_{1i} \cdot \sigma_{2i} \cdot \rho(\xi_i, \tau) = \\
&= \sum_{i=1}^N \left(\sigma_{1i}^2 + 2 \cdot \sigma_{1i} \cdot \sigma_{2i} + \sigma_{2i}^2 \right) \cdot r(\xi_i, \tau) = \sum_{i=1}^N \sigma_i^2 \cdot r(\xi_i, \tau);
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
R_{B(2)}(\tau) &= \int_{\xi} \left(\xi - m_{(2)} \right)^2 \cdot F_{R(2)}(\xi, \tau) d\xi = \\
&= \int_{\xi} \left(\xi - m_{(2)} \right)^2 \cdot \left[\sum_{i=1}^N \sigma_{e1i}^2 \cdot r(\xi, \tau) \cdot \delta(\xi - \xi_1) + \sum_{i=1}^N \sigma_{e2i}^2 \cdot r(\xi, \tau) \cdot \delta(\xi - \xi_2) \right] d\xi = \\
&= \sum_{i=1}^N \left(\xi_1 - m_{(2)} \right)^2 \cdot \sigma_{1i}^2 \cdot r(\xi_i, \tau) + \sum_{i=1}^N \left(\xi_2 - m_{(2)} \right)^2 \cdot \sigma_{2i}^2 \cdot r(\xi_i, \tau) + \\
&\quad + 2 \cdot \sum_{i=1}^N \left(\xi_1 - m_{(2)} \right) \cdot \left(\xi_2 - m_{(2)} \right) \cdot \sigma_{1i} \cdot \sigma_{2i} \cdot r(\xi_i, \tau) = \\
&= \sum_{i=1}^N \left(\left(\xi_1 - m_{(2)} \right)^2 \cdot \sigma_{1i}^2 + 2 \left(\xi_1 - m_{(2)} \right) \left(\xi_2 - m_{(2)} \right) \sigma_{1i} \sigma_{2i} + \left(\xi_2 - m_{(2)} \right)^2 \cdot \sigma_{2i}^2 \right) \cdot r(\xi_i, \tau) = \\
&= \sum_{i=1}^N \left(\left(\xi_1 - m_{(2)} \right) \cdot \sigma_{1i} + \left(\xi_2 - m_{(2)} \right) \cdot \sigma_{2i} \right)^2 \cdot r(\xi_i, \tau);
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
R_{BH(2)}(\tau) &= \int_{\xi} \left(\xi - m_{(2)} \right) \cdot F_{R(2)}(\xi, \tau) d\xi = \\
&= \int_{\xi} \left(\xi - m_{(2)} \right) \cdot \left[\sum_{i=1}^N \sigma_{e1i}^2 \cdot r(\xi, \tau) \cdot \delta(\xi - \xi_1) + \sum_{i=1}^N \sigma_{e2i}^2 \cdot r(\xi, \tau) \cdot \delta(\xi - \xi_2) \right] d\xi = \\
&= \sum_{i=1}^N \left(\xi_1 - m_{(2)} \right) \cdot \sigma_{e1i}^2 \cdot r(\xi_i, \tau) + \sum_{i=1}^N \left(\xi_2 - m_{(2)} \right) \cdot \sigma_{e2i}^2 \cdot r(\xi_i, \tau) = \\
&= \sum_{i=1}^N \left(\left(\xi_1 - m_{(2)} \right) \cdot \sigma_{e1i}^2 + \left(\xi_2 - m_{(2)} \right) \cdot \sigma_{e2i}^2 \right) \cdot r(\xi_i, \tau);
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
S_{H(2)}(\tau) &= \int_{\xi} F_{S(2)}(\xi, \tau) d\xi = \\
&= \int_{\xi} \left[\sum_{i=1}^N \sigma_{e1i}^2 \cdot s(\xi, \tau) \cdot \delta(\xi - \xi_1) + \sum_{i=1}^N \sigma_{e2i}^2 \cdot s(\xi, \tau) \cdot \delta(\xi - \xi_2) \right] d\xi = \\
&= \sum_{i=1}^N \sigma_{1i}^2 \cdot s(\xi_i, \tau) + \sum_{i=1}^N \sigma_{2i}^2 \cdot s(\xi_i, \tau) + 2 \cdot \sum_{i=1}^N \sigma_{1i} \cdot \sigma_{2i} \cdot \rho_S(\xi_i, \tau) = \\
&= \sum_{i=1}^N \left(\sigma_{1i}^2 + 2 \cdot \sigma_{1i} \cdot \sigma_{2i} + \sigma_{2i}^2 \right) \cdot s(\xi_i, \tau) = \sum_{i=1}^N \sigma_i^2 \cdot s(\xi_i, \tau); \\
S_{B(2)}(\tau) &= \int_{\xi} \left(\xi - m_{(2)} \right)^2 \cdot F_{S(2)}(\xi, \tau) d\xi = \\
&= \int_{\xi} \left(\xi - m_{(2)} \right)^2 \cdot \left[\sum_{i=1}^N \sigma_{e1i}^2 \cdot s(\xi, \tau) \cdot \delta(\xi - \xi_1) + \sum_{i=1}^N \sigma_{e2i}^2 \cdot s(\xi, \tau) \cdot \delta(\xi - \xi_2) \right] d\xi = \\
&= \sum_{i=1}^N \left(\xi_1 - m_{(2)} \right)^2 \cdot \sigma_{1i}^2 \cdot s(\xi_i, \tau) + \sum_{i=1}^N \left(\xi_2 - m_{(2)} \right)^2 \cdot \sigma_{2i}^2 \cdot s(\xi_i, \tau) + \\
&\quad + 2 \cdot \sum_{i=1}^N \left(\xi_1 - m_{(2)} \right) \cdot \left(\xi_2 - m_{(2)} \right) \cdot \sigma_{1i} \cdot \sigma_{2i} \cdot s(\xi_i, \tau) = \\
&= \sum_{i=1}^N \left(\left(\xi_1 - m_{(2)} \right)^2 \cdot \sigma_{1i}^2 + 2 \left(\xi_1 - m_{(2)} \right) \left(\xi_2 - m_{(2)} \right) \sigma_{1i} \sigma_{2i} + \left(\xi_2 - m_{(2)} \right)^2 \cdot \sigma_{2i}^2 \right) \cdot s(\xi_i, \tau) = \\
&= \sum_{i=1}^N \left(\left(\xi_1 - m_{(2)} \right) \cdot \sigma_{1i} + \left(\xi_2 - m_{(2)} \right) \cdot \sigma_{2i} \right)^2 \cdot s(\xi_i, \tau); \\
S_{BH(2)}(\tau) &= \int_{\xi} \left(\xi - m_{(2)} \right) \cdot F_{S(2)}(\xi, \tau) d\xi = \\
&= \int_{\xi} \left(\xi - m_{(2)} \right) \cdot \left[\sum_{i=1}^N \sigma_{e1i}^2 \cdot s(\xi, \tau) \cdot \delta(\xi - \xi_1) + \sum_{i=1}^N \sigma_{e2i}^2 \cdot s(\xi, \tau) \cdot \delta(\xi - \xi_2) \right] d\xi = \\
&= \sum_{i=1}^N \left(\xi_1 - m_{(2)} \right) \cdot \sigma_{e1i}^2 \cdot s(\xi_i, \tau) + \sum_{i=1}^N \left(\xi_2 - m_{(2)} \right) \cdot \sigma_{e2i}^2 \cdot s(\xi_i, \tau) = \\
&= \sum_{i=1}^N \left(\left(\xi_1 - m_{(2)} \right) \cdot \sigma_{e1i}^2 + \left(\xi_2 - m_{(2)} \right) \cdot \sigma_{e2i}^2 \right) \cdot s(\xi_i, \tau).
\end{aligned}$$

Параметры ПРВ угловых шумов (математическое ожидание и параметр μ) определяются выражениями:

$$\begin{aligned}
m_{(2)} &= \frac{\int_{\xi} \xi \cdot F_{R(2)}(\xi, 0) d\xi}{\int_{\xi} F_{R(2)}(\xi, 0) d\xi} = \frac{\sum_{i=1}^N \xi_1 \cdot \sigma_{e1i}^2 + \sum_{i=1}^N \xi_2 \cdot \sigma_{e2i}^2}{\sum_{i=1}^N \sigma_{e1i}^2 + \sum_{i=1}^N \sigma_{e2i}^2} = \\
&= \frac{\sum_{i=1}^N \left(\frac{\xi_1 \cdot \sigma_i^2 \cdot z_{12i}^2}{(1+z_{12i})^2} + \frac{\xi_1 \cdot \sigma_i^2 \cdot z_{12i}}{(1+z_{12i})^2} + \frac{\xi_2 \cdot z_{12i} \cdot \sigma_i^2}{(1+z_{12i})^2} + \frac{\xi_2 \cdot \sigma_i^2}{(1+z_{12i})^2} \right)}{\sum_{i=1}^N \sigma_i^2} = \\
&= \left\{ \begin{array}{l} \xi_1 = -1 \\ \xi_2 = 1 \end{array} \right\} = \frac{\sum_{i=1}^N \left(\frac{1-z_{12i}}{1+z_{12i}} \cdot \sigma_i^2 \right)}{\sum_{i=1}^N \sigma_i^2} = \frac{\sum_{i=1}^N (\Delta \xi_i \cdot \sigma_i^2)}{\sum_{i=1}^N \sigma_i^2}.
\end{aligned}$$

Таким образом, получили тождество $m = m_{(2)}$, гарантирующее равенство математических ожиданий ПРВ угловых шумов многоточечного объекта и его двухточечной когерентной модели при достоверном моделировании положения всех точек объекта.

$$\begin{aligned}
\mu_{(2)}^2 &= \frac{\sigma_{H(2)}^2}{\sigma_{B(2)}^2} = \frac{\int_{\xi} F_{R(2)}(\xi, 0) d\xi}{\int_{\xi} (\xi - m_{(2)})^2 F_{R(2)}(\xi, 0) d\xi} = \\
&= \frac{\sum_{i=1}^N \sigma_{e1i}^2 + \sum_{i=1}^N \sigma_{e2i}^2}{\sum_{i=1}^N \left((\xi_1 - m_{(2)}) \cdot \sigma_{1i} + (\xi_2 - m_{(2)}) \cdot \sigma_{2i} \right)^2} = \left\{ \begin{array}{l} \xi_1 = -1 \\ \xi_2 = 1 \end{array} \right\} = \\
&= \frac{\sum_{i=1}^N \sigma_i^2}{\sum_{i=1}^N \sigma_i^2} = \\
&= \frac{\sum_{i=1}^N \left(\frac{(1-z_{12i}) \cdot \sigma_i - m_{(2)}(1+z_{12i}) \cdot \sigma_i}{1+z_{12i}} \right)^2}{\sum_{i=1}^N (\Delta \xi_i \cdot \sigma_i^2 - 2 \cdot m \cdot \Delta \xi_i \cdot \sigma_i + m_{(2)}^2 \cdot \sigma_i^2)}.
\end{aligned}$$

С учетом преобразований, выполненных при получении выражения (2.13), выражение для параметра $\mu_{(2)}^2$ можно записать:

$$\mu_{(2)}^2 = \frac{\sum_{i=1}^N \sigma_i^2}{\sum_{i=1}^N \Delta \xi_i^2 \cdot \sigma_i^2 - m_{(2)}^2 \cdot \sum_{i=1}^N \sigma_i^2}.$$

С учетом ранее полученного равенства математических ожиданий для двухточечной модели и многоточечного объекта ($m = m_{(2)}$), становится очевидным и равенство $\mu = \mu_{(2)}$. Условием выполнения этого равенства, по-прежнему, является достоверное моделирование положения всех точек объекта.

$$\begin{aligned} \text{Таким образом, получаем: } R_H(\tau) &\equiv R_{H(2)}(\tau), & R_B(\tau) &\neq R_{B(2)}(\tau), \\ R_{BH}(\tau) &\neq R_{BH(2)}(\tau), & S_H(\tau) &\equiv S_{H(2)}(\tau), \\ S_B(\tau) &\neq S_{B(2)}(\tau), & S_{BH}(\tau) &\neq S_{BH(2)}(\tau). \end{aligned}$$

Определим условия, обеспечивающие равенство корреляционных функций, обозначенных одинаковыми индексами, для объекта и замещающей его модели.

Для этого необходимо для каждой из замещаемых точек объекта обеспечить выполнение системы равенств:

$$\begin{cases} \left((\xi_1 - m_{(2)}) \cdot \sigma_{1i} + (\xi_2 - m_{(2)}) \cdot \sigma_{2i} \right)^2 = (\Delta \xi_i - m)^2 \cdot \sigma_i^2; \\ (\xi_1 - m_{(2)}) \cdot \sigma_{e1i}^2 + (\xi_2 - m_{(2)}) \cdot \sigma_{e2i}^2 = (\Delta \xi_i - m) \cdot \sigma_i^2; \\ \sigma_{e1i}^2 + \sigma_{e2i}^2 = \sigma_i^2. \end{cases} \quad (3.16)$$

Первое уравнение системы обеспечит выполнение равенств $R_B(\tau) = R_{B(2)}(\tau)$ и $S_B(\tau) = S_{B(2)}(\tau)$. Второе – равенств $R_{BH}(\tau) = R_{BH(2)}(\tau)$ и $S_{BH}(\tau) = S_{BH(2)}(\tau)$. Третье уравнение обеспечит равенство мощностей сигналов модели и замещаемой точки.

Выразим σ_{e1i}^2 из третьего уравнения системы (3.16) и подставим во второе. После не сложных преобразований, с учетом, что $m_{(2)} = m$ можно получить:

$$\frac{\sigma_{e1i}^2}{\sigma_{e2i}^2} = \frac{\sigma_{1i}^2 + \sigma_{1i} \cdot \sigma_{2i}}{\sigma_{2i}^2 + \sigma_{1i} \cdot \sigma_{2i}} = \frac{\sigma_{i1}}{\sigma_{i2}} = \frac{\Delta \xi_i - \xi_2}{\xi_1 - \Delta \xi_i} = z_{12i}. \quad (3.17)$$

Поступим так же с первым уравнением системы (3.16). Получим равенство:

$$\begin{aligned} & \left(\xi_1 - m_{(2)} \right)^2 \cdot \sigma_{1i}^2 + 2 \cdot \left(\xi_1 - m_{(2)} \right) \left(\xi_2 - m_{(2)} \right) \sigma_{1i} \sigma_{2i} + \left(\xi_2 - m_{(2)} \right)^2 \cdot \sigma_{2i}^2 = \\ & = \left(\Delta \xi_i - m \right)^2 \sigma_{1i}^2 + 2 \left(\Delta \xi_i - m \right) \sigma_{1i} \sigma_{2i} + \left(\Delta \xi_i - m \right)^2 \sigma_{2i}^2. \end{aligned}$$

Перенесем все слагаемые влево и перейдем к переменной z_{12i} . В результате получим квадратное уравнение относительно неизвестной переменной z_{12i} вида:

$$a \cdot z_{12i}^2 + b \cdot z_{12i} + c = 0. \quad (3.18)$$

С учетом равенства $m_{(2)} = m$ и координат излучающих точек равных $\xi_1 = -1$ и $\xi_2 = 1$ можно записать выражения для коэффициентов этого квадратного уравнения:

$$\begin{cases} a = 1 + 2 \cdot m + 2 \cdot m \cdot \Delta \xi_i - \Delta \xi_i^2; \\ b = 2 \cdot \left(-1 + 2 \cdot m \cdot \Delta \xi_i - \Delta \xi_i^2 \right); \\ c = 1 - 2 \cdot m + 2 \cdot m \cdot \Delta \xi_i - \Delta \xi_i^2. \end{cases}$$

Решим квадратное (3.18). Дискриминант квадратного уравнения равен:

$$D = 16 \cdot \left(m - \Delta \xi_i \right)^2.$$

Дискриминант положителен при любых m и ξ_i , уравнение (3.18) должно иметь два решения. Они определяются выражением:

$$z_{12i}^{\pm} = \frac{\Delta \xi_i^2 \pm 2 \cdot \left(m - \Delta \xi_i \right) - 2 \cdot m \cdot \Delta \xi_i + 1}{\left(\Delta \xi_i + 1 \right) \cdot \left(2 \cdot m - \Delta \xi_i + 1 \right)},$$

где верхний индекс «+» или «-» определяет знак перед слагаемым вторым слагаемым числителя.

После не сложных преобразований получим:

$$\begin{cases} z_{12i}^+ = \frac{1 - \Delta\xi_i}{1 + \Delta\xi_i}; \\ z_{12i}^- = \frac{1 + \Delta\xi_i - 2 \cdot m}{1 - \Delta\xi_i + 2 \cdot m}. \end{cases}$$

Один из корней (z_{12i}^+) совпадает с равенством (3.17), выполнение которого необходимо для обеспечения $R_{BH}(\tau) = R_{BH(2)}(\tau)$ и $S_{BH}(\tau) = S_{BH(2)}(\tau)$. Кроме того, это выражение совпадает со вторым уравнением системы (3.15), определяющей взаимосвязь соотношения СКО излучаемых сигналов и положения замещающей точки.

Таким образом, установлено:

1. Двухточечная когерентная геометрическая модель может адекватно замещать отражения от многоточечного радиолокационного объекта как по критерию равенства параметров ПРВ угловых шумов, так и по критерию равенства корреляционных функций угловых шумов модели и объекта.

2. Для обеспечения равенства корреляционных функций угловых шумов модели и объекта необходимо обеспечить выполнение двух условий. Во-первых, корректное моделирование углового положения точек объекта. Во-вторых, при моделировании каждой из точек объекта необходимо использовать коэффициенты авто- и взаимной корреляции квадратурных составляющих сигнала равные одноименным коэффициентам квадратурных составляющих эхосигнала от замещающей точки объекта.

3.4. Выводы к разделу 3

В целом, в разделе 3 сформулированы подходы к синтезу малоточечных геометрических моделей, адекватно замещающих угловые шумы по критерию равенства корреляционных функций угловых шумов модели и замещаемого объекта. Рассмотрены возможности моделей, излучающих полностью коррелированные сигналы, частично коррелированные и полностью не коррелированные.

Можно сделать следующие выводы.

1. Разработан аппарат синтеза геометрических моделей произвольной конфигурации, адекватных по критерию равенства корреляционных функций угловых шумов модели и замещаемого объекта. Определены условия, выполнение которых обеспечивает адекватность моделирования.

2. Показано, что геометрические модели, излучающие из всех точек сигналы с одинаковыми авто- и взаимными корреляционными функциями квадратурных компонент, могут адекватно замещать отражения только от радиолокационных объектов, допускающих разделение пространственной и временной переменных в функциях $F_R(\xi, \tau)$ и $F_S(\xi, \tau)$. Для объектов, не допускающих разделимости переменных, происходит окрас формы доплеровского спектра квадратом обобщенной координаты.

3. Разработан аппарат синтеза геометрических моделей, к излучающим точкам которых подводятся сигналы с произвольной величиной коэффициента взаимной корреляции, для объектов, не допускающих разделимости пространственной и временной переменной в функциях $F_R(\xi, \tau)$ и $F_S(\xi, \tau)$.

4. Предложен аппарат синтеза геометрической модели, адекватной по критерию равенства корреляционных функций угловых шумов модели и замещаемого объекта, на основе спектральных свойств электромагнитных волн, отраженных от блестящих точек замещаемого объекта.

5. Показано, что когерентная двухточечная геометрическая модель может адекватно замещать отражения от распределенных радиолокационных объектов по критерию равенства корреляционных функций угловых шумов модели и объекта. При этом каждая из точек объекта замещается своим кажущимся центром излучения, формируемым моделью и излучающим сигнал со спектрально-корреляционными свойствами, что и у замещаемой блестящей точки.

В целом можно заключить, что возможности модели по адекватному замещению отражений от распределенных объектов определяются конфигурацией излучающей части и параметрами излучаемых сигналов. Таким образом становится актуальной задача определения геометрической конфигурации излучающих точек модели, обеспечивающей равенство корреляционных функций угловых шумов модели и объекта. С учетом этого можно уточнить направления дальнейших исследований.

1. Обосновать двумерные модели, содержащие минимальное количество точек, излучающих не коррелированные сигналы и обеспечивающие раздельное управление параметрами ПРВ угловых шумов как по двум взаимно ортогональным направлениям, так и в пределах каждого из направлений.

2. Обосновать двумерные модели, содержащие минимальное количество точек, излучающих коррелированные сигналы и обеспечивающие раздельное управление параметрами ПРВ угловых шумов как по двум взаимно ортогональным направлениям, так и в пределах каждого из направлений.

4. Модели, излучающие некоррелированные сигналы и обеспечивающие заданные параметры ПРВ угловых шумов

Ранее получены соотношения, позволяющие определить коэффициенты авто- и взаимной корреляции квадратурных компонент сигналов, излучаемых каждой точкой модели. При этом остаются открытыми вопросы о конфигурации (количестве и местоположении в пространстве) излучающих точек модели, а также мощностях излучаемых ими сигналов. Как следует из выражения (3.2), эти параметры определяют условия физической реализуемости модели.

Это определяет **цель раздела**: обосновать конфигурации геометрических моделей, содержащих минимальное количество точек, излучающих не коррелированные сигналы и позволяющих осуществлять достоверное моделирование ПРВ угловых шумов двумерных распределенных объектов.

Для этого необходимо решить следующие **задачи**:

1. Для известных одномерных моделей проанализировать связь параметров ПРВ угловых шумов с конфигурацией и параметрами модели, а также углом поворота оси обобщенных координат.

2. Рассмотреть двумерные геометрические модели и определить минимальное количество излучающих точек, обеспечивающих раздельное управление параметрами ПРВ угловых шумов по двум ортогональным направлениям при излучении моделью не коррелированных сигналов.

3. Определить условия, выполнение которых гарантирует возможность независимого управления параметрами распределения угловых шумов по двум ортогональным осям.

4. Получить соотношения, позволяющие синтезировать предложенные модели с заданными параметрами ПРВ угловых шумов для двух взаимно ортогональных направлений.

4.1. Двухточечная геометрическая модель

Из литературы известна двухточечная геометрическая модель, излучающая не коррелированные сигналы [23,64,134]. Проанализируем ее возможности по моделированию угловых шумов двумерного распределенного объекта.

Рассмотрим конфигурацию излучающих точек, изображенную на рис. 2.2. Функция распределения интенсивности излучения вдоль обобщенной координаты ξ для такой модели определяется выражением (2.11).

Параметры ПРВ угловых шумов такой модели определяются выражениями (2.12) и (2.13) при $N = 2$:

$$m(\theta) = \frac{\sigma_2^2 \cdot L_{\text{ПР2}}(\theta) + \sigma_1^2 \cdot L_{\text{ПР1}}(\theta)}{\sigma_2^2 + \sigma_1^2} = \frac{\sigma_2^2 \cdot L_{\text{ПР2}}(\theta) + \sigma_1^2 \cdot L_{\text{ПР1}}(\theta)}{\sigma_H^2}; \quad (4.1)$$

$$\begin{aligned} \mu^2(\theta) &= \frac{\sigma_2^2 + \sigma_1^2}{\sigma_2^2 \cdot L_{\text{ПР2}}^2(\theta) + \sigma_1^2 \cdot L_{\text{ПР1}}^2(\theta) - m^2(\theta) \cdot (\sigma_1^2 + \sigma_2^2)} = \\ &= \frac{\sigma_H^2}{\sigma_2^2 \cdot L_{\text{ПР2}}^2(\theta) + \sigma_1^2 \cdot L_{\text{ПР1}}^2(\theta) - m^2(\theta) \cdot \sigma_H^2}. \end{aligned} \quad (4.2)$$

Пользуясь выражением (4.2), не сложно убедиться, что параметры $m(\theta)$ и $\mu(\theta)$ являются взаимно зависимыми. Например, при симметричном расположении излучающих точек относительно начала координат обобщенной координаты ξ ($L_{\text{ПР1}}(\theta) = -L_{\text{ПР2}}(\theta) = L_{\text{ПР}}(\theta)$) получаем:

$$\mu(\theta) = \frac{1}{\sqrt{L_{\text{ПР}}^2(\theta) - m^2(\theta)}}. \quad (4.3)$$

В частности, при $L_{\text{ПР1}}(\theta) = 1$ и $L_{\text{ПР2}}(\theta) = -1$ получим результат, рассмотренный в работах [132,134]:

$$\mu = \frac{1}{\sqrt{1 - m^2}}.$$

Это ограничивает применение двухточечной модели при имитации.

Рассмотрим случаи $\theta=0$ и $\theta=\frac{\pi}{2}$, определяющие параметры ПРВ

угловых шумов для двух ортогональных осей (например, как уже говорилось ранее, азимута и угла места, соответственно). С учетом того, что $L_{IPi}(\theta) = L_i \cdot \cos(\theta - \psi_i)$, выражения примут следующий вид:

$$m(0) = \frac{\sigma_2^2 \cdot L_2 \cdot \cos(\psi_2) + \sigma_1^2 \cdot L_1 \cdot \cos(\psi_1)}{\sigma_H^2};$$

$$\mu^2(0) = \frac{\sigma_H^2}{\sigma_2^2 \cdot (L_2 \cdot \cos(\psi_2))^2 + \sigma_1^2 \cdot (L_1 \cdot \cos(\psi_1))^2 - m^2(0) \cdot \sigma_H^2};$$

$$m\left(\frac{\pi}{2}\right) = -\frac{\sigma_2^2 \cdot L_2 \cdot \sin(\psi_2) + \sigma_1^2 \cdot L_1 \cdot \sin(\psi_1)}{\sigma_H^2};$$

$$\mu^2\left(\frac{\pi}{2}\right) = \frac{\sigma_H^2}{\sigma_2^2 \cdot (L_2 \cdot \sin(\psi_2))^2 + \sigma_1^2 \cdot (L_1 \cdot \sin(\psi_1))^2 - m^2\left(\frac{\pi}{2}\right) \cdot \sigma_H^2}.$$

Видно, что параметры ПРВ угловых шумов по двум ортогональным направлениям связаны между собой. Они определяются путем проецирования излучающих точек на два ортогональных направления. Это означает, что, задавая параметры ПРВ угловых шумов вдоль одной из координатных осей, мы определяем параметры вдоль другой координатной оси. Такая конфигурация не может быть использована для моделирования угловых шумов объектов, распределенных по двум угловым координатам.

При

$$\theta = \arctg\left(\frac{L_1 \cdot \sin(\psi_1) - L_2 \cdot \sin(\psi_2)}{L_1 \cdot \cos(\psi_1) - L_2 \cdot \cos(\psi_2)}\right) \pm \frac{\pi}{2},$$

база двухточечной модели перпендикулярна оси обобщенной координаты. ПРВ угловых шумов приобретает вид дельта-функции, расположенной в точке пересечения линии базы геометрической модели и оси обобщенной координаты ξ . Обобщенная координата точки пересечения:

$$\xi = L_1 \cdot \cos(\theta - \psi_1) = L_2 \cdot \cos(\theta - \psi_2).$$

При

$$\theta = \arctg \left(\frac{L_1 \cdot \sin(\psi_1) - L_2 \cdot \sin(\psi_2)}{L_1 \cdot \cos(\psi_1) - L_2 \cdot \cos(\psi_2)} \right),$$

база двухточечной модели параллельна оси обобщенной координаты.

Получим соотношения для синтеза модели, т. е. для определения параметров излучаемых сигналов по заданным для замещаемого объекта m_∞ и μ_∞ . Для этого достаточно составить систему из двух уравнений (4.1) и (4.2) и решить ее относительно σ_1^2 и σ_2^2 . Решение этой системы сводится к тривиальным математическим преобразованиям, в результате которых получим:

$$\begin{cases} \sigma_1^2(\theta) = \frac{\left[(L_{ПП2}(\theta) - m_\infty)^2 - 1/\mu_\infty^2 \right] \cdot \sigma_H^2}{(L_{ПП2}(\theta) - m_\infty)^2 - (L_{ПП1}(\theta) - m_\infty)^2}; \\ \sigma_2^2(\theta) = \frac{\left[1/\mu_\infty^2 - (L_{ПП1}(\theta) - m_\infty)^2 \right] \cdot \sigma_H^2}{(L_{ПП2}(\theta) - m_\infty)^2 - (L_{ПП1}(\theta) - m_\infty)^2}. \end{cases} \quad (4.4)$$

Полученные результаты не сложно подтвердить математическим моделированием. Для этого, например, рассмотрим двухточечную геометрическую модель, излучатели которой расположены в точках с координатами $(L_1; \psi_1) = \left(1; \frac{\pi}{4}\right)$; $(L_2; \psi_2) = \left(1; -\frac{3 \cdot \pi}{4}\right)$. Конфигурация такой модели показана на рисунке 4.1. Каждая из точек модели излучает сигнал, представляющий собой нормальный случайный процесс с нулевым математическим ожиданием и заданной дисперсией. Угловые координаты кажущегося центра излучения определялись с использованием пеленгационного соотношения [33,151,152]:

$$F(i) = \operatorname{Re} \left(\frac{\Delta(i)}{\Sigma(i)} \right),$$

где $\Delta(i)$ - i -тый отсчет сигнала, принятого разностной диаграммой направленности пеленгатора; $\Sigma(i)$ - i -тый отсчет сигнала, принятого суммарной диаграммой направленности пеленгатора.

Суммарная диаграмма направленности полагается изотропной, разностная – наклонная линия с углом наклона в 45 градусов.

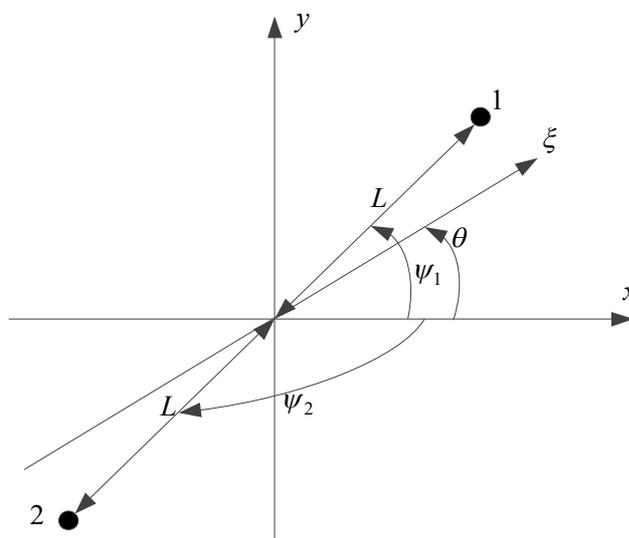


Рис. 4.1. Конфигурация рассматриваемой двухточечной модели

Плотность распределения вероятности случайного процесса $F(i)$ можно определить, построив его гистограмму.

Результаты моделирования и расчета по соотношениям (4.1), (4.2) приведены на рисунке 4.2 – математическое ожидание и рисунке 4.3 – параметр μ . На них приведены зависимости соответствующих параметров от угла поворота обобщенной координаты θ . Угол θ изменяется в пределах от 0 до 360 градусов. Сплошной линией показаны результаты расчета параметров ПРВ угловых шумов по соотношениям (4.1) и (4.2), линией, отмеченной кружками – результат математического моделирования. Флуктуации кривой, полученной в результате моделирования, объясняются вероятностным характером.

Моделирование и расчет произведены для двух случаев.

В первом – дисперсии излучаемых сигналов равны между собой ($\sigma_1^2 = \sigma_2^2 = 1$). При этом, как и ожидалось, математическое ожидание ПРВ угловых шумов не зависит от угла поворота обобщенной координаты и всегда равно нулю. Параметр μ , напротив, зависит от угла поворота обобщенной координаты. Для $\theta = 45^\circ$ и $\theta = 225^\circ$ размер базы модели максимален и равен двум. Как известно [23,132], в этом случае $\mu = 1$, что подтверждено как результатами моделирования, так и расчетом. При $\theta = 135^\circ$ и $\theta = 315^\circ$ обе точки модели проецируются в одну точку на обобщенной координате, что должно обеспечивать $\mu \rightarrow \infty$.

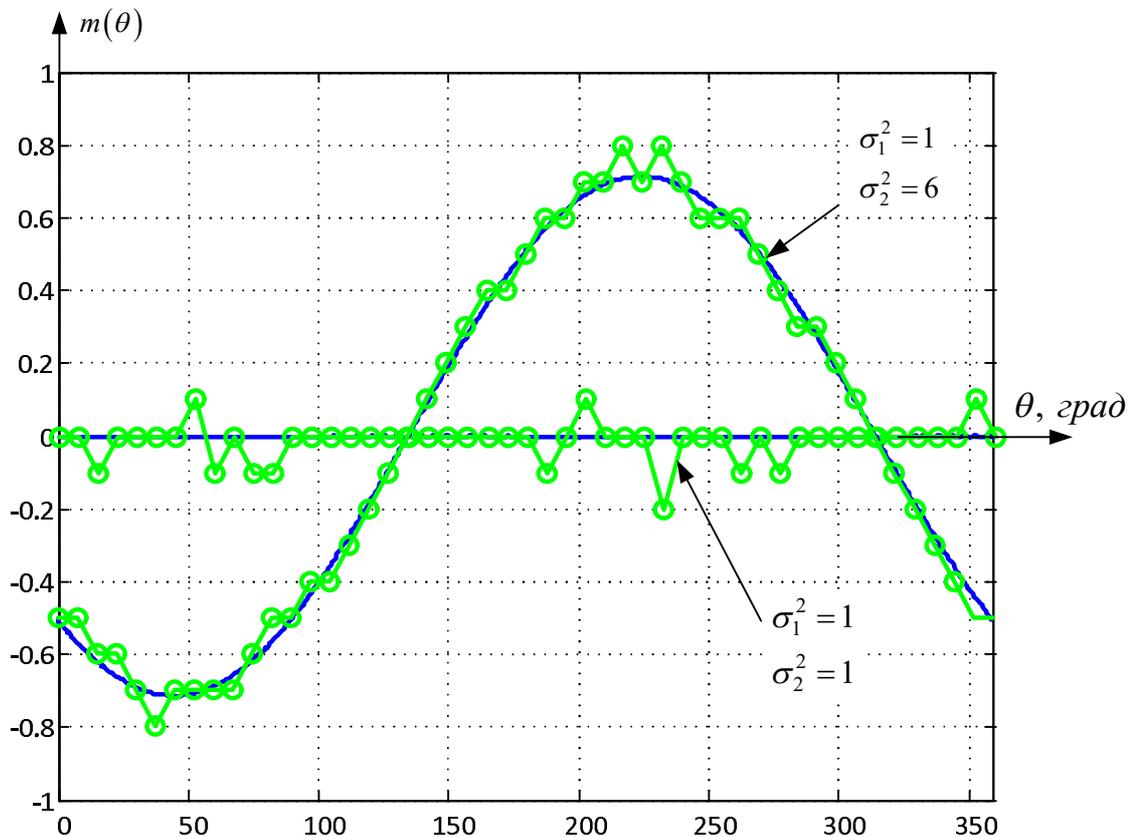


Рис. 4.2. Математическое ожидание ПРВ угловых для двухточечной геометрической модели

Во втором случае дисперсии излучаемых сигналов существенно различаются между собой ($\sigma_1^2 = 1$; $\sigma_2^2 = 6$). Как и ожидалось, это вызвало смещение кажущегося центра излучения в сторону точки, излучающей сигнал

большей мощности. Кроме того, минимальное значение параметра μ при $\theta = 45^\circ$ и $\theta = 225^\circ$ увеличилось и составило 1.4. Это хорошо согласуется со значением, определяемым по выражению (4.3), при $|m| = 0.7$.

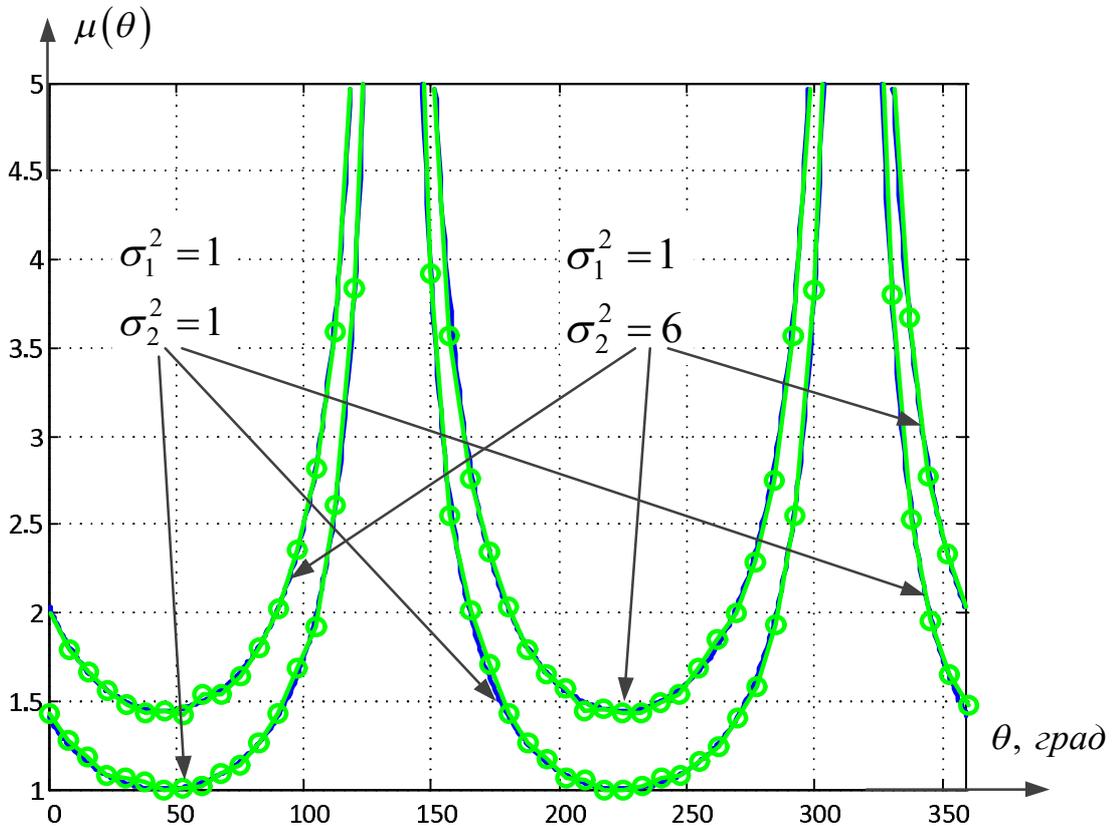


Рис. 4.3. Параметр μ ПРВ угловых шумов для двухточечной геометрической модели

В целом, можно отметить, что моделирование и расчеты подтвердили невозможность отдельного управления параметрами ПРВ угловых шумов для двух взаимно ортогональных направлений при использовании двухточечной геометрической модели. Задание дисперсии излучаемых сигналов, исходя из требуемых параметров ПРВ угловых шумов по одному направлению обобщенной координаты, неминуемо приводит к установке параметров ПРВ угловых шумов по взаимно ортогональному направлению. Кроме того, подтвердилась взаимосвязь параметров m и μ вдоль одного направления ортогональной координаты, определяемая соотношением (4.3).

4.2. Трехточечная геометрическая модель

Как отмечалось в предыдущем подразделе, двухточечная геометрическая модель накладывает существенные ограничения на возможности по моделированию угловых шумов. А именно: во-первых, параметры $m(\theta)$ и $\mu(\theta)$ взаимосвязаны; во-вторых, отсутствует возможность раздельного управления указанными параметрами для двух ортогональных направлений обобщенной координаты.

Для устранения взаимосвязи параметров $m(\theta)$ и $\mu(\theta)$ в работах [61,132,133] было предложено увеличить количество излучающих точек до трех. Рассмотренная в [61,132,133] модель является одномерной, т.е. излучающие точки расположены вдоль одной линии. Очевидно, это, как и в рассмотренном ранее случае, двухточечной модели, приведет к взаимосвязи параметров ПРВ угловых шумов для двух ортогональных направлений. Это показано в работах [135].

Вместе с тем в [123–126,155,156] рассмотрена трехточечная геометрическую модель, излучатели которой расположены в вершинах правильного треугольника. Однако для указанной конфигурации излучателей анализировалась возможность моделирования точечных объектов. Возможности моделирования распределенных объектов не рассматривались.

Оценим возможности трехточечной геометрической модели по замещению распределенных объектов. Пусть излучатели модели расположены в углах правильного треугольника. Начало координат совместим с точкой пересечения биссектрис треугольника. Одна из сторон треугольника параллельна оси OX декартовой системы координат. Тогда полярные координаты излучающих точек модели: $\left(L, \frac{\pi}{2}\right)$; $\left(L, -\frac{\pi}{6}\right)$; $\left(L, -\frac{5 \cdot \pi}{6}\right)$.

Расположение излучающих точек на плоскости показано на рис. 4.4.

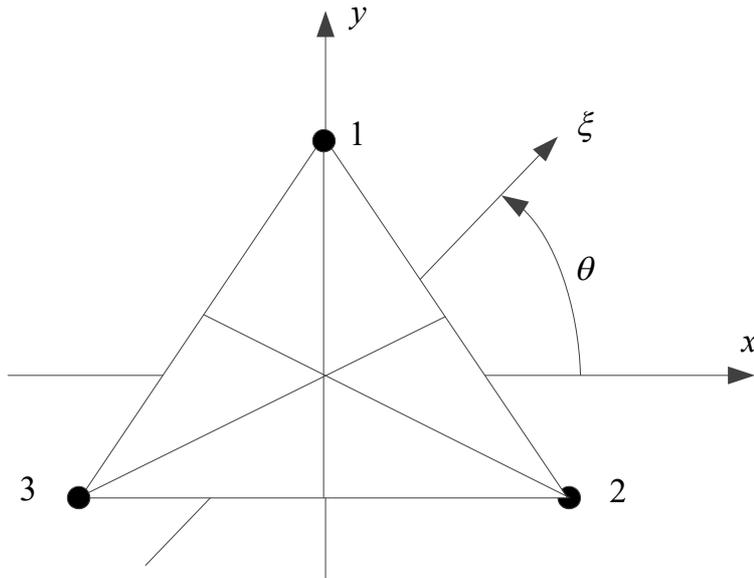


Рис. 4.4. Расположение излучающих точек для трехточечной геометрической модели

Параметры ПРВ угловых шумов такой модели определяются выражениями (2.12) и (2.13) при $N = 3$:

$$m(\theta) = \frac{\sigma_3^2 \cdot L_{\text{ПР3}}(\theta) + \sigma_2^2 \cdot L_{\text{ПР2}}(\theta) + \sigma_1^2 \cdot L_{\text{ПР1}}(\theta)}{\sigma_3^2 + \sigma_2^2 + \sigma_1^2} = \frac{\sigma_3^2 \cdot L_{\text{ПР3}}(\theta) + \sigma_2^2 \cdot L_{\text{ПР2}}(\theta) + \sigma_1^2 \cdot L_{\text{ПР1}}(\theta)}{\sigma_H^2} ; \quad (4.5)$$

$$\mu^2(\theta) = \frac{\sigma_H^2}{\sigma_3^2 \cdot L_{\text{ПР3}}^2(\theta) + \sigma_2^2 \cdot L_{\text{ПР2}}^2(\theta) + \sigma_1^2 \cdot L_{\text{ПР1}}^2(\theta) - m^2(\theta) \cdot \sigma_H^2} . \quad (4.6)$$

Рассмотрим случаи $\theta = 0$ и $\theta = \frac{\pi}{2}$, определяющие параметры ПРВ угловых шумов для двух ортогональных осей.

$$m(0) = \frac{\sigma_3^2 \cdot L \cdot \cos\left(-\frac{5 \cdot \pi}{6}\right) + \sigma_2^2 \cdot L \cdot \cos\left(-\frac{\pi}{6}\right) + \sigma_1^2 \cdot L \cdot \cos\left(\frac{\pi}{2}\right)}{\sigma_H^2} = \frac{\sqrt{3} \cdot L}{2} \cdot \frac{\sigma_2^2 - \sigma_3^2}{\sigma_3^2 + \sigma_2^2 + \sigma_1^2} ;$$

$$\begin{aligned}
\mu^2(0) &= \frac{\sigma_H^2}{\left[\sigma_3^2 \cdot \left(L \cdot \cos\left(-\frac{5\pi}{6}\right) \right)^2 + \sigma_2^2 \cdot \left(L \cdot \cos\left(-\frac{\pi}{6}\right) \right)^2 + \right.} \\
&\quad \left. + \sigma_1^2 \cdot \left(L \cdot \cos\left(\frac{\pi}{2}\right) \right)^2 - m^2(0) \cdot \sigma_H^2 \right]}{\sigma_H^2} = \\
&= \frac{\sigma_H^2}{\frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \sigma_H^2 \cdot L \cdot (\sigma_2^2 - \sigma_3^2) - \frac{3}{4} \cdot L^2 \cdot (\sigma_2^2 - \sigma_3^2)^2} \\
m\left(\frac{\pi}{2}\right) &= \frac{\sigma_3^2 \cdot L \cdot \sin\left(-\frac{5\pi}{6}\right) + \sigma_2^2 \cdot L \cdot \sin\left(-\frac{\pi}{6}\right) + \sigma_1^2 \cdot L \cdot \sin\left(\frac{\pi}{2}\right)}{\sigma_H^2} = \\
&= \frac{\sigma_1^2 \cdot L - 0.5 \cdot (\sigma_3^2 + \sigma_2^2)}{\sigma_3^2 + \sigma_2^2 + \sigma_1^2} ; \\
\mu^2\left(\frac{\pi}{2}\right) &= \frac{\sigma_H^2}{\left[\sigma_3^2 \cdot \left(L \cdot \sin\left(-\frac{5\pi}{6}\right) \right)^2 + \sigma_2^2 \cdot \left(L \cdot \sin\left(-\frac{\pi}{6}\right) \right)^2 + \right.} \\
&\quad \left. + \sigma_1^2 \cdot \left(L \cdot \sin\left(\frac{\pi}{2}\right) \right)^2 - m^2\left(\frac{\pi}{2}\right) \cdot \sigma_H^2 \right]}{\sigma_H^2} = \\
&= \frac{\sigma_H^2}{\sigma_1^2 \cdot L - 0.5 \cdot L \cdot (\sigma_3^2 + \sigma_2^2) - m^2\left(\frac{\pi}{2}\right) \cdot \sigma_H^2} .
\end{aligned}$$

При $\theta=0$ проекции излучающих точек на обобщенную координату образуют трехточечную эквидистантную модель с базой (расстоянием между крайними излучателями) $\sqrt{3} \cdot L$. Аналогичная модель рассмотрена в работах [62,133], где утверждается, что она обеспечивает область независимого управления параметрами ПРВ угловых шумов m и μ . Там же приведены соотношения, определяющие границы этой области.

При $\theta = \frac{\pi}{2}$ проекции излучающих точек на обобщенную координату образуют двухточечную модель. Координаты излучающих точек равны: $\xi_1 = L$

, $\xi_2 = -0.5 \cdot L$. Дисперсия сигнала, излучаемого точкой с обобщенной координатой ξ_2 , является суммой дисперсий σ_2^2 и σ_3^2 . Как и любая другая двухточечная модель, она не позволяет отдельно управлять параметрами ПРВ угловых шумов.

Таким образом, трехточечная геометрическая модель, изображенная на рис. 4.4. позволяет отдельно управлять параметрами ПРВ угловых шумов лишь вдоль одной из координатных осей – оси параллельной стороне треугольника.

Кроме того, очевидно, что подобная модель не позволяет отдельно управлять параметрами ПРВ угловых шумов для двух взаимно ортогональных направлений.

Очевидно, что путем разворота правильного треугольника вокруг точки начала координат, можно получить конфигурацию излучающих точек, позволяющую отдельно управлять параметрами ПРВ угловых шумов по двум ортогональным направлениям обобщенной координаты. Для этого достаточно расположить излучатели на координатной плоскости так, чтобы при проецировании их на координатные оси oY и oX получались по три точки. В этом случае, как правило, фигура, образуемая точками модели, не будет являться правильным треугольником. Тогда вдоль каждой из координатных осей получим одномерную трехточечную неэквидистантную модель. Подобные одномерные модели рассмотрены в [133]. Для них получены соотношения, определяющие границы отдельного управления параметрами ПРВ угловых шумов в зависимости от координат излучающих точек.

Получим соотношения для синтеза трехточечной модели с произвольным расположением излучающих точек на плоскости, обеспечивающей параметры ПРВ угловых шумов вдоль одной из осей координат, например, oX . При этом $\theta = 0$.

Из (2.14) не сложно получить систему уравнений при $N = 3$ (для краткости, зависимость от угла поворота обобщенной координаты не записывается, т.е., например, $m(\theta)$ заменено на m и так далее):

$$\begin{cases} (m - L_{\text{ПР1}}) \cdot \sigma_1^2 + (m - L_{\text{ПР2}}) \cdot \sigma_2^2 + (m - L_{\text{ПР3}}) \cdot \sigma_3^2 = 0; \\ \left(\frac{1}{\mu^2} - L_{\text{ПР1}}^2 + m^2 \right) \cdot \sigma_1^2 + \left(\frac{1}{\mu^2} - L_{\text{ПР2}}^2 + m^2 \right) \cdot \sigma_2^2 + \left(\frac{1}{\mu^2} - L_{\text{ПР3}}^2 + m^2 \right) \cdot \sigma_3^2 = 0; \\ \sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2 = \sigma_H^2. \end{cases}$$

Получили систему линейных алгебраических уравнений из трех уравнений с тремя неизвестными параметрами σ_1^2 , σ_2^2 и σ_3^2 . Решение этой СЛАУ:

$$\begin{cases} \sigma_1^2 = \frac{\sigma_H^2 \cdot (\mu^2 \cdot m^2 + L_{\text{ПР2}} \cdot L_{\text{ПР3}} \cdot \mu^2 - L_{\text{ПР2}} \cdot \mu^2 \cdot m - L_{\text{ПР3}} \cdot \mu^2 \cdot m + 1)}{\mu^2 \cdot (L_{\text{ПР1}} - L_{\text{ПР2}}) \cdot (L_{\text{ПР1}} - L_{\text{ПР3}})}; \\ \sigma_2^2 = \frac{-\sigma_H^2 \cdot (\mu^2 \cdot m^2 + L_{\text{ПР1}} \cdot L_{\text{ПР3}} \cdot \mu^2 - L_{\text{ПР1}} \cdot \mu^2 \cdot m - L_{\text{ПР3}} \cdot \mu^2 \cdot m + 1)}{\mu^2 \cdot (L_{\text{ПР1}} - L_{\text{ПР2}}) \cdot (L_{\text{ПР2}} - L_{\text{ПР3}})}; \\ \sigma_3^2 = \frac{\sigma_H^2 \cdot (\mu^2 \cdot m^2 + L_{\text{ПР1}} \cdot L_{\text{ПР2}} \cdot \mu^2 - L_{\text{ПР1}} \cdot \mu^2 \cdot m - L_{\text{ПР2}} \cdot \mu^2 \cdot m + 1)}{\mu^2 \cdot (L_{\text{ПР1}} - L_{\text{ПР3}}) \cdot (L_{\text{ПР2}} - L_{\text{ПР3}})}. \end{cases}$$

Для синтеза модели, обеспечивающей параметры ПРВ угловых шумов вдоль ортогональной координаты ($\theta = \pi / 2$) в полученное решение необходимо подставить $m\left(\frac{\pi}{2}\right)$ вместо $m(0)$ и $\mu\left(\frac{\pi}{2}\right)$ вместо $\mu(0)$.

Подтвердим полученные результаты математическим моделированием. Для этого рассмотрим трехточечную геометрическую модель, излучающие точки которой расположены в вершинах правильного треугольника. Как говорилось ранее, проекции точек такой модели на два взаимно ортогональных направления образуют трехточечную модель (проекция на ось OX) и двухточечную модель (проекция на ось OY). Допустимый диапазон изменения параметров ПРВ угловых шумов для трехточечной модели определяется системой уравнений [62]:

$$\left\{ \begin{array}{l} \mu \leq \left\{ \begin{array}{l} \frac{1}{\sqrt{-(m - L_{\text{ПР1}}) \cdot (m - L_{\text{ПР2}})}}; \\ \frac{1}{\sqrt{-(m - L_{\text{ПР1}}) \cdot (m - L_{\text{ПР3}})}}; \end{array} \right. \\ \mu \geq \frac{1}{\sqrt{-(m - L_{\text{ПР2}}) \cdot (m - L_{\text{ПР3}})}}. \end{array} \right.$$

При задании параметров ПРВ угловых шумов, не удовлетворяющих этим неравенствам, одна или несколько дисперсий излучаемых сигналов принимают отрицательные значения, что, очевидно, физически не реализуемо.

Для двухточечной модели (проекции на ось оУ) параметры ПРВ угловых шумов оказываются взаимосвязанными и могут быть определены путем подстановки геометрических размеров модели в (4.3):

$$\mu = \frac{1}{\sqrt{0.75^2 - (m - 0.25)^2}}.$$

Параметры рассмотренных моделей приведены в таблице 4.1. В ней приведены задаваемые значения параметров ПРВ угловых шумов для двух взаимно ортогональных направлений обобщенной координаты ($\theta = 0$ - ось оХ и $\theta = \frac{\pi}{2}$ - ось оУ), а так же рассчитанные по заданным значениям дисперсии сигналов, излучаемых точками модели. Для направления обобщенной координаты, совпадающего с осью оУ излучающие точки с номерами 2 и 3 проецируются в одну и воспринимаются как одна с суммарной интенсивностью излучения. В таблице 4.1. приводится дисперсия суммарного сигнала.

Для примеров 1 и 2 значения дисперсий сигналов, рассчитанных для взаимно ортогональных направлений, совпали. В этих случаях модель обеспечивает заданные значения параметров ПРВ угловых шумов для двух взаимно ортогональных направлений обобщенной координаты. Для примера 3 дисперсии сигналов, рассчитанные для взаимно ортогональных направлений

различны. В этом случае ПРВ угловых шумов обладает заданными параметрами лишь вдоль одной координатной оси. Это подтверждает невозможность независимого управления по двум взаимно ортогональным направлениям обобщенной координаты.

Таблица 4.1.

№	$\theta = 0$					$\theta = \frac{\pi}{2}$			
	m	μ	σ_1^2	σ_2^2	σ_3^2	m	μ	σ_1^2	$\sigma_2^2 + \sigma_3^2$
1	0	$\sqrt{2}$	0.333	0.333	0.333	0	$\sqrt{2}$	0.333	0.667
2	0.1	1.5	0.394	0.361	0.245	0.09	1.364	0.394	0.606
3	0.4	1.5	0.194	0.634	0.172	0	$\sqrt{2}$	0.333	0.667

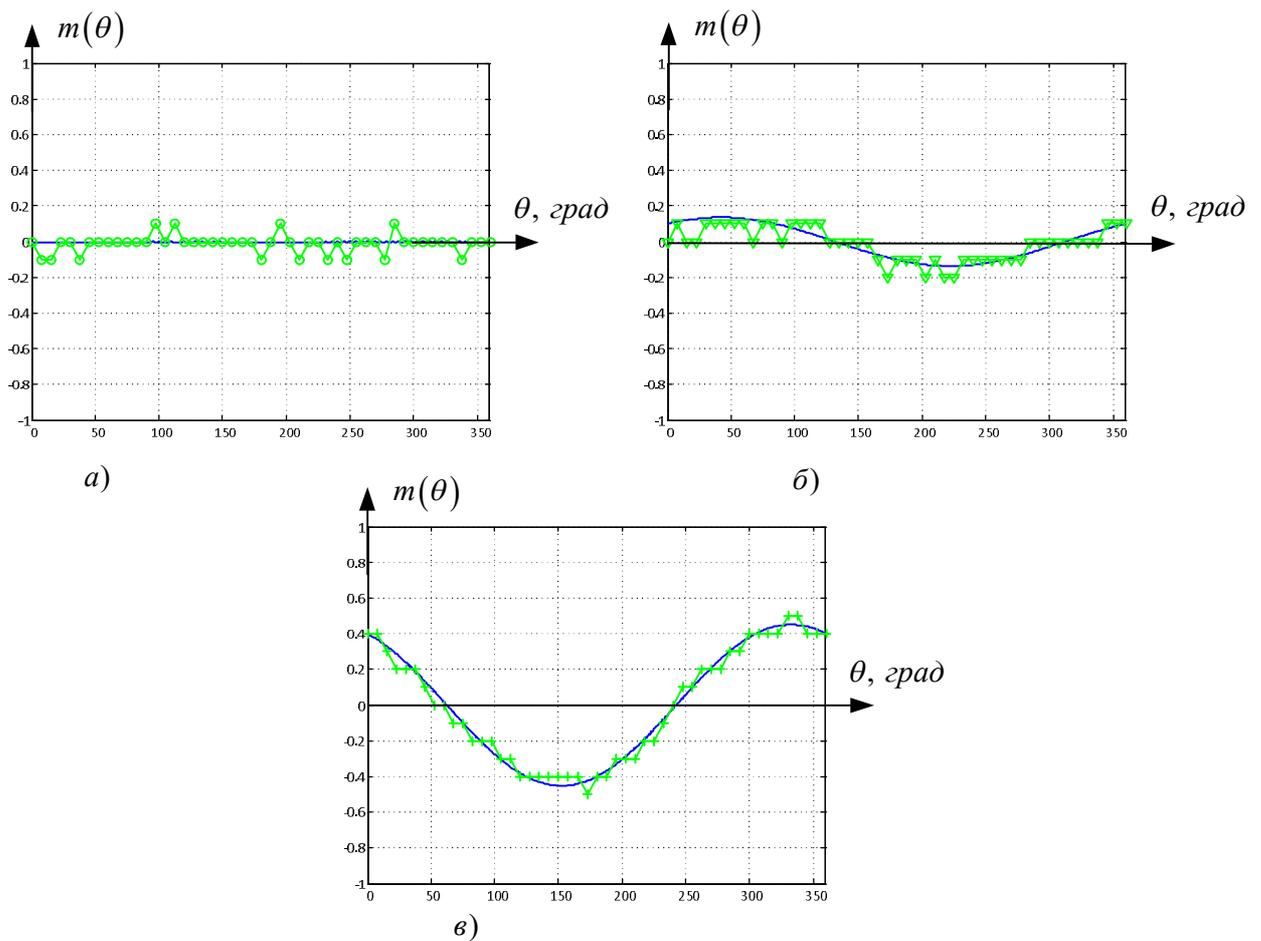


Рис. 4.5. Математическое ожидание ПРВ угловых шумов для трехточечной геометрической модели. а) – пример 1; б) – пример 2; в) – пример 3

Параметры ПРВ угловых шумов для всех рассмотренных примеров были получены в результате расчета по соотношениям (4.5) и (4.6) и численным моделированием. Результаты расчета и моделирования для $\theta \in [0; 360^\circ]$ приведены на рисунках 4.5 (математическое ожидание) и 4.6 (параметр μ).

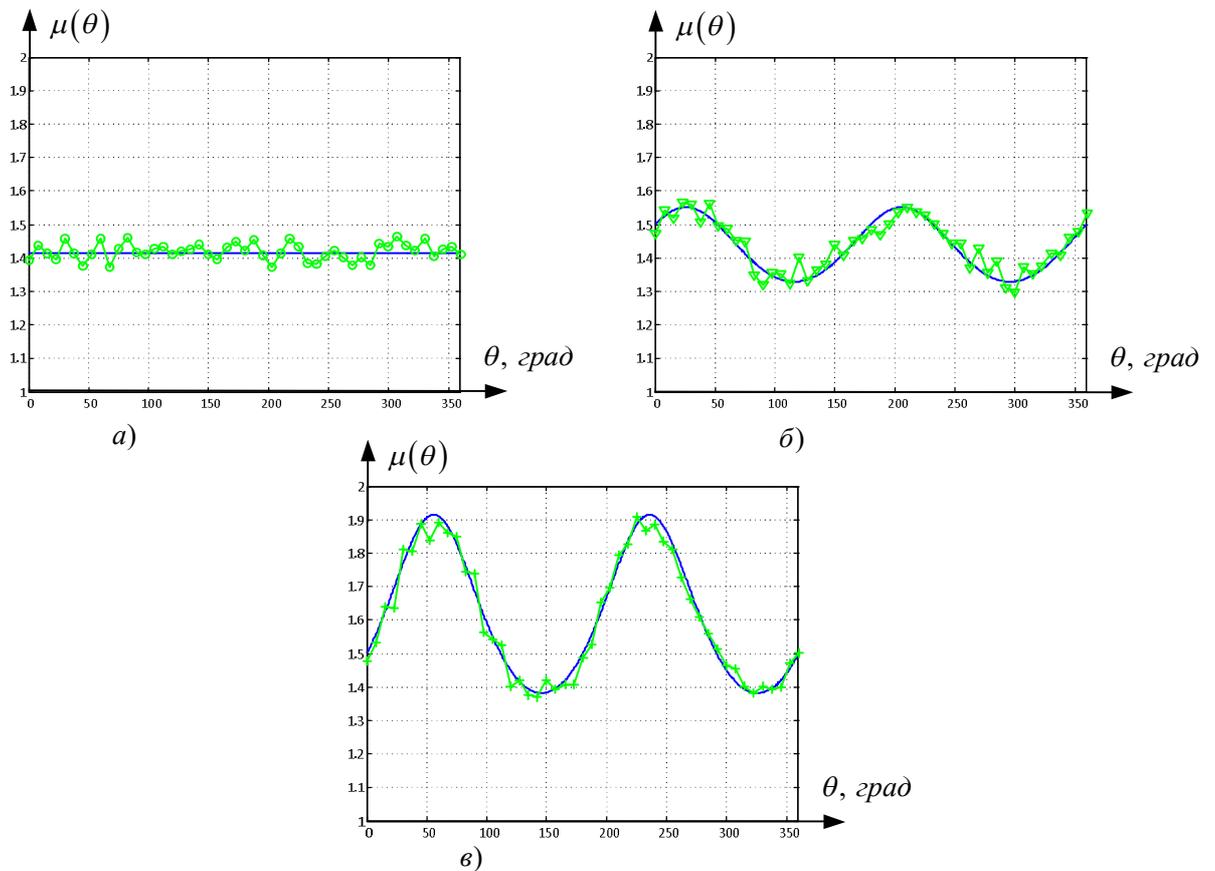


Рис. 4.6. Параметр μ ПРВ угловых шумов для трехточечной геометрической модели. а) – пример 1; б) – пример 2; в) – пример 3

4.3. Четырехточечная геометрическая модель

Так как рассмотренная ранее трехточечная модель не позволяет отдельно управлять параметрами ПРВ по двум ортогональным направлениям, увеличим число излучающих точек до четырех [157].

Расположим их в углах прямоугольника. Точку пересечения диагоналей прямоугольника совместим с началом системы координат. Для начала стороны прямоугольника положим параллельными осям декартовой системы координат. Тогда координаты излучающих точек в полярной системе координат: $(L_1, \psi_1) = (L, \psi)$; $(L_2, \psi_2) = (L, \pi - \psi)$; $(L_3, \psi_3) = (L, -\psi)$; $(L_4, \psi_4) = (L, -\pi + \psi)$. Расположение излучающих точек на плоскости показано на рис. 4.7.

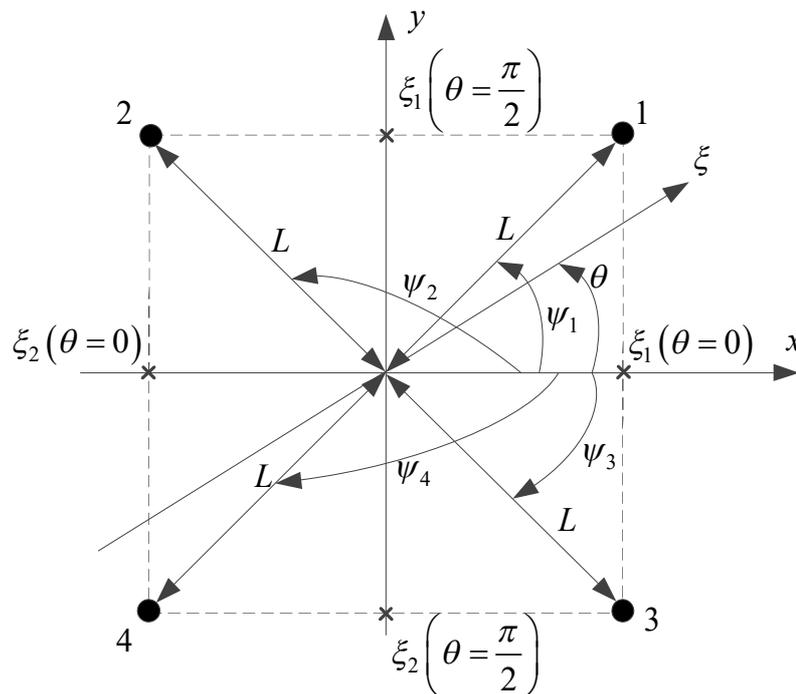


Рис. 4.7. Четырехточечная модель

Из рисунка и координат излучающих точек видно, что проекции излучающих точек на два ортогональных направления обобщенной координаты ξ (направление совпадающее с осью oX ($\theta = 0$) и осью oY ($\theta = \frac{\pi}{2}$) соответственно) образуют двухточечные модели. Параметры этих моделей следующие.

$$\theta = 0:$$

$$\begin{cases} \xi_1 = L \cdot \cos(\psi); \\ \xi_2 = -L \cdot \cos(\psi); \\ \sigma_{M1}^2 = \sigma_1^2 + \sigma_3^2; \\ \sigma_{M2}^2 = \sigma_2^2 + \sigma_4^2. \end{cases} \quad (4.7)$$

$$\theta = \frac{\pi}{2}:$$

$$\begin{cases} \xi_1 = L \cdot \sin(\psi); \\ \xi_2 = -L \cdot \sin(\psi); \\ \sigma_{M1}^2 = \sigma_1^2 + \sigma_2^2; \\ \sigma_{M2}^2 = \sigma_3^2 + \sigma_4^2. \end{cases} \quad (4.8)$$

Математическое ожидание и параметр μ моделей определяются при подстановке соответствующих величин в соотношения:

$$\begin{cases} m = \frac{\sigma_{M1}^2 \cdot \xi_1 + \sigma_{M2}^2 \cdot \xi_2}{\sigma_{M2}^2 + \sigma_{M1}^2}; \\ \mu^2 = \frac{\sigma_{M2}^2 + \sigma_{M1}^2}{\sigma_{M1}^2 \cdot \xi_1^2 + \sigma_{M2}^2 \cdot \xi_2^2 - m^2 \cdot (\sigma_{M2}^2 + \sigma_{M1}^2)}. \end{cases}$$

Из полученных соотношений видно, что четырехточечная геометрическая модель позволяет отдельно управлять параметрами ПРВ угловых шумов по двум ортогональным направлениям. Параметры ПРВ при $\theta=0$ определяются суммой дисперсий сигналов $\sigma_1^2 + \sigma_3^2$ и $\sigma_2^2 + \sigma_4^2$, а при $\theta = \frac{\pi}{2}$ суммой дисперсий $\sigma_1^2 + \sigma_2^2$ и $\sigma_3^2 + \sigma_4^2$.

Однако для каждого из ортогональных направлений обобщенной координаты, параметры ПРВ угловых шумов оказываются связанными между собой. Объяснение этому очевидно – для каждого из рассмотренных ортогональных направлений обобщенной координаты ξ проекции излучающих точек на нее образуют двухточечную модель, со свойственными ей ограничениями. Синтез такой модели при угле поворота обобщенной

координаты $\theta=0$ и $\theta=\frac{\pi}{2}$ можно проводить на основе соотношений (4.4),

подставляя в них уравнения из систем (4.7) и (4.8) для соответствующего направления обобщенной координаты:

$$\left\{ \begin{array}{l} \sigma_{M1}^2 = \frac{[(\xi_2 - m)^2 - 1/\mu^2] \cdot \sigma_H^2}{(\xi_2 - m)^2 - (\xi_1 - m)^2}; \\ \sigma_{M2}^2 = \frac{[1/\mu^2 - (\xi_1 - m)^2] \cdot \sigma_H^2}{(\xi_2 - m)^2 - (\xi_1 - m)^2}. \end{array} \right.$$

Вместе с тем, из рис. 4.7 очевидно, что при угле поворота оси обобщенной координаты ξ отличного от 0 и $\pm\frac{\pi}{2}$ на каждое из ортогональных направлений будет проецироваться не две, а три (точки расположены в вершинах квадрата и $\theta=\pm\frac{\pi}{4}$) либо четыре точки.

Получим выражения для синтеза четырехточечной модели по заданным параметрам ПРВ угловых шумов по двум произвольным ортогональным направлениям θ и $\theta+\frac{\pi}{2}$. Для этого запишем систему уравнений:

$$\left\{ \begin{array}{l}
\sum_{i=1}^4 (m(\theta) - L_{\Pi Pi}(\theta)) \cdot \sigma_i^2 = 0; \\
\sum_{i=1}^4 \left(\frac{1}{\mu^2(\theta)} - L_{\Pi Pi}^2(\theta) + m^2(\theta) \right) \cdot \sigma_i^2 = 0; \\
\sum_{i=1}^4 \left(m\left(\theta + \frac{\pi}{2}\right) - L_{\Pi Pi}\left(\theta + \frac{\pi}{2}\right) \right) \cdot \sigma_i^2 = 0; \\
\sum_{i=1}^4 \left(\frac{1}{\mu^2\left(\theta + \frac{\pi}{2}\right)} - L_{\Pi Pi}^2\left(\theta + \frac{\pi}{2}\right) + m^2\left(\theta + \frac{\pi}{2}\right) \right) \cdot \sigma_i^2 = 0; \\
\sum_{i=1}^4 \sigma_i^2 = \sigma_H^2.
\end{array} \right. \quad (4.9)$$

Решим полученную систему относительно неизвестных величин σ_i^2 . Число уравнений системы больше числа неизвестных величин. Такая система является переопределенной и может не иметь решения вовсе [150]. Перейдем к эквивалентной системе линейных уравнений. Для этого, например, сложим пятое уравнение системы с первым. В результате получим систему уравнений:

$$\left\{ \begin{array}{l}
\sum_{i=1}^4 (m(\theta) - L_{\Pi Pi}(\theta) + 1) \cdot \sigma_i^2 = \sigma_H^2; \\
\sum_{i=1}^4 \left(\frac{1}{\mu^2(\theta)} - L_{\Pi Pi}^2(\theta) + m^2(\theta) \right) \cdot \sigma_i^2 = 0; \\
\sum_{i=1}^4 \left(m\left(\theta + \frac{\pi}{2}\right) - L_{\Pi Pi}\left(\theta + \frac{\pi}{2}\right) \right) \cdot \sigma_i^2 = 0; \\
\sum_{i=1}^4 \left(\frac{1}{\mu^2\left(\theta + \frac{\pi}{2}\right)} - L_{\Pi Pi}^2\left(\theta + \frac{\pi}{2}\right) + m^2\left(\theta + \frac{\pi}{2}\right) \right) \cdot \sigma_i^2 = 0.
\end{array} \right. \quad (4.10)$$

Составив из коэффициентов системы линейных уравнений квадратную матрицу и вычислив ее определитель, получаем, что он тождественно равен нулю. Тот же результат получается при сложении между собой любых двух

других уравнений системы (4.9). Равенство нулю определителя говорит о том, что система имеет более чем одно решение [150]. Так как системы (4.9) и (4.10) являются эквивалентными, можно утверждать, что и (4.10) так же имеет более чем одно решение.

Поиск решений системы затруднен. Объясняется это тем, что при смене угла поворота обобщенной координаты происходит изменение координат проекций точек модели на взаимно ортогональные направления. При $\theta = 0$ и $\theta = \frac{\pi}{2}$ проекции образуют двухточечные модели. При $\theta = \pm \frac{\pi}{4}$ и $\theta = \pm \frac{3 \cdot \pi}{4}$ - трехточечные эквидистантные. Для всех других направлений - четырехточечные. Таким образом, с учетом ограниченных возможностей такой модели, поиск общего решения системы (4.10) не целесообразен.

4.4. Пятиточечная геометрическая модель

Как было показано в предыдущем подразделе, модель с четырьмя излучающими точками, расположенными в вершинах прямоугольника, позволяет отдельно управлять параметрами ПРВ по двум ортогональным осям обобщенной координаты. Однако, при ориентации обобщенной координаты параллельно сторонам прямоугольника, параметры ПРВ угловых шумов вдоль каждого из двух ортогональных направлений, оказываются связанными между собой. При других ориентациях обобщенной координаты получить соотношения для синтеза модели не удастся.

С целью обеспечить независимость параметров ПРВ угловых шумов по двум ортогональным координатам добавим в модель пятый излучатель, расположенный внутри прямоугольника, образованного излучателями [158]. Пример такой модели изображен на рис. 4.8. Координаты излучающих точек в полярной системе координат: $(L_1, \psi_1) = (L, \psi)$; $(L_2, \psi_2) = (L, \pi - \psi)$; $(L_3, \psi_3) = (L, -\psi)$; $(L_4, \psi_4) = (L, -\pi + \psi)$; (L_5, ψ_5) .

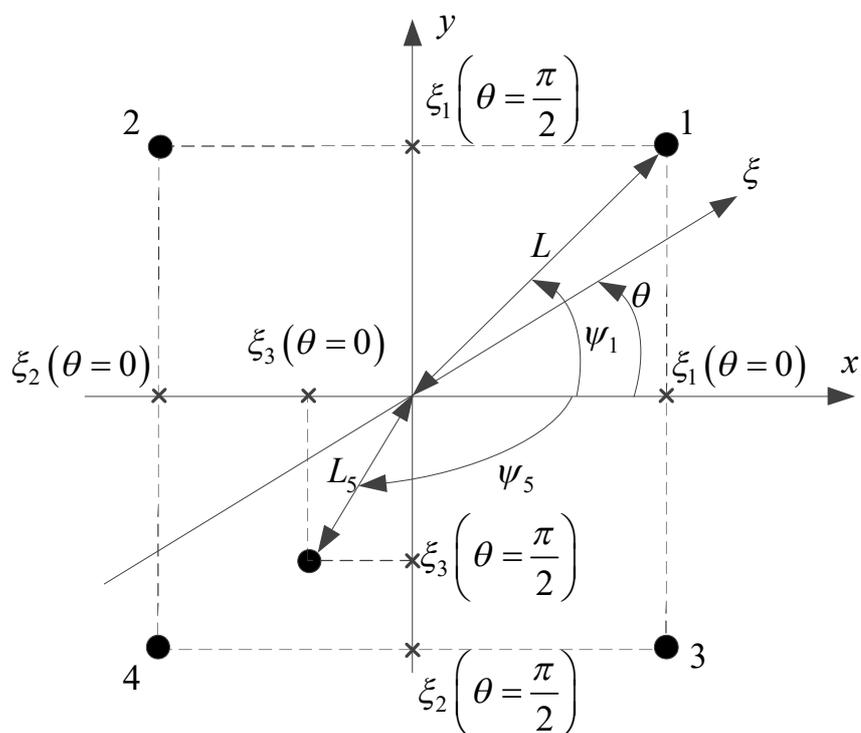


Рис. 4.8. Пятиточечная геометрическая модель

Из рисунка и координат излучающих точек видно, что проекции излучающих точек на два ортогональных направления обобщенной координаты ξ (направление совпадающее с осью oX ($\theta=0$) и осью oY ($\theta=\frac{\pi}{2}$) соответственно) образуют трехточечные неэквидистантные модели. Одномерные трехточечные неэквидистантные модели подробно исследованы в [62], где показано, что им присуща область, в которой возможно отдельно управлять параметрами ПРВ угловых шумов.

Параметры получаемых трехточечных неэквидистантных моделей следующие.

$\theta=0$:

$$\left\{ \begin{array}{l} \xi_1 = L \cdot \cos(\psi); \\ \xi_2 = -L \cdot \cos(\psi); \\ \xi_3 = L_5 \cdot \cos(\psi_5); \\ \sigma_{M1}^2 = \sigma_1^2 + \sigma_3^2; \\ \sigma_{M2}^2 = \sigma_2^2 + \sigma_4^2; \\ \sigma_{M3}^2 = \sigma_5^2. \end{array} \right. \quad (4.11)$$

$$\theta = \frac{\pi}{2};$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \xi_1 = L \cdot \sin(\psi); \\ \xi_2 = -L \cdot \sin(\psi); \\ \xi_3 = L_5 \cdot \sin(\psi_5); \\ \sigma_{M1}^2 = \sigma_1^2 + \sigma_2^2; \\ \sigma_{M2}^2 = \sigma_3^2 + \sigma_4^2; \\ \sigma_{M3}^2 = \sigma_5^2. \end{array} \right. \quad (4.12)$$

Математическое ожидание и параметр μ моделей определяются при подстановке соответствующих величин из систем (4.11) и (4.12) в соотношения:

$$\left\{ \begin{array}{l} m = \frac{\sigma_{M1}^2 \cdot \xi_1 + \sigma_{M2}^2 \cdot \xi_2 + \sigma_{M3}^2 \cdot \xi_3}{\sigma_{M3}^2 + \sigma_{M2}^2 + \sigma_{M1}^2}; \\ \mu^2 = \frac{\sigma_{M3}^2 + \sigma_{M2}^2 + \sigma_{M1}^2}{\sigma_{M1}^2 \cdot \xi_1^2 + \sigma_{M2}^2 \cdot \xi_2^2 + \sigma_{M3}^2 \cdot \xi_3^2 - m^2 \cdot (\sigma_{M3}^2 + \sigma_{M2}^2 + \sigma_{M1}^2)}. \end{array} \right.$$

Получим выражения для синтеза пятиточечной модели по заданным параметрам ПРВ угловых шумов по двум произвольным ортогональным направлениям θ и $\theta + \frac{\pi}{2}$. Для этого запишем систему уравнений:

$$\left\{ \begin{array}{l} \sum_{i=1}^5 (m(\theta) - L_{\text{ПП}i}(\theta)) \cdot \sigma_i^2 = 0; \\ \sum_{i=1}^5 \left(\frac{1}{\mu^2(\theta)} - L_{\text{ПП}i}^2(\theta) + m^2(\theta) \right) \cdot \sigma_i^2 = 0; \\ \sum_{i=1}^5 \left(m\left(\theta + \frac{\pi}{2}\right) - L_{\text{ПП}i}\left(\theta + \frac{\pi}{2}\right) \right) \cdot \sigma_i^2 = 0; \\ \sum_{i=1}^5 \left(\frac{1}{\mu^2\left(\theta + \frac{\pi}{2}\right)} - L_{\text{ПП}i}^2\left(\theta + \frac{\pi}{2}\right) + m^2\left(\theta + \frac{\pi}{2}\right) \right) \cdot \sigma_i^2 = 0; \\ \sum_{i=1}^5 \sigma_i^2 = \sigma_H^2. \end{array} \right. \quad (4.13)$$

Определитель матрицы, составленной из коэффициентов получившейся системы линейных уравнений при любом значении θ тождественно равен нулю, что говорит о наличии бесконечного множества решений.

Рассмотрим частные случаи: $\theta=0$ и $\theta=\frac{\pi}{2}$. При этом, как говорилось ранее, проекции излучающих точек на обобщенную координату образуют трехточечную неэквидистантную модель с параметрами, определяемыми по выражениям (4.11) и (4.12). Синтез можно проводить для двух ортогональных направлений отдельно, составив систему и подставляя в нее выражения (4.11) или (4.12) для соответствующего направления обобщенной координаты:

$$\left\{ \begin{array}{l} (m - \xi_1) \cdot \sigma_{M1}^2 + (m - \xi_2) \cdot \sigma_{M2}^2 + (m - \xi_3) \cdot \sigma_5^2 = 0; \\ \left(\frac{1}{\mu^2} - \xi_1^2 + m^2 \right) \cdot \sigma_{M1}^2 + \left(\frac{1}{\mu^2} - \xi_2^2 + m^2 \right) \cdot \sigma_{M2}^2 + \left(\frac{1}{\mu^2} - \xi_3^2 + m^2 \right) \cdot \sigma_5^2 = 0; \\ \sigma_{M1}^2 + \sigma_{M2}^2 + \sigma_5^2 = \sigma_H^2. \end{array} \right.$$

Таким образом, получили для каждого из ортогональных направлений обобщенной координаты систему линейных алгебраических уравнений из

трех уравнений с тремя неизвестными параметрами σ_{M1}^2 , σ_{M2}^2 и σ_3^2 . Решение этой СЛАУ:

$$\left\{ \begin{array}{l} \sigma_{M1}^2 = \frac{\sigma_H^2 \cdot (\mu^2 \cdot m^2 + \xi_2 \cdot \xi_3 \cdot \mu^2 - \xi_2 \cdot \mu^2 \cdot m - \xi_3 \cdot \mu^2 \cdot m + 1)}{\mu^2 \cdot (\xi_1 - \xi_2) \cdot (\xi_1 - \xi_3)}; \\ \sigma_{M2}^2 = \frac{-\sigma_H^2 \cdot (\mu^2 \cdot m^2 + \xi_1 \cdot \xi_3 \cdot \mu^2 - \xi_1 \cdot \mu^2 \cdot m - \xi_3 \cdot \mu^2 \cdot m + 1)}{\mu^2 \cdot (\xi_1 - \xi_2) \cdot (\xi_2 - \xi_3)}; \\ \sigma_5^2 = \frac{\sigma_H^2 \cdot (\mu^2 \cdot m^2 + \xi_1 \cdot \xi_2 \cdot \mu^2 - \xi_1 \cdot \mu^2 \cdot m - \xi_2 \cdot \mu^2 \cdot m + 1)}{\mu^2 \cdot (\xi_1 - \xi_3) \cdot (\xi_2 - \xi_3)}. \end{array} \right.$$

Из полученных соотношений видно, что пятиточечная геометрическая модель позволяет отдельно управлять параметрами ПРВ угловых шумов по двум ортогональным направлениям. Параметры ПРВ при $\theta=0$ определяются суммой дисперсий сигналов $\sigma_1^2 + \sigma_3^2$ и $\sigma_2^2 + \sigma_4^2$, а так же дисперсией σ_5^2 , а при $\theta = \frac{\pi}{2}$ суммой дисперсий $\sigma_1^2 + \sigma_2^2$ и $\sigma_3^2 + \sigma_4^2$ и σ_5^2 .

Границы диапазона, в котором возможно отдельное управление параметрами m и μ по каждой из ортогональных координат определяются соотношениями [62] при подстановке в них значений из систем (4.11) и (4.12) соответственно:

$$\left\{ \begin{array}{l} \mu \leq \left\{ \begin{array}{l} \frac{1}{\sqrt{-(m - \xi_2) \cdot (m - \xi_3)}}; \\ \frac{1}{\sqrt{-(m - \xi_3) \cdot (m - \xi_1)}} \end{array} \right. \\ \mu \geq \frac{1}{\sqrt{-(m - \xi_2) \cdot (m - \xi_1)}}. \end{array} \right. \quad (4.14)$$

Однако в случае двумерной модели к условию (4.14) должно добавиться еще одно соотношение [158]. Оно характеризует равенство дисперсий пятого излучателя для моделей по двум ортогональным направлениям

$\sigma_5^2(0) = \sigma_5^2\left(\frac{\pi}{2}\right)$. Его можно записать через параметры модели (для краткости записи проекции на направление обобщенной координаты при $\theta=0$ обозначены индексами X , при $\theta = \frac{\pi}{2}$ - индексами Y):

$$\begin{aligned} & \frac{\sigma_H^2 \cdot \left(\mu_X^2 \cdot m_X^2 + \xi_{1X} \cdot \xi_{2X} \cdot \mu_X^2 - \xi_{1X} \cdot \mu_X^2 \cdot m_X - \xi_{2X} \cdot \mu_X^2 \cdot m_X + 1 \right)}{\mu_X^2 \cdot (\xi_{1X} - \xi_{3X}) \cdot (\xi_{2X} - \xi_{3X})} = \\ & = \frac{\sigma_H^2 \cdot \left(\mu_Y^2 \cdot m_Y^2 + \xi_{1Y} \cdot \xi_{2Y} \cdot \mu_Y^2 - \xi_{1Y} \cdot \mu_Y^2 \cdot m_Y - \xi_{2Y} \cdot \mu_Y^2 \cdot m_Y + 1 \right)}{\mu_Y^2 \cdot (\xi_{1Y} - \xi_{3Y}) \cdot (\xi_{2Y} - \xi_{3Y})}. \end{aligned}$$

После математических преобразований можно получить:

$$\frac{L^2 \cdot \sin^2(\psi) - L_5^2 \cdot \sin^2(\psi_5)}{L^2 \cdot \cos^2(\psi) - L_5^2 \cdot \cos^2(\psi_5)} = \frac{\mu_X^2 \cdot \left(\mu_Y^2 \cdot m_Y^2 - L^2 \cdot \sin^2(\psi) \cdot \mu_Y^2 + 1 \right)}{\mu_Y^2 \cdot \left(\mu_X^2 \cdot m_X^2 - L^2 \cdot \cos^2(\psi) \cdot \mu_X^2 + 1 \right)}. \quad (4.15)$$

Полученное соотношение (4.15) определяет ограничения, накладываемые конфигурацией пятиточечной геометрической модели, на области независимого управления параметрами ПРВ угловых шумов по двум ортогональным направлениям обобщенной координаты. Для заданной конфигурации излучающих точек модели независимое управление параметрами ПРВ угловых шумов по двум ортогональным направлениям возможно лишь при выполнении равенства (4.15).

Выражение (4.15) не сложно преобразовать к виду:

$$\begin{aligned} & \mu_Y = \\ & = \frac{1}{\sqrt{L^2 \cdot \sin^2(\psi) + \frac{L^2 \cdot \sin^2(\psi) - L_5^2 \cdot \sin^2(\psi_5)}{L^2 \cdot \cos^2(\psi) - L_5^2 \cdot \cos^2(\psi_5)} \cdot \left(m_X^2 - L^2 \cdot \cos^2(\psi) + \frac{1}{\mu_X^2} \right) - m_Y^2}}. \end{aligned}$$

Эта запись говорит о взаимосвязи областей допустимых значений параметров ПРВ угловых шумов по одной из координат при заданных m и μ по другой. Так, например, если по одной из координат область допустимых значений, которые могут принимать параметры ПРВ угловых шумов, определяется системой уравнений (4.14) и соответствует трехточечной

неэквилидистантной модели, то по второй координате модель, по сути, сводится к двухточечной, с величиной базы (расстоянием между излучателями) равной:

$$B_Y = 2 \cdot \sqrt{L^2 \cdot \sin^2(\psi) + \frac{L^2 \cdot \sin^2(\psi) - L_5^2 \cdot \sin^2(\psi_5)}{L^2 \cdot \cos^2(\psi) - L_5^2 \cdot \cos^2(\psi_5)} \cdot \left(m_X^2 - L^2 \cdot \cos^2(\psi) + \frac{1}{\mu_X^2} \right)}.$$

Таким образом, по второй координате появляется жесткая взаимосвязь параметров m и μ , свойственная двухточечной модели.

Важно отметить, что при синтезе пятиточечной модели можно произвольно выбрать координату, по которой ей будут свойственны ограничения (4.14), т. е. возможности трехточечной неэквилидистантной геометрической модели. Это приведет к тому, что по другой координате возможности модели будут определяться соотношением (4.15).

Подтвердим полученные результаты математическим моделированием. Для этого, например, рассмотрим пятиточечную геометрическую модель, четыре излучающие точки которой расположены в вершинах квадрата с длиной диагонали равной $2 \cdot \sqrt{2}$ и пятым излучателем, расположенным на оси OX на расстоянии 0.5 от центра системы координат. Проекция точек такой модели на два взаимно ортогональных направления образуют две трехточечных модели. Допустимые значения параметров ПРВ для двух взаимно ортогональных направлений определяются системой (4.14) для одного из направлений и выражением (4.15) для другого. Пусть, например, для $\theta = 0$ (направление оси OX) возможности модели определяются системой (4.14), а для $\theta = \frac{\pi}{2}$ (направление оси OY) – выражением (4.15). Ограничения, накладываемые по каждому из направлений, можно поменять местами.

При задании параметров ПРВ угловых шумов, не удовлетворяющих соотношениям (4.14), одна или несколько дисперсий излучаемых сигналов принимают отрицательные значения, что, очевидно, физически не реализуемо (таблица 4.2, пример 1). При невыполнении равенства (4.15), дисперсии σ_5^2 , рассчитанные для двух взаимно ортогональных направлений, получаются

различными, модель обеспечивает параметры ПРВ угловых шумов лишь для одного из направлений (таблица 4.2, пример 2). При выполнении системы неравенств (4.14) и равенства (4.15) модель обеспечивает параметры ПРВ угловых шумов по двум взаимно ортогональным направлениям (таблица 4.2, пример 3).

Таблица 4.2.

№	$\theta = 0$					$\theta = \frac{\pi}{2}$				
	m	μ	σ_{M1}^2	σ_{M2}^2	σ_5^2	m	μ	σ_{M1}^2	σ_{M2}^2	σ_5^2
1	0	1	2.2	0.793	-2	0	0.816	1.5	1.5	-2
2	0	1.5	0.31	0.467	0.222	0	2	0.25	0.25	0.5
3	0.3	1.6	0.222	0.701	0.078	0.1	1.489	0.39	0.532	0.078

Параметры ПРВ угловых шумов для примеров 2 и 3 из таблицы 4.2 были получены в результате расчета по соотношениям (2.11) и (2.12) и численным моделированием. При этом для примера 2 рассмотрено два случая: $\sigma_5^2 = 0.222$ и $\sigma_5^2 = 0.5$. Как и ожидалось, в первом случае модель обеспечивает заданные параметры ПРВ угловых шумов для $\theta = 0$, во втором – для $\theta = \frac{\pi}{2}$. Результаты расчета и моделирования для $\theta \in [0; 360^\circ]$ приведены на рисунках 4.9 (математическое ожидание) и 4.10 (параметр μ).

При этом мощности сигналов, подводимых к излучателям модели, определялись решением СЛАУ:

$$\begin{cases} \sigma_1^2 + \sigma_3^2 = \sigma_{M1}^2 (\theta = 0); \\ \sigma_2^2 + \sigma_4^2 = \sigma_{M2}^2 (\theta = 0); \\ \sigma_1^2 + \sigma_2^2 = \sigma_{M1}^2 (\theta = \pi / 2); \\ \sigma_3^2 + \sigma_4^2 = \sigma_{M2}^2 (\theta = \pi / 2). \end{cases}$$

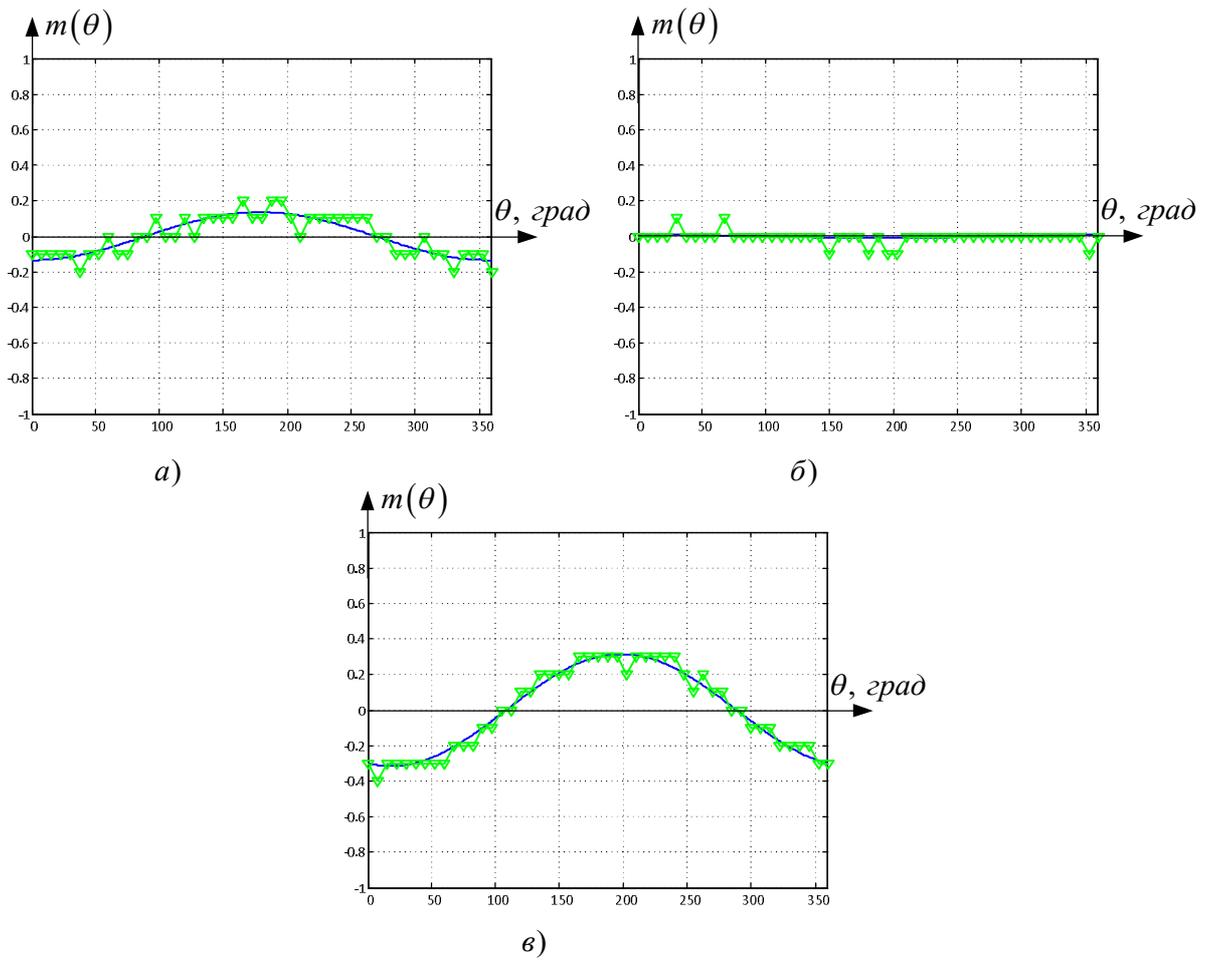


Рис. 4.9. Математическое ожидание ПРВ угловых шумов для пятиточечной геометрической модели. а) – пример 2, параметры при $\theta = 0$; б) – пример 2, параметры при $\theta = \frac{\pi}{2}$; в) – пример 3

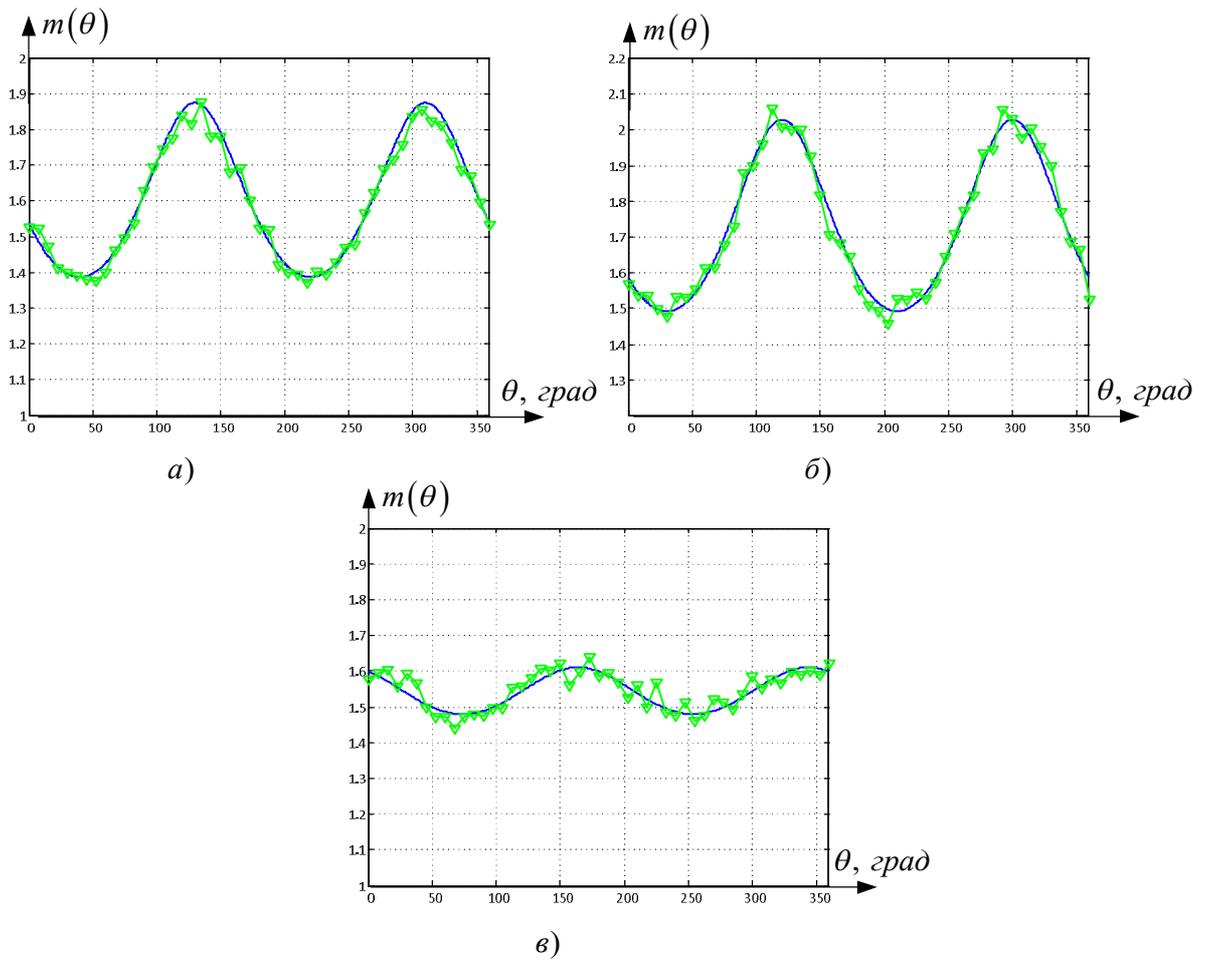


Рис. 4.10. Параметр μ ПРВ угловых шумов для трехточечной геометрической модели. а) – пример 2, параметры при $\theta = 0$; б) – пример 2, параметры при $\theta = \frac{\pi}{2}$; в) – пример 3

Определитель, составленный из коэффициентов СЛАУ тождественно равен нулю, что говорит о наличии бесконечного множества решений [150]. Решение этой системы можно найти, задавшись значением одного из искомых параметров, например, σ_1^2 . Очевидно, что исходя из условия физической реализуемости модели, должно выполняться неравенство: $0 < \sigma_1^2 < \sigma_{M1}^2(\theta = 0)$. Тогда дисперсии всех остальных сигналов можно определить по соотношениям:

$$\sigma_3^2 = \sigma_{M1}^2(\theta = 0) - \sigma_1^2;$$

$$\sigma_2^2 = \sigma_{M1}^2(\theta = \pi / 2) - \sigma_1^2;$$

$$\sigma_4^2 = \sigma_{M2}^2(\theta = 0) - \sigma_2^2 = \sigma_{M2}^2(\theta = \pi / 2) - \sigma_3^2;$$

$$\sigma_5^2 = \sigma_5^2.$$

4.5. Девятиточечная геометрическая модель

В предыдущем подразделе показано, что пятиточечная геометрическая модель, излучающая статистически не связанные сигналы, позволяет независимо управлять параметрами ПРВ угловых шумов по двум ортогональным направлениям лишь в ограниченном диапазоне. Были получены соотношения, определяющие взаимосвязь параметров по двум ортогональным осям. Очевидным путем обеспечения независимого управления параметрами ПРВ угловых шумов по двум ортогональным осям является дальнейшее увеличение количества точек модели. Можно сформулировать требования к такой модели [118,135,159].

1. Проекция излучающих точек на два ортогональных направления обобщенной координаты должны образовывать трехточечные неэквидистантные модели.

2. Излучение от каждой из точек обоих трехточечных неэквидистантных моделей должно формироваться суммой излучений как минимум двух излучающих точек.

Очевидно, что таким требованиям удовлетворяет геометрическая модель, составленная из девяти точек [159]. Ее конфигурация приведена на рис. 4.11. Полярные координаты излучающих точек $(L_1, \psi_1); (L_2, \psi_2); (L_3, \psi_3)$; $(L_4, \psi_4); (L_5, \psi_5); (L_6, \psi_6); (L_7, \psi_7); (L_8, \psi_8); (L_9, \psi_9)$. Для того, чтобы проекции излучающих точек на два ортогональных направления (оси оХ и оУ) образовывали трехточечные неэквидистантные модели, координаты точек должны быть связаны между собой соотношениями:

$$\begin{cases} L_1 \cdot \cos(\psi_1) = L_4 \cdot \cos(\psi_4) = L_7 \cdot \cos(\psi_7); \\ L_2 \cdot \cos(\psi_2) = L_5 \cdot \cos(\psi_5) = L_8 \cdot \cos(\psi_8); \\ L_3 \cdot \cos(\psi_3) = L_6 \cdot \cos(\psi_6) = L_9 \cdot \cos(\psi_9); \\ L_1 \cdot \sin(\psi_1) = L_2 \cdot \sin(\psi_2) = L_3 \cdot \sin(\psi_3); \\ L_4 \cdot \sin(\psi_4) = L_5 \cdot \sin(\psi_5) = L_6 \cdot \sin(\psi_6); \\ L_7 \cdot \sin(\psi_7) = L_8 \cdot \sin(\psi_8) = L_9 \cdot \sin(\psi_9). \end{cases} \quad (4.16)$$

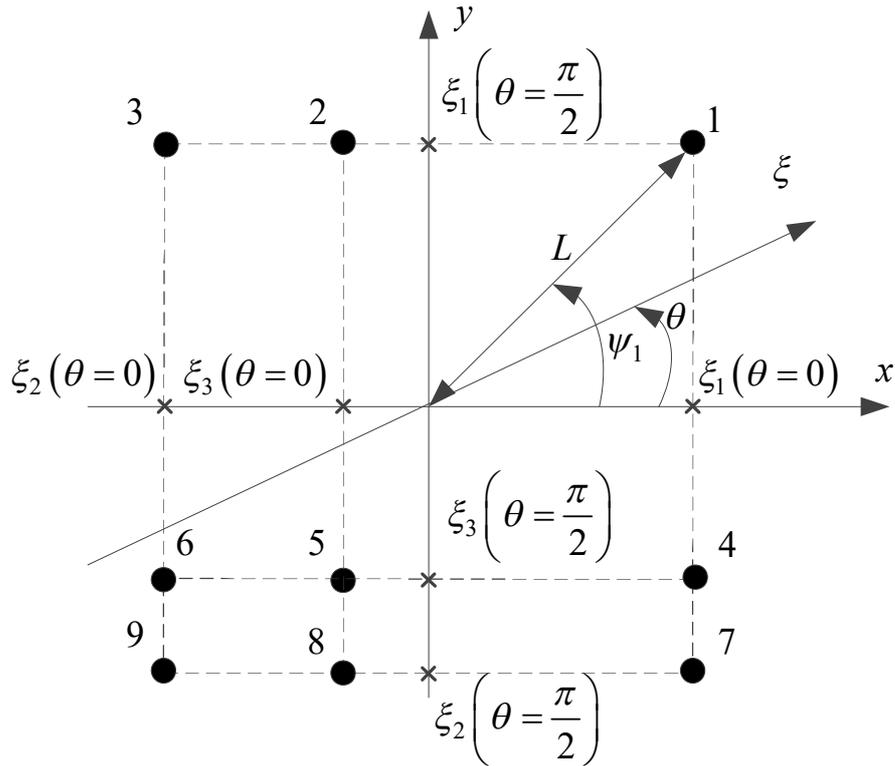


Рис. 4.11. Девятиточечная геометрическая модель

При справедливости системы (4.14), параметры получаемых трехточечных неэквидистантных моделей следующие.

$\theta = 0$:

$$\left\{ \begin{array}{l} \xi_1 = L_1 \cdot \cos(\psi_1) = L_4 \cdot \cos(\psi_4) = L_7 \cdot \cos(\psi_7); \\ \xi_2 = L_2 \cdot \cos(\psi_2) = L_5 \cdot \cos(\psi_5) = L_8 \cdot \cos(\psi_8); \\ \xi_3 = L_3 \cdot \cos(\psi_3) = L_6 \cdot \cos(\psi_6) = L_9 \cdot \cos(\psi_9); \\ \sigma_{M1}^2 = \sigma_1^2 + \sigma_4^2 + \sigma_7^2; \\ \sigma_{M2}^2 = \sigma_2^2 + \sigma_5^2 + \sigma_8^2; \\ \sigma_{M3}^2 = \sigma_3^2 + \sigma_6^2 + \sigma_9^2. \end{array} \right. \quad (4.17)$$

$$\theta = \frac{\pi}{2};$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \xi_1 = L_1 \cdot \sin(\psi_1) = L_2 \cdot \sin(\psi_2) = L_3 \cdot \sin(\psi_3); \\ \xi_2 = L_4 \cdot \sin(\psi_4) = L_5 \cdot \sin(\psi_5) = L_6 \cdot \sin(\psi_6); \\ \xi_3 = L_7 \cdot \sin(\psi_7) = L_8 \cdot \sin(\psi_8) = L_9 \cdot \sin(\psi_9); \\ \sigma_{M1}^2 = \sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2; \\ \sigma_{M2}^2 = \sigma_4^2 + \sigma_5^2 + \sigma_6^2; \\ \sigma_{M3}^2 = \sigma_7^2 + \sigma_8^2 + \sigma_9^2. \end{array} \right. \quad (4.18)$$

Математическое ожидание и параметр μ моделей определяются при подстановке соответствующих величин из систем (4.17) и (4.18) в соотношения:

$$\left\{ \begin{array}{l} m = \frac{\sigma_{M1}^2 \cdot \xi_1 + \sigma_{M2}^2 \cdot \xi_2 + \sigma_{M3}^2 \cdot \xi_3}{\sigma_{M3}^2 + \sigma_{M2}^2 + \sigma_{M1}^2}; \\ \mu^2 = \frac{\sigma_{M3}^2 + \sigma_{M2}^2 + \sigma_{M1}^2}{\sigma_{M1}^2 \cdot \xi_1^2 + \sigma_{M2}^2 \cdot \xi_2^2 + \sigma_{M3}^2 \cdot \xi_3^2 - m^2 \cdot (\sigma_{M3}^2 + \sigma_{M2}^2 + \sigma_{M1}^2)}; \\ \sigma_{M1}^2 + \sigma_{M2}^2 + \sigma_{M3}^2 = \sigma_H^2. \end{array} \right.$$

Выражения для синтеза девятиточечной модели по заданным параметрам ПРВ угловых шумов по двум произвольным ортогональным направлениям θ и $\theta + \frac{\pi}{2}$ можно получить, решив систему уравнений:

$$\left\{ \begin{array}{l} \sum_{i=1}^9 (m(\theta) - L_{\text{ПП}i}(\theta)) \cdot \sigma_i^2 = 0; \\ \sum_{i=1}^9 \left(\frac{1}{\mu^2(\theta)} - L_{\text{ПП}i}^2(\theta) + m^2(\theta) \right) \cdot \sigma_i^2 = 0; \\ \sum_{i=1}^9 \left(m\left(\theta + \frac{\pi}{2}\right) - L_{\text{ПП}i}\left(\theta + \frac{\pi}{2}\right) \right) \cdot \sigma_i^2 = 0; \\ \sum_{i=1}^9 \left(\frac{1}{\mu^2\left(\theta + \frac{\pi}{2}\right)} - L_{\text{ПП}i}^2\left(\theta + \frac{\pi}{2}\right) + m^2\left(\theta + \frac{\pi}{2}\right) \right) \cdot \sigma_i^2 = 0; \\ \sum_{i=1}^9 \sigma_i^2 = \sigma_H^2. \end{array} \right.$$

Число неизвестных в записанной системе уравнений существенно превышает количество уравнений. Аналитически решить полученную СЛАУ не представляется возможным.

Рассмотрим частные случаи – проекции на оси координат oX и oY . При этом $\theta = 0$ и $\theta = \frac{\pi}{2}$, соответственно. При этом, как говорилось ранее, проекции излучающих точек на обобщенную координату образуют трехточечную неэквидистантную модель с параметрами, определяемыми по выражениям (4.17) и (4.18). При этом синтез можно проводить для двух ортогональных направлений отдельно, составив систему и подставляя в нее выражения (4.17) или (4.18) для соответствующего направления обобщенной координаты:

$$\left\{ \begin{array}{l} (m - \xi_1) \cdot \sigma_{M1}^2 + (m - \xi_2) \cdot \sigma_{M2}^2 + (m - \xi_3) \cdot \sigma_{M3}^2 = 0; \\ \left(\frac{1}{\mu^2} - \xi_1^2 + m^2 \right) \cdot \sigma_{M1}^2 + \left(\frac{1}{\mu^2} - \xi_2^2 + m^2 \right) \cdot \sigma_{M2}^2 + \left(\frac{1}{\mu^2} - \xi_3^2 + m^2 \right) \cdot \sigma_{M3}^2 = 0; \\ \sigma_{M1}^2 + \sigma_{M2}^2 + \sigma_{M3}^2 = \sigma_H^2. \end{array} \right.$$

Таким образом, получили для каждого из ортогональных направлений обобщенной координаты систему линейных алгебраических уравнений из

трех уравнений с тремя неизвестными параметрами σ_{M1}^2 , σ_{M2}^2 и σ_{M3}^2 .

Решение этой СЛАУ:

$$\left\{ \begin{array}{l} \sigma_{M1}^2 = \frac{\sigma_H^2 \cdot (\mu^2 \cdot m^2 + \xi_2 \cdot \xi_3 \cdot \mu^2 - \xi_2 \cdot \mu^2 \cdot m - \xi_3 \cdot \mu^2 \cdot m + 1)}{\mu^2 \cdot (\xi_1 - \xi_2) \cdot (\xi_1 - \xi_3)}; \\ \sigma_{M2}^2 = \frac{-\sigma_H^2 \cdot (\mu^2 \cdot m^2 + \xi_1 \cdot \xi_2 \cdot \mu^2 - \xi_1 \cdot \mu^2 \cdot m - \xi_2 \cdot \mu^2 \cdot m + 1)}{\mu^2 \cdot (\xi_1 - \xi_3) \cdot (\xi_3 - \xi_2)}; \\ \sigma_{M3}^2 = \frac{\sigma_H^2 \cdot (\mu^2 \cdot m^2 + \xi_1 \cdot \xi_3 \cdot \mu^2 - \xi_1 \cdot \mu^2 \cdot m - \xi_3 \cdot \mu^2 \cdot m + 1)}{\mu^2 \cdot (\xi_1 - \xi_2) \cdot (\xi_3 - \xi_2)}. \end{array} \right. \quad (4.19)$$

Из полученных соотношений видно, что девятиточечная геометрическая модель позволяет отдельно управлять параметрами ПРВ угловых шумов по двум ортогональным направлениям. Параметры ПРВ при $\theta=0$ определяются суммой дисперсий сигналов $\sigma_1^2 + \sigma_4^2 + \sigma_7^2$, $\sigma_2^2 + \sigma_5^2 + \sigma_8^2$ и $\sigma_3^2 + \sigma_6^2 + \sigma_9^2$, а при $\theta = \frac{\pi}{2}$ суммой дисперсий $\sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2$, $\sigma_4^2 + \sigma_5^2 + \sigma_6^2$ и $\sigma_7^2 + \sigma_8^2 + \sigma_9^2$.

Границы диапазона, в котором возможно отдельное управление параметрами m и μ по каждой из ортогональных координат определяются соотношениями (4.14) при подстановке в них значений из систем (4.17) и (4.18) соответственно:

Соотношения, полученные для девятиточечной модели, проверены математическим моделированием. Модель обеспечивает заданные параметры ПРВ угловых шумов по двум взаимно ортогональным направлениям в том случае, если для каждого направления они лежат в пределах, ограниченных системой неравенств (4.14). При невыполнении неравенств (4.14), расчет дисперсий сигналов приводит к отрицательным значениям, что физически нереализуемо.

4.6. Выводы к разделу 4

1. Проанализированы возможности малоточечных геометрических моделей по замещению угловых шумов распределенных радиолокационных

объектов. Показано, что известные из литературы двух- трех- и четырехточечные геометрические модели накладывают существенные ограничения на параметры ПРВ формируемых угловых шумов. Эти ограничения заключаются во взаимосвязи параметров ПРВ угловых шумов для двух взаимно ортогональных направлений (двух- и трехточечная модели), а так же в зависимости параметров m и μ для каждого из направлений (для двух- и четырехточечной моделей зависимость прослеживается по обоим координатам).

2. Предложены пяти- и девятиточечные геометрические модели. На основе пятиточечной геометрической модели сформулированы требования к синтезу малоточечных моделей, излучающих не коррелированные сигналы и позволяющих отдельно управлять параметрами ПРВ угловых шумов по двум взаимно ортогональным направлениям. Этим требованиям удовлетворяет девятиточечная модель, формирующая при проекциях излучающих точек на два взаимно ортогональных направления трехточечные неэквидистантные модели, параметрами ПРВ угловых шумов которых можно отдельно управлять.

3. Для всех рассмотренных геометрических моделей получены выражения для их анализа (определения параметров ПРВ угловых шумов по известным дисперсиям излучаемых сигналов и конфигурации точек модели) и синтеза (определение дисперсий излучаемых сигналов по требуемым параметрам ПРВ угловых шумов при заданной конфигурации точек модели).

4. Полученные аналитические соотношения и выводы подтверждены с использованием численного моделирования.

5. Модели, излучающие коррелированные сигналы и обеспечивающие заданные параметры ПРВ угловых шумов

В предыдущем разделе рассмотрены двумерные геометрические модели, излучающие статистически не связанные случайные сигналы. Сформулированы требования к ним, выполнение которых обеспечит независимость управления параметрами ПРВ угловых шумов как по двум ортогональным направлениям, так и в пределах каждого из направлений. Показано, что для обеспечения независимого управления параметрами ПРВ по двум взаимно ортогональным направлениям, модель должна обеспечивать возможность независимого управления мощностями излучаемых сигналов для ее проекций на эти направления. Для отдельного управления параметрами ПРВ угловых шумов в пределах каждого из направлений, проекция модели на обобщенную координату должна образовывать не менее трех точек. При трех точках проекция будет являться некогерентной трехточечной неэквидистантной моделью.

Вместе с тем известна двухточечная геометрическая модель, излучающая случайные сигналы с заданной величиной коэффициента взаимной корреляции (частично когерентная модель) [23]. В литературе приводятся соотношения, позволяющие анализировать такую модель, т. е. определить параметры ПРВ угловых шумов, формируемых ею исходя из мощностей излучаемых сигналов и коэффициента их взаимной корреляции. Однако вопрос синтеза частично когерентных моделей, т. е. определения свойств излучаемых сигналов, исходя из требуемых параметров ПРВ угловых шумов, не рассматривается. Сведения о двумерных частично когерентных моделях отсутствуют полностью – нет ни аппарата их синтеза, ни аппарата анализа.

Это определяет **цель раздела**: обосновать конфигурации геометрических моделей, содержащих минимальное количество точек, излучающих коррелированные сигналы и позволяющих осуществлять

достоверное моделирование ПРВ угловых шумов двумерных распределенных объектов.

Для достижения цели необходимо решить следующие задачи:

1. Получить аналитические соотношения для синтеза двухточечной геометрической модели, к излучателям которой подводятся статистически связанные сигналы.

2. На основе полученных соотношений проанализировать возможности такой двухточечной геометрической модели по замещению отражений от распределенных радиолокационных объектов.

3. Развить двухточечную геометрическую модель с целью получения возможности независимого управления параметрами ПРВ угловых шумов для двух взаимно ортогональных направлений.

4. Получить соотношения, позволяющие синтезировать двумерную геометрическую модель, излучающую статистически связанные сигналы, с заданными параметрами ПРВ угловых шумов для двух взаимно ортогональных направлений.

5. Доказать эквивалентность частично когерентных и некогерентных геометрических моделей.

5.1. Двухточечная модель, излучающая коррелированные сигналы

Рассмотрим классическую конфигурацию из двух излучающих точек, к которым подводятся взаимно коррелированные нормальные случайные сигналы.

Для двухточечной модели известна взаимосвязь параметров излучаемых сигналов и m и μ ПРВ угловых шумов (1.7).

Найдем значения γ^2 и ρ , необходимые для получения требуемых m и μ [160–164].

Сделаем замену: $\rho = \cos(\varphi)$, $\gamma = \operatorname{tg}(t)$. Так как $-1 \leq \rho \leq 1$ и $0 \leq \gamma < \infty$, то разумно задать пределы $\varphi \in [0; \pi]$ и $t \in [0; \frac{\pi}{2}]$ соответственно.

Для системы (1.7) с учетом проведенной замены и того, что $|\sin(\varphi)| = \sin(\varphi)$ (при $\varphi \in [0; \pi]$), после несложных тригонометрических преобразований получим:

$$\begin{cases} -\frac{\cos(2 \cdot t)}{1 + \cos(\varphi) \cdot \sin(2t)} = m; \\ \frac{1 + \cos(\varphi) \cdot \sin(2 \cdot t)}{\sin(\varphi) \cdot \sin(2 \cdot t)} = \mu. \end{cases} \quad (5.1)$$

Перемножив уравнения системы (5.1), найдем:

$$m \cdot \mu = -\frac{1}{\sin(\varphi) \cdot \operatorname{tg}(2 \cdot t)}.$$

После преобразований:

$$\sin^2(\varphi) = \frac{1}{m^2 \cdot \mu^2 \cdot \operatorname{tg}^2(2 \cdot t)}. \quad (5.2)$$

Выразим $\cos(\varphi)$ из первого уравнения системы (5.1) и возведем его в квадрат:

$$\cos^2(\varphi) = \frac{(\cos(2 \cdot t) + m)^2}{m^2 \cdot \sin^2(2 \cdot t)}. \quad (5.3)$$

Складываем (5.2) и (5.3):

$$\sin^2(\varphi) + \cos^2(\varphi) = \frac{1}{m^2 \cdot \mu^2 \cdot \operatorname{tg}^2(2 \cdot t)} + \frac{\cos^2(2 \cdot t) + 2 \cdot m \cdot \cos(2 \cdot t) + m^2}{m^2 \cdot \sin^2(2 \cdot t)}.$$

После несложных преобразований получим уравнение:

$$\cos(2 \cdot t) \cdot (\cos(2 \cdot t) + \mu^2 \cos(2 \cdot t) + 2 \cdot m \cdot \mu^2 + m^2 \cdot \mu^2 \cdot \cos(2 \cdot t)) = 0.$$

Возможны два решения получившегося уравнения.

Первое: $\cos(2 \cdot t) = 0$, где: $t = \frac{\pi}{4} + \frac{\pi \cdot n}{2}$, $n \in \mathbb{Z}$.

Так как $t \in [0; \frac{\pi}{2}]$, то $t = \frac{\pi}{4}, \gamma = \operatorname{tg}(t) = 1 \Rightarrow m = 0$, тогда из второго уравнения системы (1.7) получим:

$$\rho = \frac{\mu^2 - 1}{\mu^2 + 1}. \quad (5.4)$$

Второе решение:

$$\left(\cos(2 \cdot t) + \mu^2 \cos(2 \cdot t) + 2 \cdot m \cdot \mu^2 + m^2 \cdot \mu^2 \cdot \cos(2 \cdot t) \right) = 0;$$

$$\cos(2 \cdot t) = \frac{-2 \cdot m \cdot \mu^2}{1 + m^2 \cdot \mu^2 + \mu^2}.$$

Значение косинуса от вещественного аргумента лежит, как известно, в пределах от -1 до 1. Проверим, для каких m и μ вышестоящее выражение лежит в пределах от -1 до 1:

$$\begin{cases} \frac{-2 \cdot m \cdot \mu^2}{1 + m^2 \cdot \mu^2 + \mu^2} \geq -1; \\ \frac{-2 \cdot m \cdot \mu^2}{1 + m^2 \cdot \mu^2 + \mu^2} \leq 1. \end{cases}$$

Первое неравенство дает:

$$\frac{-2 \cdot m \cdot \mu^2}{1 + m^2 \cdot \mu^2 + \mu^2} \geq -1;$$

$$\mu^2 \cdot (m^2 - 2 \cdot m + 1) + 1 \geq 0.$$

$\mu^2 \cdot (m - 1)^2 + 1 \geq 0$ - справедливо для любых m и μ .

Второе неравенство дает:

$$\frac{-2 \cdot m \cdot \mu^2}{1 + m^2 \cdot \mu^2 + \mu^2} < 1;$$

$$\mu^2 \cdot (m^2 + 2 \cdot m + 1) + 1 \geq 0;$$

$\mu^2 \cdot (m + 1)^2 + 1 \geq 0$ - справедливо для любых m и μ .

Получили, что для любых m и μ существует решение уравнения:

$$\cos(2 \cdot t) = \frac{-2 \cdot m \cdot \mu^2}{1 + m^2 \cdot \mu^2 + \mu^2}.$$

$$t = \pm \frac{1}{2} \arccos\left(\frac{-2 \cdot m \cdot \mu^2}{1 + m^2 \cdot \mu^2 + \mu^2}\right) + \pi \cdot n, \quad n \in \mathbb{Z}.$$

Так как $0 \leq \arccos(x) \leq \pi \Rightarrow -\frac{1}{2} \arccos(x) \in [-\frac{\pi}{2}; 0]$, а $t \in [0; \frac{\pi}{2}]$, то возможен лишь один вариант решения:

$$t = \frac{1}{2} \arccos\left(\frac{-2 \cdot m \cdot \mu^2}{1 + m^2 \cdot \mu^2 + \mu^2}\right).$$

Тогда:

$$\gamma = \operatorname{tg}\left[\frac{1}{2} \arccos\left(\frac{-2 \cdot m \cdot \mu^2}{1 + m^2 \cdot \mu^2 + \mu^2}\right)\right]. \quad (5.5)$$

Подставив полученное γ в первое уравнения системы (1.7), получим:

$$\rho = \frac{(1 - m) \cdot \gamma^2 - 1 - m}{2 \cdot m \cdot \gamma}. \quad (5.6)$$

Соотношения (5.5) и (5.6) справедливы для $m \neq 0$, иначе нужно использовать (5.4) и (5.5).

5.2. Пределы изменения параметров ПРВ угловых шумов для моделей со статистической связью между излучаемыми сигналами

В предыдущем подразделе получены соотношения, с использованием которых можно рассчитать мощности и коэффициент взаимной корреляции сигналов, излучаемых двухточечной моделью для обеспечения ею требуемых параметров ПРВ угловых шумов. Следующим очевидным шагом является определение возможностей такой модели [165,166].

Цель подраздела – определить пределы, в которых могут изменяться m и μ при физически реализуемых величинах γ^2 и ρ . По сути, эти пределы будут определять возможности рассматриваемой модели замещать распределенные

объекты по критерию равенства параметров ПРВ угловых шумов модели и объекта.

Из (1.7) получим выражение для ρ как функции, зависящей только от m и μ :

$$\rho = \frac{2 \cdot \mu^2 - 1 - m^2 \cdot \mu^2 - \mu^2}{(1 + m^2 \cdot \mu^2 + \mu^2) \sqrt{1 - \left(\frac{-2 \cdot m \cdot \mu^2}{1 + m^2 \cdot \mu^2 + \mu^2} \right)^2}}. \quad (5.7)$$

Рассмотрим отдельно два случая $-1 \leq m \leq 1$ и $|m| > 1$.

1. *Первый случай* ($-1 \leq m \leq 1$).

Для $0 \leq \rho \leq 1$ получим:

$$\begin{aligned} 2 \cdot \mu^2 - 1 - m^2 \cdot \mu^2 - \mu^2 &\geq 0; \\ \mu &\geq \frac{1}{\sqrt{1 - m^2}}. \end{aligned} \quad (5.8)$$

Для $-1 \leq \rho \leq 0$:

$$\begin{aligned} 2 \cdot \mu^2 - 1 - m^2 \cdot \mu^2 - \mu^2 &\leq 0; \\ \mu &\leq \frac{1}{\sqrt{1 - m^2}}. \end{aligned} \quad (5.9)$$

Найдем функцию $\mu(\rho, m)$. Для этого перемножим уравнения, составляющие систему (1.7):

$$\mu = \frac{\gamma^2 - 1}{2 \cdot m \cdot \sqrt{1 - \rho^2} \cdot \gamma}.$$

Тогда, подставив выражение для γ :

$$\begin{aligned} \mu &= \frac{4 \cdot \mu^2}{2 \cdot \sqrt{1 - \rho^2} \cdot \sqrt{(1 + m^2 \cdot \mu^2 + \mu^2 - 2 \cdot m \cdot \mu^2)(1 + m^2 \cdot \mu^2 + \mu^2 + 2 \cdot m \cdot \mu^2)}}; \\ (1 - \rho^2) \cdot (m^2 - 1)^2 \cdot \mu^4 &+ 2 \cdot \left((m^2 + 1) \cdot (1 - \rho^2) - 2 \right) \cdot \mu^2 + 1 - \rho^2 = 0; \end{aligned}$$

$$\mu = \frac{\left| \rho \pm \sqrt{1-m^2 \cdot (1-\rho^2)} \right|}{\sqrt{1-\rho^2} \cdot |1-m^2|}.$$

Это равенство справедливо для $-1 \leq m \leq 1$.

Определимся со знаком перед корнем. Для $0 \leq \rho \leq 1$ должно выполняться ограничительное условие (5.8). Его можно записать в виде:

$$\frac{\left| \rho \pm \sqrt{1-m^2 \cdot (1-\rho^2)} \right|}{\sqrt{1-\rho^2} \cdot (1-m^2)} \geq \frac{1}{\sqrt{1-m^2}}.$$

Откуда после преобразований получим:

$$\rho \pm \sqrt{1-m^2 \cdot (1-\rho^2)} \geq 0.$$

Очевидно, что это неравенство будет справедливо лишь в том случае, если мы выберем знак плюс.

Для $-1 \leq \rho \leq 0$ должно выполняться условие (5.9). Его можно записать в виде:

$$\frac{\left| \rho \pm \sqrt{1-m^2 \cdot (1-\rho^2)} \right|}{\sqrt{1-\rho^2} \cdot (1-m^2)} \leq \frac{1}{\sqrt{1-m^2}}.$$

После преобразований имеем:

$$\rho \pm \sqrt{1-m^2 \cdot (1-\rho^2)} \geq 0.$$

Неравенство справедливо лишь в том случае, если выберем знак плюс.

Обобщая полученные результаты, можно сделать вывод, что для $-1 \leq \rho \leq 1$ и $-1 \leq m \leq 1$:

$$\mu = \frac{\left| \rho + \sqrt{1-m^2 \cdot (1-\rho^2)} \right|}{\sqrt{1-\rho^2} \cdot (1-m^2)}.$$

Таким образом для любых ρ и $-1 \leq m \leq 1$:

$$\rho + \sqrt{1 - m^2 \cdot (1 - \rho^2)} \geq 0.$$

Тогда знак модуля можно опустить:

$$\mu = \frac{\left(\rho + \sqrt{1 - m^2 \cdot (1 - \rho^2)} \right)}{\sqrt{1 - \rho^2} \cdot (1 - m^2)}.$$

Исследуем полученную функцию на монотонность. При заданном m имеем:

$$\frac{\partial \mu}{\partial \rho} = \frac{1}{1 - m^2} \cdot \frac{1}{1 - \rho^2} \cdot \left[\left(1 + \frac{2 \cdot m^2 \cdot \rho}{2 \sqrt{1 - m^2 \cdot (1 - \rho^2)}} \right) \sqrt{1 - \rho^2} + \left(\rho + \sqrt{1 - m^2 \cdot (1 - \rho^2)} \right) \frac{2\rho}{2 \cdot \sqrt{1 - \rho^2}} \right]. \quad (5.10)$$

Найдем точки экстремумов функции $\mu(r)$. Для этого приравняем полученное выражение к нулю. Упрощая полученное уравнение, можно получить:

$$\rho = -\sqrt{1 - m^2 \cdot (1 - \rho^2)}.$$

Очевидно, что для $-1 \leq \rho \leq 1$ существует единственное решение этого уравнения: $\rho = -1$. Однако, подставив $\rho = -1$ в (5.10), получим бесконечность. Таким образом, можно утверждать, что $\frac{\partial \mu}{\partial r} \neq 0$ для любого ρ заданного в промежутке $-1 \leq \rho \leq 1$.

Подставив в (5.10) $\rho = 0$ получим $\frac{\partial \mu}{\partial \rho} = \frac{1}{1 - m^2} > 0$. Это означает, что функция $\mu(\rho, m)$ монотонно возрастает на промежутке $\rho \in [-1; 1]$.

Тогда для $0 \leq r \leq 1$:

$$\mu_{\min} = \mu(\rho = 0) = \frac{1}{\sqrt{1 - m^2}}; \quad \mu_{\max} = \mu(r = \rho) = \infty.$$

А для $-1 \leq \rho \leq 0$:

$$\mu_{\max} = \mu(\rho = 0) = \frac{1}{\sqrt{1-m^2}};$$

$$\mu_{\min} = \mu(\rho = -1) = \lim_{\rho \rightarrow -1} \frac{\rho + \sqrt{1-m^2 \cdot (1-\rho^2)}}{\sqrt{1-\rho^2} \cdot (1-m^2)} = 0.$$

2. Рассмотрим случай $|m| > 1$. При этом из (5.7) следует, что $\rho < 0$, а значит:

$$2 \cdot \mu^2 - 1 - m^2 \cdot \mu^2 - \mu^2 < 0;$$

$$\mu^2 > \frac{1}{1-m^2}.$$

Неравенство выполняется для любых μ и m (при условии, что $|m| > 1$) значит ограничений нет, и μ может принимать два допустимых значения:

$$\mu_{1,2} = \frac{\left| \rho \pm \sqrt{1-m^2 \cdot (1-\rho^2)} \right|}{\sqrt{1-\rho^2} \cdot (1-m^2)}.$$

Исследуя функцию (5.7) на монотонность при фиксированном m , запишем:

$$\begin{aligned} & \frac{\partial \rho}{\partial \mu} = \\ & = \frac{2 \cdot \mu}{f} \left[(1-m^2) \cdot \sqrt{f} - (\mu^2 \cdot (1-m^2) - 1) \frac{(f + 4 \cdot m^2 \cdot \mu^4) \cdot (m^2 + 1) - 4 \cdot m^2 \cdot \mu^2}{\sqrt{f}} \right] = 0, \end{aligned}$$

где $f = (1 + m^2 \cdot \mu^2 + \mu^2)^2 - 4 \cdot m^2 \cdot \mu^4$.

$$\mu^2 = -\frac{1}{1-m^2}.$$

При $|m| > 1$, $\mu = \frac{1}{\sqrt{m^2 - 1}}$ - точка экстремума. Определимся, какой это

экстремум.

Пусть $\mu=0+$ - бесконечно малая положительная величина. Тогда $f=1$ и:

$$\left. \frac{\partial \rho}{\partial \mu} \right|_{\mu=0+} = \frac{2 \cdot (0+)}{\sqrt{1}} \left[(1-m^2) \cdot \sqrt{1} - (-1) \cdot \frac{1 \cdot (m^2+1)}{\sqrt{1}} \right] = 4 \cdot (0+),$$

величина положительная, а значит до точки экстремума функция будет

возрастать. Следовательно $\mu = \frac{1}{\sqrt{m^2-1}}$ - точка максимума.

После ряда несложных математических преобразований получим значение функции в точке максимума:

$$\rho_{\max} = \rho \left(\mu = \frac{1}{\sqrt{m^2-1}} \right) = -\frac{\sqrt{m^2-1}}{|m|}.$$

Немонотонность функции $\rho(\mu, m)$ и наличие точки максимума говорят о том, что одному значению ρ может соответствовать два значения μ , определяемых величиной γ^2 . Это подтверждает ранее сделанный вывод о том, что μ может принимать два допустимых значения.

При этом при $\rho > \rho_{\max}$ величина μ , рассчитанная по (1.7), принимает комплексное значение, что говорит о физической нереализуемости модели с такими параметрами.

В заключении можно отметить следующее.

При $\rho = 0$ выражения (1.7) полностью совпадают с выражениями, определяющими параметры ПРВ угловых шумов для двухточечной геометрической модели, излучающей не коррелированные сигналы (4.1), (4.2).

При $\rho = \pm 1$ модель излучает одинаковые (знак плюс) или противофазные (знак минус) сигналы. В обоих случаях величина μ стремится к бесконечности:

$$\mu = \lim_{\rho \rightarrow 1} \left(\frac{1 + 2 \cdot \rho \cdot \gamma + \gamma^2}{2 \cdot \gamma \cdot \sqrt{1 - \rho^2}} \right) = \frac{1 + 2 \cdot \gamma + \gamma^2}{2 \cdot \gamma \cdot 0} \rightarrow \infty;$$

$$\mu = \lim_{\rho \rightarrow -1} \left(\frac{1 + 2 \cdot \rho \cdot \gamma + \gamma^2}{2 \cdot \gamma \cdot \sqrt{1 - \rho^2}} \right) = \frac{1 - 2 \cdot \gamma + \gamma^2}{2 \cdot \gamma \cdot 0} \rightarrow \infty.$$

Это означает, что ширина ПРВ стремится к нулю и принимает вид дельта-функции.

Математическое ожидание при $\rho = \pm 1$ определяется по выражениям:

$$m(\rho = 1) = \frac{\gamma - 1}{\gamma + 1}; \quad m(\rho = -1) = \frac{\gamma + 1}{\gamma - 1}.$$

То есть при $\rho = 1$ математическое ожидание ПРВ угловых шумов может принимать любые значения в пределах базы двухточечной модели. При $\rho = -1$ - математическое ожидание лежит за пределами базы двухточечной модели.

Этот результат полностью совпадает со случаем двухточечной геометрической модели, излучающей когерентно связанные сигналы при сдвиге фаз между сигналами равным 0 градусов ($\rho = 1$) и 180 градусов ($\rho = -1$).

При промежуточных значениях коэффициента взаимной корреляции ($0 < |\rho| < 1$) получим значения параметров ПРВ угловых шумов лежащие между рассмотренными крайними случаями.

Таким образом, в подразделе показано:

1. Двухточечная геометрическая модель, излучающая коррелированные случайные сигналы, позволяет отдельно управлять параметрами ПРВ угловых шумов.

2. Математическое ожидание ПРВ угловых шумов лежит в пределах базы двухточечной модели при положительных значениях коэффициента взаимной корреляции и за пределами базы при отрицательных.

3. Параметр μ , характеризующий ширину формируемой ПРВ угловых шумов, лежит в пределах $[0; \infty)$. При $|\rho| \rightarrow 1$ $\mu \rightarrow \infty$ и ПРВ принимает вид дельта-функции. Модель становится когерентной.

5.3. Двумерная геометрическая модель, излучающая коррелированные сигналы

Логичным развитием двухточечной геометрической модели, излучающей частично-коррелированные сигналы, является модель, позволяющая замещать отражения от радиолокационных объектов, распределенных по двум координатам. Как и в случае моделей, излучающих статистически не связанные сигналы, она должна позволять осуществлять раздельное управление параметрами ПРВ угловых шумов по двум взаимно ортогональным направлениям, а также обеспечить независимость параметров ПРВ угловых шумов вдоль каждого из направлений визирования.

Очевидно, что, как и в случае использования статистически не связанных сигналов, двухточечная геометрическая модель не позволит раздельно управлять параметрами ПРВ угловых шумов по двум взаимно ортогональным направлениям. Эти параметры будут зависимы и определяться, помимо γ^2 и ρ , проекциями излучающих точек на соответствующую координату.

Рассмотрим модель, содержащую четыре излучающие точки, расположенные в вершинах четырехугольника [167]. Используем, как и прежде, две системы координат с совмещенными началами: прямоугольную декартову и полярную. Стороны четырехугольника расположим параллельно осям декартовой системы координат. Полярные координаты излучающих точек: $(L_1, \psi_1) = (L, \psi)$; $(L_2, \psi_2) = (L, \pi - \psi)$; $(L_3, \psi_3) = (L, -\psi)$; $(L_4, \psi_4) = (L, -\pi + \psi)$. Структура такой модели изображена на рис. 4.7.

Проекции излучающих точек на два взаимно ортогональных направления обобщенной координаты ξ (направление совпадающее с осью

ось $OX (\theta = 0)$ и осью $OY (\theta = \frac{\pi}{2})$ соответственно) образуют двухточечные модели.

Параметры этих моделей следующие.

$$\theta = 0:$$

$$\begin{cases} \xi_1 = L \cdot \cos(\psi); \\ \xi_2 = -L \cdot \cos(\psi); \\ \sigma_{M1}^2 = \sigma_1^2 + \sigma_3^2 + 2 \cdot \rho_{13} \cdot \sigma_1 \cdot \sigma_3; \\ \sigma_{M2}^2 = \sigma_2^2 + \sigma_4^2 + 2 \cdot \rho_{24} \cdot \sigma_2 \cdot \sigma_4. \end{cases} \quad (5.11)$$

$$\theta = \frac{\pi}{2}:$$

$$\begin{cases} \xi_1 = L \cdot \sin(\psi); \\ \xi_2 = -L \cdot \sin(\psi); \\ \sigma_{M1}^2 = \sigma_1^2 + \sigma_2^2 + 2 \cdot \rho_{12} \cdot \sigma_1 \cdot \sigma_2; \\ \sigma_{M2}^2 = \sigma_3^2 + \sigma_4^2 + 2 \cdot \rho_{34} \cdot \sigma_3 \cdot \sigma_4. \end{cases} \quad (5.12)$$

где ρ_{ij} - коэффициенты взаимной корреляции сигналов, излучаемых из i и j точек модели.

По сути, рассматриваемую четырехточечную модель, можно интерпретировать как две эквивалентные взаимно ортогональные двухточечные модели. Например, одна из моделей обеспечивает параметры ПРВ угловых шумов при повороте обобщенной координаты ξ на угол $\theta = 0$, вторая – на угол $\theta = \frac{\pi}{2}$. Синтез каждой из эквивалентных моделей

(определение дисперсий излучаемых сигналов σ_{M1}^2 и σ_{M2}^2 и коэффициента взаимной корреляции) можно проводить по соотношениям (5.4) – (5.6). При этом важно помнить, что излучение каждой из точек эквивалентных двухточечных моделей формируется как сумма излучений двух реальных точек (уравнения 3 и 4 в системах (5.11) и (5.12)). Коэффициенты взаимной корреляции сигналов, формирующих излучение из эквивалентных точек

модели, можно положить равными друг другу. Тогда их значение становится определено:

$$\rho_{13} = \rho_{24} = \rho(\theta = \pi / 2); \quad \rho_{12} = \rho_{34} = \rho(\theta = 0),$$

где: $\rho(\theta=0)$ и $\rho(\theta = \pi / 2)$ - коэффициенты взаимной корреляции сигналов для эквивалентных двухточечных моделей при угле поворота обобщенной координаты $\theta=0$ и $\theta = \pi / 2$ соответственно. В дальнейшем для краткости будем использовать обозначения ρ_0 и $\rho_{\pi/2}$. Аналогичным образом можно

обозначить отношение СКО двухточечных моделей $\gamma_0 = \frac{\sigma_{M1}(\theta=0)}{\sigma_{M2}(\theta=0)}$ и

$$\gamma_{\pi/2} = \frac{\sigma_{M1}(\theta = \pi / 2)}{\sigma_{M2}(\theta = \pi / 2)}.$$

С учетом введенных обозначений дисперсии сигналов, излучаемых из точек модели, можно определить, решив систему уравнений:

$$\left\{ \begin{array}{l} \sigma_1^2 + \sigma_3^2 + 2 \cdot \rho_{\pi/2} \cdot \sigma_1 \cdot \sigma_3 = \sigma_{M1}^2(\theta = 0); \\ \sigma_2^2 + \sigma_4^2 + 2 \cdot \rho_{\pi/2} \cdot \sigma_2 \cdot \sigma_4 = \sigma_{M2}^2(\theta = 0); \\ \sigma_1^2 + \sigma_2^2 + 2 \cdot \rho_0 \cdot \sigma_1 \cdot \sigma_2 = \sigma_{M1}^2(\theta = \pi / 2); \\ \sigma_3^2 + \sigma_4^2 + 2 \cdot \rho_0 \cdot \sigma_3 \cdot \sigma_4 = \sigma_{M2}^2(\theta = \pi / 2); \\ \gamma_0 = \frac{\sigma_1}{\sigma_2} = \frac{\sigma_3}{\sigma_4} = \frac{\sigma_{M1}(\theta = 0)}{\sigma_{M2}(\theta = 0)}; \\ \gamma_{\pi/2} = \frac{\sigma_2}{\sigma_4} = \frac{\sigma_1}{\sigma_3} = \frac{\sigma_{M1}(\theta = \pi / 2)}{\sigma_{M2}(\theta = \pi / 2)}; \\ \sigma_{M1}^2(\theta = 0) + \sigma_{M2}^2(\theta = 0) + 2 \cdot \rho_{\pi/2} \cdot \sigma_{M1}(\theta = 0) \cdot \sigma_{M2}(\theta = 0) = \sigma_H^2; \\ \sigma_{M1}^2(\theta = \pi / 2) + \sigma_{M2}^2(\theta = \pi / 2) + 2 \cdot \rho_0 \cdot \sigma_{M1}(\theta = \pi / 2) \cdot \sigma_{M2}(\theta = \pi / 2) = \sigma_H^2. \end{array} \right.$$

Четыре первых уравнения записаны из систем (5.11) и (5.12). Пятое и шестое – определяет отношение СКО излучаемых сигналов геометрической модели, требуемое для обеспечения ПРВ угловых шумов. Седьмое и восьмое уравнения записанной системы гарантируют равенство мощностей сигнала модели и замещаемого объекта.

Для нахождения решения этой системы уравнений выразим $\sigma_1 = \gamma_0 \cdot \sigma_3$ из пятого уравнения и $\sigma_2 = \gamma_{\pi/2} \cdot \sigma_4$ из шестого уравнения и подставим в первое и второе соответственно. Тогда, после не сложных математических преобразований, решение системы примет вид:

$$\left\{ \begin{array}{l} \sigma_1 = \gamma_{\pi/2} \cdot \sqrt{\frac{\sigma_{M1}^2(\theta=0)}{\gamma_{\pi/2}^2 + 1 + 2 \cdot \rho_{\pi/2} \cdot \gamma_{\pi/2}}}; \\ \sigma_2 = \gamma_{\pi/2} \cdot \sqrt{\frac{\sigma_{M2}^2(\theta=0)}{\gamma_{\pi/2}^2 + 1 + 2 \cdot \rho_{\pi/2} \cdot \gamma_{\pi/2}}}; \\ \sigma_3 = \sqrt{\frac{\sigma_{M1}^2(\theta=0)}{\gamma_{\pi/2}^2 + 1 + 2 \cdot \rho_{\pi/2} \cdot \gamma_{\pi/2}}}; \\ \sigma_4 = \sqrt{\frac{\sigma_{M2}^2(\theta=0)}{\gamma_{\pi/2}^2 + 1 + 2 \cdot \rho_{\pi/2} \cdot \gamma_{\pi/2}}}. \end{array} \right. \quad (5.13)$$

Определим возможности такой модели по формированию угловых шумов с заданными параметрами ПРВ. Модель физически реализуема в том случае, если подкоренные выражения в системе (5.13) будут больше нуля. В числителе всех выражений стоит дисперсия – величина не отрицательная. Знаменатель всех выражений одинаков. Определим, может ли знаменатель принимать отрицательные значения. Для этого приравняем его к нулю и решим получившееся квадратное уравнение относительно параметра $\gamma_{\pi/2}$. Дискриминант этого квадратного уравнения равен $D = 4 \cdot \rho_{\pi/2}^2 - 4$. С учетом диапазона изменения коэффициента корреляции $\rho_{\pi/2} \in [-1; 1]$, очевидно, что дискриминант равен нулю лишь при $|\rho_{\pi/2}| = 1$. Во всех остальных случаях он меньше нуля, следовательно, рассматриваемое уравнение решений не имеет и все подкоренные выражения в (5.13) не меняют свой знак. Не сложно убедиться, что при этом все подкоренные выражения в (5.13) положительны.

Рассмотрим случай $|\rho_{\pi/2}| = 1$. При этом, как уже говорилось ранее, дискриминант равен нулю и рассматриваемое квадратное уравнение имеет

один корень $\gamma_{\pi/2} = -\rho_{\pi/2}$. При $\rho_{\pi/2} = 1$, $\gamma_{\pi/2} = -1$. Это значение никогда не достижимо, т. к. область допустимых значений $\gamma_{\pi/2} \in [0; \infty)$. При $\rho_{\pi/2} = -1$, $\gamma_{\pi/2} = 1$. В этом случае знаменатель всех подкоренных выражений в (5.13) обращается в нуль. Это особая точка. Ее особенность заключается в следующем. При $|\rho_{\pi/2}| = 1$ модель, по сути, становится когерентной. При $\rho_{\pi/2} = 1$ точки модели излучают синфазные сигналы, при $\rho_{\pi/2} = -1$ - противофазные. В случае если $\gamma_{\pi/2} = 1$, СКО излучаемых сигналов равны. Получается, что в точке наблюдения происходит интерференция двух противофазных сигналов с равными амплитудами. Считается [23,128], что кажущийся центр излучения при этом позиционируется в точке с координатами $\xi = \pm\infty$. Однако малейшие изменения СКО любого из сигналов приводят к стремительному перемещению КЦИ в сторону модели [23,128].

Таким образом, можно заключить, что синтез четырехточечной геометрической модели, излучающей случайные сигналы с заданной величиной коэффициента взаимной корреляции возможен для всех точек случаев, за исключением параметров $\gamma_{\pi/2} = 1$; $\rho_{\pi/2} = -1$.

Математическое ожидание и параметр μ , обеспечиваемые моделью для каждого из двух рассматриваемых угловых направлений, определяются при подстановке соответствующих величин в соотношения (2.12) и (2.13):

$$\left\{ \begin{array}{l} m = \frac{\sigma_{M1}^2 \cdot (\xi_1 - \xi_{CP}) + \sigma_{M2}^2 \cdot (\xi_2 - \xi_{CP})}{\sigma_{M2}^2 + \sigma_{M1}^2 + 2 \cdot \sigma_{M1} \cdot \sigma_{M2} \cdot \rho} + \xi_{CP}; \\ \mu^2 = \frac{\sigma_{M2}^2 + \sigma_{M1}^2 + 2 \cdot \sigma_{M1} \cdot \sigma_{M2} \cdot \rho}{\sigma_{M1}^2 \cdot (\xi_1 - m)^2 + \sigma_{M2}^2 \cdot (\xi_2 - m)^2 + 2 \cdot (\xi_1 - m) \cdot \sigma_{M1} \cdot (\xi_2 - m) \cdot \sigma_{M2} \cdot \rho} \end{array} \right.$$

где $\xi_{CP} = 0.5 \cdot (\xi_1 + \xi_2)$ - среднее значение проекций излучающих точек на обобщенную координату, обеспечивающее центрированность системы координат, ρ - коэффициент взаимной корреляции сигналов, излучаемых рассматриваемой двухточечной моделью.

Для удобства расчета отсчетов сигналов, излучаемых из всех точек модели, можно записать корреляционную матрицу, определяющую взаимосвязи всех четырех сигналов [141,167]:

$$R = \begin{pmatrix} \rho_{11} & \rho_{12} & \rho_{13} & \rho_{14} \\ \rho_{21} & \rho_{22} & \rho_{23} & \rho_{24} \\ \rho_{31} & \rho_{32} & \rho_{33} & \rho_{34} \\ \rho_{41} & \rho_{42} & \rho_{43} & \rho_{44} \end{pmatrix}.$$

Коэффициенты этой матрицы не сложно определить. Очевидно, что коэффициенты корреляции, расположенные на главной диагонали корреляционной матрицы, определяют коэффициент автокорреляции для каждого из излучаемых сигналов. По определению они тождественно равны единице ($\rho_{11} = \rho_{22} = \rho_{33} = \rho_{44} = 1$).

Так же очевидно равенство: $\rho_{ij} = \rho_{ji}$. При $i \neq j$ коэффициенты корреляции определяют статистическую взаимосвязь сигналов, излучаемых точками на одной из сторон квадрата. Величина этих коэффициентов определяется по соотношениям (5.4) – (5.6) исходя из требуемых параметров m и μ .

Таким образом, остаются неопределенными коэффициенты, стоящие на второстепенной диагонали корреляционной матрицы. Они определяют корреляционные связи сигналов, излучаемых из точек, расположенных в диагональных углах модели. Их можно определить, вычислив значение интеграла при $\tau = 0$:

$$\rho_{ij}(\tau) = \frac{1}{\sigma_i \cdot \sigma_j} \int_{-\infty}^{\infty} S_i(t) \cdot S_j(t - \tau) dt,$$

где $S_i(t)$ - сигнал, излучаемый из i -той точки модели.

С использованием записанного выражения не сложно доказать, что коэффициенты корреляционной матрицы, расположенные на второстепенной диагонали, определяются по выражениям:

$$\rho_{14} = \rho_{41} = \rho_{12} \cdot \rho_{24} = \rho_{13} \cdot \rho_{34};$$

$$\rho_{23} = \rho_{32} = \rho_{12} \cdot \rho_{13} = \rho_{24} \cdot \rho_{34}.$$

С учетом вышеизложенного и с использованием ранее введенных обозначений ρ_0 и $\rho_{\pi/2}$ можно записать корреляционную матрицу:

$$R = \begin{pmatrix} 1 & \rho_0 & \rho_{\pi/2} & \rho_0 \cdot \rho_{\pi/2} \\ \rho_0 & 1 & \rho_0 \cdot \rho_{\pi/2} & \rho_{\pi/2} \\ \rho_{\pi/2} & \rho_0 \cdot \rho_{\pi/2} & 1 & \rho_0 \\ \rho_0 \cdot \rho_{\pi/2} & \rho_{\pi/2} & \rho_0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Определив корреляционную матрицу, можно описать алгоритм формирования отсчетов сигналов, излучаемых из точек модели.

По требуемым параметрам ПРВ угловых шумов для двух взаимно ортогональных направлений визирования определить корреляционную матрицу и дисперсии сигналов, излучаемых из всех точек модели. Сформировать четыре независимых реализации комплексного случайного процесса $(n_k(t) = i_k(t) + j \cdot q_k(t))$, где $j = \sqrt{-1}$; k - порядковый номер реализации случайного процесса; $i(t)$, $q(t)$ - статистически независимые реализации нормального случайного процесса с единичной дисперсией, математическим ожиданием равным нулю и заданными спектрально-корреляционными характеристиками).

Для расчета реализаций случайного процесса с заданной корреляционной матрицей можно воспользоваться методом линейного преобразования [150,168,169]. При этом преобразование четырехмерного вектора, составленного из независимых реализаций нормального случайного процесса $n_k(t)$, сводится к умножению его на переходную квадратную матрицу A четвертого порядка:

$$y(t) = A \cdot n(t).$$

Матрица преобразования имеет вид [168,170]:

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & 0 & 0 & 0 \\ a_{21} & a_{22} & 0 & 0 \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & 0 \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} & a_{44} \end{pmatrix}.$$

Элементы матрицы преобразования находятся из условия:

$$M\{y_i \cdot y_j\} = \rho_{i,j},$$

где $M\{ \}$ - обозначена операция вычисления математического ожидания,

$$M\{y_i \cdot y_j\} = \begin{cases} 1, & i = j; \\ 0, & i \neq j. \end{cases}$$

Исходя из этого условия, можно найти все элементы переходной матрицы:

$$a_{11} = \sqrt{\rho_{11}} = 1;$$

$$a_{21} = \rho_{21};$$

$$a_{22} = \sqrt{\rho_{22} - a_{21}^2};$$

$$a_{31} = \rho_{31};$$

$$a_{32} = \frac{\rho_{32} - a_{21} \cdot a_{31}}{a_{22}};$$

$$a_{33} = \sqrt{\rho_{33} - a_{31}^2 - a_{32}^2};$$

$$a_{41} = \rho_{41};$$

$$a_{42} = \frac{\rho_{42} - a_{21} \cdot a_{41}}{a_{22}};$$

$$a_{43} = \frac{\rho_{43} - a_{31} \cdot a_{41} - a_{32} \cdot a_{42}}{a_{33}};$$

$$a_{44} = \sqrt{\rho_{44} - a_{41}^2 - a_{42}^2 - a_{43}^2}.$$

Определив четыре реализации нормальных случайных процессов с заданной корреляционной матрицей ($y_1(t)$, $y_2(t)$, $y_3(t)$ и $y_4(t)$), произвести

расчет отсчетов квадратурных компонент сигнала, излучаемого из k -той точки модели по соотношению:

$$S_k(t) = \sigma_k \cdot y_k(t).$$

Подтвердим полученные результаты математическим моделированием [171]. Для этого рассмотрим четырехточечную геометрическую модель, четыре излучающие точки которой расположены в вершинах квадрата с длиной диагонали равной $2\sqrt{2}$. Параметры модели по заданным параметрам ПРВ угловых шумов по двум взаимно ортогональным направлениям определялись следующим образом. Для каждого из направлений по (5.4) – (5.6) определялись отношения СКО излучаемых сигналов и коэффициент взаимной корреляции. С использованием (5.13) определялись СКО сигналов, излучаемых из точек модели. Для двумерной модели определялась корреляционная матрица и переходная матрица A , позволяющая сформировать четыре нормальных случайных процесса с заданными корреляционными связями. Суммарная излучаемая мощность во всех рассмотренных случаях полагалась равной единице. Заданные параметры ПРВ угловых шумов для двух взаимно ортогональных направлений, а также рассчитанные по ним параметры модели приведены в таблице 5.1.

Таблица 5.1.

№	$\theta = 0$		$\theta = \frac{\pi}{2}$		Параметры модели					
	m	μ	m	μ	σ_1^2	σ_2^2	σ_3^2	σ_4^2	ρ_0	$\rho_{\pi/2}$
1	0	1	0	1	0.25	0.25	0.25	0.25	0	0
2	0	2	0.8	2.5	0.266	0.266	0.016	0.016	0.6	0.243
3	-0.8	2	0.8	2.5	0.062	0.742	0.003	0.044	0.109	0.243
							6			
4	-0.8	0.5	0.8	10	0.369	1.019	0.005	0.016	-0.47	0.868
							6			

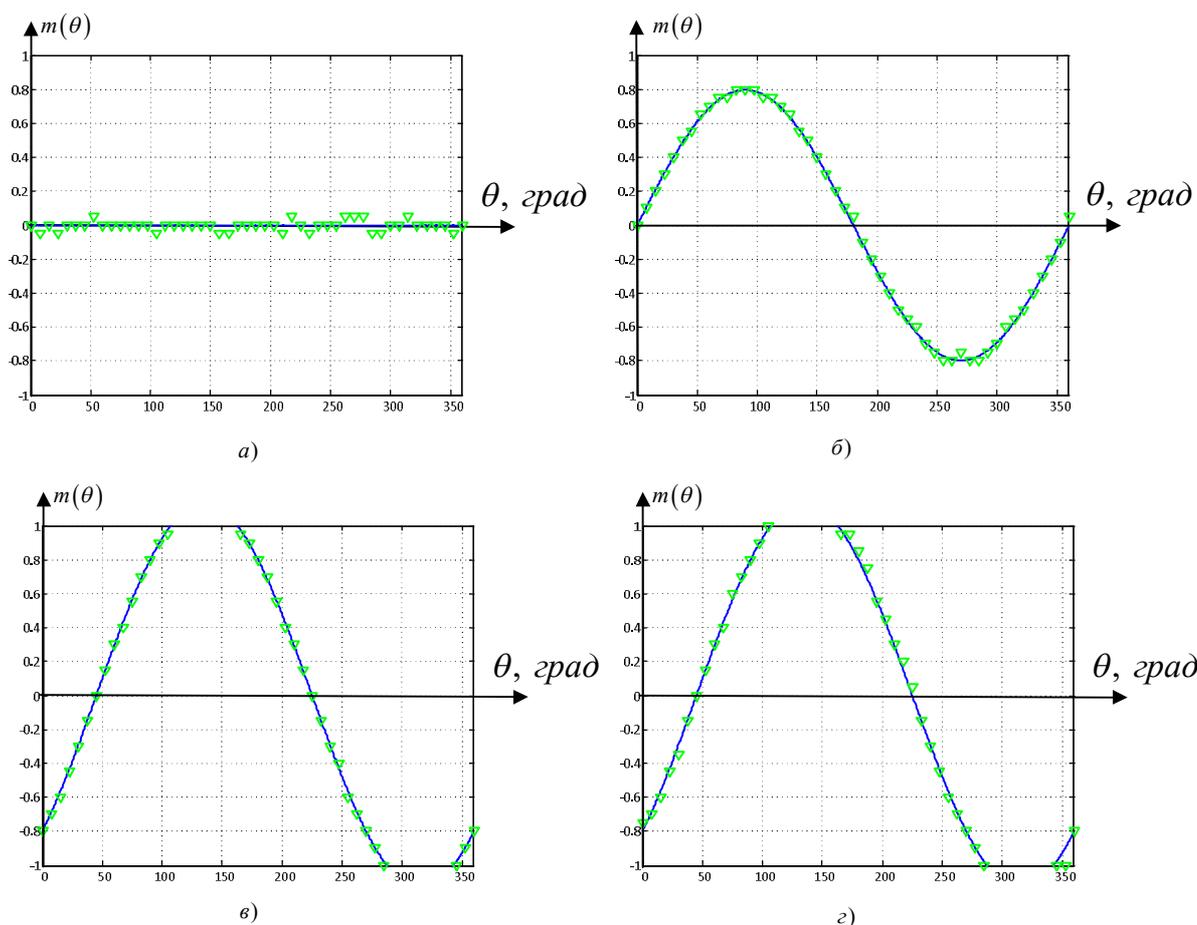


Рис. 5.1. Математическое ожидание ПРВ угловых шумов для пятиточечной геометрической модели. а) – пример 1; б) – пример 2; в) – пример 3; г) – пример 4

Зависимости параметров ПРВ угловых шумов от угла поворота обобщенной координаты, определенные в результате моделирования и расчетов по теоретическим соотношениям (2.15) и (2.16) приведены на рисунках 5.1 – математическое ожидание и 5.2 – параметр μ . Результат расчета показан сплошной линией. Моделирования – точками. Из рисунков видно хорошее совпадение параметров, определенных по теоретическим формулам и в результате математического моделирования. Для всех рассмотренных примеров параметры ПРВ угловых шумов при $\theta = 0$ и $\theta = \pi / 2$ соответствуют заданным.

Интересны примеры 3 и 4. Как видно из рисунков 5.1 (в, г), при углах поворота обобщенной координаты $\theta \in [106^\circ; 163^\circ]$ и $\theta \in [286^\circ; 343^\circ]$

наблюдается выход среднего значения ПРВ угловых шумов за пределы модели.

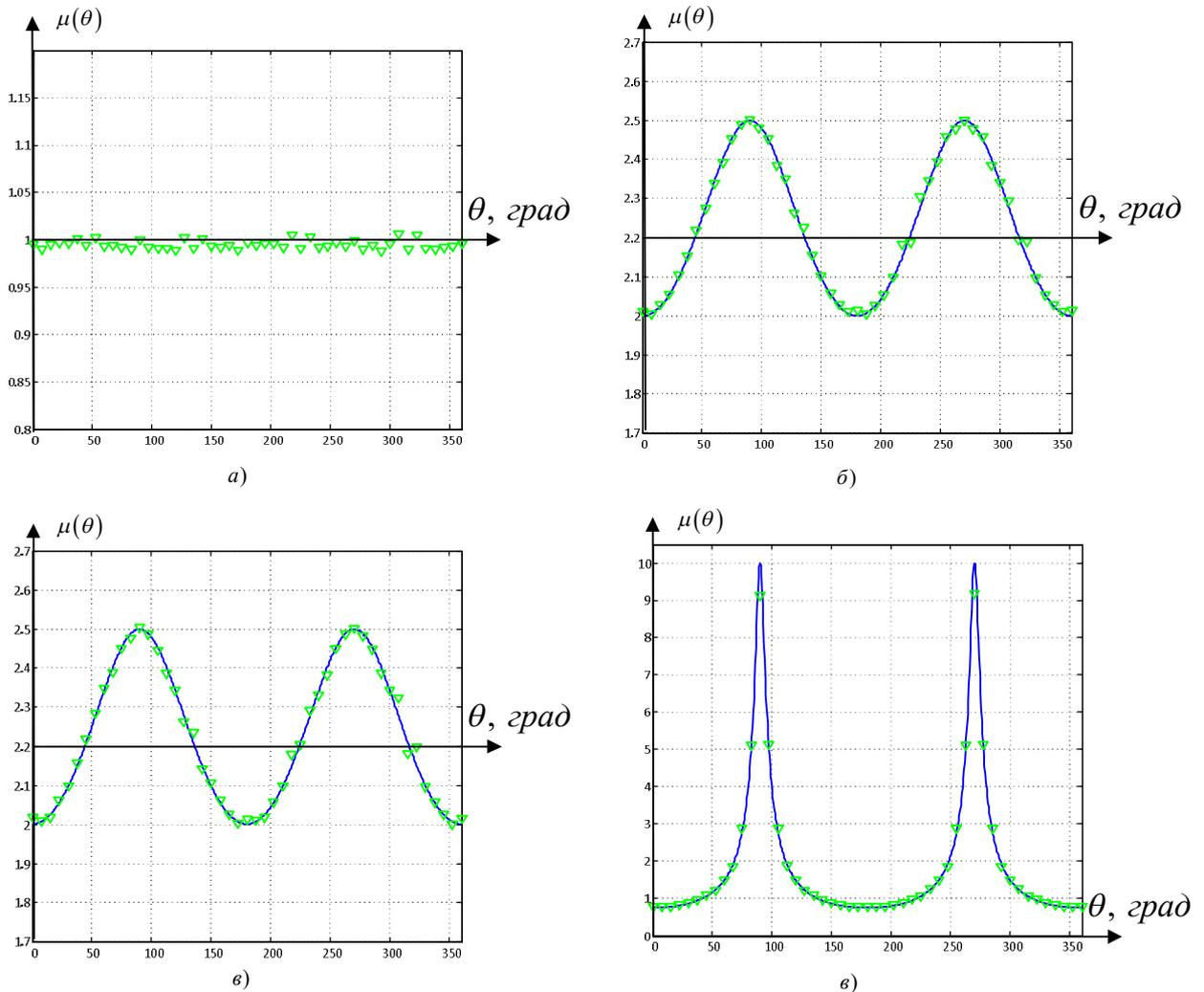


Рис. 5.2. Параметр μ ПРВ угловых шумов для пятиточечной геометрической модели. а) – пример 1; б) – пример 2; в) – пример 3; г) – пример 4

5.4. Эквивалентность семейств некогерентных и частично когерентных геометрических моделей

В подразделе 5.1 получены соотношения, позволяющие синтезировать двухточечную геометрическую модель, излучающую случайные сигналы с заданной величиной коэффициента взаимной корреляции. В подразделе 5.2 определены границы, в которых могут лежать параметры ПРВ угловых шумов,

формируемых такой моделью. Полученный результат был развит на двумерный случай.

Вместе с тем известна трехточечная неэквидистантная модель, излучающая статистически не связанные сигналы. Подобная модель исследована Никулиным А. В. в работах [133,134]. Кроме того, в разделе 4 предложено семейство двумерных некогерентных геометрических моделей, обеспечивающих заданные параметры ПРВ угловых шумов по двум взаимно ортогональным направлениям.

Цель подраздела: определить эквивалентность семейств некогерентных и частично когерентных геометрических моделей.

Для начала рассмотрим одномерный случай, то есть определим эквивалентность трехточечной неэквидистантной некогерентной геометрической модели и двухточечной частично когерентной [172].

Представим частично когерентную геометрическую модель как совокупность когерентной ($|\rho|=1$) и некогерентной ($\rho=0$) моделей.

Когерентная модель представляет собой две точки, расположенные в координатах $\xi_1=-1$ и $\xi_2=1$. К точкам подводится сигнал, представляющий собой нормальный случайный процесс с заданной дисперсией. Обозначим дисперсии сигналов, излучаемых из первой и второй точек, как σ_{13}^2 и σ_{23}^2 соответственно. Коэффициент взаимной корреляции излучаемых сигналов равен 1. При этом образуется кажущийся центр излучения, смещенный от центра базы модели на величину:

$$\Delta\xi = \frac{1-z}{1+z},$$

где $z = \frac{\sigma_{13}}{\sigma_{23}}$ - отношение среднеквадратических отклонений случайных процессов, излучаемых из точек.

Некогерентная модель представляет собой две точки, расположенные в тех же координатах. К точкам подводятся статистически независимые нормальные случайные процессы с дисперсиями σ_{11}^2 и σ_{22}^2 .

Сигналы, излучаемые из точек частично когерентной модели, можно представить в виде аддитивной смеси сигнала когерентной и некогерентной моделей и описать выражениями:

$$S_1(t) = \sigma_1 \cdot s_1(t) = \sigma_{11} \cdot n_1(t) + \sigma_{13} \cdot n_3(t);$$

$$S_2(t) = \sigma_2 \cdot s_2(t) = \sigma_{22} \cdot n_2(t) + \sigma_{23} \cdot n_3(t),$$

где $n_1(t)$, $n_2(t)$, $n_3(t)$ - статистически независимые нормальные случайные процессы с нулевым математическим ожиданием и единичной дисперсией.

Определим коэффициент взаимной корреляции сигналов $S_1(t)$ и $S_2(t)$. Взаимную корреляционную функцию этих сигналов можно записать:

$$\begin{aligned} R(\tau) &= \int_{-\infty}^{\infty} S_1(t) \cdot S_2(t - \tau) dt = \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} (\sigma_{11} \cdot n_1(t) + \sigma_{13} \cdot n_3(t)) \cdot (\sigma_{22} \cdot n_2(t - \tau) + \sigma_{23} \cdot n_3(t - \tau)) dt = \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} \sigma_{11} \cdot n_1(t) \cdot \sigma_{22} \cdot n_2(t - \tau) dt + \int_{-\infty}^{\infty} \sigma_{11} \cdot n_1(t) \cdot \sigma_{23} \cdot n_3(t - \tau) dt + \\ &+ \int_{-\infty}^{\infty} \sigma_{13} \cdot n_3(t) \cdot \sigma_{22} \cdot n_2(t - \tau) dt + \int_{-\infty}^{\infty} \sigma_{13} \cdot n_3(t) \cdot \sigma_{23} \cdot n_3(t - \tau) dt \end{aligned}$$

В силу статистической независимости случайных процессов $n_1(t)$, $n_2(t)$, $n_3(t)$, все интегралы кроме последнего тождественно равны нулю [141,150]. Тогда коэффициент взаимной корреляции сигналов, излучаемых частично когерентной моделью равен:

$$\begin{aligned} \rho &= \frac{R(0)}{\sigma_1 \cdot \sigma_2} = \frac{1}{\sigma_1 \cdot \sigma_2} \cdot \int_{-\infty}^{\infty} \sigma_{13} \cdot n_3(t) \cdot \sigma_{23} \cdot n_3(t) dt = \\ &= \frac{\sigma_{13} \cdot \sigma_{23}}{\sigma_1 \cdot \sigma_2} \cdot \int_{-\infty}^{\infty} n_3(t) \cdot n_3(t) dt = \frac{\sigma_{13} \cdot \sigma_{23}}{\sigma_1 \cdot \sigma_2}. \end{aligned}$$

Подставив полученное выражение для коэффициента взаимной корреляции в (2.12) и (2.13) получим параметры ПРВ угловых шумов для двухточечной частично когерентной геометрической модели (обозначим эти параметры ПРВ как m_2 и μ_2):

$$\begin{aligned}
 m_2 &= \frac{\xi_1 \cdot \sigma_1^2 + \xi_2 \cdot \sigma_2^2}{\sigma_1^2 + 2 \cdot \frac{\sigma_{13} \cdot \sigma_{23}}{\sigma_1 \cdot \sigma_2} \cdot \sigma_1 \cdot \sigma_2 + \sigma_2^2} = \frac{\sigma_2^2 - \sigma_1^2}{\sigma_1^2 + 2 \cdot \sigma_{13} \cdot \sigma_{23} + \sigma_2^2} = \\
 &= \frac{\sigma_{22}^2 + \sigma_{23}^2 - \sigma_{11}^2 - \sigma_{13}^2}{\sigma_{22}^2 + \sigma_{23}^2 + 2 \cdot \sigma_{13} \cdot \sigma_{23} + \sigma_{11}^2 + \sigma_{13}^2}; \\
 \mu_2^2 &= \frac{\sigma_1^2 + 2 \cdot \frac{\sigma_{13} \cdot \sigma_{23}}{\sigma_1 \cdot \sigma_2} \cdot \sigma_1 \cdot \sigma_2 + \sigma_2^2}{(\xi_1 - m)^2 \cdot \sigma_1^2 + (\xi_2 - m)^2 \cdot \sigma_2^2 + 2 \cdot \frac{\sigma_{13} \cdot \sigma_{23}}{\sigma_1 \cdot \sigma_2} \cdot (\xi_1 - m) \cdot \sigma_1 \cdot (\xi_2 - m) \cdot \sigma_2} = \\
 &= \frac{\sigma_1^2 + 2 \cdot \sigma_{13} \cdot \sigma_{23} + \sigma_2^2}{(1+m)^2 \cdot \sigma_1^2 + (1-m)^2 \cdot \sigma_2^2 - 2 \cdot \sigma_{13} \cdot \sigma_{23} \cdot (1-m^2)}.
 \end{aligned}$$

Вместе с тем ПРВ угловых шумов когерентной модели представляет собой дельта-функцию. По сути, когерентная модель образует третий, виртуальный, излучатель, расположенный в координате $\xi_3 = \Delta\xi$ и излучающий нормальный случайный процесс $n_3(t)$ с дисперсией равной $\sigma_3^2 = (\sigma_{12} + \sigma_{13})^2$. Таким образом, можно рассмотреть некогерентную трехточечную неэквидистантную модель, образованную двумя реальными излучателями, расположенными в точках с координатами ξ_1 и ξ_2 , и излучающих сигналы $\sigma_{11} \cdot n_1(t)$ и $\sigma_{22} \cdot n_2(t)$, а так же третьим виртуальным излучателем, расположенном в точке $\xi_3 = \Delta\xi$ и излучающем сигнал $\sqrt{(\sigma_{13}^2 + \sigma_{23}^2)} \cdot n_3(t)$. Структура модели изображена на рис. 5.3, вид функции распределения интенсивностей сигналов – на рис. 5.4.

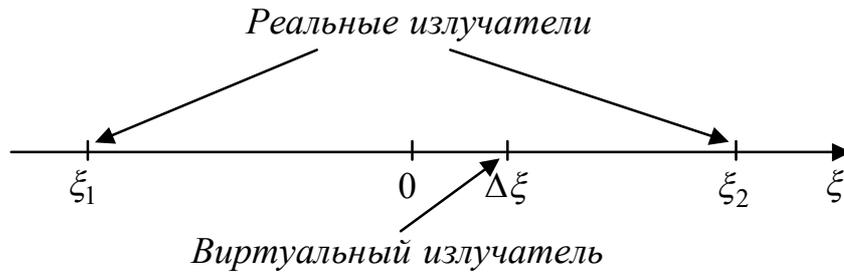


Рис. 5.3. Структура трехточечной неэквидистантной модели

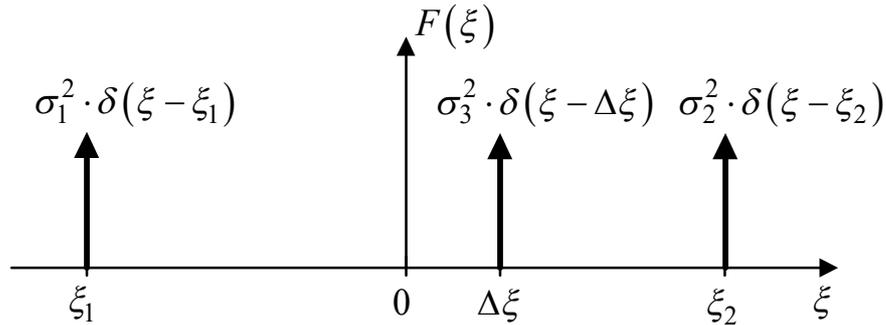


Рис. 5.4. Вид функции распределения интенсивностей сигналов трехточечной не эквидистантной модели

В [133] приведены выражения для расчета параметров ПРВ угловых шумов некогерентной трехточечной неэквидистантной модели. Обозначив параметры ПРВ угловых шумов трехточечной модели как m_3 и μ_3 , можно записать выражения для рассматриваемой трехточечной не эквидистантной модели:

$$m_3 = \frac{\xi_1 \cdot \sigma_{11}^2 + \xi_2 \cdot \sigma_{22}^2 + \xi_3 \cdot \sigma_3^2}{\sigma_{11}^2 + \sigma_{22}^2 + \sigma_3^2}.$$

$$\mu_3^2 = \frac{\sigma_{11}^2 + \sigma_{22}^2 + \sigma_3^2}{\xi_1^2 \sigma_{11}^2 + \xi_2^2 \sigma_{22}^2 + \xi_3^2 \sigma_3^2 - 2m(\xi_1 \sigma_{11}^2 + \xi_2 \sigma_{22}^2 + \xi_3 \sigma_3^2) + m^2(\sigma_{11}^2 + \sigma_{22}^2 + \sigma_3^2)}.$$

После не сложных, но громоздких математических преобразований можно записать:

$$m_3 = \frac{\sigma_{22}^2 + \frac{1 - \frac{\sigma_{13}}{\sigma_{23}}}{1 + \frac{\sigma_{13}}{\sigma_{23}}} \cdot \sigma_3^2 - \sigma_{11}^2}{\sigma_{11}^2 + \sigma_{22}^2 + \sigma_3^2} = \frac{\sigma_{22}^2 + \sigma_{23}^2 - \sigma_{11}^2 - \sigma_{13}^2}{\sigma_{22}^2 + \sigma_{23}^2 + 2 \cdot \sigma_{13} \cdot \sigma_{23} + \sigma_{11}^2 + \sigma_{13}^2}.$$

$$\mu_3^2 = \frac{\sigma_{11}^2 + \sigma_{22}^2 + \sigma_3^2}{\sigma_{11}^2 + \sigma_{22}^2 + \left(\frac{1 - \frac{\sigma_{13}}{\sigma_{23}}}{1 + \frac{\sigma_{13}}{\sigma_{23}}} \right)^2 \sigma_3^2 - 2m \left(\sigma_{22}^2 - \sigma_{11}^2 + \left(\frac{1 - \frac{\sigma_{13}}{\sigma_{23}}}{1 + \frac{\sigma_{13}}{\sigma_{23}}} \right) \sigma_3^2 \right) + m^2 (\sigma_{11}^2 + \sigma_{22}^2 + \sigma_3^2)} =$$

$$= \frac{\sigma_1^2 + 2 \cdot \sigma_{13} \cdot \sigma_{23} + \sigma_2^2}{(1+m)^2 \cdot \sigma_1^2 + (1-m)^2 \cdot \sigma_2^2 - 2 \cdot \sigma_{13} \cdot \sigma_{23} \cdot (1-m^2)}.$$

Не сложно заметить, что $m_2 \equiv m_3$ и $\mu_2 \equiv \mu_3$, что говорит об эквивалентности частично когерентной двухточечной геометрической модели и некогерентной трехточечной неэквидистантной модели.

Получим аналитические соотношения, позволяющие осуществить переход от двухточечной частично когерентной геометрической модели к некогерентной трехточечной не эквидистантной. Предположим, что излучающие точки частично когерентной двухточечной модели имеют координаты $\xi_1 = -1$ и $\xi_2 = 1$. Исходя из требуемых значений m_∞ и μ_∞ , используя соотношения (5.4) – (5.6), определим параметры сигналов, излучаемых частично когерентной двухточечной моделью (ρ , σ_1^2 и σ_2^2). Синтез эквивалентной некогерентной геометрической модели можно провести с использованием системы уравнений:

$$\left\{ \begin{array}{l} \sigma_1^2 = \sigma_{11}^2 + \sigma_{13}^2; \\ \sigma_2^2 = \sigma_{22}^2 + \sigma_{23}^2; \\ \rho = \frac{\sigma_{13} \cdot \sigma_{23}}{\sigma_1 \cdot \sigma_2}; \\ \Delta\xi = \frac{1 - \frac{\sigma_{13}}{\sigma_1}}{1 + \frac{\sigma_{13}}{\sigma_1}} \cdot \frac{\sigma_{23}}{\sigma_2}. \end{array} \right. \quad (5.14)$$

В системе (5.14) четыре уравнения и пять неизвестных величин, определяющих параметры некогерентной трехточечной не эквидистантной модели (σ_{11}^2 , σ_{22}^2 , σ_{13}^2 , σ_{23}^2 и $\Delta\xi$). Это говорит о существовании более чем одного решения данной системы. Каждое решение системы определяет свою некогерентную трехточечную неэквидистантную геометрическую модель. Эти модели, в первую очередь, различаются между собой координатой третьего виртуального излучателя.

С учетом неопределенного положения виртуального излучателя решение системы (5.14) принимает вид:

$$\left\{ \begin{array}{l} \sigma_{13}^2 = \frac{1 - \Delta\xi}{1 + \Delta\xi} \cdot \rho \cdot \sigma_1 \cdot \sigma_2; \\ \sigma_{23}^2 = \frac{1 + \Delta\xi}{1 - \Delta\xi} \cdot \rho \cdot \sigma_1 \cdot \sigma_2; \\ \sigma_{11}^2 = \sigma_1^2 - \frac{1 - \Delta\xi}{1 + \Delta\xi} \cdot \rho \cdot \sigma_1 \cdot \sigma_2; \\ \sigma_{22}^2 = \sigma_2^2 - \frac{1 + \Delta\xi}{1 - \Delta\xi} \cdot \rho \cdot \sigma_1 \cdot \sigma_2. \end{array} \right. \quad (5.15)$$

В [133] исследованы свойства некогерентных геометрических моделей, а также их возможности по замещению отражений от распределенных объектов. Там же приводятся соотношения, определяющие границы диапазона, в пределах которого могут лежать параметры ПРВ угловых шумов, формируемых моделью. Применительно к используемым обозначениям они записаны как (4.14). Из (4.14) видно, что границы этого диапазона полностью

определяются положением излучающих точек. Установка же требуемых параметров ПРВ угловых шумов, лежащих в пределах границ диапазона, обеспечивается заданием мощностей излучаемых сигналов.

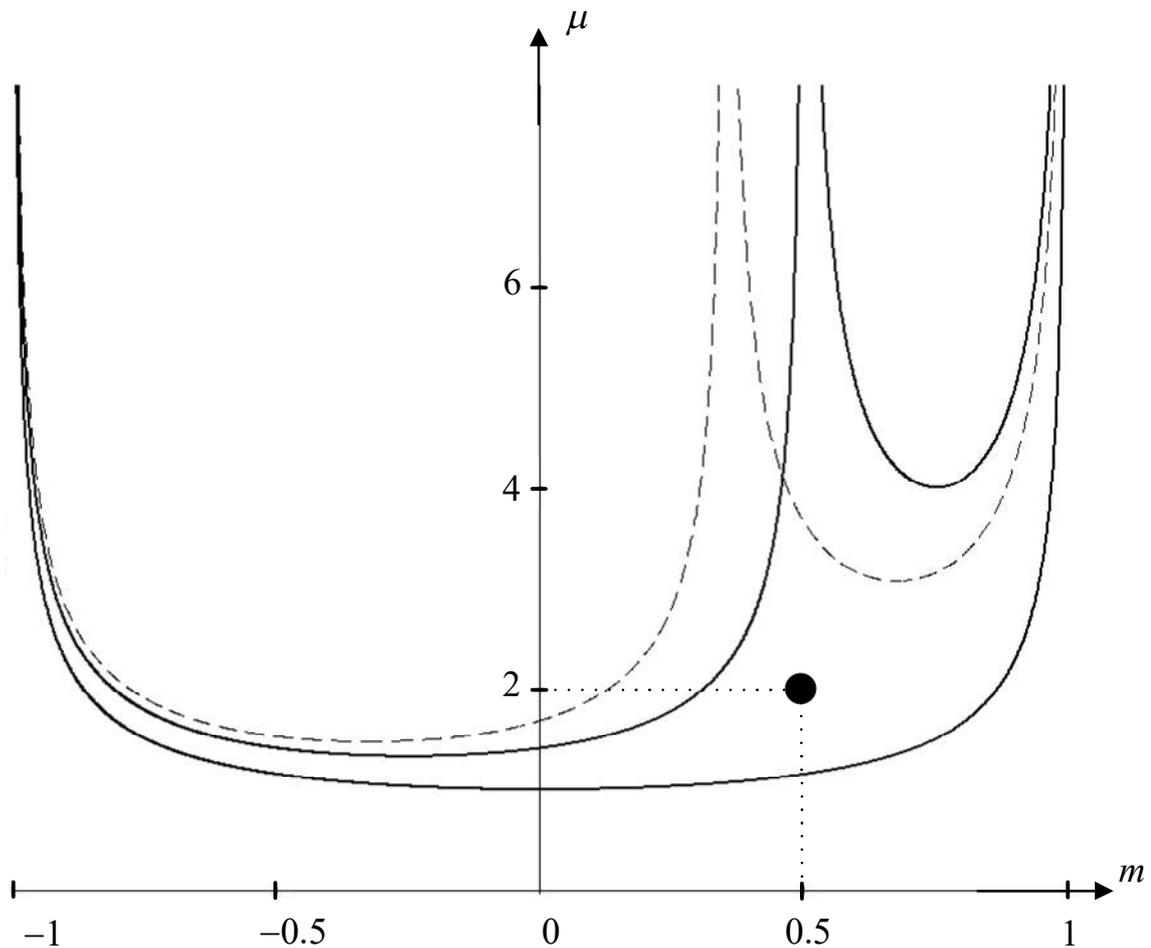


Рис. 5.5. Границы диапазонов допустимых значений для двух некогерентных трехточечных неэквидистантных моделей

Это проиллюстрировано на рис. 5.5, где изображены границы диапазона допустимых значений параметров ПРВ угловых шумов для двух трехточечных не эквидистантных моделей, различающихся положением одной из излучающих точек. На рисунке пунктиром показаны границы диапазона допустимых значений параметров ПРВ угловых шумов для модели, излучатели которой расположены в точках с координатами $\xi_1 = -1$, $\xi_2 = 1$, $\xi_3 = 0.35$. Сплошной линией – для модели с излучателями расположенными в точках $\xi_1 = -1$, $\xi_2 = 1$, $\xi_3 = 0.5$. Нижняя граница определяется максимальным

разносом излучающих точек и для обеих моделей совпадает. Из рисунка видно, что есть область, в которой обе модели могут обеспечить параметры ПРВ угловых шумов. Например, в этой области на рисунке показана точка с параметрами $m = 0.5$ и $\mu = 2$. Очевидно, что подобных моделей, различающихся только координатой ξ_3 можно синтезировать большое количество.

Из (4.14) и рис. 5.5 видно, что максимальный диапазон регулировки параметра μ ПРВ угловых шумов, формируемых трехточечной не эквидистантной моделью, наблюдается при $m = \xi_3$. Тогда, в соотношениях (5.16), закономерно положить $\Delta\xi = m_\infty$ [173,174].

Рассматривая проекции пятиточечной некогерентной геометрической модели на два взаимно ортогональных направления можно абсолютно аналогично доказать ее эквивалентность с четырехточечной частично когерентной моделью [167]. При этом четыре излучателя, расположенные в углах модели будут являться реальными, а пятый, расположенный в пределах области, ограниченной этими излучателями – виртуальным.

5.5. Выводы к разделу 5

1. Предложено семейство частично когерентных геометрических моделей, обеспечивающие заданные параметры ПРВ угловых шумов. К излучающим точкам таких моделей подводятся узкополосные нормальные коррелированные случайные процессы. Параметры ПРВ угловых шумов таких моделей определяются отношением дисперсий излучаемых сигналов, а также их коэффициентами взаимной корреляции. Показано, что выражения для синтеза частично когерентных моделей при подстановке в них коэффициента взаимной корреляции излучаемых сигналов $\rho = 0$ переходят в выражения для синтеза некогерентных моделей с тем же количеством излучающих точек.

2. Рассмотрена двухточечная частично когерентная модель. Получены аналитические соотношения для ее синтеза, а также определены ее

возможности по независимому управлению параметрами формируемых угловых шумов.

3. Для замещения электромагнитных волн, отраженных от двухмерных распределенных объектов, предложена четырехточечная геометрическая модель, к излучателям которой подводятся коррелированные сигналы. Такая модель позволяет независимо регулировать вероятностные характеристики угловых шумов объектов как вдоль двух взаимно ортогональных осей координат, так и в пределах каждого из направлений. Параметры ПРВ формируемых угловых шумов лежат в пределах $m \in [-1; 1]$, $\mu \in (0; \infty)$ для каждого из направлений. Очевидные преимущества частично когерентных моделей в сравнении с некогерентными заключается в отсутствии необходимости перемещения излучающих точек, а также меньшее необходимое их количество.

4. Выражения, определяющие параметры ПРВ для двухточечной модели, составленной из излучателей частично коррелированных сигналов и трехточечной некогерентной модели с одним виртуальным источником, равны между собой, следовательно, модели этих двух семейств эквивалентны. Это означает, что возможен переход от модели одного семейства к моделям другого. Показано, что для каждой двухточечной геометрической модели, излучающей коррелированные сигналы, можно синтезировать бесконечное множество трехточечных неэквидистантных моделей. Эти модели будут отличаться друг от друга положением виртуального излучателя. Сформулированы рекомендации по выбору местоположения виртуального излучателя, и получены аналитические соотношения, позволяющие по известным параметрам двухточечной частично когерентной модели синтезировать трехточечную некогерентную неэквидистантную модель и наоборот.

6. Погрешности, обусловленные переходом от малоточечных моделей к матричным имитаторам и пути их снижения

В предыдущих разделах обосновано построение малоточечных геометрических моделей, адекватно замещающих отражения от сложных распределенных радиолокационных объектов. Показано, что их возможности по замещению угловых шумов объекта во многом определяются геометрическим положением ее точек, а также отношением мощностей их сигналов. Определено минимальное количество точек модели и их расположение, обеспечивающие возможность независимого управления параметрами угловых шумов по двум взаимно ортогональным направлениям и в пределах каждого из направлений. По сути, сформулированы требования к размещению излучателей матричного имитатора и характеристикам подводимых к ним сигналов. Предложенные геометрические модели могут быть использованы как на этапах математического и цифрового моделирования угловых шумов, так и в качестве основы матричного имитатора электромагнитных волн.

Переход от математической малоточечной модели объекта к матричному имитатору заключается в следующем:

1. Замещение точек малоточечной модели излучателями сигналов матричного имитатора.
2. Формирование и излучение сигналов с параметрами, определяемыми малоточечной моделью.

Реализация матричного имитатора в виде аппаратно-программного комплекса неминуемо потребует учета влияния аналоговых узлов (усилители, аттенюаторы, фазовращатели, излучатели и т.д.), используемых при его построении, а также погрешностей позиционирования излучателей. Свойственная аналоговым устройствам неидентичность, равно как и погрешности позиционирования, приведут к отклонению параметров сигналов, излучаемых матричным имитатором, от заданных значений.

Следствием этого будут ошибки моделирования угловых шумов. Очевидно, эти отклонения необходимо оценивать и компенсировать до уровня, при котором обеспечивается заданная точность моделирования.

Цель настоящего раздела: определить погрешности моделирования, вызванные аппаратной реализацией матричного имитатора и предложить пути их снижения.

Для достижения цели должны быть решены следующие задачи:

1. Обосновать обобщенную структуру матричного имитатора электромагнитных полей, отраженных от распределенных радиолокационных объектов.
2. Определить влияние неточности задания параметров сигналов, излучаемых матричным имитатором, на свойства угловых шумов.
3. Обосновать требования к точности параметров излучаемых сигналов, обеспечивающие заданную точность моделирования.
4. Определить пути снижения ошибки моделирования угловых шумов вызванной неточностью задания параметров излучаемых сигналов.

6.1. Обобщенная структура матричного имитатора

Цель подраздела – обосновать обобщенную структуру матричного имитатора электромагнитных волн, отраженных от распределенных радиолокационных объектов.

О матричном имитаторе можно говорить как комплексе, включающем в себя относительно независимые узлы: устройство формирования сигнала (имитатор), излучающую систему (матричный излучатель) [175,176].

Его работу можно описать следующим образом. Имитатор состоит из ЭВМ и переносчика спектра. ЭВМ с учетом текущей информации о режиме работы РЛС осуществляет в реальном времени расчет квадратурных компонент N излучаемых сигналов. Они поступают на блок переносчика спектра. В нем осуществляется их перенос на рабочую частоту РЛС и их

усиление. Через кабельную сеть N сигналов на рабочей частоте РЛС поступают на матричный излучатель.

Матричный излучатель включает в себя M антенн и коммутационно-распределительную систему. При этом выполняется неравенство: $M \geq N$. Эти M антенн образуют поле излучателей. Расположение антенн на поле выбирается исходя из условий моделирования таким образом, чтобы комбинации по N антенн образовывали малоточечную геометрическую модель требуемой конфигурации.

Коммутационно-распределительная система под действием сигналов управления, поступающих с ЭВМ имитатора, осуществляет подключение N входных сигналов к N выходным антеннам. Будем называть антенны, к которым с использованием коммутационно-распределительной системы подводятся сигналы, активными. Очевидно, что излучение электромагнитных волн производится только активными антеннами. Не активные $M - N$ антенн матричного излучателя могут быть использованы либо для построения геометрических моделей другой конфигурации или размера, либо для формирования модели с иным угловым положением.

С учетом вышеизложенного, укрупненно структура матричного имитатора и взаимосвязь между его узлами показана на рис. 6.1.

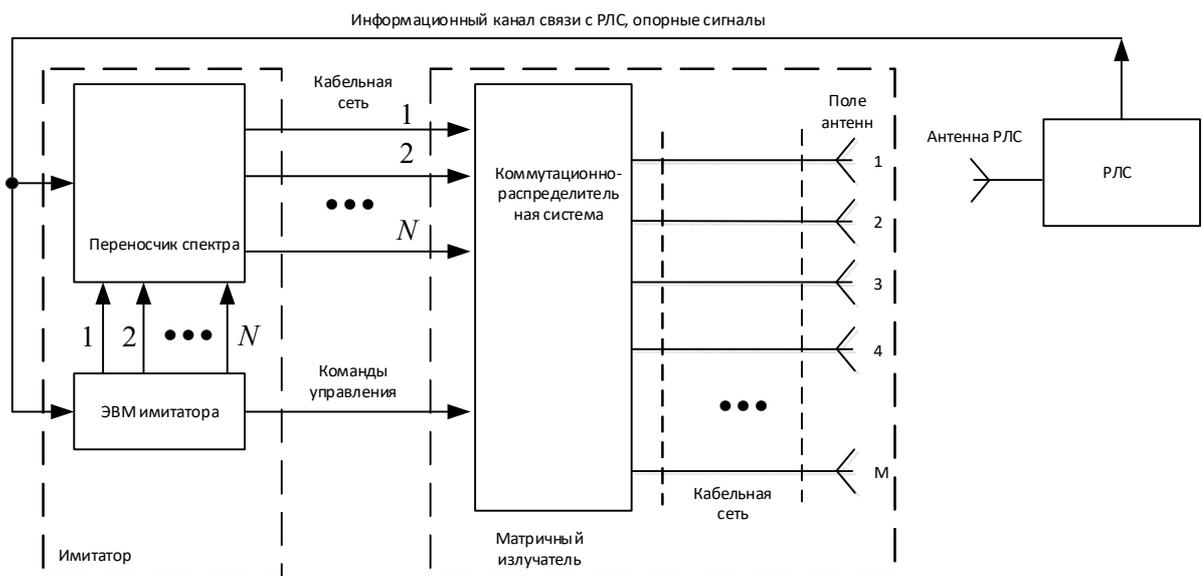


Рис. 6.1. Укрупненная структура матричного имитатора

Управление параметрами излучаемых сигналов (задание амплитуд и начальных фаз), может осуществляться как в блоке матричного излучателя, так и в блоке имитатора на этапе цифрового формирования сигналов или при их переносе на рабочую частоту. Это определяет две возможные структуры матричного излучателя. Рассмотрим их подробнее.

Задание параметров сигналов в матричном излучателе [175].

Каждый из N входных сигналов поступает на делитель, имеющий количество выходов равное M/N . В каждом выходном плече делителя устанавливаются усилитель, компенсирующий потери в делителе, а также регулируемые аттенюатор и фазовращатель. Затухание аттенюатора плавно изменяется под действием сигналов управления в пределах от нуля до бесконечно большого. Фазовращатель должен осуществлять плавное регулирование фазового сдвига в пределах $0 - 360$ градусов. Пример фрагмента структуры коммутационно-распределительной системы для коммутации одного входного сигнала на два излучателя изображен на рисунке 6.2.

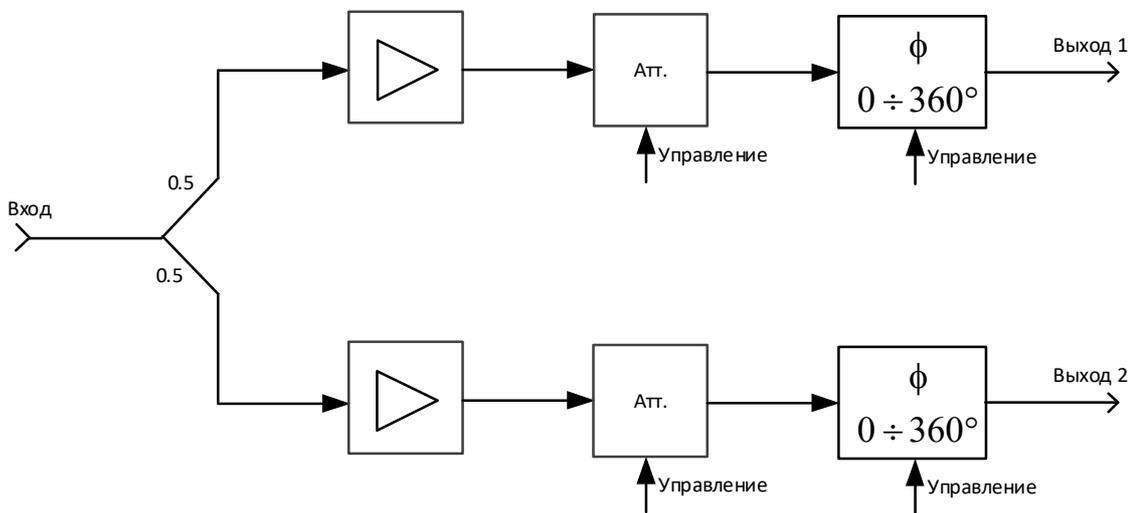


Рис. 6.2. Коммутационно-распределительная система с управлением параметрами сигналов в блоке матричного излучателя

В качестве недостатка такого способа построения матричного имитатора можно назвать использование аналоговых взаимозависимых устройств управления фазой и амплитудой сигнала.

Задание параметров сигналов в имитаторе сигналов [176,177].

В этом случае коммутационно-распределительная система осуществляет подключение входных сигналов матричного излучателя к активным антеннам. Управление параметрами излучаемых сигналов осуществляется в цифровой форме в имитаторе на этапе формирования до их поступления на аналоговый переносчик спектра и матричный излучатель. Это позволяет, осуществлять задание амплитуды и фазы с высокой точностью.

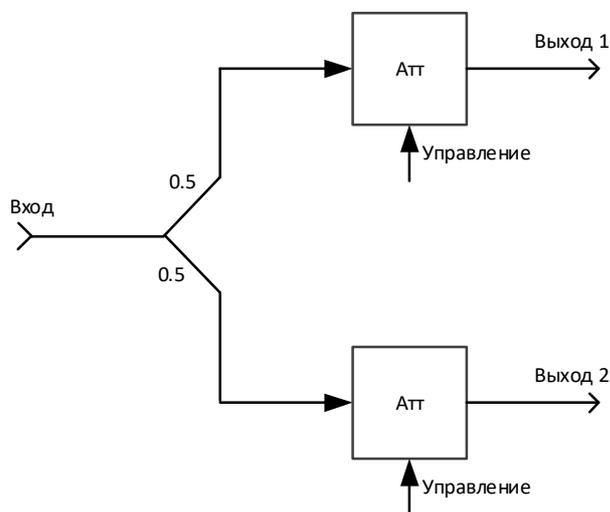


Рис. 6.3. Структура фрагмента коммутационно-распределительной системы

Пример структуры коммутационно-распределительной системы для коммутации одного сигнала на два выхода показана на рис. 6.3. Коммутация на большее количество выходов может быть достигнута путем наращивания этой структуры. Основой коммутационно-распределительной системы является делитель СВЧ сигналов и управляемые аттенюаторы, выполняющие роль ключей. Под действием сигнала управления каждый из них может находиться в одном из двух состояний. Первое состояние: аттенюатор полностью открыт. В этом случае в сигнал вносится небольшое затухание, определяемое начальным затуханием аттенюатора. Второе состояние:

аттенюатор полностью закрыт. В этом случае сигнал, проходящий через аттенюатор, ослабляется.

К достоинствам матричного имитатора с цифровым заданием параметров излучаемых сигналов можно отнести:

1. Высокая точность задания параметров сигналов.
2. Гибкость, позволяющая использовать все известные семейства геометрических моделей (когерентные, некогерентные и частично когерентные). Выбор используемого семейства геометрических моделей осуществляется на этапе цифрового формирования сигналов.

В целом, в обоих случаях, матричный излучатель можно представить как некую систему с N входами и одним выходом – сигналом в точке наблюдения (рис. 6.4.). Точкой наблюдения является фазовый центр антенны исследуемой РЛС. В этом случае для описания параметров всех узлов матричного излучателя (коммутационно-распределительная система, кабельная сеть, излучающая антенна), а также канала распространения электромагнитной волны от излучающей антенны до точки приема можно использовать комплексные коэффициенты передачи [175].

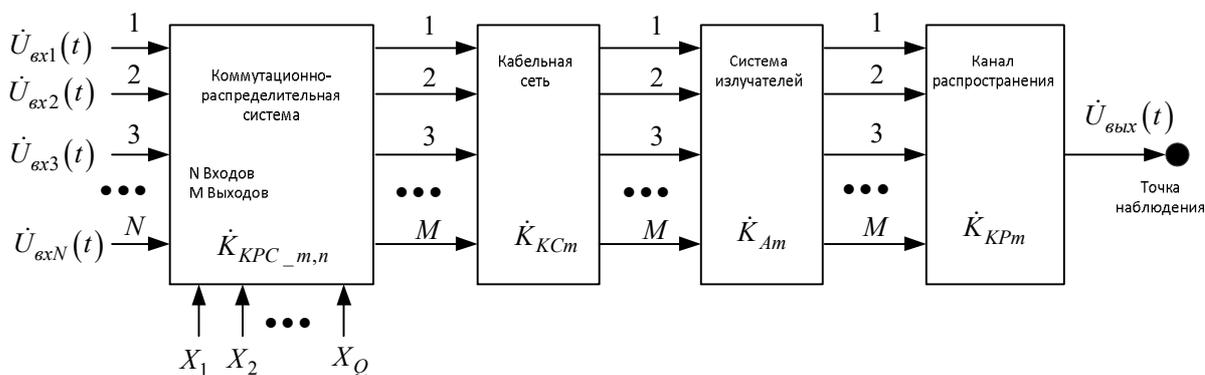


Рис. 6.4. Обобщенная структура матричного излучателя

Модель матричного излучателя.

В качестве модели коммутационно-распределительной системы используем комплексную матрицу размером $M * N$:

$$\dot{K}_{KPC}(\omega_0, \bar{X}) = \begin{pmatrix} \dot{K}_{KPC_1,1}(\omega_0, \bar{X}) & \dots & \dot{K}_{KPC_1,N}(\omega_0, \bar{X}) \\ \dots & \dots & \dots \\ \dot{K}_{KPC_M,1}(\omega_0, \bar{X}) & \dots & \dot{K}_{KPC_M,N}(\omega_0, \bar{X}) \end{pmatrix},$$

где $\dot{K}_{KPC_m,n}(\omega_0, \bar{X}) = |\dot{K}_{KPC_m,n}(\omega_0, \bar{X})| e^{j(\phi_{KPC_m,n}(\omega_0, \bar{X}))}$ - комплексный коэффициент передачи с n -того входа на m -тый выход коммутационно-распределительной системы; $\omega_0 = 2\pi f_0$; f_0 - рабочая частота; \bar{X} - вектор из Q команд управления коммутационно-распределительной системой.

Кабельная сеть представляет собой M линий передачи, каждая длиной L_m . Линия передачи характеризуется вносимым затуханием ($|\dot{K}_{KCM}(\omega_0)|$) и фазовым набегом $\phi_{KCM}(\omega_0, L_m)$:

$$\dot{K}_{KCM}(\omega_0, L_m) = |\dot{K}_{KCM}(\omega_0)| \cdot e^{j\phi_{KCM}(\omega_0, L_m)}$$

Излучатели обладают диаграммой направленности и могут вносить фазовый сдвиг. Их влияние можно учесть комплексным коэффициентом передачи антенны:

$$\dot{K}_{Am}(\omega_0, \alpha_m, \theta_m) = |\dot{K}_{Am}(\omega_0, \alpha_m, \theta_m)| e^{j(\phi_A(\omega_0, \alpha_m, \theta_m))},$$

где α_m и θ_m - азимут и угол места точки приема в сферической системе координат с началом в фазовом центре m -того излучателя.

Излучатели пространственно разнесены. Расстояния от каждого из излучателей до фазового центра не будут равны между собой. В связи с этим до сложения в фазовом центре антенны РЛС сигналы от излучателей матричного имитатора приобретут различное затухание и фазовые набег. Тогда комплексный коэффициент канала распространения принимает вид:

$$\dot{K}_{KPM}(\omega_0, R_m) = |\dot{K}_{KPM}(\omega_0, R_m)| e^{j(\phi_A(\omega_0, R_m))},$$

где R_m - расстояние от фазового центра m -того излучателя до фазового центра антенны РЛС.

С учетом введенных комплексных коэффициентов передачи сигнал в точке наблюдения (фазовом центре антенны РЛС) можно представить в следующем виде:

$$\dot{U}_{ВЫХ}(t) = \sum_{m=1}^M \left(\dot{K}_{Am}(\omega_0, \alpha_m, \theta_m) \cdot \dot{K}_{KPM}(\omega_0, R_m) \cdot \dot{K}_{КСm}(\omega_0, L_m) \times \right. \\ \left. \times \sum_{n=1}^N \left[\dot{K}_{KPC_m,n}(\omega_0, \bar{X}) \cdot \dot{U}_{ВХ_n}(t - \tau_{n,m}) \right] \right), \quad (6.1)$$

где $\tau_{n,m}$ - временная задержка комплексной огибающей n -того входного сигнала прошедшего через m -тый выход до точки наблюдения (в дальнейшем, для краткости, такой путь прохождения сигнала будем называть m -тый канал), $\dot{U}_{ВХ_n}(t) = \dot{U}_{ВХmpеб_n}(t) \cdot \dot{K}p_n(j \cdot \omega)$, $\dot{U}_{ВХmpеб_n}(t)$ - комплексная огибающая сигнала, требуемая для моделирования углового шума с заданными параметрами, $\dot{K}p_n(j \cdot \omega)$ - комплексный коэффициент передачи n -того канала переносчика спектра.

Введенные соотношения, определяют взаимосвязь между входными сигналами матричного излучателя и сигналом в точке наблюдения.

Для реального устройства точные значения каждого из комплексных коэффициентов передачи, входящих в (6.1) достоверно не известны. Это определяется наложением на них большого количества трудно учитываемых факторов, таких как: неидентичность каналов передачи и их частотная зависимость, ошибки позиционирования излучающей части матричного имитатора относительно фазового центра антенны РЛС, отсутствие полного согласования элементов тракта и т.д. Все это приведет к тому, что в точке приема результат интерференции сигналов будет отличаться от требуемого. Как уже говорилось ранее, это приведет к ошибкам моделирования угловых шумов. В целом влияние дестабилизирующих факторов можно учесть, введя комплексный коэффициент передачи:

$$\Delta \dot{K}_{m,n}(\omega_0, \bar{X}, R_m, \alpha_m, \theta_m) = \left| \Delta \dot{K}_{m,n}(\omega_0, \bar{X}, R_m, \alpha_m, \theta_m) \right| \cdot e^{j\Delta\phi_{m,n}(\omega_0, \bar{X}, R_m, \alpha_m, \theta_m)}.$$

Будем называть эту величину случайным комплексным коэффициентом передачи. Определим его как отношение истинного значения комплексного коэффициента передачи m -того канала (определенное с учетом дестабилизирующих факторов) ($\dot{K}_{ИСТm,n}(\omega_0, \bar{X}, R_m, \alpha_m, \theta_m)$) к его эталонному значению ($\dot{K}_{ЭТm,n}(\omega_0, \bar{X}, R_m, \alpha_m, \theta_m)$):

$$\Delta \dot{K}_{m,n}(\omega_0, \bar{X}, R_m, \alpha_m, \theta_m) = \frac{\dot{K}_{ИСТm,n}(\omega_0, \bar{X}, R_m, \alpha_m, \theta_m)}{\dot{K}_{ЭТm,n}(\omega_0, \bar{X}, R_m, \alpha_m, \theta_m)}.$$

При отсутствии в m -том канале дестабилизирующих факторов модуль случайного комплексного коэффициента передачи равен единице, фаза – нулю.

При слабом взаимном влиянии аналоговых узлов модуль случайного коэффициента передачи всего канала в целом определяется произведением модулей случайных коэффициентов передачи всех узлов матричного излучателя, формирующих канал. Фаза случайного коэффициента передачи является суммой случайных фазовых набегов, возникающих во всех узлах канала матричного излучателя. Модуль и фаза этого коэффициента случайны и могут изменяться в процессе эксплуатации, например, в силу старения. С учетом $\Delta \dot{K}_{m,n}(\omega_0, \bar{X}, R_m, \alpha_m, \theta_m)$ (6.1) можно записать в виде:

$$U_{вых}(t) = \sum_{m=1}^M \left(\Delta \dot{K}_{m,n}(\omega_0, \bar{X}, R_m, \alpha_m, \theta_m) \times \left[\sum_{n=1}^N \dot{K}_{\Sigma_m,n}(\omega_0, \bar{X}, L_m, R_m, \alpha_m, \theta_m) \cdot U_{вх_n}(t - \tau) \right] \right), \quad (6.2)$$

где: $\dot{K}_{\Sigma_m,n}(\omega_0, \bar{X}, L_m, R_m, \alpha_m, \theta_m)$ - общий комплексный коэффициент передачи до точки приема от n -того входа матричного имитатора по m -тому каналу:

$$\begin{aligned} \dot{K}_{\Sigma_m,n}(\omega_0, \bar{X}, L_m, R_m, \alpha_m, \theta_m) &= \\ &= \dot{K}_{Am}(\omega_0, \alpha_m, \theta_m) \cdot \dot{K}_{КРm}(\omega_0, R_m) \cdot \dot{K}_{КСm}(\omega_0, L_m) \cdot \dot{K}_{КРС_m,n}(\omega_0, \bar{X}). \end{aligned}$$

Коэффициенты $\Delta \dot{K}_{m,n}(\omega_0, \bar{X}, R_m, \alpha_m, \theta_m)$, различны для всех m каналов и характеризуют неидентичность каналов матричного имитатора. В свою

очередь, неидентичность каналов приведет к ошибкам в установке относительных уровней и фаз (коэффициентов взаимной корреляции) сигналов в точке приема. В конечном счете неидентичность каналов матричного имитатора вызовет ошибки моделирования угловых шумов.

Можно сделать следующие выводы:

1. Предложенная структура и модель матричного имитатора, характеризует прохождение сигналов от их формирования и до фазового центра антенны исследуемой РЛС.

2. Коэффициент передачи каждого из каналов матричного имитатора разделен на две составляющие: случайную и детерминированную. Наличие в каждом из каналов случайной составляющей комплексного коэффициента передачи определяет неидентичность каналов и влияет на точность моделирования угловых шумов.

3. Предложенная модель матричного имитатора позволит оценить влияния неточности задания параметров излучаемых сигналов на ошибки моделирования и предложить пути их снижения.

6.2. Взаимосвязь неточности задания параметров излучаемых сигналов и ошибок моделирования

Очевидно, что неточность задания параметров сигналов, прошедших матричный излучатель, повлечет за собой отклонение параметров угловых шумов модели от расчетных значений [128,178,179]. В первую очередь, параметров ПРВ угловых шумов.

Объясняется это тем, что отношение мощностей излучаемых сигналов и коэффициент их взаимной корреляции определяют m и μ ПРВ формируемых угловых шумов. При этом моделирование угловых шумов с заданной ПРВ обеспечивает у них требуемую корреляционную функцию при определении спектрально-корреляционных свойств излучаемых сигналов по методам, предложенным в разделе 3.

Оценке допустимых отклонений параметров излучаемых сигналов, при которых ошибка моделирования не превысит заданную, а также способам компенсации этих отклонений и посвящен данный и последующий подразделы.

Оценим чувствительность параметров углового шума к изменению параметров излучаемых сигналов [180,181].

Рассмотрим двухточечную геометрическую модель. Наиболее общей является частично когерентная модель, рассмотренная в разделе 5. Как уже говорилось ранее, при коэффициенте взаимной корреляции равном нулю данная модель переходит в полностью некогерентную, при единице – в полностью когерентную.

Для частично когерентной двухточечной модели параметры распределения угловых шумов определяются системой (1.7).

Соотношения для определения погрешности установки параметров распределения угловых шумов (m и μ) не трудно записать в виде [150,182]:

$$\Delta m = A_1 \cdot \Delta \gamma + A_2 \cdot \Delta r,$$

$$\Delta \mu = A_3 \cdot \Delta \gamma + A_4 \cdot \Delta r,$$

где $A_1 = \frac{\partial m(\gamma, r)}{\partial \gamma}$, $A_2 = \frac{\partial m(\gamma, r)}{\partial r}$, $A_3 = \frac{\partial \mu(\gamma, r)}{\partial \gamma}$, $A_4 = \frac{\partial \mu(\gamma, r)}{\partial r}$ - коэффициенты

чувствительности параметров; $\Delta \gamma$ - погрешность установки отношения мощностей; Δr - погрешность задания коэффициента взаимной корреляции.

Рассмотрим выражения (1.7). При $\gamma=1$ получим математическое ожидание равное нулю при любом значении ρ . На интервале $\gamma \in (0;1)$ математическое ожидание ПРВ угловых шумов смещается к первому излучателю по мере удаления от точки $\gamma=1$. На интервале $\gamma \in (1;\infty)$ - ко второму по мере удаления от точки $\gamma=1$. По своему физическому смыслу интервалы эквивалентны. Однако в силу разных протяженностей интервалов

скорость изменения параметров ПРВ угловых шумов при изменении γ существенно различается на этих интервалах. В силу этого будут и различаться коэффициенты чувствительности A_1 и A_3 для этих двух интервалов. Это существенно затруднит анализ. Перейдем к логарифмической переменной $t = 20 \cdot \lg(\gamma)$, скорость изменения параметров ПРВ относительно которой будет одинакова для обоих интервалов. Тогда (1.7) можно переписать в виде:

$$\begin{cases} m = \frac{10^{\frac{2 \cdot t}{20}} - 1}{1 + 2 \cdot r \cdot 10^{\frac{t}{20}} + 10^{\frac{2 \cdot t}{20}}}; \\ \mu = \frac{1 + 2 \cdot r \cdot 10^{\frac{t}{20}} + 10^{\frac{2 \cdot t}{20}}}{2 \cdot 10^{\frac{t}{20}} \cdot \sqrt{1 - r^2}}. \end{cases}$$

С учетом сделанной замены переменной выражения для определения погрешности установки параметров ПРВ угловых шумов примут вид:

$$\Delta m = a_1 \cdot \Delta t + a_2 \cdot \Delta r,$$

$$\Delta \mu = a_3 \cdot \Delta t + a_4 \cdot \Delta r,$$

где: $a_i = A_i \cdot \frac{1}{\gamma \cdot \ln(10)}$; $\Delta t = \frac{1}{\ln(10)} \frac{\Delta \gamma}{\gamma}$.

Определим коэффициенты чувствительности:

$$a_1 = \frac{\partial m(t, r)}{\partial t} = \frac{10^{\frac{t}{20}} \cdot \ln 10 \cdot \left(2 \cdot 10^{\frac{t}{20}} + r \cdot 10^{\frac{t}{10}} + r \right)}{10 \cdot \left(1 + 2 \cdot r \cdot 10^{\frac{t}{20}} + 10^{\frac{t}{10}} \right)^2};$$

$$a_2 = \frac{\partial m(t,r)}{\partial r} = -\frac{2 \cdot 10^{\frac{t}{20}} \cdot \left(10^{\frac{t}{10}} - 1\right)}{\left(1 + 2 \cdot r \cdot 10^{\frac{t}{20}} + 10^{\frac{t}{10}}\right)^2};$$

$$a_3 = \frac{\partial \mu(t,r)}{\partial t} = \frac{\ln(10) \cdot \left(10^{\frac{t}{10}} - 1\right)}{40 \cdot 10^{\frac{t}{20}} \cdot \sqrt{1-r^2}};$$

$$a_4 = \frac{\partial \mu(t,r)}{\partial r} = \frac{2 \cdot 10^{\frac{t}{20}} + r + r \cdot 10^{\frac{t}{10}}}{2 \cdot 10^{\frac{t}{20}} \cdot (1-r^2)^{3/2}}.$$

Они определяют скорость изменения m и μ при отклонении параметров сигналов от заданных значений.

Рассмотрим наихудший случай, когда коэффициенты чувствительности действуют в согласии, т. е. имеют один и тот же знак:

$$\begin{cases} \Delta m = |a_1| \cdot \Delta t + |a_2| \cdot \Delta r; \\ \Delta \mu = |a_3| \cdot \Delta t + |a_4| \cdot \Delta r; \\ \Delta t \geq 0; \\ \Delta r \geq 0. \end{cases} \quad (6.3)$$

Соотношения (6.3) позволяют определить максимальную ошибку параметров ПРВ угловых шумов, при известной величине погрешности установки параметров сигналов. Большой интерес представляют обратные выражения, позволяющие, задавшись максимальной ошибкой моделирования, сформулировать требования к точности задания параметров сигналов. Такие выражения не сложно получить из (6.3):

$$\begin{cases} \Delta t = \frac{|a_4|}{|a_1| \cdot |a_4| - |a_3| \cdot |a_2|} \cdot \Delta m - \frac{|a_2|}{|a_1| \cdot |a_4| - |a_3| \cdot |a_2|} \cdot \Delta \mu; \\ \Delta r = \frac{-|a_3|}{|a_1| \cdot |a_4| - |a_3| \cdot |a_2|} \cdot \Delta m + \frac{|a_1|}{|a_1| \cdot |a_4| - |a_3| \cdot |a_2|} \cdot \Delta \mu; \\ \Delta t \geq 0; \\ \Delta r \geq 0. \end{cases} \quad (6.4)$$

Однако эти выражения не позволяют в полной мере сформулировать требования к точности задания параметров сигналов. Проиллюстрируем это примером. Пусть требуемая максимальная ошибка представления параметров ПРВ угловых шумов составляет: $\Delta m = 0.02$ и $\Delta \mu = 0.02 \cdot \mu$. При размере базы двухточечной модели равном 2, указанные величины ошибки представления параметров ПРВ угловых шумов соответствуют точности в 1% для параметра m и 2% для параметра μ . При величинах $t = -18.5$ дБ и $r = 0.6$ допустимые ошибки задания параметров составляют $\Delta t = 7.45$ дБ и $\Delta r = -0.62$. Отрицательное значение ошибки установки коэффициента взаимной корреляции не соответствует условиям в системе (6.4) и означает недостижимость требуемой точности задания параметра Δr при рассчитанном Δt . По сути, это говорит о том, что требования к точности задания параметров сигналов для одного из параметров ПРВ угловых шумов оказываются завышенными для другого. Вместе с тем, в этой же точке допустимая ошибка установки разницы уровней сигналов велика. Логично предположить, что снижение допустимой ошибки установки разницы уровней может привести к значениям $\Delta r \geq 0$.

Оценить это можно следующим образом. Из первого и второго уравнений системы (6.3) выразим Δr_1 и Δr_2 (индекс означает номер исходного уравнения):

$$\begin{cases} \Delta r_1 = \frac{\Delta m - |a_1| \cdot \Delta t}{|a_2|}; \\ \Delta r_2 = \frac{\Delta \mu - |a_3| \cdot \Delta t}{|a_4|}. \end{cases}$$

Полученная система позволит сформулировать требования к точности задания коэффициента взаимной корреляции сигналов, зная точность установки уровней сигналов и требуемую точность параметров ПРВ угловых шумов. При $\Delta r_1 = \Delta r_2$ после несложных преобразований получим первое уравнение из системы (6.4). В общем случае $\Delta r_1 \neq \Delta r_2$. Это определяется разной чувствительностью параметров ПРВ угловых шумов к коэффициенту взаимной корреляции излучаемых сигналов. Требуемую точность задания коэффициента взаимной корреляции излучаемых сигналов можно определить по соотношению:

$$\Delta r = \min(\Delta r_1, \Delta r_2).$$

В этом случае при моделировании одного из параметров ПРВ угловых шумов будет обеспечиваться заданная ошибка, а для другого – не выше заданной величины.

Не сложно записать выражения, позволяющие определить предельно допустимую неидентичность комплексных коэффициентов передачи каналов матричного имитатора $\Delta \dot{K}_{m,n}(\omega_0, \bar{X}, R_m, \alpha_m, \theta_m)$.

$$\Delta \dot{K}_{m,n}(\omega_0, \bar{X}, R_m, \alpha_m, \theta_m) = 10^{\frac{\Delta t}{20}} \cdot e^{\arccos(\Delta r)}.$$

Оценим допустимую неточность задания параметров сигнала.

Задавшись ошибками представления параметров ПРВ угловых шумов равными 5%, определим требования к точности установки коэффициента взаимной корреляции излучаемых сигналов для разных величин ошибки установки уровней. Результаты расчета приведены в виде линий уровня на рис. 6.5 – 6.7.

На рисунках изображена допустимая величина ошибки задания коэффициента взаимной корреляции, обеспечивающая ПРВ угловых шумов с параметрами отличающимися от заданных не более чем на 5% для различных величин погрешности установки уровней сигнала.

Полученные зависимости, как и ожидалось, симметричны относительно значения $t = 0$. Наиболее высокие требования к точности задания коэффициента взаимной корреляции наблюдаются при $|r|=1$.

На всех рисунках в пределах закрашенной области ошибки параметров ПРВ угловых шумов превышают заданные. Эта область образуется в окрестности точки $(t; r) = (0, -1)$. Ее размер ожидаемо быстро расширяется с ростом величины допустимой ошибки задания уровней сигналов (Δt).

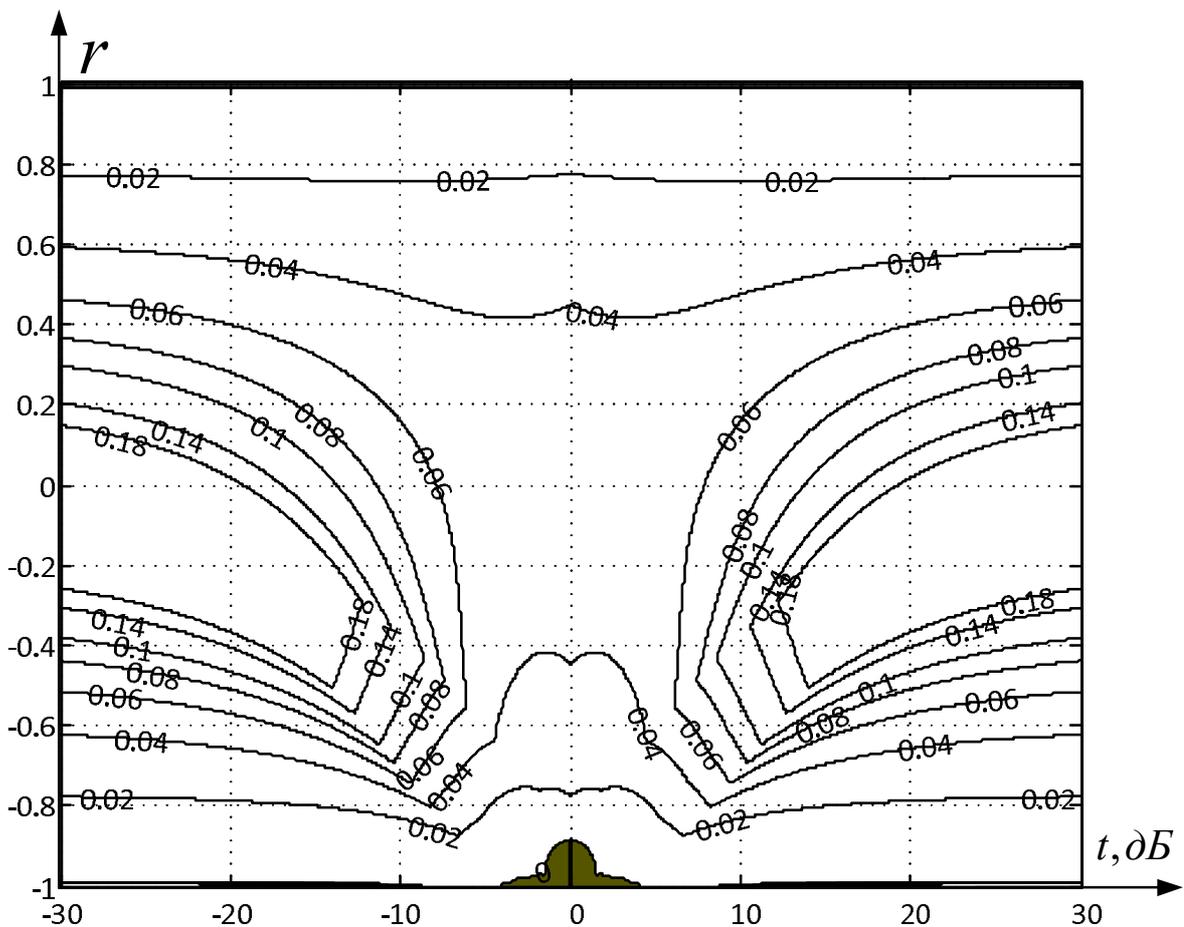


Рис. 6.5. Допустимая величина ошибки установки коэффициента взаимной корреляции при $\Delta t = 0.1$ дБ

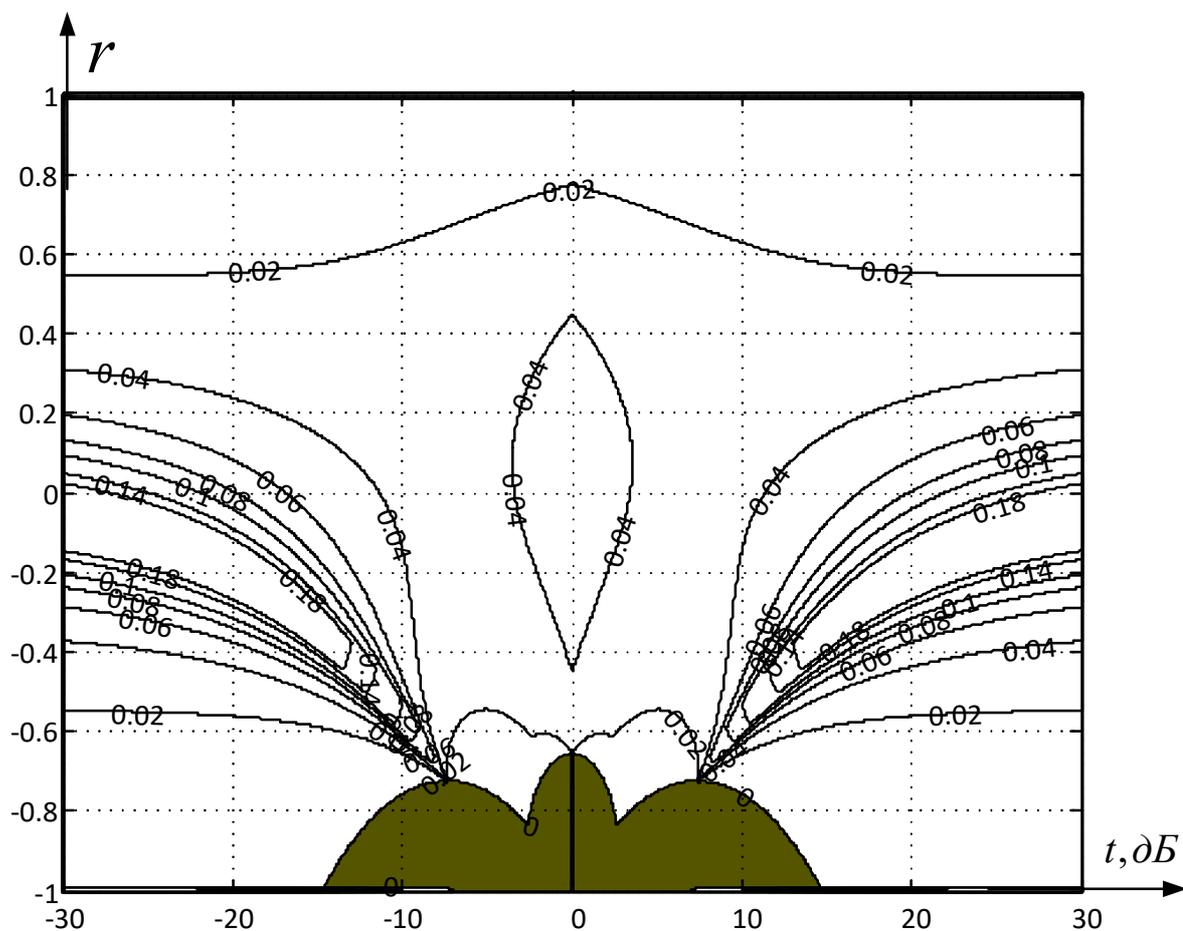


Рис. 6.6. Допустимая величина ошибки установки коэффициента взаимной корреляции при $\Delta t = 0.3$ дБ

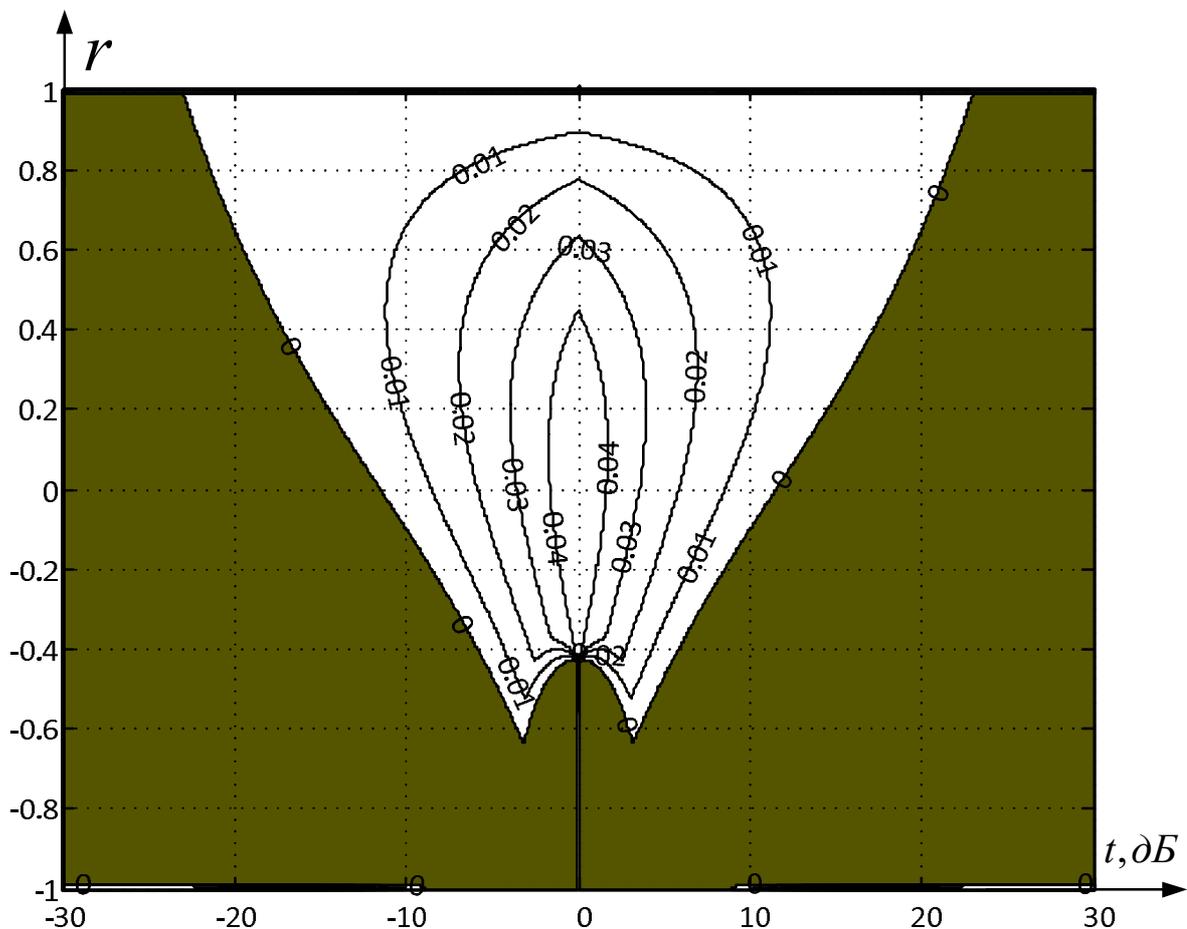


Рис. 6.7. Допустимая величина ошибки установки коэффициента взаимной корреляции при $\Delta t = 0.5$ дБ

В целом можно сделать следующие выводы.

Точность установки математического ожидания в основном определяется погрешностью задания уровней сигналов. Ошибки установки величины коэффициента взаимной корреляции излучаемых сигналов слабо влияют на математическое ожидание угловых шумов.

Точность установки параметра μ в основном определяется погрешностью задания коэффициента взаимной корреляции излучаемых сигналов. Ошибки установки уровней сигналов слабо влияют на μ .

Требования к точности задания параметров излучаемых сигналов зависят от t и μ . Минимальные требования наблюдаются в области

$-0.3 < r < 0.7$ и $-10 < t < 10$. Соответствующие диапазоны изменения параметров ПРВ угловых шумов: $-0.98 < m < 0.98$ и $1.5 < \mu < 3.4$.

Требования к идентичности каналов матричного имитатора высоки. Например, при ошибках m и μ не превышающих 5%, допустимая неидентичность каналов по модулю $|\Delta \dot{K}_{m,n}| \leq 0.5$ дБ и по фазе $\Delta \phi_{m,n} = \arg(\Delta \dot{K}_{m,n}) < 10 \dots 20^\circ$.

6.3. Алгоритмы калибровки матричного имитатора

Требования к $\Delta \dot{K}_{m,n}(\omega_0, \bar{X}, R_m, \alpha_m, \theta_m)$ являются довольно жесткими и составляют порядка 0.3...0.5 дБ к его модулю и 10...20 градусов для фазы.

С учетом того, что случайные комплексные коэффициенты передачи каналов матричного имитатора неизвестны, гарантировать выполнение требований по точности задания параметров сигналов в точке приема без применения в матричных имитаторах специальных технических средств проблематично. В простейшем случае это может быть измерительный приемник с приемной антенной, с помощью которого производится оценка величины случайного комплексного коэффициента передачи каждого из каналов. В дальнейшем, зная оцененные величины коэффициентов передачи, можно вносить в формируемые сигналы предыскажения, компенсирующие эти случайные добавки. Подобную систему можно назвать системой калибровки матричного имитатора.

Цель подраздела: разработать алгоритмы оценки и компенсации неидентичности каналов матричного имитатора.

6.3.1. Алгоритмы калибровки

Задача системы калибровки матричного имитатора – оценить ошибки установки параметров сигналов в точке приема. Результатом работы системы калибровки будут являться оценки $\Delta \dot{K}_{изм\,m,n}(\omega_0, \bar{X}, R_m, \alpha_m, \theta_m)$. Тогда при

формировании N сигналов, проходящих по m -тому каналу матричного имитатора достаточно будет внести предсказание [176,177]:

$$\dot{U}_{ex_комп_n}(t) = \frac{\dot{U}_{ex_n}(t)}{\Delta\dot{K}_{изм}_{m,n}(\omega_0, \bar{X}, R_m, \alpha_m, \theta_m)},$$

где $\dot{U}_{ex_n}(t)$ - комплексная огибающая исходного сигнала, поступающего на n -тый вход и проходящего по m -тому каналу матричного имитатора.

Для оценки $\Delta\dot{K}_{изм}_{m,n}(\omega_0, \bar{X}, R_m, \alpha_m, \theta_m)$ необходимо измерять амплитуду и фазу электромагнитной волны в точке расположения фазового центра антенны исследуемой РЛС. Основные проблемы, возникающие при этом, следующие [183,184]:

1. Точное измерение набега фаз и амплитуд сигналов, требующее сложного измерительного устройства.
2. Необходимость размещения антенны измерительного приемника в фазовом центре антенны РЛС, что вызовет искажения ее диаграммы направленности, а для ряда антенн невозможно.

Рассмотрим подробнее эти вопросы.

Для достижения идентичности каналов требуется знать не абсолютное значение фазы, а разность фаз между соседними каналами. Для амплитуд также важно не абсолютное значение, а их отношение. Это позволяет использовать в качестве опорного сигнал, излученный соседним каналом матричного имитатора. В этом случае измерительное устройство регистрирует амплитуду суммарного сигнала:

$$A_{m\Sigma} = \sqrt{A_{m1}^2 + A_{m2}^2 + 2 \cdot A_{m1} \cdot A_{m2} \cdot \cos(\phi_1 - \phi_2)}, \quad (6.5)$$

где A_{m1} , A_{m2} - амплитуды первого и второго сигналов в точке приема; ϕ_1 , ϕ_2 - фазы первого и второго сигналов в точке приема.

Анализируя (6.5) не сложно заметить, что при $\phi_1 = \phi_2 + \pi$ (противофазность сигналов) обеспечивается локальный минимум амплитуды. Глобального минимума можно достичь, дополнительно обеспечив равенство

амплитуд в точке приема. По сути, будет реализован алгоритм покоординатного спуска для поиска минимума функции [185,186]. Это позволяет сформулировать алгоритмы калибровки в следующем виде.

Алгоритм калибровки по минимуму суммарного сигнала.

Пусть матричный имитатор имеет M каналов передачи. Количество излучающих антенн так же равно M . Имитатор на всех N выходах формирует тестовый сигнал. Тогда для оценки $\Delta K_{изм_m}(\omega_0, \bar{X}, R_m, \alpha_m, \theta_m)$ можно применить следующий алгоритм.

1. Назначить один из каналов матричного имитатора опорным. Он может быть абсолютно любым, например, соответствующий излучателю, расположенному в правом верхнем углу поля антенн. Для опорного канала зададим $\Delta K_{изм_1}(\omega_0, \bar{X}, R_m, \alpha_m, \theta_m) = 0.5$. Это позволит изменять амплитуду калибруемого канала как в сторону уменьшения, так и в сторону увеличения.

2. Перевести коммутационно распределительную систему в состояние, при котором активными являются лишь два излучателя из поля антенн: опорный и ближайший к нему (оцениваемый канал). Эти два излучателя будут образовывать двухточечную модель, интерференцию сигналов которой будет фиксировать измерительный приемник.

3. Изменяя фазу сигнала, проходящего через оцениваемый канал добиться минимальной амплитуды, регистрируемой измерительным приемником. Вне зависимости от амплитуд сигналов, излученных антеннами опорного и регулируемого каналов, наличие минимума свидетельствует об их противофазности.

4. Изменяя амплитуду сигнала, проходящего через оцениваемый канал добиться минимальной амплитуды, регистрируемой измерительным приемником. С учетом ранее достигнутой противофазности, равенство амплитуд излучаемых сигналов обеспечит нулевую амплитуду суммарного сигнала, регистрируемого измерительным устройством.

5. Назначить опорным оцененный канал, добавить к его фазе 180 градусов. Это обеспечит равенство амплитуд и фаз первых двух каналов.

6. Повторить пункты 2 – 5 для всех оставшихся каналов матричного имитатора.

Предложенный алгоритм работоспособен при задании параметров излучаемых сигналов в имитаторе. Как говорилось ранее, в этом случае амплитуды и фазы сигналов задаются с высокой точностью при цифровом формировании сигналов. Поворот фазы сигнала на 180 градусов, предусмотренный пунктом 5 алгоритма, не приведет к изменению амплитуды.

Однако при использовании матричного имитатора с заданием параметров излучаемых сигналов в матричном излучателе, регулировка параметров сигналов осуществляется аналоговыми СВЧ фазовращателями и аттенюаторами. Вносимые ими затухание и фазовые набег взаимозависимы и устанавливаются с погрешностью. В этом случае уместно рассмотреть алгоритм калибровки по удвоению амплитуды суммарного сигнала.

Алгоритм калибровки по удвоению амплитуды суммарного сигнала.

1. Назначить один из каналов матричного имитатора опорным. Он может быть абсолютно любым, например, соответствующий излучателю, расположенному в правом верхнем углу поля антенн. Для опорного канала зададим $\Delta K_{изм_1}(\omega_0, \bar{X}, R_m, \alpha_m, \theta_m) = 0.5$. Это позволит изменять амплитуду калибруемого канала как в сторону уменьшения, так и в сторону увеличения.

2. Перевести коммутационно распределительную систему в состояние, при котором активными являются лишь два излучателя из поля антенн: опорный и ближайший к нему (оцениваемый канал). Эти два излучателя будут образовывать двухточечную модель, интерференцию сигналов которой будет фиксировать измерительный приемник.

3. Изменяя фазу сигнала, проходящего через оцениваемый канал добиться максимальной амплитуды, регистрируемой измерительным приемником. Вне зависимости от амплитуд сигналов, излученных антеннами

опорного и регулируемого каналов, наличие максимума свидетельствует об их синфазности.

4. Изменяя амплитуду сигнала, проходящего через оцениваемый канал добиться амплитуды суммарного сигнала, регистрируемого измерительным приемником, равной удвоенной амплитуде опорного канала. С учетом ранее достигнутой синфазности, удвоение амплитуды суммарного сигнала обеспечит равенство модулей комплексных коэффициентов передачи двух каналов

5. Повторить пункты 3 – 4. Из-за взаимного влияния аналоговых узлов поиск максимума путем регулировки аттенюатора может привести к нарушению фазировки каналов. Повторное выполнение пунктов 3 – 4 алгоритма калибровки не потребует существенной регулировки затухания и фазовых сдвигов, следовательно, ошибки, вызванные взаимным влиянием узлов, окажутся ниже.

6. Назначить опорным оцененный канал.

7. Повторить пункты 2 – 6 для всех оставшихся каналов матричного имитатора.

Алгоритм калибровки «по удвоению амплитуды» суммарного сигнала обеспечит идентичность всех каналов матричного имитатора. При этом, идентичность каналов матричного имитатора, обеспечиваемая алгоритмом калибровки по минимуму суммарного сигнала, окажется выше. Объясняется это тем, что функция (6.5) обладает ярко выраженным острым минимумом. В то время как в окрестности максимума она пологая. Пологость функции потребует большего количества шагов для поиска максимума. Таким образом применение алгоритма калибровки по удвоению амплитуды суммарного сигнала целесообразно лишь в том случае, когда регулировка фазы и модуля коэффициента передачи канала матричного имитатора связаны.

Для предложенных алгоритмов калибровки проведена апробация [187]. Для этого был разработан макет двухточечного матричного имитатора. Макет допускает управление параметрами излучаемых сигналов в цифровой, и

аналоговой формах. Для каждого из каналов макета были измерены комплексные коэффициенты передачи. По измеренным значениям составлена математическая модель матричного имитатора. Она является обобщенной моделью матричного имитатора, предложенной в подразделе 6.1.

Алгоритмы калибровки проверялись с использованием обобщенной модели и макета. Результаты, полученные в обоих случаях, совпали и заключаются в следующем.

Каналы матричного имитатора неидентичны. Моделирование отражений от радиолокационных объектов без компенсации неидентичности каналов передачи приводит к существенному отклонению параметров ПРВ угловых шумов от заданных значений. Например, отклонение математического ожидания может достигать величины базы двухточечной модели.

Выполнение процедуры калибровки матричного имитатора приводит к существенному снижению неидентичности каналов матричного имитатора. Отклонение математического ожидания от заданного значения не превышает 5%. Это можно расценивать как результат, приемлемый для практического использования.

При цифровом задании параметров излучаемых сигналов возможно использование обоих предложенных алгоритмов калибровки. Однако, как и предполагалось, алгоритм калибровки по минимуму сигнала обеспечивает более быструю сходимость.

При аналоговом задании параметров излучаемых сигналов возможно использование только алгоритма калибровки по удвоению амплитуды суммарного сигнала. Взаимное влияние модуля и фазы комплексного коэффициента передачи каналов матричного имитатора вносят искажения в результат калибровки при сдвиге фаз в 180 градусов, требуемом для работы алгоритма калибровки по минимуму суммарного сигнала.

6.3.2. Вынос антенны измерительного приемника из фазового центра антенны РЛС

Выполнение предложенных алгоритмов калибровки обеспечит идентичность каналов матричного имитатора. Однако при этом полагается, что положение фазового центра антенны измерительного приемника совпадает с положением фазового центра антенны исследуемого радиотехнического устройства. Очевидно, что выполнить это требование крайне сложно – фазовые центры измерительной и исследуемой антенн почти всегда будут разнесены. Идентичность коэффициентов передачи каналов матричного имитатора будет обеспечиваться не до фазового центра антенны исследуемого устройства, а до точки расположения фазового центра антенны измерительного приемника. Это приведет к появлению систематической ошибки взаимной фазировки сигналов в точке наблюдения [188]. Систематическую ошибку необходимо оценить и компенсировать.

Рассмотрим конфигурацию антенн двухточечного матричного излучателя и фазовых центров антенн РЛС и измерительного приемника, изображенную на рис. 6.8. На рисунке введены следующие обозначения. ФЦ – положение фазового центра антенны исследуемого радиотехнического устройства; ИП – точка расположения фазового центра антенны измерительного приемника; 1, 2 – точки расположения излучателей двухточечной геометрической модели (матричного имитатора, состоящего из двух излучателей); L'_1 , L'_2 – расстояния от фазового центра исследуемой антенны до первой и второй точек модели соответственно; L_1 , L_2 – расстояния от фазового центра антенны измерительного приемника до первой и второй точек модели соответственно. Буквой B обозначена половина базы двухточечной модели. Начало правой декартовой системы координат совпадает с фазовым центром антенны исследуемого радиотехнического устройства. Декартовы координаты всех точек обозначены индексами, совпадающими с обозначением точек на рис. 6.8.

При выполнении процедуры калибровки матричного имитатора обеспечивается равенство фаз сигналов в точке расположения фазового центра антенны измерительного приемника [176,177] (точка ИП на рис. 6.8):

$$k \cdot L_1 + m \cdot 2 \cdot \pi = k \cdot L_2 + \Delta\phi + n \cdot 2 \cdot \pi,$$

где $k = \frac{2 \cdot \pi}{\lambda}$ - волновое число; $\Delta\phi$ - фазовая поправка, определяемая в результате процедуры калибровки; m, n - целые числа.

Фазовую поправку можно представить в виде суммы регулярной ($\Delta\phi_{рег}$) и случайной ($\Delta\phi_{сл}$) компонент:

$$\Delta\phi = \Delta\phi_{рег} + \Delta\phi_{сл}.$$

Регулярная компонента определяется разностью путей L_1 и L_2 : $\Delta\phi_{рег} = k \cdot (L_1 - L_2)$. Регулярную компоненту можно рассчитать, зная координаты излучателей и фазового центра антенны РЛС. Случайная появляется в силу различных трудно учитываемых факторов, таких как неравномерный прогрев аппаратуры, неидентичности каналов формирования сигналов и т. д. Именно в определении и компенсации этого случайного набега фаз заключается задача калибровки матричного имитатора.

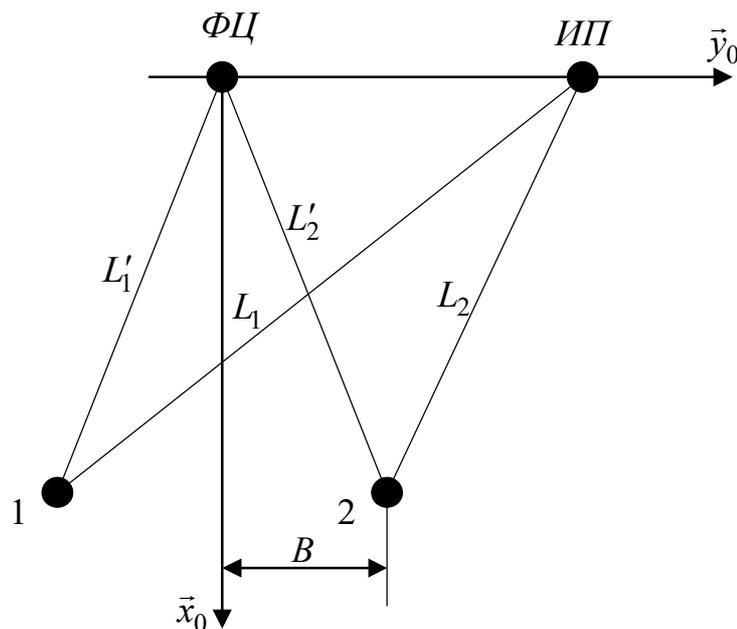


Рис. 6.8. Рассматриваемая конфигурация

Рассмотрим точку расположения фазового центра исследуемой антенны. Для обеспечения равенства фаз сигналов в этой точке должно выполняться следующее равенство (точка ФЦ на рис. 6.8.):

$$k \cdot L'_1 = k \cdot L'_2 + \Delta\phi',$$

где $\Delta\phi'$ - фазовая поправка.

Эту фазовую поправку можно так же представить в виде суммы регулярной ($\Delta\phi'_{рег}$) и случайной компонент ($\Delta\phi'_{сл}$). Так как среда между матричным имитатором и фазовыми центрами исследуемой и измерительной антенн однородна и изотропна, справедливо равенство:

$$\Delta\phi'_{сл} = \Delta\phi' - k \cdot (L'_1 - L'_2) = \Delta\phi - k \cdot (L_1 - L_2) = \Delta\phi_{сл}.$$

Тогда можно записать аналитическое выражение, определяющее фазовую поправку для обеспечения синфазности двух сигналов в фазовом центре исследуемой антенны:

$$\Delta\phi' = \Delta\phi + k \cdot (L'_1 - L'_2 - L_1 + L_2). \quad (6.6)$$

Длины всех отрезков, входящих в (6.6) с учетом используемой системы координат и обозначений, введенных на рис. 6.8, определяются как:

$$\begin{cases} L'_1 = \sqrt{x^2 + (y - B)^2 + z^2}; \\ L'_2 = \sqrt{x^2 + (y + B)^2 + z^2}; \\ L_1 = \sqrt{(x - x_{III})^2 + (y - y_{III} - B)^2 + (z - z_{III})^2}; \\ L_2 = \sqrt{(x - x_{III})^2 + (y - y_{III} + B)^2 + (z - z_{III})^2}. \end{cases}$$

Таким образом, получено аналитическое соотношение, позволяющее по известной величине фазовой поправки для фазового центра измерительной антенны и известной геометрии стенда моделирования определить фазовую поправку, обеспечивающую синфазное сложение сигналов матричного имитатора в фазовом центре исследуемой антенны.

Рассмотрим амплитудную поправку. Различия отношения амплитуд сигналов двухточечного матричного имитатора в фазовом центре

измерительного приемника и фазовом центре антенны РЛС обусловлены двумя факторами:

1. Взвешивание сигналов диаграммой направленности излучателя матричного имитатора.
2. Изменение интенсивности сигнала в силу разной удаленности излучающих точек от фазового центра антенны измерительного приемника.

Взвешивание сигналов диаграммами направленности излучателей матричного имитатора не сложно учесть с использованием соотношения:

$$A_{\PhiЦ} = A_{ИП} \cdot \frac{F(\alpha_{\PhiЦ}, \theta_{\PhiЦ})}{F(\alpha_{ИП}, \theta_{ИП})},$$

где $A_{ИП}$ - амплитуда сигнала, оцененного в измерительном приемнике; $F(\alpha_{\PhiЦ}, \theta_{\PhiЦ})$ - значение коэффициент усиления излучателя в направлении фазового центра антенны РЛС; $F(\alpha_{ИП}, \theta_{ИП})$ - коэффициент усиления излучателя в направлении фазового центра антенны измерительного приемника.

Это взвешивание не трудно компенсировать, зная диаграммы направленности излучателей матричного имитатора.

Изменение интенсивности электромагнитных волн в точках их интерференции происходит в силу различия пройденных расстояний. Электромагнитная волна, формируемая каждым из излучателей матричного имитатора, имеет сферический фазовый фронт. Отношение интенсивностей в фазовом центре антенны РЛС определяется выражением:

$$\frac{I_{\PhiЦ1}}{I_{\PhiЦ2}} = \frac{\frac{P_1}{4 \cdot \pi \cdot (L'_1)^2}}{\frac{P_2}{4 \cdot \pi \cdot (L'_2)^2}},$$

где P_1, P_2 - мощности, излучаемые из первой и второй точек соответственно; $I_{\PhiЦ1}, I_{\PhiЦ2}$ - интенсивности электромагнитных волн, излученных первой и

второй точкой матричного имитатора в точке расположения фазового центра антенны РЛС соответственно.

Это же отношение в точке расположения фазового центра измерительного приемника:

$$\frac{I_{ИП1}}{I_{ИП2}} = \frac{\frac{P_1}{4 \cdot \pi \cdot (L_1)^2}}{\frac{P_2}{4 \cdot \pi \cdot (L_2)^2}},$$

где $I_{ИП1}$, $I_{ИП2}$ - интенсивности электромагнитных волн, излученных первой и второй точкой матричного имитатора в точке расположения фазового центра антенны измерительного приемника соответственно.

Анализируя полученные выражения, можно заметить, что изменение отношения интенсивностей, обусловленное выносом фазового центра антенны измерительного приемника из фазового центра антенны РЛС, монотонно растет по мере увеличения выноса. Например, при выносе на величину порядка 0.5 от расстояния между центром базы матричного имитатора и фазовым центром антенны РЛС отношение интенсивностей изменяется на величину 0.1 дБ. При меньших величинах выноса искажения будут меньше.

Взаимное расположение матричного имитатора и фазовых центров антенны РЛС и антенны измерительного приемника всегда будут определены с погрешностями. Вносимая фазовая поправка тоже будет определена с ошибкой. Синфазность сигналов в фазовом центре исследуемой антенны будет нарушаться.

Оценим влияние точности позиционирования матричного имитатора и фазового центра антенны измерительного приемника относительно фазового центра антенны РЛС на качество компенсации. Для этого определим чувствительность систематической составляющей фазовой поправки к ошибкам установки координат фазового центра антенны измерительного приемника и матричного имитатора.

Определим два вектора градиента систематической составляющей фазовой поправки. Градиенты определим как применение векторного оператора ∇ к скалярной величине $\Delta\phi$ [150,182]. Для определения чувствительности фазовой поправки к координатам матричного имитатора векторный оператор принимает вид: $\nabla = \left\{ \frac{\delta}{\delta x}; \frac{\delta}{\delta y}; \frac{\delta}{\delta z} \right\}$. Для исследования чувствительности фазовой поправки к координатам фазового центра измерительного приемника: $\nabla_{ИП} = \left\{ \frac{\delta}{\delta x_{ИП}}; \frac{\delta}{\delta y_{ИП}}; \frac{\delta}{\delta z_{ИП}} \right\}$.

$$\begin{aligned}
& \left(\begin{aligned} & \frac{x - x_{III}}{\sqrt{(x - x_{III})^2 + (y - y_{III} + B)^2 + (z - z_{III})^2}} - \\ & - \frac{x - x_{III}}{\sqrt{(x - x_{III})^2 + (y_{III} - y + B)^2 + (z - z_{III})^2}} + \\ & + \frac{x}{\sqrt{x^2 + z^2 + (y - B)^2}} - \frac{x}{\sqrt{x^2 + z^2 + (y + B)^2}} \end{aligned} \right) + \\
& + \vec{z}_0 \cdot k \cdot \left(\begin{aligned} & \frac{z - z_{III}}{\sqrt{(x - x_{III})^2 + (y - y_{III} + B)^2 + (z - z_{III})^2}} - \\ & - \frac{z - z_{III}}{\sqrt{(x - x_{III})^2 + (y_{III} - y + B)^2 + (z - z_{III})^2}} + \\ & + \frac{z}{\sqrt{x^2 + z^2 + (y - B)^2}} - \frac{z}{\sqrt{x^2 + z^2 + (y + B)^2}} \end{aligned} \right) + \\
& + \vec{y}_0 \cdot k \cdot \left(\begin{aligned} & \frac{y - y_{III} + B}{\sqrt{(x - x_{III})^2 + (y - y_{III} + B)^2 + (z - z_{III})^2}} - \\ & - \frac{y - y_{III} + B}{\sqrt{(x - x_{III})^2 + (y_{III} - y + B)^2 + (z - z_{III})^2}} + \\ & + \frac{y - B}{\sqrt{x^2 + z^2 + (y - B)^2}} - \frac{y + B}{\sqrt{x^2 + z^2 + (y + B)^2}} \end{aligned} \right) .
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \nabla_{III} \cdot \Delta\phi' = \vec{x}_0 \cdot k \cdot & \left(\frac{\frac{x - x_{III}}{\sqrt{(x - x_{III})^2 + (y_{III} - y + B)^2 + (z - z_{III})^2}}}{\frac{x - x_{III}}{\sqrt{(x - x_{III})^2 + (y - y_{III} + B)^2 + (z - z_{III})^2}}} \right) + \\ & + \vec{z}_0 \cdot k \cdot \left(\frac{\frac{z - z_{III}}{\sqrt{(x - x_{III})^2 + (y_{III} - y + B)^2 + (z - z_{III})^2}}}{\frac{z - z_{III}}{\sqrt{(x - x_{III})^2 + (y - y_{III} + B)^2 + (z - z_{III})^2}}} \right) + \\ & + \vec{y}_0 \cdot k \cdot \left(\frac{\frac{y_{III} - y + B}{\sqrt{(x - x_{III})^2 + (y_{III} - y + B)^2 + (z - z_{III})^2}}}{\frac{y - y_{III} + B}{\sqrt{(x - x_{III})^2 + (y - y_{III} + B)^2 + (z - z_{III})^2}}} \right). \end{aligned}$$

Проведем анализ полученных выражений. Для этого рассмотрим $|\nabla \cdot \Delta\phi'|$ и $|\nabla_{III} \cdot \Delta\phi'|$. Эти величины показывают скорость изменения фазовой поправки в зависимости от изменения координат излучателей матричного имитатора и фазового центра антенны измерительного приемника соответственно. По мере увеличения всех длин, участвующих в (6.6), модули обоих градиентов уменьшаются – фазовая поправка становится менее чувствительной к точности задания координат. Для оценки величин $|\nabla \cdot \Delta\phi'|$ и $|\nabla_{III} \cdot \Delta\phi'|$ рассмотрим пример: $\lambda = 0.03$ м, $x = 2$ м, $B = 0.5$ м, $y_{III} = 0.5$ м. Значения остальных координат равно нулю. Для заданных значений $|\nabla \cdot \Delta\phi'|$ и $|\nabla_{III} \cdot \Delta\phi'|$ не превышают 1 градуса на 1 сантиметр смещения.

Таким образом, можно сделать следующие выводы:

1. Предложены алгоритмы калибровки матричного имитатора, позволяющие оценить и компенсировать неидентичность комплексных коэффициентов передачи каналов матричного имитатора.

2. Получены аналитические соотношения, позволяющие оценить и компенсировать систематическую ошибку установки фаз, вызванную разносом фазовых центров измерительной антенны и антенны исследуемой РЛС. С их использованием оценена требуемая точность задания координат фазового центра антенны РЛС и излучателей матричного имитатора.

6.4. Выводы к разделу 6

1. Переход от малоточечной геометрической модели к матричному имитатору приводит к появлению ошибок моделирования угловых шумов, обусловленных неидентичностью его каналов передачи.

2. Предложена структура и обобщенная модель матричного имитатора, представляющая собой математическое описание прохождения сигналов от момента их формирования и до интерференции в фазовом центре антенны исследуемой РЛС.

3. На основе обобщенной модели показано, что аппаратная часть матричного имитатора, в силу неидентичности ее каналов, отклоняет параметры (соотношение амплитуд и разность фаз) излучаемых сигналов от задаваемых величин. Это приведет к отклонению параметров формируемых угловых шумов от требуемых значений.

4. Оценена допустимая величина неточности задания параметров сигналов, излучаемых матричным имитатором, обеспечивающая требуемую точность моделирования. Сформулированы требования к допустимой неидентичности каналов передачи матричного имитатора.

5. Предложены алгоритмы калибровки матричного имитатора, позволяющие оценить и компенсировать неидентичность его каналов.

6. С учетом полученных результатов матричный имитатор должен представлять собой аппаратно-программный комплекс, включающий в себя: имитатор эхосигналов, матричный излучатель и систему калибровки.

7. Практическое использование полученных результатов

Цель настоящего раздела: развить полученные теоретические результаты в направлении их практического использования для синтеза моделей конкретных радиолокационных объектов и матричных имитаторов на их основе.

Цель достигается путем решения следующих **задач**.

1. Разработать алгоритм синтеза малоточечной геометрической модели произвольного радиолокационного объекта.
2. Провести апробацию алгоритма и соотношений, полученных в разделах 2 – 5, путем их применения для синтеза моделей типовых радиолокационных объектов.
3. Рассмотреть технические решения по реализации матричных имитаторов распределенных радиолокационных объектов.

7.1. Алгоритм синтеза малоточечной геометрической модели произвольного радиолокационного объекта

Алгоритм синтеза малоточечной геометрической модели произвольного радиолокационного объекта можно представить в виде двухэтапной процедуры. На первом этапе синтезируется многоточечная модель замещаемого объекта. Эта модель может содержать большое количество точек (сотни и даже тысячи по каждой из угловых координат) и формирует отражения от замещаемого объекта с высокой точностью. На втором этапе на ее основе проводится синтез малоточечной модели (см. рис. 7.1).

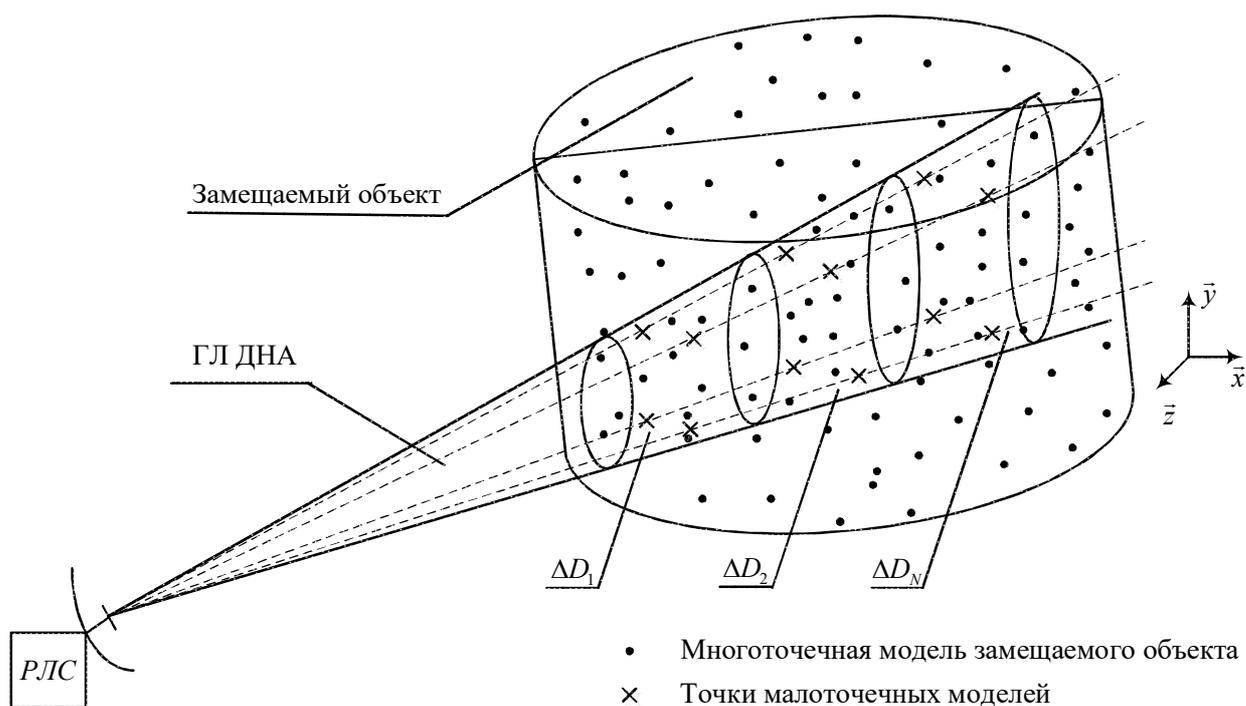


Рис. 7.1. Пример замещения радиолокационного объекта малоточечной моделью

Рассмотрим алгоритм синтеза малоточечной модели радиолокационного объекта подробнее.

Этап первый – синтез многоточечной модели объекта.

1. Задать функции определяющие распределение плотности авто- и взаимной корреляции квадратурных компонент эхосигналов по поверхности замещаемого объекта ($F_{R\infty}(x, y, z, \tau)$ и $F_{S\infty}(x, y, z, \tau)$). Задание координат отражающих точек производится в локальной декартовой системе координат. Заметим, что $F_{R\infty}(x, y, z, \tau)$ и $F_{S\infty}(x, y, z, \tau)$ могут быть заданы в виде аналитических функций. В этом случае количество точек многоточечной модели бесконечно.

2. С учетом взаимного расположения замещаемого объекта и РЛС разбить объект на фрагменты, соответствующие элементам разрешения РЛС (см. рис. 7.1). Отметим, что для каждого из элементов разрешения требуется синтезировать малоточечную модель.

3. Для каждого из элементов разрешения выполнить следующее.

- a. Определить проекции точек многоточечной модели на угловые координаты азимут и угол места. В результате будут получены функции $F_{R\infty}^{\alpha}(n, \alpha, \tau)$, $F_{S\infty}^{\alpha}(n, \alpha, \tau)$ и $F_{R\infty}^{\theta}(n, \theta, \tau)$, $F_{S\infty}^{\theta}(n, \theta, \tau)$, где верхний индекс указывает угловую координату, на которую осуществлялось проецирование функций $F_{R\infty}(x, y, z, \tau)$ или $F_{S\infty}(x, y, z, \tau)$; n - номер элемента разрешения.
- b. Провести нормировку угловых координат точек-проекций на величину ширины диаграммы направленности по уровню -3 дБ в соответствующей плоскости. Нормировку выполнять по выражениям: $\alpha_{Hi} = \frac{\alpha_i - \alpha_0}{\Delta\alpha}$ для азимута и $\theta_{Hi} = \frac{\theta_i - \theta_0}{\Delta\theta}$ для угла места. В выражениях использованы обозначения: i - порядковый номер точки; α_i , θ_i - углы визирования i -той точки; $\Delta\alpha$, $\Delta\theta$ - ширина диаграммы направленности в плоскости азимута и угла места соответственно; α_0 , θ_0 - направление главного луча диаграммы направленности.
- c. Для каждой из угловых координат на основе, полученных путем проецирования, пар функций $F_{R\infty}^{\alpha}(n, \alpha, \tau)$, $F_{S\infty}^{\alpha}(n, \alpha, \tau)$ и $F_{R\infty}^{\theta}(n, \theta, \tau)$, $F_{S\infty}^{\theta}(n, \theta, \tau)$ определить параметры ПРВ угловых шумов замещаемого объекта $(m_{\alpha n}, \mu_{\alpha n})$ и $(m_{\theta n}, \mu_{\theta n})$ по соотношениям (2.12) и (2.13).
- d. Для каждой из угловых координат проверить допустимо ли разделимость пространственной и временной переменных в функциях $F_{R\infty}^{\alpha}(n, \alpha, \tau)$, $F_{S\infty}^{\alpha}(n, \alpha, \tau)$ и $F_{R\infty}^{\theta}(n, \theta, \tau)$, $F_{S\infty}^{\theta}(n, \theta, \tau)$.

Этап второй – переход к малоточечной модели.

4. Выбрать конфигурацию точек малоточечной модели. При этом необходимо руководствоваться следующим.

а. Выбрать семейство геометрических моделей: некогерентные или частично когерентные. Точки модели должны быть неподвижны и их положение должно обеспечивать возможность моделирования угловых шумов с заданными параметрами для каждого из элементов разрешения по дальности. С учетом этого ограничения возможность раздельного управления параметрами формируемых моделью угловых шумов по двум взаимно ортогональным направлениям и в пределах каждого из направлений возможна только при использовании девятиточечной некогерентной или четырехточечной частично когерентной моделей. Таким образом, выбор семейства геометрических моделей определяет количество излучающих точек.

б. Определить координаты излучающих точек. Угловой размер модели должен соответствовать ширине диаграммы направленности в соответствующей плоскости. Тогда нормированные координаты точек можно определить следующим образом.

і. Для некогерентной модели точки можно разделить на две группы. Лежащие в вершинах четырехугольника и лежащие внутри четырехугольника (см. рис. 4.11). Нормированные координаты точек, расположенных в вершинах четырехугольника (нумерация совпадает с рис. 4.11): $(\alpha_1; \theta_1) = (1; 1)$; $(\alpha_3; \theta_3) = (-1; 1)$; $(\alpha_7; \theta_7) = (1; -1)$; $(\alpha_9; \theta_9) = (-1; -1)$. Координаты точек, расположенных внутри четырехугольника, выбираются таким образом, чтобы для всех элементов разрешения по дальности

выполнялись неравенства (4.14). Если не удастся расположить излучающие точки таким образом, чтобы (4.14) выполнялось для всех элементов разрешения, необходимо вернуться к пункту 4.а алгоритма и выбрать частично когерентную геометрическую модель.

- ii. Для частично когерентной модели точки лежат в вершинах квадрата и их нормированные координаты равны (нумерация совпадает с рис. 4.7): $(\alpha_1; \theta_1) = (1; 1)$; $(\alpha_2; \theta_2) = (-1; 1)$; $(\alpha_3; \theta_3) = (1; -1)$; $(\alpha_4; \theta_4) = (-1; -1)$.

5. Для каждого элемента разрешения по дальности по рассчитанным парам $(m_{\alpha n}, \mu_{\alpha n})$ и $(m_{\theta n}, \mu_{\theta n})$ определить параметры излучаемых сигналов. К ним относятся мощности сигналов и коэффициенты их взаимной корреляции.

- а. Для некогерентных моделей мощности сигналов девятиточечной модели определяются по выражениям (4.19) с использованием (4.17) для одной угловой координаты и (4.18) для другой. Коэффициенты взаимной корреляции всех излучаемых сигналов равны нулю.
- б. Для частично когерентных моделей необходимо сначала определить коэффициент взаимной корреляции и отношение мощностей излучаемых сигналов для каждой из угловых координат по выражениям (5.4) - (5.6). Затем, полученные значения подставить в (5.13) для расчета мощностей излучаемых сигналов.

6. Определить спектрально-корреляционные свойства излучаемых сигналов.

- а. Для объектов не допускающих разделение пространственной и временной переменных в функциях $F_{R\infty}^\alpha(\alpha, \tau)$, $F_{S\infty}^\alpha(\alpha, \tau)$ и

$F_{R\infty}^\theta(\theta, \tau)$, $F_{S\infty}^\theta(\theta, \tau)$ спектрально-корреляционные свойства определять:

- i. При использовании некогерентных моделей по (3.3).
 - ii. При использовании частично когерентных моделей по (3.12).
- б. Для объектов допускающих разделение пространственной и временной переменных в функциях $F_{R\infty}^\alpha(\alpha, \tau)$, $F_{S\infty}^\alpha(\alpha, \tau)$ и $F_{R\infty}^\theta(\theta, \tau)$, $F_{S\infty}^\theta(\theta, \tau)$ возможно определение спектрально корреляционных свойств по упрощенным выражениям:
- i. При использовании некогерентных моделей по (3.1).
 - ii. При использовании частично когерентных моделей по (3.10).

Выполнение предложенного алгоритма позволит синтезировать геометрическую модель произвольного радиолокационного объекта. Число точек синтезированной модели равно девяти при использовании некогерентных моделей или четырем при использовании частично когерентных моделей. Для модели будут определено:

1. количество и расположение излучающих точек;
2. параметры излучаемых сигналов (мощности, коэффициенты взаимной корреляции, а также их спектрально-корреляционные свойства);

Эти сигналы являются нормальными случайными процессами с заданными мощностями, взаимными корреляционными связями, а также спектральными свойствами.

Отметим, что для объектов, распределенных по одной угловой координате возможно использование моделей, содержащих меньшее количество точек. В этом случае для некогерентных моделей количество точек равно трем, для частично когерентных – двум. Для таких моделей пункты 3 – 6 алгоритма следует выполнять лишь для одного углового направления.

На основе предложенного алгоритма приведем примеры синтеза малоточечных геометрических моделей двух типовых радиолокационных объектов: подстилающей поверхности и самолета.

7.2. Моделирование отражений от поверхностно-распределенных объектов на примере фрагмента подстилающей поверхности

Рассмотрим моделирование подстилающей поверхности для бортовой РЛС, обеспечивающей режим маловысотного полета (МВП) [189]. В режиме МВП на основе сведений о рельефе подстилающей поверхности, сформированных РЛС, вырабатываются указания по безопасному маневрированию самолета. Выделяют следующие режимы МВП [33,190,191]:

1. Облет препятствий с маневрированием в вертикальной плоскости;
2. Обход препятствий с маневрированием в горизонтальной плоскости;
3. Облет и обход препятствий с маневрированием в двух плоскостях.

В первых двух режимах осуществляется сканирование диаграммой направленности лишь в одной плоскости (угломестной для облета и азимутальной для обхода) [33,65,190]. При реализации облета и обхода для построения сечений рельефа поверхности требуется сканирование диаграммой направленности в двух плоскостях [33,65,190]. Ограничимся режимом облета препятствия.

В режиме МВП отдельно для каждой из плоскостей применяют метод амплитудной моноимпульсной пеленгации. В пределах ширины главного лепестка диаграммы направленности антенны (ГЛ ДНА) этот метод обеспечивает однозначную взаимосвязь реальной части комплексного отношения сигналов разностного ($\dot{U}_\Delta(\gamma)$) и суммарного ($\dot{U}_\Sigma(\gamma)$) каналов с отклонением линии визирования от равносигнального направления (γ) [33,190,191]:

$$F(\gamma) = \operatorname{Re} \left(\frac{\dot{U}_\Delta(\gamma)}{\dot{U}_\Sigma(\gamma)} \right).$$

Часто $F(\gamma)$ называют пеленгационным соотношением. Зная пеленгационное соотношение, вычисляют направление прихода электромагнитной волны, отраженной от объекта. Зависимость направления прихода от дальности используется для формирования оценки рельефа. Схематично ее формирование исходя из положения носителя и облучаемой поверхности для случая облета препятствия показана на рис. 7.2.

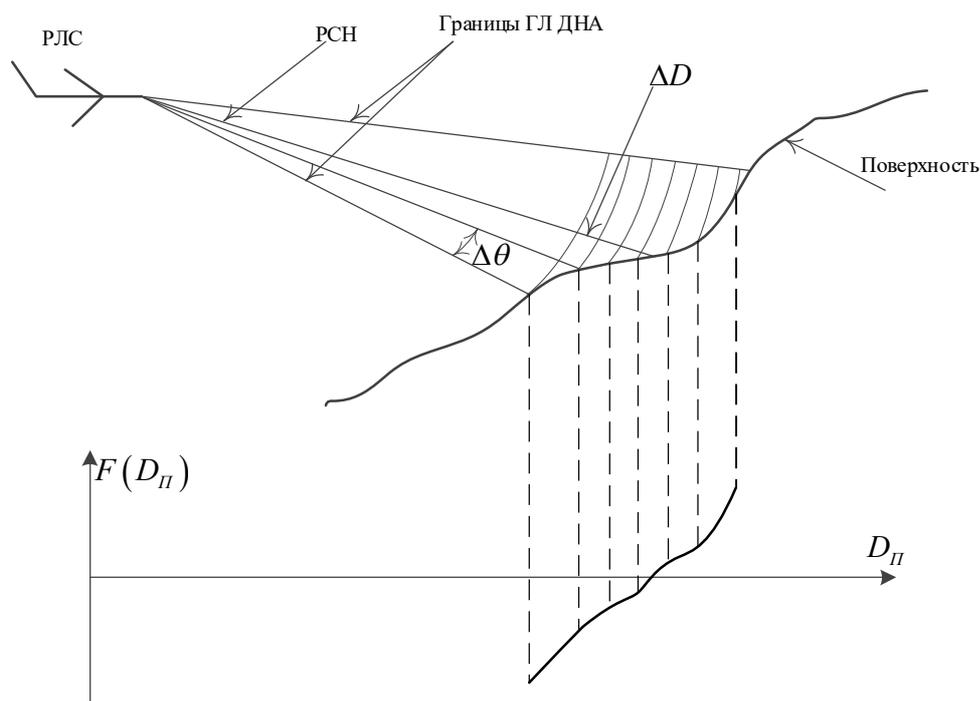


Рис. 7.2. Формирование пеленгационного соотношения при облете препятствия

На рис. 7.2. введены следующие обозначения: РСН – равносигнальное направление; ΔD - размер элемента разрешения по дальности; $\Delta\theta$ - угловой размер площадки поверхности, формирующей отражения в элементе разрешения по дальности; D_{Π} - путевая дальность.

Из рис. 7.2. видно, что каждый из элементов разрешения имеет свое угловое положение и угловые размеры, что с точки зрения угловых шумов, приведет к соответствующим математическим ожиданиям и параметрам μ ПРВ.

Рассмотрим алгоритм формирования малоточечной геометрической модели на примере режима МВП с облетом препятствия. Можно выделить следующие основные этапы:

1. Задать рельеф местности.
2. Для текущих координат носителя и направления визирования ДНА определить зависимость $\theta(D)$.
3. Для каждого элемента разрешения по дальности с учетом выбранной конфигурации излучателей и модели, определить параметры сигналов, подводимых к излучателям матричного имитатора.

Рассмотрим эти этапы подробнее.

Задание рельефа местности.

Используем земную горизонтированную систему координат [192,193]. Ось X системы координат направлена на север, Y – вверх, Z – дополняет систему до правой. Для задания профиля рельефа можно использовать кусочно-линейную аппроксимацию [113,115,194,195]. В этом случае задаются координаты узловых точек ломаной линии, аппроксимирующей рельеф (x_i, y_i, z_i) , где i - порядковый номер узловой точки. По координате z рельеф представляет собой плоскость. В этой же системе координат задается местоположение носителя (x_H, y_H, z_H) и вектор его направления движения (v_x, v_y, v_z) .

Расчет угловых координат и размеров элементов рельефа.

Для текущего направления визирования ДНА определим сечение рельефа. Перейдем в связанную систему координат (ССК) с началом отсчета, совмещенным с фазовым центром антенны РЛС [182]:

$$X_i = \frac{x_i - x_H}{\cos(\alpha_A)}; \quad Y_i = y_i - y_H; \quad Z_i = z_i - z_H.$$

Определим полярные координаты всех узловых точек рельефа в ССК. Угол θ ССК отсчитывается от горизонта, направление положительных углов – вверх:

$$D_i = \sqrt{X_i^2 + Y_i^2 + Z_i^2}; \quad \Theta_i = \arctg\left(\frac{X_i}{Y_i}\right).$$

Координата α_i узловых точек рельефа в дальнейших вычислениях не используется и для сокращения объема вычислений не рассчитывается.

Запишем уравнения всех прямых, на которых лежат отрезки, аппроксимирующие рельеф, в полярной ССК. Для этого необходимо определить полярное расстояние и полярный угол прямых.

Полярное расстояние:

$$P_i = \frac{|C_i|}{\sqrt{A_i^2 + B_i^2}}.$$

Полярный угол:

$$\phi_i = \mp \arccos\left(\frac{A_i}{\sqrt{A_i^2 + B_i^2}}\right),$$

где: верхний знак выбирается при $C > 0$; $A_i = Y_{i+1} - Y_i$; $B_i = X_i - X_{i+1}$; $C_i = X_i \cdot Y_{i+1} - X_{i+1} \cdot Y_i$.

Так как моделирование ведется только для фрагмента поверхности, попавшего в главный лепесток диаграммы направленности антенны, определяем номер отрезка (N), аппроксимирующего рельеф, в пределы которого попадает нижняя граница главного лепестка: $\Theta_N \leq \theta_A - \frac{\Delta\theta}{2} < \Theta_{N+1}$,

где $\Delta\theta$ - ширина ДНА в угломестной плоскости.

Для нижней границы ГЛ ДНА можно определить дальность до поверхности, как точку пересечения прямой:

$$D_0 = \frac{P_N}{\cos\left(\theta_A - \frac{\Delta\theta}{2} - \phi_N\right)}.$$

Полученное значение является минимальной (начальной) дальностью, с которой приходят отражения к РЛС. Увеличивая дальность начиная с этого значения, можно получить зависимость угла визирования элемента разрешения от дальности:

$$\theta(D) = \arccos\left(\frac{P_N}{D}\right) + \phi_N.$$

Очевидно, что при переходе величины $\theta(D)$ через узловую точку (Θ_N), необходимо инкрементировать индекс используемого отрезка рельефа N . Расчет $\theta(D)$ имеет смысл проводить лишь в пределах заданной аппроксимации рельефа и следа ГЛ ДНА на этой аппроксимации.

Таким образом, для каждого из элементов разрешения по дальности в пределах ГЛ ДНА получили его угловое положение по углу места. Азимутальные координаты всех элементов разрешения равны направлению визирования ДНА.

Синтез геометрических моделей фрагментов рельефа.

Для синтеза геометрической модели, рассчитанные угловые координаты элементов разрешения необходимо нормировать к размерам излучающей части матричного имитатора. Эта величина будет являться математическим ожиданием ПРВ угловых шумов для рассматриваемого элемента разрешения:

$$m_n = \frac{\theta(D_0 + n \cdot \Delta D)}{\theta_M},$$

где n - номер элемента разрешения по дальности; θ_M - угловой размер излучающей части матричного имитатора.

Угловой размер каждого из элементов разрешения по дальности:

$$\Delta m_n = m_{n+1} - m_n.$$

В [23] приведены соотношения, связывающие параметр μ ПРВ угловых шумов и СКО пеленга (угловой размер площадки):

$$\sigma_{\Delta\theta} = \frac{1}{k} \sqrt{\ln(2.09 \cdot k) - 0.7},$$

где $k = \frac{2 \cdot \mu}{\alpha_0}$; θ_0 - ширина диаграммы направленности; $\sigma_{\Delta\theta}$ - СКО пеленга.

Синтез модели, т. е. определение параметров излучаемых сигналов проводится для каждого элемента разрешения по дальности. Моделирование угловых шумов возможно как с применением некогерентных моделей, так и частично когерентными.

При использовании некогерентных моделей выберем девятиточечную геометрическую модель, позволяющую отдельно управлять параметрами ПРВ угловых шумов как по двум взаимно ортогональным направлениям, так и в пределах каждого из направлений. Для ее синтеза необходимо пользоваться соотношениями (4.17) и (4.19).

При использовании частично когерентной модели выберем четырехточечную модель. Ее синтез проводится по (5.4) - (5.6) для определения коэффициентов взаимной корреляции излучаемых сигналов по каждому из направлений и по (5.13) для определения мощностей излучаемых сигналов.

Остается открытым вопрос заданию спектрально-корреляционных свойств угловых шумов. Выражения, определяющие авто- и взаимные корреляционные функции сигналов, излучаемых моделью, получены в разделе 3. С учетом малых размеров элемента разрешения (10 – 20 метров по дальности и 1 – 2 градуса по азимуту [1,33,153,191]), применяемых в режимах МВП, в [61] показано, что подстилающая поверхность может обладать свойством делимости пространственной и временной переменных в функциях F_R и F_S , определяющих ее отражающие свойства по координате угол места. Тогда спектральная плотность мощности доплеровских флуктуаций эхосигнала будет повторять по форме азимутальное сечение

диаграммы направленности по мощности на излучение антенны РЛС. Ширину доплеровского спектра можно определить известным по соотношениям, например из [33,36,196–198].

Задав спектральные плотности мощности эхосигнала определим собственную и взаимную спектральную плотность мощности квадратурных составляющих излучаемых сигналов для некогерентных моделей по (3.5) и по (3.14) для частично когерентных.

7.3. Моделирование отражений от воздушных целей на примере самолета В-52

Рассмотрим процедуру двухэтапного синтеза модели на примере самолета В-52. Отметим, что подобный синтез может быть осуществлен для любого радиолокационного объекта. Модель самолета В-52, составленная из простейших компонентов, представлена на рис. 7.3 [108].

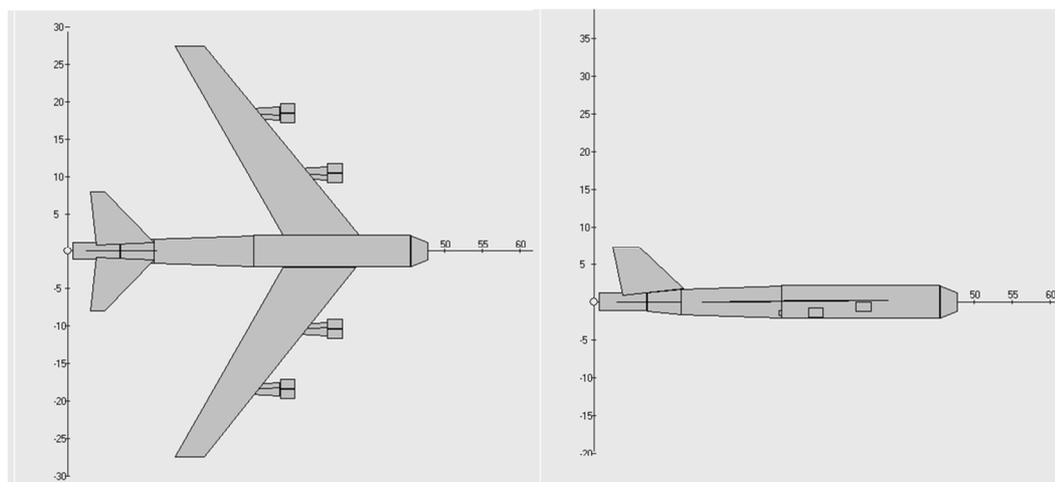


Рис. 7.3. Модель самолета В-52 в виде простейших компонентов [108]

Распределение отражающих элементов, соответствующих рассматриваемой модели представлено на рис. 7.4 [108]. По сути, оно определяет пространственное распределение точек многоточечной модели замещаемого объекта. Модель состоит из 15 точек для каждого из крыльев самолета, 12 – для фюзеляжа, 14 – для хвостового оперения. Общее количество точек составляет 56. Это хорошо согласуется с результатами, полученными

другими авторами. Например, в [117] предлагается использовать 54 излучающие точки для самолета SNB, в [199] – 42 для самолета B-2.

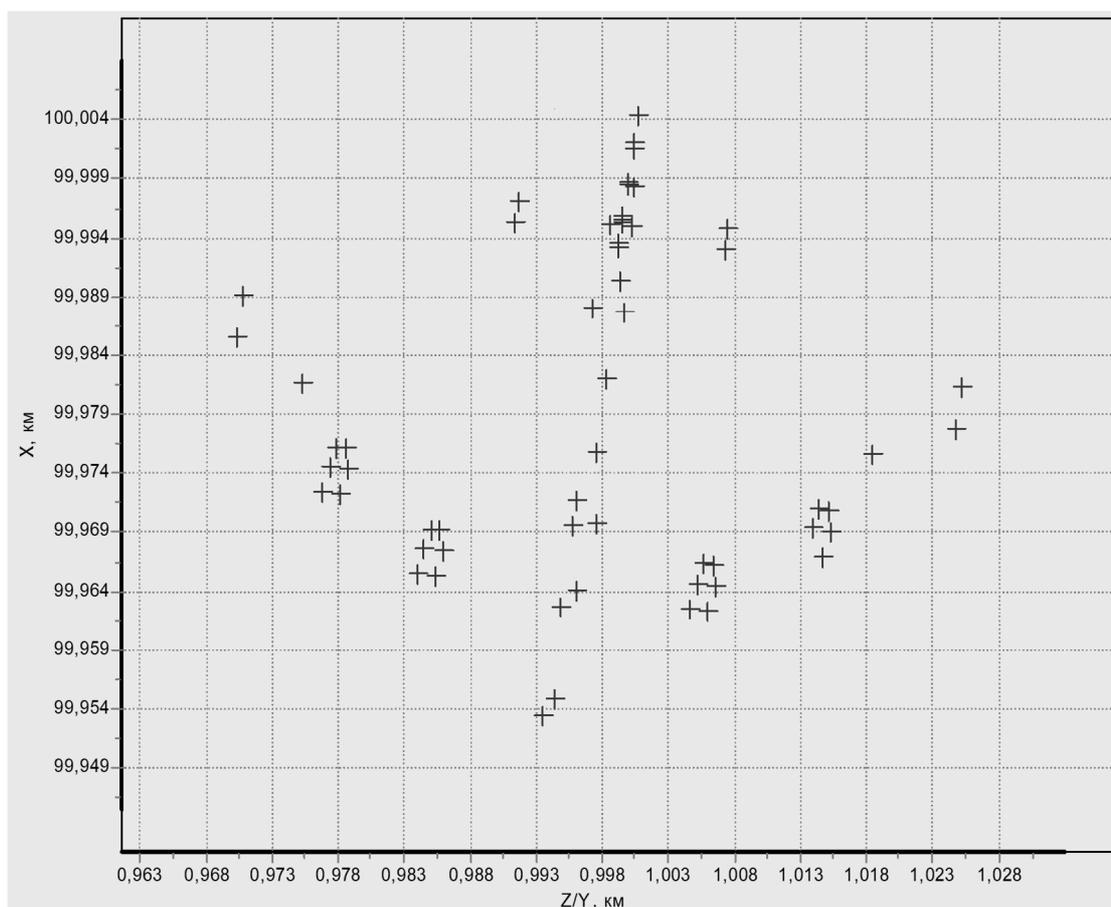


Рис. 7.4. Распределение отражающих элементов самолета B-52 [108]

Координаты точек (в метрах) приведены в таблице 7.1, синтезированная модель на рисунке 7.5. Начало используемой декартовой системы координат располагается в хвосте. В силу отсутствия в свободном доступе сведений о величине коэффициентов отражения от каждой из блестящих точек объекта, при синтезе его модели интенсивность отражения от них полагаем одинаковой. Доплеровские частоты от всех точек определялись исходя из ракурса наблюдения каждой точки и параметров ее движения.

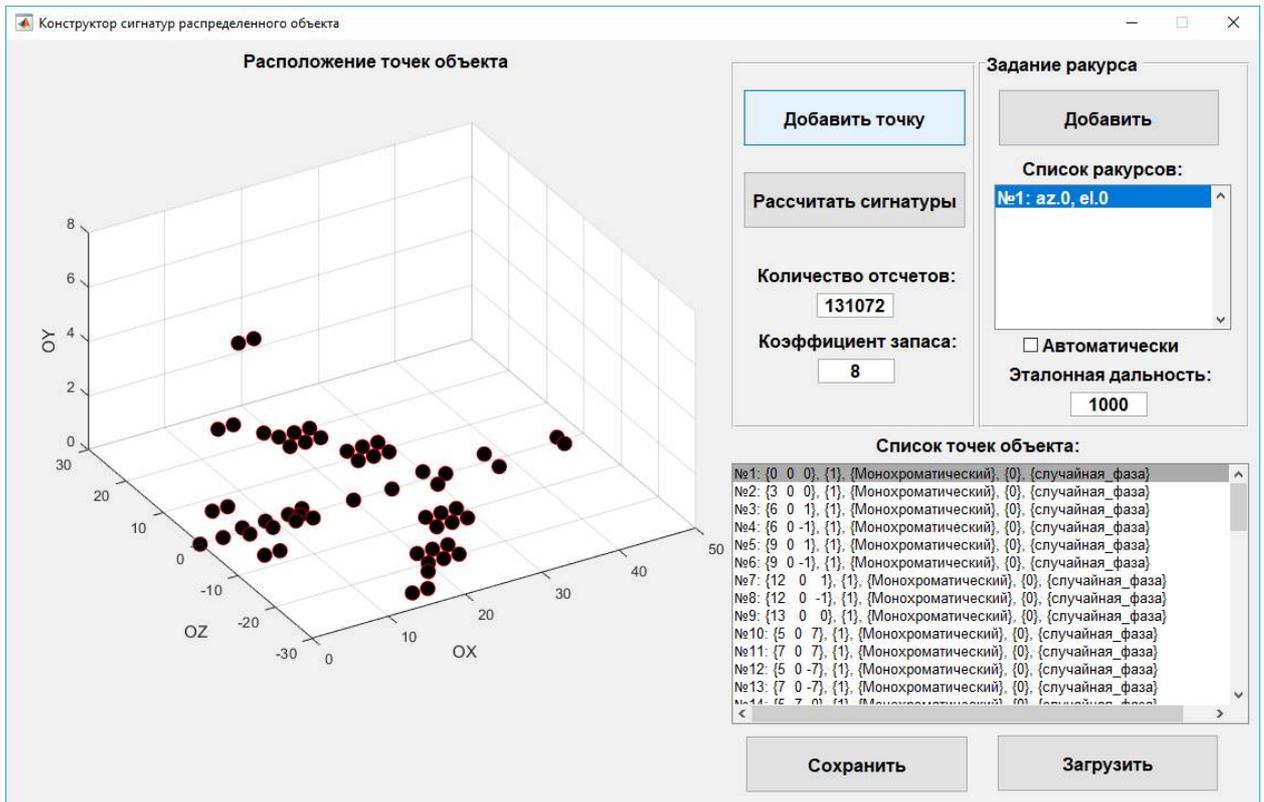


Рис. 7.5. Синтезированная многоточечная модель самолета В-52

При моделировании предполагалось, что каждая из точек многоточечной модели отражает монохроматическую электромагнитную волну со случайной начальной фазой. Частота колебаний определяется проекцией векторов скорости носителя и замещаемого объекта на направление визирования точки:

$$fd_i = \frac{v_x \cdot x_i + v_y \cdot y_i + v_z \cdot z_i}{D_i} \cdot \frac{2}{\lambda},$$

где v_x , v_y и v_z - проекции скорости сближения объекта и носителя РЛС на соответствующие координатные оси; $(x_i; y_i; z_i)$ - декартовы координаты i -той блестящей точки объекта в связанной системе координат с началом в носителе РЛС; D_i - дальность от РЛС до i -той блестящей точки объекта; λ - длина волны зондирующего сигнала.

Моделирование отражений осуществлялось только для планерной компоненты.

Заданные координаты блестящих точек самолета В-52, а также спектральные свойства, определяют функции $F_{R\infty}(x, y, z, \tau)$ и $F_{S\infty}(x, y, z, \tau)$ замещаемого объекта.

Таблица 7.1.

Координаты точек модели

X	Y	Z	X	Y	Z	X	Y	Z	X	Y	Z
0	0	0	7	7	0	17	0	26	22	0	-17
3	0	0	14	0	1,5	17	0	-26	24	0	-17
6	0	1	14	0	-1,5	19	0	22	25	0	12
6	0	-1	20	0	0	19	0	-22	27	0	12
9	0	1	25	0	0	20	0	20	29	0	12
9	0	-1	30	0	2	20	0	-20	25	0	9
12	0	1	30	0	-2	22	0	20	27	0	9
12	0	-1	32	0	0	24	0	20	29	0	9
13	0	0	38	0	2	20	0	17	25	0	-12
5	0	7	38	0	-2	22	0	17	27	0	-12
7	0	7	47	0	1	24	0	17	29	0	-12
5	0	-7	47	0	-1	22	0	-20	25	0	-9
7	0	-7	15	0	26	24	0	-20	27	0	-9
5	7	0	15	0	-26	20	0	-17	29	0	-9

Синтезируем малоточечную геометрическую модель. С целью использования минимального количества точек используем частично когерентную четырехточечную модель. Для определенности положим, что ее угловой размер составляет 2 градуса по каждой из координат. Коэффициенты взаимной корреляции сигналов, излучаемых моделью, определим по (5.7) для двух взаимно ортогональных направлений обобщенных угловых координат (азимут и угол места). Мощности излучаемых сигналов определим по (5.14).

Так как блестящие точки замещаемого объекта отражают эхосигнал с различными доплеровскими частотами, замещаемый объект не обладает свойством делимости пространственной и временной переменной в функциях $F_{R\infty}(x, y, z, \tau)$ и $F_{S\infty}(x, y, z, \tau)$. Тогда, определим коэффициенты авто- и взаимной корреляции квадратурных компонент сигналов, излучаемых из всех точек замещающей его модели, по (3.13).

Таким образом получили частично когерентную геометрическую модель, состоящую из четырех точек. Определены мощности излучаемых сигналов, коэффициенты их взаимной корреляции, а также спектральные свойства. Сигналы представляют собой коррелированные узкополосные нормальные случайные процессы.

Проверка адекватности полученной модели осуществлялась методом численного моделирования [140]. Положим, что носитель РЛС и замещаемый объект движутся на встречу друг другу каждый со скоростью 200 м/с. Длина волны РЛС равна 0.03 м. Рассмотрены дальности до замещаемого объекта 10000, 1000 и 500 метров. Для указанных условий определялись статистические характеристики угловых шумов (ПРВ и корреляционная функция) для многоточечной и четырехточечной моделей В-52.

Параметры ПРВ, полученные расчетом по (2.15) и (2.16) и в результате моделирования с использованием многоточечной и малоточечной моделей объекта приведены в таблице 7.2. Корреляционные функции угловых шумов для рассматриваемых дальностей до объекта на рисунках 7.6 – 7.8. На рисунках сплошной линией показаны корреляционные функции угловых шумов в азимутальной плоскости, пунктиром – в плоскости угла места. Корреляционные функции, полученные для модели, составленной из 56 точек и частично когерентной четырехточечной модели, совпадают во всех случаях для обеих рассматриваемых угловых координат.

Параметры ПРВ угловых шумов самолета В-52 при носовом ракурсе
наблюдения

D_0 , м	Теоретический расчет				Многоточечная модель				Малоточечная модель			
	m_α	μ_α	m_θ	μ_θ	m_α	μ_α	m_θ	μ_θ	m_α	μ_α	m_θ	μ_θ
500	0	0.7	0.028	6.7	0	0.71	0.03	6.9	0	0.69	0.031	6.95
1000	0	1.37	0.014	13.5	0	1.38	0.012	12.5	0	1.35	0.012	14.1
5000	0	6.7	0.0029	67	0	6.9	0	61	0	6.85	0	63

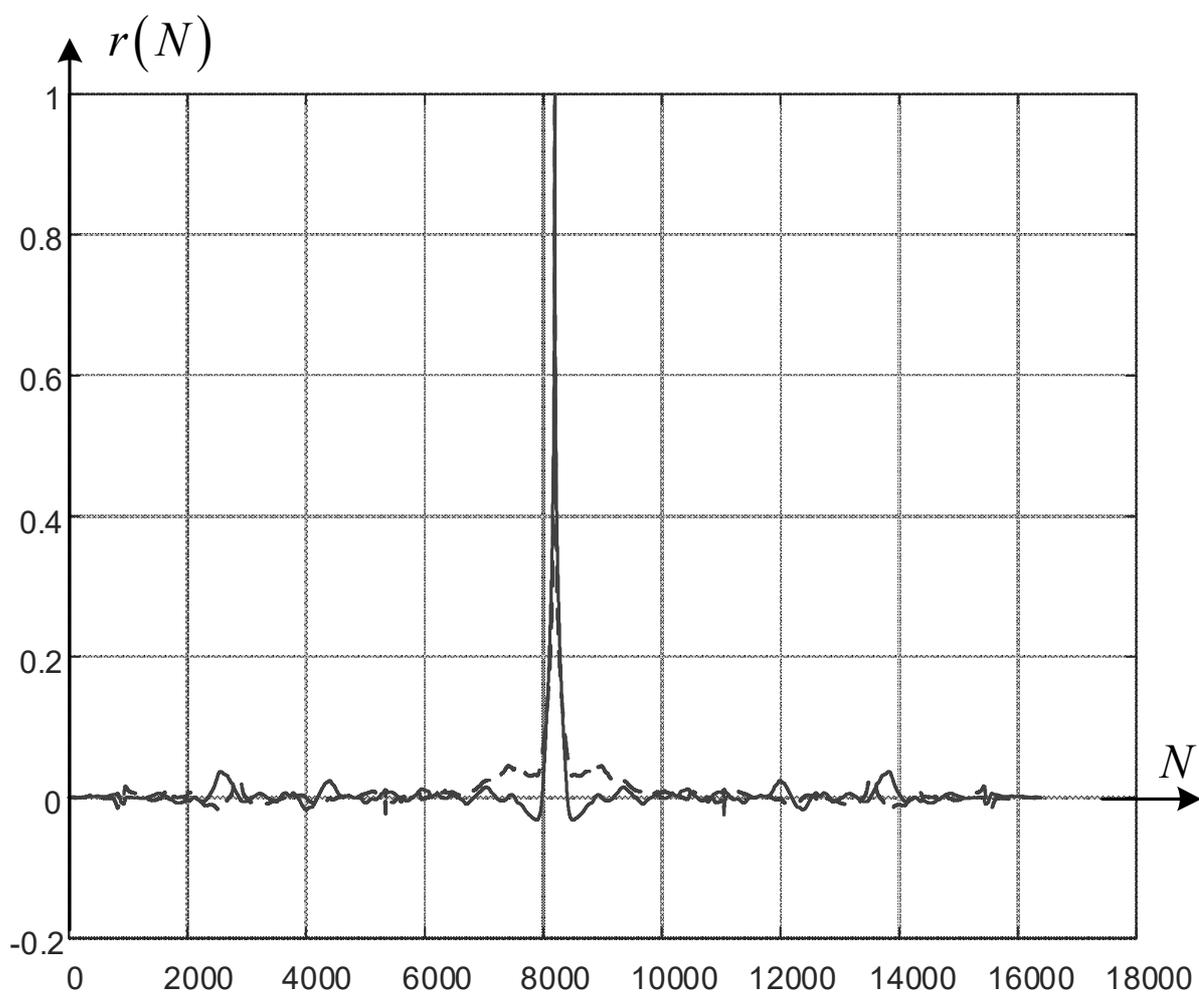


Рис. 7.6. Корреляционная функция угловых шумов самолета В-52 при
носовом ракурсе наблюдения. Дальность 5000 м

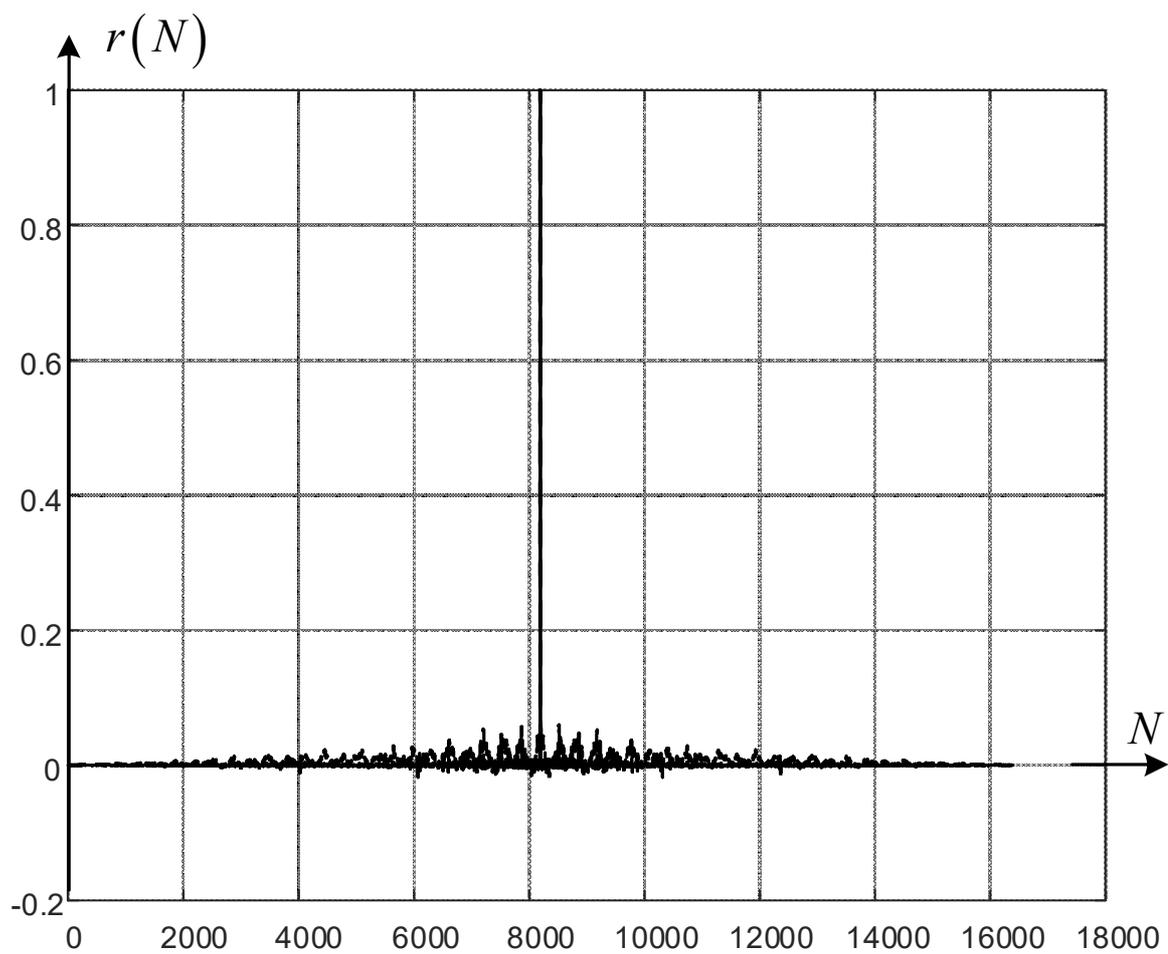


Рис. 7.7. Корреляционная функция угловых шумов самолета В-52 при носовом ракурсе наблюдения. Дальность 1000 м

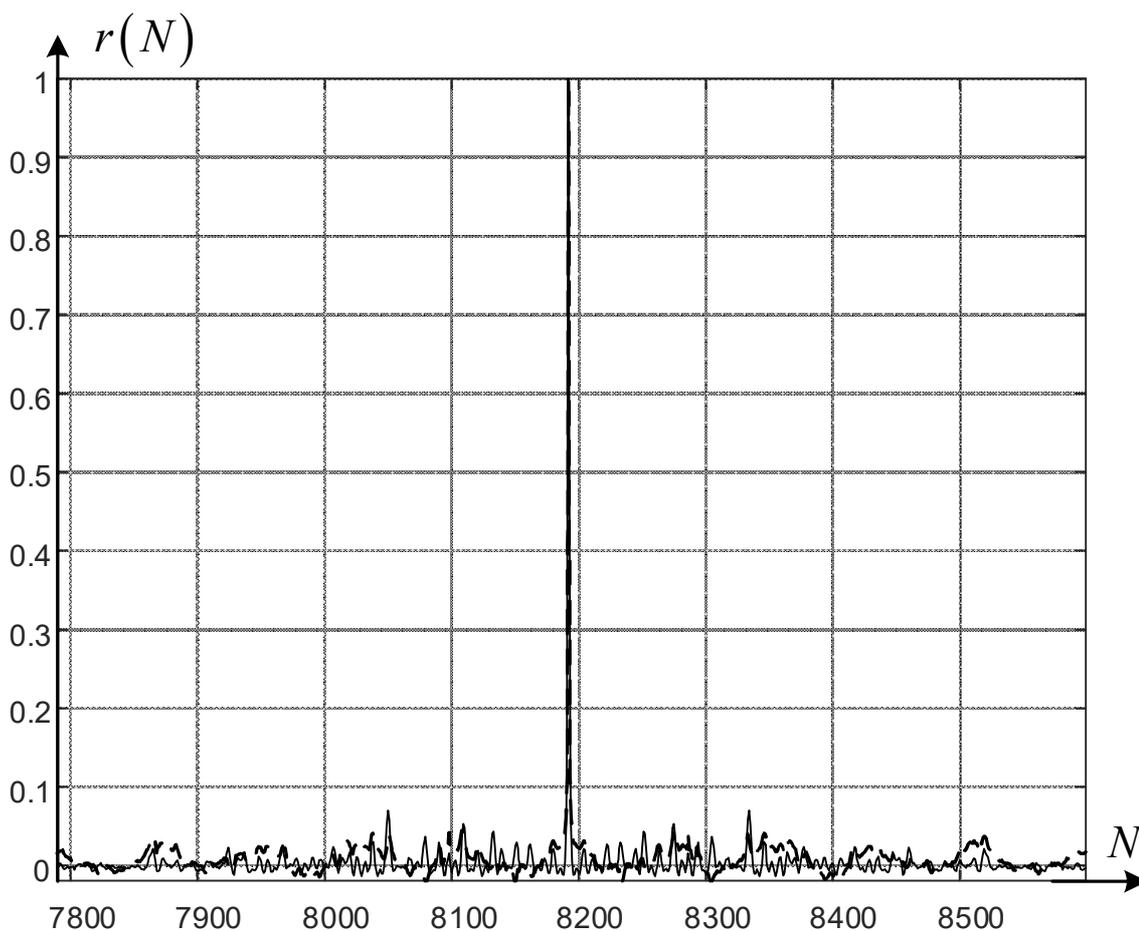


Рис. 7.8. Корреляционная функция угловых шумов самолета В-52 при носовом ракурсе наблюдения. Дальность 500 м

Таким образом, четырехточечная частично когерентная геометрическая модель, синтезированная предложенными в разделах 3 и 5 методами, адекватно замещает угловые шумы многоточечного радиолокационного объекта по критерию равенства корреляционных функций угловых шумов и их ПРВ. Использование четырехточечной частично когерентной геометрической модели позволило сократить количество точек, используемых при описании замещаемого объекта в 14 раз.

7.4. Вопросы практической реализации матричных имитаторов

Рассмотрим вопросы, связанные с практической реализацией аппаратных и программных средств матричных имитаторов.

7.4.1. Аппаратное обеспечение

В рамках хозяйственных работ, проводимых параллельно с настоящими исследованиями, было разработано, изготовлено и поставлено заказчикам пять матричных имитаторов эхосигналов и помех от распределенных радиолокационных объектов:

- два имитатора отражений от поверхности земли, обеспечивающие моделирование объектов, распределенных в вертикальной плоскости (т. е. по углу места). Указанные имитаторы имеют шифры разработчика «ИРИС-083» и «ИРИС-085» и представлены на рисунке 7.9;

- имитатор стенда, предназначенного для экспериментальной проверки получаемых теоретических результатов и отработки программного обеспечения матричного имитатора (рис. 7.10) [200];

- два идентичных универсальных имитатора (шифры разработчика «ИРИС-131-2» и «ИРИС-131-3», рисунок 7.11).

Наибольший интерес представляют универсальные имитаторы. Оба обеспечивают двумерное моделирование и предназначены для имитации следующей номенклатуры объектов бортовым авиационным РЛС.

1. Эхосигналов от перемещающихся по углам точечных целей и постановщиков одиночных и комбинированных помех.
2. Эхосигналов, формируемых целью и вынесенным по угловым координатам постановщиком помех.
3. Эхосигналов от групповой цели.
4. Одиночной или групповой цели в ближнем бою.
5. Антипода.
6. Эхосигналов от поверхности земли.
7. Эхосигналов в режиме МЕТЕО.
8. Эхосигналов от поверхности земли в режиме МВП.

Краткий обзор заложенных в эти имитаторы технических решений и составляют основу настоящего подраздела. По сути, они раскрывают пути применения теоретических результатов данной работы.



Рис. 7.9. Матричный излучатель ИРИС-084

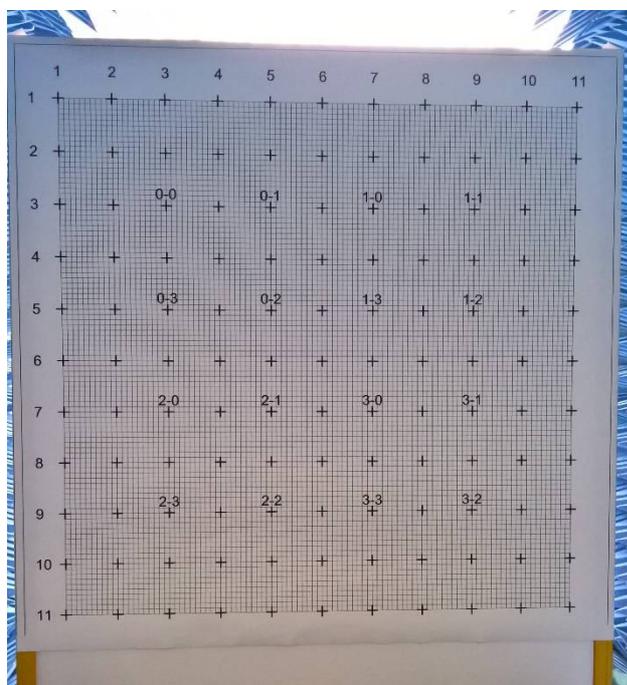


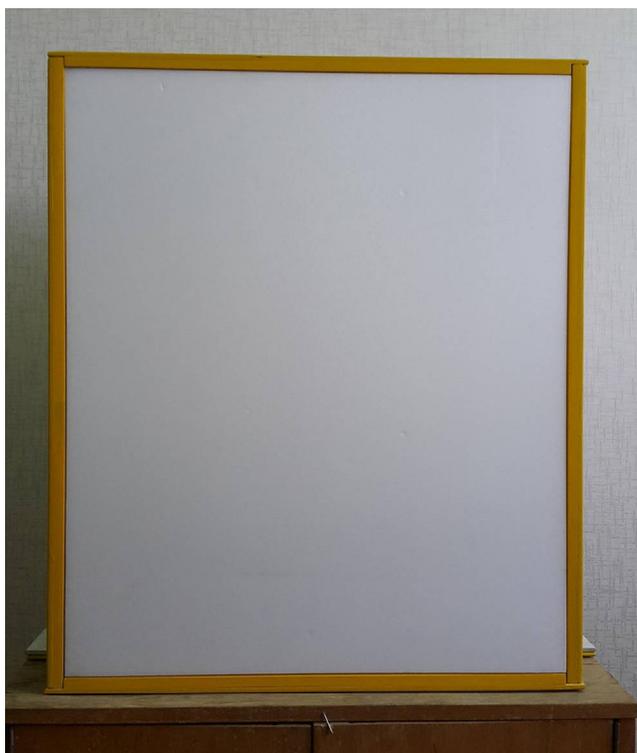
Рис. 7.10. Матричный излучатель стенда



а)



б)



в)

Рис. 7.11. Внешний вид матричного излучателя ИРИС-131-2 в сборе. а) – вид справа; б) – вид слева; в) – вид спереди.

1. Матричный излучатель

Как уже отмечалось (см. подраздел 6.1 и рисунок 6.1), матричный имитатор представляет собой комплекс, включающий в себя следующие основные элементы.

1. Имитатор сигналов и помех, осуществляющий формирование сигналов, подводимых к матричному излучателю.
2. Матричный излучатель, обеспечивающий преобразование сформированных сигналов в электромагнитные волны.
3. Средства калибровки, обеспечивающие идентичность комплексных коэффициентов передачи каналов матричного излучателя.
4. Специализированное программное обеспечение, осуществляющее управление матричным имитатором, расчет комплексных огибающих сигналов и помех и т. д.

Ключевым моментом при построении комплекса является выбор малоточечной модели или ассортимента моделей замещаемого объекта. Они определяют количество одновременно излучающих антенн матричного излучателя, их пространственное положение, количество каналов имитатора сигналов и их характеристики, алгоритмы формирования сигналов и соответствующее им программное обеспечение. При этом комплекс в целом должен удовлетворять следующим очевидным требованиям.

1. Обеспечить реализацию конфигурации и расположения неподвижных излучателей, соответствующей модели замещаемого объекта.
2. Обеспечить перемещение замещаемого объекта по угловым координатам в пределах заданной области.
3. Обеспечить изменение угловых размеров объекта по двум взаимно ортогональным направлениям.

При этом имеют место ограничения. С одной стороны, разнос излучателей не должен превышать размеров элемента разрешения РЛС по угловым координатам (излучатели должны быть неразрешимы) [201]. С другой стороны, излучатели не следует располагаться слишком близко. Иначе

они, как и всякие антенны, начнут оказывать влияние друг на друга. Перестанут быть независимыми.

В качестве универсальной структуры в рассматриваемых имитаторах было использовано расположение излучателей в узлах прямоугольной сетки, угловые размеры которой обеспечивали перекрытие заданной области с размерами $\Delta\alpha_{\max}$ по координате азимут и $\Delta\theta_{\max}$ по координате угол места (рис. 7.12). На рис. 7.12 излучатели обозначены кружками. При этом на излучение одновременно работает только четыре из них, образующих прямоугольник на который в данный момент направлен луч антенны РЛС (например, на рисунке 7.12 он выделен жирным).

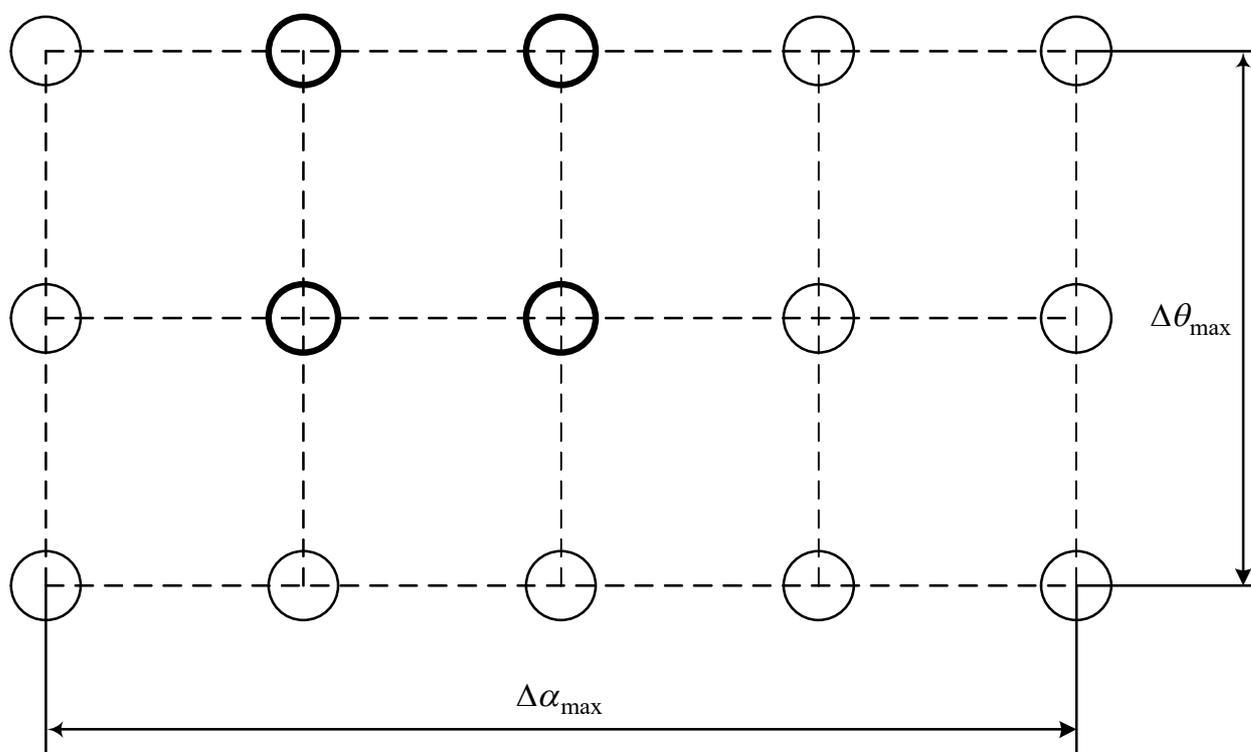


Рис. 7.12. Фрагмент конфигурации излучателей матричного имитатора

Выбор структуры излучателей объясняется следующим. При неподвижных излучателях возможности раздельного управления положением и угловыми размерами объекта как по двум взаимно ортогональным угловым координатам, так и в пределах каждого из направлений, реализуется лишь двумя моделями из рассмотренных. Для семейства некогерентных моделей это

девятиточечная, для семейства частично когерентных – четырехточечная. Для указанных моделей положение четырех излучающих точек, расположенных в вершинах прямоугольника, совпадает. На рис. 7.13 эти точки показаны черными квадратами и имеют номера 1, 3, 7, 9.

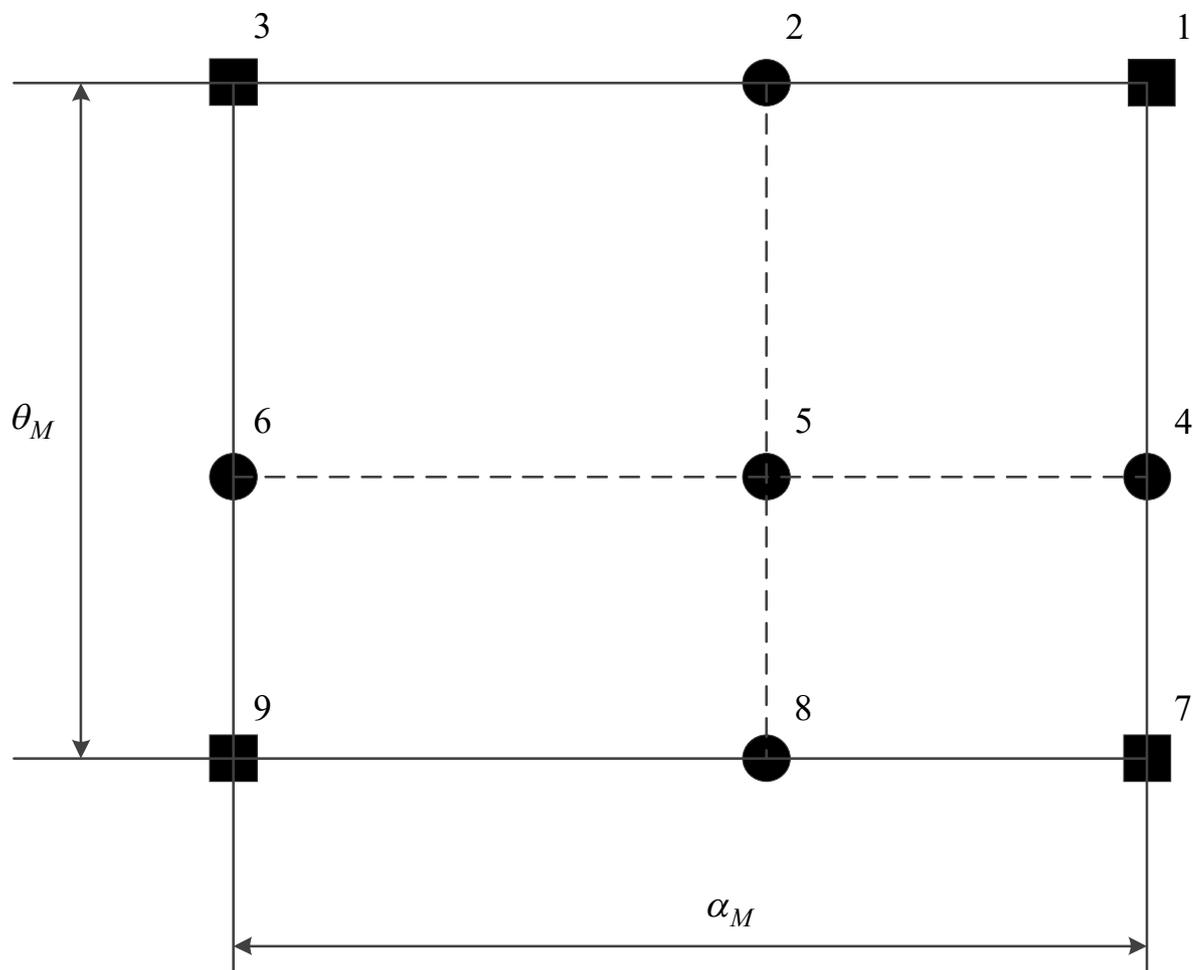


Рис. 7.13. Конфигурация излучателей

Недостающие пять излучающих точек некогерентной модели являются виртуальными. Реальный излучатель представляет собой неподвижную антенну, к которой подводятся сигналы с заданными характеристиками. Виртуальный является кажущимся центром излучения геометрической модели, реальными излучателями. Эквивалентность виртуальных и реальных точек показана в разделе 3. На рис. 7.13 эти точки показаны черными кружками и номера 2, 4, 5, 6 и 8. Положение этих излучателей определяется угловыми координатами и размерами замещаемого объекта.

Как говорилось ранее, угловой размер четырехугольника не должен превышать ширины диаграммы направленности. Для расширения диапазона углов, в пределах которых производится моделирование угловых шумов, осуществляется переключение излучателей коммутационно-распределительной системой (структура коммутационно-распределительной системы на два выхода приведена на рисунке 6.3, структура для большего выходов может быть получена путем наращивания). Она управляется командами, поступающими с имитатора сигналов и помех.

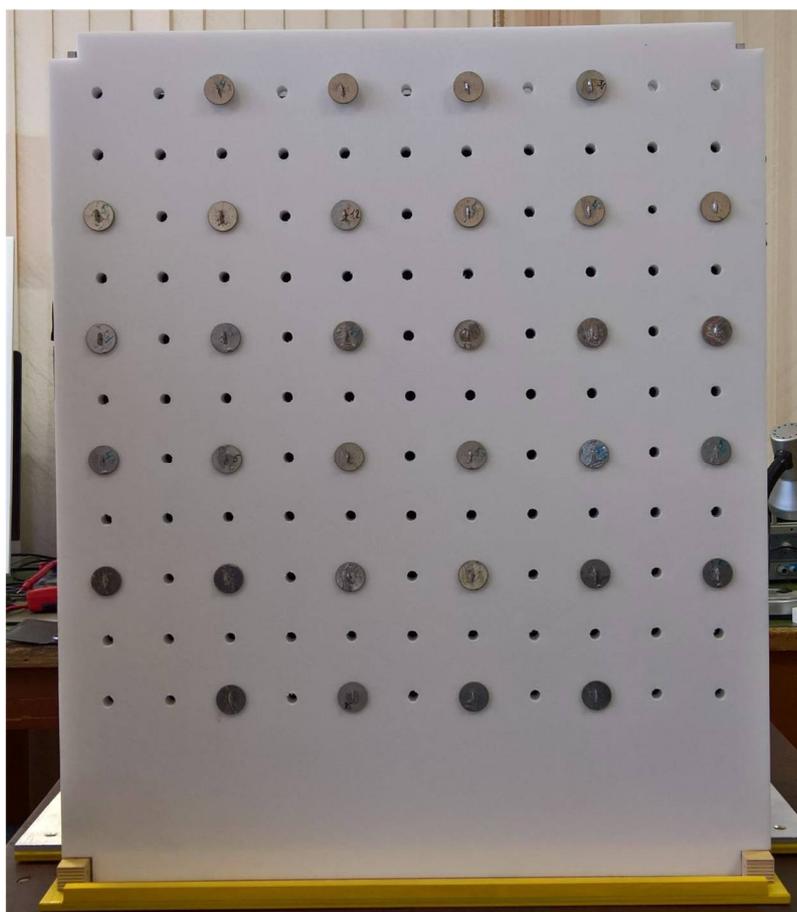


Рис. 7.14. Наборное поле излучателей

Конструктивно матричный излучатель выполнен в металлическом корпусе. В одной из стенок закреплены печатные излучающие антенны (рис. 7.14). Для защиты от внешних воздействий они защищены радиопрозрачным материалом. Внутри корпуса располагаются узлы коммутационно-распределительной системы. Управление ей осуществляется по каналу USB

2.0. Радиочастотные сигналы с имитатора сигналов подаются через 4 разъема, расположенных на боковой стенке корпуса матричного излучателя.

2. Имитатор сигналов и помех

В соответствии с выбранной конфигурацией матричного излучателя имитатор сигналов и помех должен формировать четыре сигнала, которые затем будут подводиться к активным излучателям матрицы.

Имитатор включает в себя: ЭВМ, модуль цифрового формирования сигналов, переносчик спектра, элементы связи с РЛС, узлы питания и другие вспомогательные узлы. Конструктивно все они смонтированы в одном корпусе.

ЭВМ имитатора обеспечивает расчет отсчетов комплексной огибающей сигналов, формирование четырех радиосигналов с заданными параметрами (мощности, начальные фазы, спектрально-корреляционные свойства) на промежуточной частоте с помощью специализированного модуля, управление матричным излучателем, а также выполнение алгоритмов калибровки матричного имитатора. Четырехканальный переносчик спектра осуществляет перенос сигналов на рабочую частоту и аналоговое управление их уровнями.

В. Система калибровки

Поскольку выбранные модели могут быть как когерентными, так и некогерентными, в состав стенда входит система калибровки, обеспечивающая компенсацию неидентичности каналов имитатора по амплитудам и фазам. В ее состав входят измерительный приемник и общая с имитатором сигналов ЭВМ. Приемник – прямого усиления, логарифмический (с динамическим диапазоном порядка 70 дБ). Имеет печатную антенну [92,202], размещенную в вынесенной точке относительно фазового центра антенны РЛС (см. подраздел 6.3).

Работа системы калибровки осуществляется следующим образом. Имитатор переводится в режим формирования пилот-сигнала, представляющего собой СВЧ сигнал на рабочей частоте РЛС и модулированный по амплитуде меандром с частотой повторения 1 кГц. Этот

сигнал формируется одновременно только по двум каналам – опорному и оцениваемому. Параметры опорного сигнала не изменяются, оцениваемого регулируются в соответствии с алгоритмом калибровки (см. подраздел 6.3).

Измерительная антенна – печатная дипольная, обладающая широкой диаграммой направленности для снижения ее влияния на результаты калибровки. Принятый измерительной антенной суммарный сигнал проходит приемник и после детектирования поступает на вход АЦП. Оцифрованные значения поступают в ЭВМ имитатора и используются алгоритмом калибровки. С учетом того, что продетектированный сигнал представляет собой меандр с частотой повторения 1 кГц в качестве АЦП используется линейный вход звуковой карты ЭВМ. Современные АЦП, используемые в звуковых картах, обеспечивают частоты дискретизации до 192 кГц при 16 разрядах квантования. Этих параметров АЦП оказывается вполне достаточно для оцифровки продетектированного пилот-сигнала [187].

7.4.2. Программное обеспечение

Специализированное программное обеспечение матричного имитатора выполнено по модульному принципу и состоит из следующих компонентов:

1. Конструктора матричного излучателя, обеспечивающего задание конфигурации излучающей части.
2. Конструктора распределенных объектов.
3. Программного обеспечения калибровки.
4. Модуль реального масштаба времени.

Каждый из компонентов представляет собой независимую программную единицу. Кратко рассмотрим основные компоненты программного обеспечения и их назначение.

А. Конструктор матричного излучателя

При помощи конструктора матричного излучателя осуществляется ввод и редактирование конфигурации активных излучателей.

Окно конструктора матричного излучателя изображено на рис. 7.15.

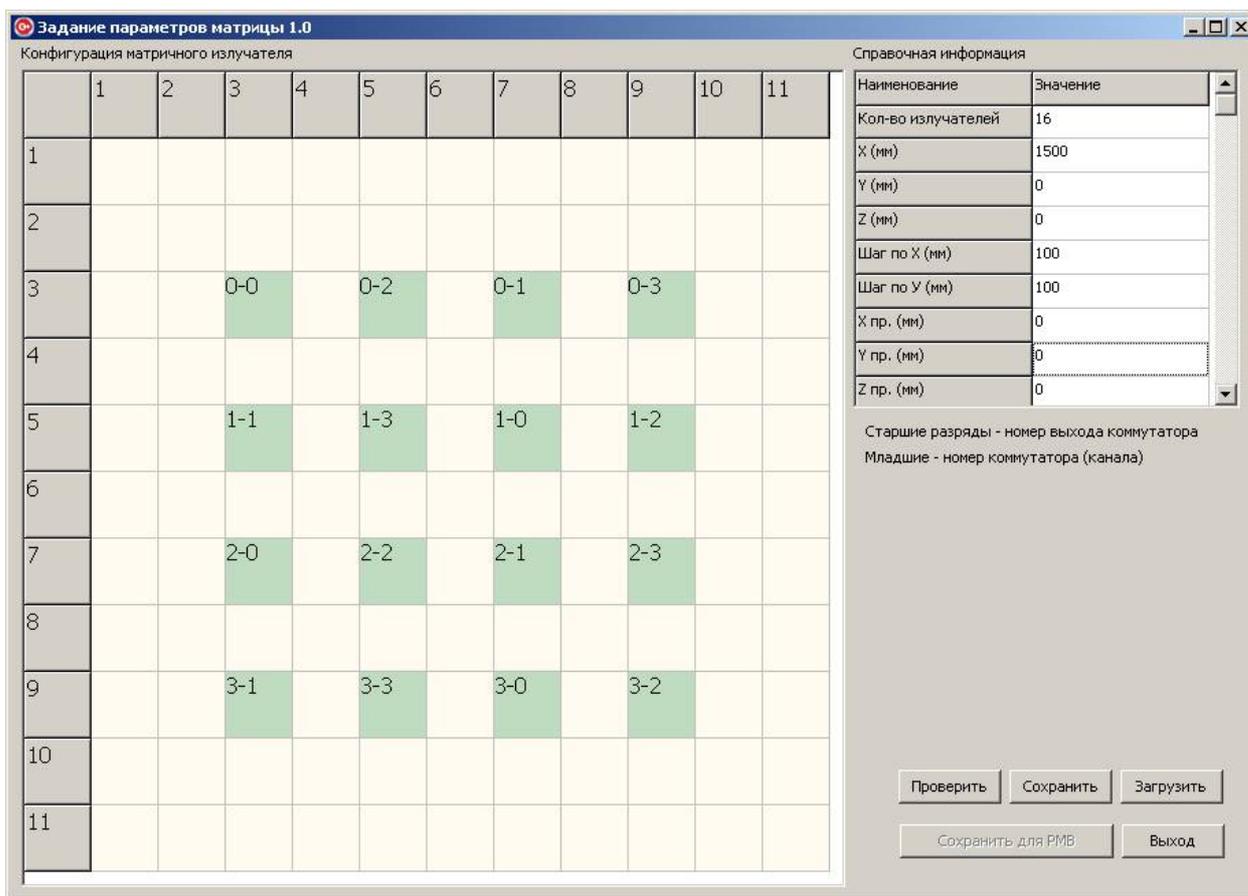


Рис. 7.15. Окно конструктора матричного излучателя

Окно конструктора матричного излучателя содержит две таблицы (Конфигурация матричного излучателя и Справочная информация) и группу кнопок.

Таблица «Конфигурация матричного излучателя» определяет местоположение активных излучателей матричного излучателя и матрицу коммутации. Активный излучатель – излучатель, подключенный к любому из выходов коммутаторов матричного излучателя. Номера ячеек таблицы соответствуют номерам позиций антенн матричного излучателя. Активные излучатели обозначаются зеленым цветом. Не активные – светло серым. Для активных излучателей в ячейках таблицы указываются две цифры. Первая цифра определяет номер выхода коммутатора матричного излучателя. Вторая – номер коммутатора. Например, конфигурация «3-1» определяет третий выход первого коммутатора.

Кнопка «Сохранить для РМВ» сохраняет параметры матричного излучателя для работы модуля реального масштаба времени. Кнопка становится активной только после прохождения процедуры проверки конфигурации матричного излучателя. При нажатии на кнопку «Сохранить для РМВ» параметры конфигурации матричного излучателя сохраняются в файл.

Таблица «Справочная информация» содержит справочную информацию о параметрах матричного излучателя. Координаты матричного излучателя и измерительного приемника выводятся в прямоугольной декартовой системе координат. Центр этой системы координат располагается в фазовом центре антенны РЛС. Ось Z направлена по нормали к полотну антенны РЛС, ось Y – вертикально вверх, ось X дополняет систему до правой.

Б. Конструктор распределенных объектов

Используется для задания геометрической структуры распределенных радиолокационных объектов. Этот конструктор был использован при моделировании отражений от самолета В-52 в подразделе 7.3. Конструктор позволяет задавать пространственное положение излучающих точек, определять мощность излучаемого сигнала, а также его спектрально-корреляционные характеристики. Интерфейс конструктора распределенных объектов представлен на рис. 7.4. Интерфейсное окно содержит поле графического отображения точек модели, список точек модели с описанием их параметров (координаты, мощность и т. д.), а также кнопки управления, позволяющие добавлять точки и сохранять модель.

Результатом работы конструктора является сигнатурный файл, содержащий координаты точек объекта и параметры сигналов, отраженных от каждой из точек. Этот сигнатурный файл используется в модуле работы в реальном масштабе времени.

В. Программное обеспечение калибровки

Модуль используется для осуществления процедуры калибровки матричного имитатора. Запуск модуля производится перед процедурой

имитации. Модуль реализует алгоритм калибровки с управлением сигналом в цифровой форме, описанный в разделе 6. В процессе работы модуля выводится справочная информация о текущем состоянии процедуры калибровки.

Г. Модуль работы в реальном масштабе времени

При помощи программного обеспечения реального масштаба времени осуществляется формирование сигнала в соответствии с заданным сценарием, определяющим взаимное расположение РЛС и радиолокационных объектов. При этом выполняются следующие процедуры:

1. Чтение параметров режима работы РЛС по шине информационного обмена.
2. Расчет отсчетов комплексной огибающей сигналов целей, попавших в луч ДНА.
3. Формирование команд управления внешними аналоговыми аттенюаторами.
4. Формирование сигналов активных радиопомех.
5. Управление матричным излучателем.

С использованием разработанного имитатора проводилась полунатурная отработка бортового радиоэлектронного комплекса. В целом работа аппаратно-программного комплекса имитации показала, что матричный имитатор позволяет адекватно замещать отражения от радиолокационных объектов.

7.5. Выводы к разделу 7

Таким образом, по разделу можно сделать следующие выводы.

1. Сформулирован алгоритм синтеза малоточечной геометрической модели произвольного радиолокационного объекта. Основа алгоритма – двухэтапная процедура синтеза модели. На первом этапе синтезируется многоточечная модель замещаемого объекта. По ней определяются основные характеристики угловых шумов. На втором этапе многоточечная модель

преобразуется к малоточечной некогерентной девятиточечной либо частично когерентной четырехточечной.

2. На примере двух радиолокационных объектов (фрагмент подстилающей поверхности и самолет В-52) с использованием предложенного алгоритма проведен синтез четырехточечных частично геометрических моделей, замещающих отражения от них с использованием теоретических результатов, полученных в разделах 2 – 5.

3. Приведено описание технических решений по имитации отражений от радиолокационных объектов, базирующихся на полученных теоретических результатах. Разработана серия аппаратно-программных комплексов полунатурного моделирования отражений от радиолокационных объектов. Основой каждого из комплексов является матричный имитатор.

Заключение

В диссертационной работе теоретически обоснованы способы имитационного моделирования электромагнитных волн, отраженных от распределенных радиолокационных объектов на основе матричных имитаторов, антенны которых излучают взаимно коррелированные сигналы.

1. Разработан аппарат синтеза геометрических моделей произвольной конфигурации, излучающих сигналы с заданной величиной коэффициента взаимной корреляции и адекватных по критерию равенства корреляционных функций угловых шумов модели и замещаемого объекта. Определение параметров сигналов, излучаемых из точек модели, предложенным методом гарантирует равенство корреляционных функций угловых шумов модели и объекта, если ПРВ угловых шумов, формируемых моделью, совпадает с ПРВ угловых шумов замещаемого объекта.

2. Предложен ряд некогерентных малоточечных геометрических моделей распределенных объектов. Рассмотрены их возможности по замещению угловых шумов распределенных радиолокационных объектов. Показано, что минимальное количество точек некогерентной геометрической модели, обеспечивающей заданные параметры ПРВ угловых шумов по двум взаимно ортогональным направлениям при неподвижных точках, равно девяти.

3. Предложен ряд частично когерентных малоточечных геометрических моделей распределенных объектов. Показано, что минимальное количество точек геометрической модели, излучающей коррелированные сигналы, обеспечивающей заданные параметры ПРВ угловых шумов по двум взаимно ортогональным направлениям при неподвижных точках, равно четырем. Аппарат синтеза частично когерентных моделей может быть использован для синтеза когерентных и некогерентных моделей, которые являются частным случаем.

4. Показано, что когерентная геометрическая модель может адекватно замещать отражения от распределенных радиолокационных объектов по критерию равенства корреляционных функций угловых шумов модели и объекта. При этом каждая из точек объекта замещается своим кажущимся центром излучения, формируемым моделью и излучающим сигнал со спектрально-корреляционными свойствами, что и у замещаемой блестящей точки. Фактически, это означает эквивалентность реальных излучающих точек геометрической модели и кажущихся центров излучения.

5. Оценена адекватность перехода от математической геометрической модели к устройству, формирующему отраженные электромагнитные волны от распределенных радиолокационных объектов – матричному имитатору. Определены ошибки моделирования, возникающие при таком переходе. Предложены технические решения, позволяющие обеспечить ошибки моделирования матричными имитаторами отражений от распределенных радиолокационных объектов не выше заданных значений.

Полученные теоретические результаты имеют практическое значение для разработки матричных имитаторов электромагнитных волн, отраженных от распределенных радиолокационных объектов.

1. Сформулирован алгоритм синтеза малоточечной геометрической модели произвольного радиолокационного объекта. Он позволяет синтезировать двумерную малоточечную геометрическую модель произвольного радиолокационного объекта, к точкам которой подводятся сигналы с заданной величиной коэффициента взаимной корреляции.

2. Сформулированы требования к допустимой неидентичности каналов передачи матричного имитатора, выполнение которых обеспечивает заданную точность моделирования. Предложены алгоритмы калибровки матричного имитатора, позволяющие оценить и компенсировать неидентичность его каналов. В конечном счете это повысит достоверность моделирования.

3. Определена структура и предложена обобщенная модель матричного имитатора. Она позволяет прогнозировать возможности и точностные характеристики матричных имитаторов на этапе их разработки.

Полученные в работе результаты дают основание утверждать, что теоретически обоснованы подходы и методы, имеющие существенное значение для имитации отражений распределенных радиолокационных объектов.

Теоретические результаты доведены до уровня рекомендаций по разработке матричных имитаторов электромагнитных волн, отраженных от распределенных радиолокационных объектов.

Предложены технические решения по имитации отраженных электромагнитных волн от радиолокационных объектов, базирующиеся на полученных теоретических результатах. Разработан и внедрен ряд аппаратно-программных комплексов полунатурного моделирования отражений от радиолокационных объектов. Основой каждого из комплексов является матричный имитатор.

Список литературы

1. Канащенков А.И., Меркулов В.И., Самарин О.Ф. Облик перспективных бортовых радиолокационных систем. Возможности и ограничения. ИПРЖР. Москва, 2002. 176 с.
2. Тверской Г.Н., Терентьев И.П., Харченко Г.К. Имитаторы эхосигналов судовых радиолокационных станций. Судостроение. Ленинград, 1973. 224 с.
3. Романов А.Н. Тренажеры для подготовки операторов РЛС с помощью ЭВМ. Воениздат. Москва, 1980. 126 с.
4. Урсатьев А.А., Погребная Н.П. Полунатурная модель сигнально-помеховой радиолокационной обстановки // Управляемые системы и машины. 1991. № 4. С. 102–111.
5. Антипов В.Ю., Метельников А.Ю., Токарев Е.Г. Метод и технология полунатурного моделирования бортовых радиосистем ближнего действия фазодоплеровского типа // Вестник Концерна ПВО «Алмаз-Антей». 2016. № 1. С. 32–41.
6. Скурихин В.И., Шифрин В.Б., Дубровский В.В. Математическое моделирование. К.: Техника, 1983. 270 с.
7. Васильева А.В., Калмыков Н.Н., Мельников С.А., Соловьев В.В. Модель коррелированных сигналов для имитатора скорости корреляционного радиолокационного измерителя // Вестник Концерна ПВО «Алмаз-Антей». 2016. № 4. С. 18–23.
8. Аврамчук Е.Ф., Вавилов А.А., Емельянов С.В. Технология системного моделирования / Под общ. ред. С.В. Емельянова. Москва: Машиностроение, 1988. 520 с.
9. Gorshkov S.A., Leshcenko S.P., Orlenko V.M., Sedyshev S.Yu., Shirman Ya.D. Computer Simulation of Aerial Target Radar Scattering, Recognition, Detection, and Tracking. Artech House, 2002.
10. Bender E.A. An Introduction to Mathematical Modeling (Dover Books on Computer Science). 1-е изд. Dover Publications (Educa Books), 2000. 272 с.

11. Mahafza B.R. Introduction to Radar Analysis (Advances in Applied Mathematics). CRC Press, 1998. 352 с.
12. Mitchell E. Sisle, Edward D. McCarthy. Hardware-in-the-loop simulation for an active missile // Simulation. 1982. Т. 39, № 5. С. 159–167.
13. Xunda Chen, Zanping Jiang, Dongmu Wang, Wenjie Zhang. Hardware-in-the-loop simulation system of Beijing simulation center // Proc. of SPIE Conference on Technologies for Synthetic Environments: Hardware-in-the-Loop Testing III (13 July 1998).
14. Пепеляев В.А., Черный Ю.М. О современных подходах к оценке достоверности имитационных моделей // Теория имитационного моделирования: труды конференции. Киев, 2003. С. 142–146.
15. Sayama H. Introduction to the Modeling and Analysis of Complex Systems. Paperback, 2015. 496 с.
16. Рисенберг В. Х., Щаренский В. А., Прощицкий И. П. Основные принципы построения моделирующих навигационных комплексов // Вопросы кибернетики. Проблемы авиационной и космической кибернетики (интегрированные системы активного управления). 1981. Т. 4. С. 138–151.
17. Щаренский В.А., Прощицкий И.П., Рисенберг В.Х. Полунатурное моделирование радиотехнических информационно-измерительных систем комплекса управления летательных аппаратов с использованием имитаторов // Вопросы кибернетики. Проблемы авиационной и космической кибернетики (интегрированные системы активного управления). 1981. С. 121–131.
18. Сонин А.П. Основные тенденции в построении современных и перспективных цифровых устройств формирования помех на основе цифровой радиочастотной памяти DRFM по материалам открытой отечественной и зарубежной печати // Цифровые радиоэлектронные системы (эл. журнал). 2004. № 5.
19. Бахрак Л.Д., Бенинсон Л.С., Зелкин Е.Г. Справочник по антенной технике: Справ. в 5 т. Москва: ИПРЖР, 1997. Т. 1. 256 с.

20. Борзов А.Б., Соколов А.В., Сучков В.Б. Методы цифрового моделирования радиолокационных характеристик сложных объектов на фоне природных и антропогенных образований // Журнал радиоэлектроники. 2000. № 3.
21. Mahafza B.R. Radar Systems Analysis and Design Using Matlab. Crc Press, 2018. 772 с.
22. Монаков А.А., Мишура Т.П. Радиолокация протяженных целей: измерение дальности, разрешение и синтез сигналов. Санкт-Петербург: ГУАП, 2012. 137 с.
23. Островитянов Р.В., Басалов Ф.А. Статистическая теория радиолокации протяженных целей. М.: Радио и связь. 1982. 232 с.
24. Kulemin G. P. Millimeter-Wave Radar Targets and Clutter. Boston-London: Artech House, 2003. 342 с.
25. Delano R., Pfeffer I. Effect of AGS on radar tracking noise // Proc. IRE. 1956. Т. 48. С. 801–810.
26. Делано Р. Теория мерцания цели и угловые ошибки при радиолокационном сопровождении // Вопросы радиолокационной техники. 1954. Т. 1. С. 108–118.
27. Губонин Н.С. Флюктуации фазового фронта волны, отраженной от сложной цели // Радиотехника и электроника. 1965. Т. 11, № 5. С. 844–852.
28. Howard D. Radar target angular scintillation of aircraft // IRE Trans. 1961. Т. AP-9. С. 173–181.
29. Howard D. Radar target glint in tracking and guidance system based on echo signal phase distortion // Proc. of NEC. 1959. Т. 15. С. 840–849.
30. Peter J, KAJENSKI. Comparison of two theories of angular glint: polarization considerations // IEEE transaction of Aerospace and Electronic Systems. 2006. Т. 42, № 1. С. 206–210.
31. HUANG Peikang, YIN Hongcheng. Characteristics of Rader Targets // Beijing, Press of Electronic Industry. 2005. С. 157–162.

32. Sui M., Xu X. Angular glint calculations and analysis of radar targets via adaptive cross approximation algorithm // *Journal of Systems Engineering and Electronics*. 2014. Т. 25, № 3. С. 411–421.
33. Канащенков А.И., Меркулов В.И. Радиолокационные системы многофункциональных самолетов. Т.1. РЛС - информационная основа боевых действий многофункциональных самолетов. Системы и алгоритмы первичной обработки радиолокационных сигналов. М.: Радиотехника, 2006. 656 с.
34. Лукошкин А.П., Каринский С.С., Шаталов А.А. Обработка сигналов в многоканальных РЛС. Москва: Радио и связь, 1983. 328 с.
35. Ширман Я.Д., Манжос В.Н. Теория и техника обработки радиолокационной информации на фоне помех. Москва: Радио и связь, 1981. 416 с.
36. Справочник по радиолокации / под. ред. М.И. Сколника. Пер. с англ. под общей ред. В.С. Вербы. В 2 книгах. Книга 1. Москва: Техносфера, 2014. Т. 1. 672 с.
37. Справочник по радиолокации / под. ред. М.И. Сколника. Пер. с англ. под общей ред. В.С. Вербы. В 2 книгах. Книга 2. Москва: Техносфера, 2014. Т. 2. 680 с.
38. YIN Hongcheng, HUANG Peikang. Methods of Angular Glint of Aircraft Augmentation-A new thchnique of Stealth // *Journal of Astronautics*. 1994. Т. 20, № 4. С. 80–87.
39. Ярлыков М.С., Богачев А.С., Меркулов В.И., Дрогалин В.В. Радиоэлектронные комплексы навигации, прицеливания и управления вооружением летательных аппаратов. Т.2. Применение авиационных радиоэлектронных комплексов при решении боевых и навигационных задач / Под. ред. М.С. Ярлыкова. Радиотехника. Москва, 2012. Т. 2. 256 с.
40. Буйлов Е.Н., Горшков С.А. Повышение точности измерения координат кажущегося центра радиолокационной цели в зенитных пушечно-ракетных комплексах // Доклады Белорусского государственного университета информатики и радиоэлектроники. 2016. Т. 102, № 8. С. 94–100.

41. Волосюк В.К., Кравченко В.Ф. Статистическая теория радиотехнических систем дистанционного зондирования и радиолокации / Под ред. В. Ф. Кравченко. Москва: ФИЗМАТЛИТ, 2008. 704 с.
42. Zhou Z., He Z., Zhao X, Luo Y. Practicable research on suppressing angular glint base on the targets RCS weights // 6th International Conference on Wireless Communications Networking and Mobile Computing (WiCOM). 2010. С. 1–5.
43. Монаков А.А. Дальномерный шум и критерий протяженности цели по измеряемой координате // РАДИОЛОКАЦИЯ, НАВИГАЦИЯ, СВЯЗЬ Сборник трудов XXIII Международной научно-технической конференции. В 3-х томах. Воронеж, 2017. С. 633–641.
44. Ширман Я. Д., Лещенко С. П., Орленко В. М. О моделировании вторичного излучения воздушных целей и его использовании в технике радиолокационного распознавания // Вестник МГТУ. Серия Приборостроение. 1998. Т. 4. С. 14–24.
45. Акиншин Н.С., Амирбеков Э.А., Быстров Р.П., Хомяков А.В. Обнаружение групповой воздушной цели по угловому шуму // Радиотехника. 2014. № 12. С. 70–76.
46. Vance H. Maples, George A. Eastman. Radar scene simulator: пат. 4660041 USA. 1987.
47. Cole A. Chandler. Electronic target position control at millimeter wave for hardware-in-the-loop applications: пат. US 2008/0088501 USA.
48. Guo K., Xiao G., Zhai Y., Sheng X. Angular glint error simulation using attributed scattering center models // IEEE Access. 2018. Т. 6. С. 35194–35205.
49. Куприянов А.И. Радиоэлектронная борьба. М. Вузовская книга. Москва: Вузовская книга, 2013. 360 с.
50. Куприянов А.И., Шустов Л.Н. Радиоэлектронная борьба. Основы теории. 3-е изд. Москва: Вузовская книга, 2017. 800 с.
51. Радиоэлектронное подавление информационных каналов систем управления оружием / Под. ред. Ю.М. Перунова. Изд. 2-е, испр. и дополн. Москва: Радиотехника, 2008. 416 с.

52. Stepanov M.A., Kiselev A.V. The impact of turbulent atmosphere on detection characteristics of a radar system with MTI // *Radioelectronics and communications systems*. 2005. Т. 48, № 12. С. 33–37.
53. Степанов М.А., Киселев А.В. Влияние турбулентности атмосферы на характеристики обнаружения РЛС с СДЦ // *Изв. ВУЗов Радиоэлектроника*. 2005. № 12. С. 46–51.
54. Stepanov M.A., Kiselev A.V. Signal reception characteristics estimation of radar with moving-target indication in case of turbulent atmosphere // *Radioelectronics and communications systems*. 2007. Т. 50, № 50. С. 35–40.
55. Штагер Е.А. Рассеяние радиоволн на телах сложной формы. М. Радио и связь. 1986. 184 с.
56. Elizavetin I., Paillou P. The ground surface backscattering modeling using Integral Equation Model // *European Conference on Synthetic Aperture Radar, Friedrichshafen*. 1998. С. 153–156.
57. Семин А. И. Радиолокационная математическая модель самолета // *Труды ГосНИИАС*. 1999. Т. 1. С. 29–34.
58. Давидович И. В., Жуковский А. П. Описание сигнала, отраженного от протяженной статистически неровной поверхности, с помощью модели зеркальных точек. // *Сб. науч. трудов МЭИ*. 1987. Т. 126. С. 22–26.
59. Архипец Г. А., Киселев А. В. Представление поверхностно-распределенных помех ограниченным числом блестящих точек. // *Тр. второй международной научно-технической конференции. Актуальные проблемы приборостроения*. (в 7 томах). 1994. Т. 7. С. 31–33.
60. Тырыкин С. В., Киселев А. В. Искажения пеленгационной характеристики при имитации подвижной точечной радиолокационной цели // *Радиоэлектроника (Изв. высш. учеб. заведений)*. 2003. Т. 10. С. 76–80.
61. Никулин А.В., Киселев А.В., Тырыкин С.В. Малоточечная модель протяженного отражающего объекта // *Доклады Академии наук высшей школы Российской Федерации*. 2015. Т. 4, № 25. С. 78–88.

62. Никулин А.В., Киселев А.В., Белоруцкий А.Ю. Замещение поверхности земли дискретной моделью при имитации радиолокационных эхосигналов от неё // Вопросы радиоэлектроники. Серия Системы отображения информации и управления спецтехникой. 2012. № 4. С. 134–144.
63. Никулин А., Киселев А., Белоруцкий Р. Алгоритм выбора активных излучателей из матрицы излучателей при моделировании отражений от поверхности Земли // тр. 11 междунар. конф. Актуальные проблемы электронного приборостроения (АПЭП–2012). Новосибирск: Изд-во НГТУ, 2012. Т. 4. С. 55–59.
64. Козлов И. М. Параметры двухточечной статистической модели для имитации сложного радиолокационного объекта. 2000. Т. 5, № Известия вузов. Радиоэлектроника. С. 19–23.
65. Richards M.A., Scheer J.A., Holm W.A. Principles of Modern Radar: Basic Principles. Scitech Publishing, 2010. 960 с.
66. Knott E.F., Schaeffer J.F., Tuley M.T. Radar cross section. NY: Artech House, 1985. 510 с.
67. Тырышкин И.С., Киселев А.В., Савиных И.С. Алгоритм имитационного моделирования эхо-сигналов РЛС обзора поверхности земли // Известия вузов. Радиоэлектроника. 2001. № 5–6. С. 25–32.
68. <http://aerocon.ru/niokr/radiolokatsiya-rsa/>.
69. Рытов С.М., Кравцов Ю.А. Введение в статистическую радиофизику. Часть II. Случайные поля. Москва: Наука. Главная редакция физико-математической литературы, 1978. 464 с.
70. Анфиногенов А.Ю., Школьный Л.А. Моделирование радиолокационных портретов распределенных объектов сложной формы // Радиотехника. 2000. № 3. С. 64–68.
71. Рытов С.М. Введение в статистическую радиофизику. Москва: Наука. Главная редакция физико-математической литературы, 1966. 404 с.
72. Варганов М.Е. Радиолокационные характеристики летательных аппаратов. Москва: Радио и связь, 1985. 232 с.

73. Обнаружение и распознавание объектов радиолокации. Коллективная монография / Под ред. А. В. Соколова. Москва: Радиотехника, 2006. 176 с.
74. Добыкин В.Д., Куприянов А.И., Пономарев В.Г., Шустов Л.Н. Радиоэлектронная борьба. Цифровое запоминание и воспроизведение радиосигналов и электромагнитных волн. Москва: Вузовская книга, 2008. 360 с.
75. Кобак В.О. Радиолокационные отражатели. Москва: Советское радио, 1975. 248 с.
76. Johnston S.L. Target fluctuation models for radar system design and performance analysis. IEEE Transactions on AES, 1997.
77. Черных М.М., Васильев О.В., Богданов А.В., Савельев А.Н., Макаев В.Е. Экспериментальные исследования информационных свойств когерентных радиолокационных сигналов // Радиотехника. 2000. № 3. С. 45–54.
78. Jenn D.C. Radar and laser cross section. Vierdgenia: AIAA, 2005. 498 с.
79. Штагер Е.А. Радиолокационные антиподы кораблей. СПб: ВВМ, 2009. 197 с.
80. Radar moving target simulator: пат. 3114910 USA.
81. Надточий В.Н. Математическая модель отраженного сигнала от воздушной цели с турбореактивным двигателем // Моделирование, оптимизация и информационные технологии. 2017. Т. 19, № 4.
82. Абатуров В.А., Васильев О.В., Ефимов В.А., Макаев В.Е. Математические модели радиолокационных сигналов, отраженных от воздушных целей различных классов // Радиотехника. 2006. № 7. С. 28–33.
83. Степанов М.А., Киселев А.В., Тырыкин С.В., Белоруцкий Р.Ю. Имитация эхосигналов РСА на основе заранее подготовленного сигнала при отклонении направления и модуля вектора скорости носителя // Вопросы радиоэлектроники. 2015. № 5. С. 7–15.
84. Ширман Я.Д., Горшков С.А., Лещенко С.П., Орленко В.М. Методы радиолокационного распознавания и их моделирование // Зарубежная радиоэлектроника: успехи современной радиоэлектроники. 1996. № 11.

85. Стайнберг Б. Формирование радиолокационного изображения самолета в диапазоне СВЧ: Пер. с англ. Москва: ТИИЭР, 1988.
86. Assad S.E., Lakkis I., Saillard J. Holographic SAR image formation by coherent summation of impulse response derivatives // IEEE Trans. Antennas Propagation. 1993. Т. 41, № 5. С. 620–624.
87. Stepanov M.A. Calculation of Modification of Width of Doppler Spectra // Proceedings The 9th Russian-Korean International Symposium on Science and Technology - KORUS-2005. Novosibirsk: NSTU, 2005. С. 234–235.
88. Канарейкин Л.Б., Павлов Н.Ф., Потехин В.А. Поляризация радиолокационных сигналов. Москва: Советское радио, 1966. 440 с.
89. Самохин В.А. Численное моделирование отражения поляризованной волны в случае сглаживающего переходного слоя // Научный вестник МГТУ ГА. Серия математика и физика. 2007. № 114. С. 24–33.
90. Валегура В.А., Валегура В.Ф., Валегура Е.В. Антенна с управляемой поляризацией: пат. 2339130 РФ.
91. Кеда В.В. Широкополосная компактная рамочная антенна с управляемой поляризацией // Доклады Белорусского государственного университета информатики и радиоэлектроники. 2018. Т. 111, № 1. С. 5–11.
92. Randy Bancroft. Microstrip and Printed Antenna Design, Second Edition. SciTech Publishing Inc., 2009. 266 с.
93. Степанов М.А., Белоруцкий Р.Ю., Киселев А.В., Тырыкин С.В. Искажения функции отклика РСА на имитируемый сигнал при дискретной установке задержки // Вопросы радиоэлектроники. Сер. Радиолокационная техника. 2014. № 2. С. 32–57.
94. Степанов М.А., Белявская Н.В. Форма фазового фронта электромагнитной волны, формируемой синфазным двухточечным матричным имитатором // Актуальные проблемы электронного приборостроения (АПЭП–2016): тр. 13 междунар. науч.-техн. конф., Новосибирск. Новосибирск: Изд-во НГТУ, 2016. Т. 12. С. 47–49.

95. Таблицы функций распределения и плотностей распределения Стьюдента / Под ред. Н. В. Смирнова. Москва: Изд-во АН СССР, 1960.
96. Быстров Р.П. и др. Методы математического моделирования радиолокационных систем терагерцового диапазона радиоволн // Журнал радиоэлектроники. 2015. Т. 7.
97. Красовский А.А. Основы теории авиационных тренажеров. Москва: Машиностроение, 1995. 304 с.
98. Бичаев Б.П., Зеленин В.М., Новик Л.И. Морские тренажеры: Структуры, модели, обучение. Л.: Судостроение, 1986. 288 с.
99. Устройство для имитации целей: пат. 2093852 РФ.
100. Radar target simulator: пат. 2934759 USA.
101. Имитатор источников радиосигналов: пат. 2094915 РФ.
102. Тырыкин С. В., Киселев А. В. Адекватность моделирования матричным имитатором электромагнитных полей, рассеянных точечной радиолокационной целью // Материалы Всероссийской конференции «Излучение и рассеяние электро-магнитных волн», Таганрог. 2001. С. 27–31.
103. Новости музея НГТУ // Информ №4 (271). Новосибирский государственный технический университет. Новосибирск, 2018.
104. Complex radar target simulator: пат. 6950057 USA.
105. Учебно-тренировочное средство: пат. 2126127 РФ.
106. Active millimeter wave simulator for missile seeker evaluations: пат. 4467327 USA.
107. Борзов А.Б., Сучков В.Б., Ахияров В.В., Каракулин Ю.В. Математическое моделирование характеристик рассеяния объектов локации с импедансной поверхностью // Журнал радиоэлектроники. 2014. Т. 2.
108. Панов Д.В., Юдин В.А., Караваев С.А. Модели целей, используемые в цифровой имитационной математической модели РЛС дециметрового и сантиметрового диапазонов длин волн // Математическая морфология. Электронный математический и медико-биологический журнал. 2009. Т. 8, № 3.

109. Антипов В.Н., Горяинов В.Т., Кулин А.Н. Радиолокационные станции с цифровым синтезированием апертуры антенны; Под ред. Горяинова В.Т. Москва: Радио и связь, 1988. 304 с.
110. Жерлаков А.В., Зимин Н.С., Кононов О.В. Радиолокационные системы предупреждения столкновения судов. Л.: Судостроение, 1984. 200 с.
111. Алексеев А.Г., Штагер Е.А., Козырев С.В. Физические основы технологии STEALTH. СПб: ВВМ, 2007. 284 с.
112. Морская радиолокация / Под ред. В.И. Винокурова. Л.: Судостроение, 1986. 256 с.
113. Викторов А.С. Рисунок ландшафта. Москва: Мысль, 1986. 179 с.
114. Charles Elachi. Spaceborne radar remote sensing: applications and techniques. New York: IEEE Press, 1987. 255 с.
115. Дятко А.А., Костромицкий С.М., Шумский П.Н. Математическая модель радиолокационного сигнала, отраженного от земной поверхности // Труды БГТУ. Физико-математические науки и информатика. № 6. С. 127–130.
116. Артюшенко В.В., Киселев А.В., Тырыкин С.В. Использование графических процессов для имитации радиолокационных эхосигналов от поверхности Земли // Актуальные проблемы электронного приборостроения (АПЭП–2014): тр. 12 междунар. конф. Новосибирск: Изд-во НГТУ, 2014. Т. 4. С. 37–39.
117. Тырыкин С.В., Киселев А.В. Экономичный алгоритм имитации сложных радиолокационных целей // Радиоэлектроника (Изв. высш. учеб. заведений). 2003. Т. 4. С. 76–80.
118. Артюшенко В.В., Киселев А.В. Геометрические модели поверхностно-распределенных объектов // Вопросы радиоэлектроники. Сер. Общетеχνическая. 2016. № 4. С. 6–11.
119. HUANG Peikang, YIN Hongcheng. Angular Glint of Extended Targets // Journal of Systems Engineering and Electronics. 1990. № 12. С. 1–18.
120. Толковый словарь по радиофизике. Основные термины (с эквивалентом на английском языке). Москва: Рус. яз., 1993. 357 с.

121. Качалкин М.В. Определение положения фазового центра и конфигураций комбинированной модели радиолокационной цели // Научный вестник МГТУ ГА. Серия «Радиофизика и радиотехника». 2006. Т. 107.
122. Качалкин М.В., Колядов Д.В. Определение положения фазового центра многоточечных моделей радиолокационных целей в случае когерентного отражения // Научный вестник МГТУ ГА. Серия «Радиофизика и радиотехника». 2006. Т. 107.
123. Степанов М.А., Калмыков И.Ю., Дуркин В.В. Возможности позиционирования кажущегося центра излучения в трехточечном матричном имитаторе // Вопросы радиоэлектроники. Сер. Радиолокационная техника. 2014. № 2. С. 69–77.
124. Степанов М.А., Калмыков И.Ю. Установка положения эквивалентного центра излучения в трехточечном матричном имитаторе // Актуальные проблемы электронного приборостроения (АПЭП–2012): тр. 11 междунар. конф. Новосибирск: Изд-во НГТУ, 2012. Т. 4. С. 48–52.
125. Степанов М.А., Калмыков И.Ю. Алгоритмы расчета амплитуд сигналов трехточечного матричного имитатора для установки заданного положения кажущегося центра излучения // Вопросы радиоэлектроники. Сер. Радиолокационная техника. 2014. № 2. С. 57–69.
126. Степанов М.А., Калмыков И.Ю. Геометрический метод определения параметров сигналов трехточечного матричного имитатора // Актуальные проблемы электронного приборостроения (АПЭП–2014): тр. 12 междунар. конф. Новосибирск: Изд-во НГТУ, 2014. Т. 4. С. 34–36.
127. Li Hua, Zhou Jianjiang, Pan Minhai, Zhao Hanwu. Analysis and Correction of Triad Field Angle Error in Array Radio Frequency Simulation // Future Communication, Computing, Control and Management. 2012. Т. 2. С. 125–134.
128. Степанов М.А. Точность позиционирования кажущегося центра излучения в когерентном трехточечном матричном имитаторе // Вопросы радиоэлектроники. Сер. Общетехническая. 2015. № 5. С. 57–67.

129. Артюшенко В.В., Никулин А.В., Киселев А.В., Степанов М.А. Программа для расчета с использованием графических процессоров комплексной огибающей эхосигнала от распределенных радиолокационных объектов: пат. 2018666476 РФ. 2018.
130. Степанов М.А., Киселев А.В., Тырыкин С. В., Никулин А.В. Способ имитации радиолокационных отражений: пат. 2610837 РФ.
131. Artyushenko V.V., Kiselev A.V. The geometric model of two-dimensional reflective objects // 16 International conference of young specialists on micro/nanotechnologies and electron devices (EDM). Altay, Erlagol, 2015. С. 107–109.
132. Никулин А.В. Исследование возможностей дискретных моделей поверхностно-распределенного объекта // Современные проблемы радиоэлектроники: сб. науч. тр. Красноярск: Сиб. федер. ун-т, 2011. С. 14–19.
133. Степанов М.А., Никулин А.В. Замещение распределенного объекта трехточечной геометрической моделью // Вопросы радиоэлектроники. Сер. Радиолокационная техника. 2014. № 2. С. 77–85.
134. Никулин А.В. Функция распределения плотности авто-корреляции квадратурных составляющих сигналов отражателей поверхностно-распределенного объекта // Труды XII международной конференции \"Актуальные проблемы электронного приборостроения\". Новосибирск: НГТУ, 2014. Т. 4. С. 31–33.
135. Артюшенко В.В., Киселев А.В. Геометрическая модель двумерных отражающих объектов // Вопросы радиоэлектроники. Сер. Общетеchnическая. 2015. № 3. С. 44–51.
136. Артюшенко В.В., Киселев А.В., Степанов М.А. Задание отражающих свойств распределенных объектов в терминах шумов координат // Доклады Академии наук высшей школы Российской Федерации. -. 2015. Т. 3. С. 17–28.
137. Артюшенко В.В., Никулин А.В. Алгоритм имитации отражений от земной поверхности на основе использования моделей, инвариантных к углу // Вопросы радиоэлектроники. 2017. № 4. С. 6–10.

138. Артюшенко В.В., Киселев А.В., Степанов М.А. Моделирование корреляционных характеристик шумов координат распределенных объектов // Доклады Академии наук высшей школы Российской Федерации. 2015. № 4. С. 19–27.
139. Шеннон Р. Имитационное моделирование систем - искусство и наука. Москва: Мир, 1978. 418 с.
140. Motes A. Digital-Computer-Based Simulations: For Beginners. AM Photonics, 2016. 235 с.
141. Левин Б.Р. Теоретические основы статистической радиотехники. Москва: Советское радио, 1966. Т. 1. 728 с.
142. Тихонов В.И., Харисов В.Н. Статистический анализ и синтез радиотехнических устройств и систем. Москва: Радио и связь, 2004. 608 с.
143. Королюк В.С., Портенко Н.И., Скороход А.В., Турбин А.Ф. Справочник по теории вероятности и математической статистике. Москва: Наука. Главная редакция физико-математической литературы, 1985. 640 с.
144. Фалькович С.Е., Хомяков Э.Н. Статистическая теория измерительных радиосистем. Москва: Радио и связь, 1981. 288 с.
145. Киселев А. В., Артюшенко В.В., Никулин А.В., Степанов М.А. Спектральный подход к синтезу геометрических моделей распределенных объектов // Вопросы радиоэлектроники. 2018. Т. 4. С. 34–39.
146. Kiselev A.V., Artyushenko V.V., Nikulin A.V., Stepanov M.A. Spectral method of synthesis of geometric models of surface-distributed objects // The 19 international conference of young specialists on micro/nanotechnologies and electron devices, EDM 2018: proc. Erlagol, Altay: IEEE Computer Society, 2018. С. 98–103.
147. Stepanov M.A., Kiselev A.V. A distributed object model with division into space and time variables // The 19 international conference of young specialists on micro/nanotechnologies and electron devices, EDM 2018 : [Proc]. Altai, Erlagol: IEEE Computer Society, 2018. С. 163–166.

148. Степанов М.А., Киселев А.В. Модель распределенного объекта, излучающая статистически независимые сигналы с одинаковыми коэффициентами авто- и взаимной корреляции квадратур // Вопросы радиоэлектроники. Сер. Общетеχνическая. 2017. № 4. С. 28–32.
149. Никулин А.В. Математическое моделирование шумов угловых координат поверхности Земли // Современные проблемы радиоэлектроники: сб. науч. тр. Красноярск: Сиб. федер. ун-т, 2013. С. 34–38.
150. Корн Г., Корн Т. Справочник по математике (для научных работников и инженеров). 4-е изд. Москва: Издательство «Наука», 1978. 832 с.
151. Денисов В.П., Дубинин Д.В. Фазовые радиопеленгаторы: Монография. Томск: Томский государственный университет систем управления и радиоэлектроники, 2002. 251 с.
152. Леонов А.И., Фомичев К.И. Моноимпульсная радиолокация. Москва: Радио и связь, 1984. 312 с.
153. Помехозащита радиоэлектронных систем управления летательными аппаратами и оружием. Монография / под ред. В.Н. Лепина. Москва: Радиотехника, 2017. 416 с.
154. Киселев А. В., Степанов М.А. Замещение сложного радиолокационного объекта двухточечной моделью // Известия РАН. Теория и системы управления. 2019. № 4. С. 76–81.
155. Степанов М.А., Калмыков И.Ю. Определение параметров трехточечного матричного имитатора как суперпозиции двухточечных моделей // Актуальные проблемы электронного приборостроения (АПЭП–2012): тр. 11 междунар. конф. Новосибирск: Изд-во НГТУ, 2012. Т. 4. С. 34–36.
156. Stepanov M.A. Geometrical method of signal parameters definition for a three-point matrix simulator // 16 International conference of young specialists on micro/nanotechnologies and electron devices (EDM): [Proc]. Altai, Erlagol: IEEE, 2015. С. 172–174.
157. Артюшенко В.В., Никулин А.В., Степанов М.А. Синтез инвариантной четырехточечной модели поверхностно-распределенного объекта // Доклады

Академии наук высшей школы Российской Федерации. 2018. Т. 4, № 41. С. 52–64.

158. Степанов М.А., Киселев А.В. Пятиточечная модель радиолокационных объектов, распределенных по угловым координатам // Радиопромышленность. 2017. № 4. С. 75–80.

159. Степанов М.А., Артюшенко В.В. Геометрическая модель, составленная из девяти точек, излучающих статистически не связанные случайные сигналы // Актуальные проблемы электронного приборостроения (АПЭП–2018): тр. 14 междунар. науч.-техн. конф. 2018. Т. 4. С. 179–182.

160. Степанов М.А., Сабитов Т.И. Модель распределенного радиолокационного объекта на основе системы излучателей коррелированных случайных сигналов // сб. науч. тр. Всерос. науч.-техн. конф. молодых ученых и студентов посвящ. 122-й годовщине Дня радио. Красноярск: Изд-во СФУ, 2017. С. 92–95.

161. Степанов М.А., Сабитов Т.И., Киселев А.В. Модель распределенного радиолокационного объекта, составленная из излучателей коррелированных сигналов // Вопросы радиоэлектроники. Сер. Общетеchnическая. 2017. № 4. С. 40–43.

162. Kiselev A.V., Stepanov M.A., Sabitov T.I. Two-point model composed of radiators of correlated signals // The 18 international conference of young specialists on micro/nanotechnologies and electron devices, EDM 2017: [Proc]. Altai, Erlagol: NSTU, 2017. С. 131–134.

163. Сабитов Т.И., Степанов М.А., Киселев А. В. Двухточечная геометрическая модель распределенного радиолокационного объекта, составленная из излучателей случайных сигналов с заданным коэффициентом взаимной корреляции // Наука. Промышленность. Оборона: тр. 18 Всерос. науч.-техн. конф. Новосибирск: Изд-во НГТУ. Т. 2. С. 274–279.

164. Сабитов Т.И., Степанов М.А., Киселев А. В. Модель распределенного радиолокационного объекта на основе коррелированных излучателей //

Электронные средства и системы управления: материалы докл. 13 Междунар. науч.-практ. конф. Томск: В-Спектр, 2017. Т. 1. С. 43–46.

165. Степанов М.А., Киселев А.В., Сабитов Т.И. Границы области достижимых значений параметров функции распределения шумов координат распределенного радиолокационного объекта, замещаемого геометрической моделью, составленной из излучателей коррелированных сигналов // Вопросы радиоэлектроники. Сер. Общетеchnическая. 2017. № 4. С. 36–39.

166. Kiselev A.V., Sabitov T.I., Stepanov M.A. Possibilities of a two-point model, radiating correlated signals // The 18 international conference of young specialists on micro/nanotechnologies and electron devices, EDM 2017: [Proc]. Altai, Erlagol: NSTU, 2017. С. 91–93.

167. Степанов М.А., Подкопаев А.О., Тырыкин С.В. Четырехточечная модель двухмерного распределенного объекта на основе излучателей коррелированных сигналов // Радиопромышленность. 2018. Т. 28, № 4. С. 28–34.

168. Быков В.В. Цифровое моделирование в статистической радиотехнике. Советское радио, 1971. 328 с.

169. Денисенко А.Н. Сигналы. Теоретическая радиотехника. Справочное пособие. Москва: Горячая линия - Телеком, 2005. 704 с.

170. Левин Б.Р. Теоретические основы статистической радиотехники. Москва: Советское радио, 1968. Т. 2. 504 с.

171. Подкопаев А.О., Степанов М.А. Моделирование параметров плотности распределения вероятностей шумов координат // Наука. Промышленность. Оборона: тр. 18 Всерос. науч.-техн. конф. Новосибирск: НГТУ, 2017. Т. 2. С. 269–274.

172. Степанов М.А., Подкопаев А.О., Киселев А. В. Об эквивалентности двухточечной частично когерентной модели и трехточечной некогерентной // Радиопромышленность. 2018. № 1. С. 62–67.

173. Подкопаев А.О., Степанов М.А. Границы области эквивалентности двухточечной частично когерентной и трехточечной некогерентной моделей

- // Актуальные проблемы электронного приборостроения (АПЭП–2018): тр. 14 междунар. науч.-техн. конф. Новосибирск: НГТУ, 2018. Т. 4. С. 222–226.
174. Подкопаев А.О., Степанов М.А. Синтез двухточечной частично когерентной модели, обеспечивающей заданные корреляционные характеристики угловых шумов, на основе ее эквивалентности трехточечной некогерентной модели с делимостью пространственной и временной координаты // Вопросы радиоэлектроники. 2019. № 4. С. 16–21.
175. Степанов М.А., Киселев А.В., Белявская Н.В., Тырыкин С.В. Обобщенная модель матричного имитатора электромагнитных полей, отраженных от точечных и распределенных радиолокационных объектов // Вопросы радиоэлектроники. Сер. Общетеχνическая. 2016. № 4. С. 11–17.
176. Belyavskaya N.V., Kiselev A.V., Stepanov M.A. Digital model and calibration algorithm of linear matrix simulator // 11 International forum on strategic technology (IFOST 2016): [Proc]. IEEE, 2016. С. 298–301.
177. Степанов М.А., Белявская Н.В., Киселев А.В. Синтез численного алгоритма калибровки линейного матричного имитатора // Вопросы радиоэлектроники. Сер. Общетеχνическая. 2016. № 4. С. 17–24.
178. Nikulin A.V. Dependence of the mistake in noise of coordinates parameters from the error in installation of capacities of signals of radiators // Actual problems of electronic instrument engineering (APEIE–2016): proc. Novosibirsk: NSTU, 2016. Т. 1. С. 200–202.
179. Поляк Ю.Г. О чувствительности результатов вероятностного моделирования к изменению параметров модели // Изв. АН СССР. Техн. кибернетика. 1972. С. 35–40.
180. Сабитов Т.И., Степанов М.А., Киселев А.В. Оценка стабильности параметров функции распределения шумов координат, моделируемых двухточечной моделью распределенного объекта на коррелированных излучателях // Наука. Промышленность. Оборона: тр. 19 Всерос. науч.-техн. конф. Новосибирск: Изд-во НГТУ, 2018. Т. 2. С. 225–229.

181. Сабитов Т.И., Степанов М.А., Киселев А. В. Требования к точности задания параметров сигналов, излучаемых матричным имитатором // Вопросы радиоэлектроники. 2019. № 4. С. 27–31.
182. Выгодский М.Я. Справочник по высшей математике. Москва: АСТ: Астрель, 2008. 991 с.
183. Есин А.А. Алгоритм диагностики и контроля элементов фазированной антенной решетки на основе коммутационного метода // Актуальные проблемы электронного приборостроения (АПЭП–2016): тр. 13 междунар. науч.-техн. конф. Новосибирск: Изд-во НГТУ, 2016. Т. 12. С. 24–27.
184. Антенны и радары с электронным управлением лучом / под ред. Синани А.И., Кауфман Г.В. Москва: Радиотехника, 2016. 234 с.
185. Черноруцкий И.Г. Методы оптимизации. Компьютерные технологии. СПб.: БХВ-Петербург, 2011. 384 с.
186. Химмельблау Д. Прикладное нелинейное программирование. Москва: Мир, 1975. 328 с.
187. Степанов М.А., Киселев А.В., Тырыкин С.В., Белявская Н.В. Точность оценки амплитудной неидентичности каналов матричного имитатора // Актуальные проблемы электронного приборостроения (АПЭП–2016): тр. 13 междунар. науч.-техн. конф. Новосибирск: Изд-во НГТУ, 2016. Т. 12. С. 28–31.
188. Подкопаев А.О., Степанов М.А., Киселев А. В. Оценка и компенсация систематических ошибок калибровки матричного имитатора // Вопросы радиоэлектроники. 2018. № 4. С. 24–28.
189. Степанов М.А. Моделирование отражений от поверхностно-распределенных объектов на примере фрагмента подстилающей поверхности // Вопросы радиоэлектроники. 2019. № 4. С. 22–26.
190. Антипов В.Н., Колтышев Е.Е., Кондратенков Г.С. Многофункциональные радиолокационные комплексы истребителей. Москва: Радиотехника, 2014. 296 с.

191. Авиационные системы радиовидения. Монография / Под ред. Г.С. Кондратенкова. Москва: Радиотехника, 2015. 648 с.
192. Степанов М.А., Савиных И.С. Преобразование систем координат в задачах имитации радиолокационной обстановки // Вопросы радиоэлектроники. Сер. Радиолокационная техника. 2014. № 2. С. 86–93.
193. Сосновский А.А., Хаймович И.А., Лутин Э.А., И.Б. Максимов. Авиационная радионавигация: справочник. Транспорт. Москва, 1990. 264 с.
194. Артюшенко В.В, Никулин А.В. Расчет зависимости дальности до лоцируемого объекта от углового положения линии визирования // Вопросы радиоэлектроники. 2018. Т. 4. С. 14–18.
195. Artyushenko V.V., Nikulin A.V. The analytical dependence of the range from the angular position of the line-of-sight for an object represented as several planes // The 19 international conference of young specialists on micro/nanotechnologies and electron devices, EDM 2018: proc. Altai, Erlagol: IEEE Computer Society, 2018. С. 160–162.
196. Бакулев П.А., Степин В.М. Методы и устройства селекции движущихся целей. Москва: Радио и связь, 1986. 288 с.
197. Фельдман Ю.И., Мандуровский И.А. Теория флуктуаций локационных сигналов, отраженных распределенными целями / Под ред. Ю. И. Фельдмана. Москва: Радио и связь, 1988. 221 с.
198. Ахияров В.В. Рассеяние на статистически неровной поверхности с произвольными корреляционными свойствами // Журнал радиоэлектроники. 2012. № 2. С. 1–11.
199. Борзов А.Б., Быстров Р.П., Соколов А.В. Анализ радиолокационных характеристик объектов сложной пространственной конфигурации // Журнал радиоэлектроники. 1998. Т. 1.
200. Степанов М.А., Киселев А.В., Тырыкин С.В., Белявская Н.В. Стенд разработчика алгоритмического и программного обеспечения матричных имитаторов радиоэлектронной обстановки // Актуальные проблемы

электронного приборостроения (АПЭП–2016): тр. 13 междунар. науч.-техн. конф., Новосибирск. Новосибирск: Изд-во НГТУ, 2016. Т. 12. С. 56–59.

201. Тырыкин С. В. Критерии оценки качества и выбора параметров двухточечной модели сложного радиолокационной объекта // Материалы 6 международной конференции «Актуальные проблемы электронного приборостроения», Новосибирск. 2002. Т. 7. С. 66–69.

202. Панченко Б.А., Нефедов Е.И. Микрополосковые антенны. Москва: Радио и связь, 1986. 144 с.

Приложение 1

УТВЕРЖДАЮ

Первый заместитель
генерального директора –
генеральный конструктор


А. И. Живец
« 06 » 03 2019



УТВЕРЖДАЮ

Проректор НГТУ по научной
работе


А. Г. Вострецов
« 06 » 03 2019

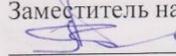


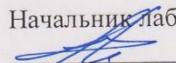
О внедрении научных результатов диссертационной работы Степанова М. А.

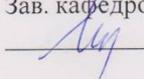
Мы, представители АО «ЗАСЛОН» в лице первого заместителя генерального директора – генерального конструктора А.И. Живца, заместителя начальника отделения А.А. Зверева, начальника лаборатории В.А. Михайлова и представители Новосибирского государственного технического университета в лице проректора по научной работе, профессора А.Г. Вострецова, заведующего кафедрой радиоприемных и радиопередающих устройств, профессора А.В. Киселева составили настоящий акт об использовании научных результатов диссертационной работы Степанова М.А.

Использование результатов диссертационной работы проходило в рамках хоздоговора РТУ-3-11 между АО «ЗАСЛОН» и НГТУ.

Степановым М.А. выполнено теоретическое обоснование применимости дискретных геометрических моделей распределенных радиолокационных объектов для синтеза матричных имитаторов. На их основе был разработан матричный имитатор и его программное обеспечение, предназначенный для полунатурной отработки перспективных радиолокационных средств.

От АО «ЗАСЛОН»:
Заместитель начальника отделения

А. А. Зверев

Начальник лаборатории

В. А. Михайлов

От НГТУ:
Зав. кафедрой РПИРПУ, профессор

А. В. Киселев

УТВЕРЖДАЮ

Генеральный директор

АО «НИИП имени В.В. Тихомирова»



« / »

УТВЕРЖДАЮ

Проректор НГТУ по научной

работе



А. Г. Вострецов

2019

АКТ

О внедрении научных результатов диссертационной работы Степанова М. А.

Мы, представители АО «НИИП имени В.В. Тихомирова» в лице генерального директора Ю. И. Белого, главного конструктора Д. Ю. Сусякова, начальника отдела М. В. Юркова и представители Новосибирского государственного технического университета в лице проректора по научной работе, профессора А.Г. Вострецова, заведующего кафедрой радиоприемных и радиопередающих устройств, профессора А. В. Киселева составили настоящий акт об использовании научных результатов диссертационной работы Степанова М. А.

Использование результатов диссертационной работы проходило в рамках хозяйственного договора РТУ-2-17 между АО «НИИП имени В.В. Тихомирова» и НГТУ.

С использованием теоретических результатов, полученных Степановым М. А. в ходе диссертационного исследования, разработаны матричные имитаторы экосигналов и помех бортовых радиолокационных станций, предназначенные для полунатурной отработки перспективных радиолокационных средств.

От АО «НИИП имени В.В. Тихомирова»:

Главный конструктор

Д. Ю. Сусяков

Начальник отдела

М. В. Юрков

От НГТУ:

Зав. кафедрой РПиРПУ, профессор

А. В. Киселев

РОССИЙСКАЯ ФЕДЕРАЦИЯ



ПАТЕНТ

НА ИЗОБРЕТЕНИЕ

№ 2610837

**СПОСОБ ИМИТАЦИИ РАДИОЛОКАЦИОННЫХ
ОТРАЖЕНИЙ**

Патентообладатель: **ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ
БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ "НОВОСИБИРСКИЙ
ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ"
(RU)**

Авторы: **Киселев Алексей Васильевич (RU), Никулин Андрей
Викторович (RU), Степанов Максим Андреевич (RU),
Тырыкин Сергей Владимирович (RU)**

Заявка № 2015154855

Приоритет изобретения 21 декабря 2015 г.

Дата государственной регистрации в

Государственном реестре изобретений

Российской Федерации 16 февраля 2017 г.

Срок действия исключительного права

на изобретение истекает 21 декабря 2035 г.



Руководитель Федеральной службы
по интеллектуальной собственности

Г.П. Ивлиев