

.ФГБОУ ВО
**ТОМСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ СИСТЕМ УПРАВЛЕНИЯ И
РАДИОЭЛЕКТРОНИКИ**

УДК 629.058

На правах рукописи



ШАВРИН ВЯЧЕСЛАВ ВЛАДИМИРОВИЧ

**СИНТЕЗ И ИССЛЕДОВАНИЕ АЛГОРИТМОВ ФИЛЬТРАЦИИ
РАДИОНАВИГАЦИОННЫХ ПАРАМЕТРОВ СИГНАЛОВ СРНС В
СИСТЕМЕ НАВИГАЦИИ КОСМИЧЕСКОГО АППАРАТА НА
ГЕОСТАЦИОНАРНОЙ И ВЫСОКОЭЛЛИПТИЧЕСКОЙ
ОРБИТАХ**

Специальность 05.12.14 – «Радиолокация и радионавигация»

ДИССЕРТАЦИЯ

на соискание учёной степени

кандидата технических наук

Научный руководитель:
доктор технических наук, профессор
Тисленко Владимир Ильич

ТОМСК – 2019

Оглавление

Оглавление	2
СПИСОК СОКРАЩЕНИЙ	4
Список основных используемых обозначений	7
ВВЕДЕНИЕ	9
Актуальность проблемы и состояние вопроса	9
Цель работы	13
Методы исследования	14
Научная новизна работы	14
Практическая ценность работы	15
Положения, выносимые на защиту	15
Достоверность	16
Публикации и апробация работы	16
Внедрение результатов работы	16
Личный вклад автора	17
Структура работы	17
ГЛАВА 1. Способы построения схем слежения за РНП сигналов в приёмниках космической навигации. Допущения и Ограничения. Современное состояние марковской теории оценивания.	18
1.1 Модель сигналов СРНС. Корреляционный приём	18
1.2 Способы построения следящих систем за РНП	23
1.2.1 НАП с двухэтапной обработкой сигналов	23
1.2.2 НАП с одноэтапной обработкой сигналов	29
1.3 Модель движения КА. Условия функционирования навигационной аппаратуры КА на ГСО и ВЭО	30
1.4 Байесовская теория оценивания. Нелинейные алгоритмы фильтрации	43
1.4.1 Модель системы. Байесовский рекуррентный оценщик. Линейный фильтр Калмана	43
1.4.2 Расширенный фильтр Калмана (<i>extended Kalman filter, EKF</i>)	48
1.4.3 Сигма-точечные фильтры Калмана (<i>sigma-point Kalman filter, SPKF</i>)	52
1.4.3.1 Фильтр Калмана на основе <i>unscented</i> -преобразования (<i>unscented Kalman filter, UKF</i>)	54
1.4.3.2 Фильтр Калмана на основе интерполяционной формулы Стирлинга (<i>central difference Kalman filter, CDKF</i>)	62
1.4.3.3 Фильтр Калмана на основе кубатурного правила вычисления интегралов (<i>cubature Kalman filter, CKF</i>)	65
1.4.3.4 Фильтр Калмана, основанный на вычислении интегралов с помощью квадратур Гаусса-Эрмита (<i>Gauss-Hermite Kalman Filter, GHKF</i>)	68
1.5 Методика расчёта предельной точности оценки РНП	72
1.6 Выводы	73

ГЛАВА 2.	Оценка радионавигационных параметров сигналов СРНС в когерентном режиме слежения	76
2.1	Синтез нелинейного фильтра в когерентном режиме работы системы слежения за РНП «второго типа»	76
2.1.1	Постановка задачи синтеза	76
2.1.2	Алгоритм фильтрации	82
2.2	Схема слежения за РНП «первого типа». Дискриминационные характеристики	82
2.3	Моделирование работы схемы слежения с <i>нелинейным</i> фильтром Калмана в когерентном режиме. Анализ результатов	85
2.4	Учёт навигационного сообщения при синтезе алгоритма слежения. Влияние наличия ЦИ на характеристики работы схемы слежения с <i>нелинейным</i> фильтром Калмана	96
2.4.1	Методы устранения неизвестного знака ЦИ	97
2.4.2	Результаты моделирования работы следящих контуров при наличии ЦИ	100
2.5	Синтез адаптивной по начальным параметрам нелинейной системы слежения за РНП. Анализ статистических характеристик	104
2.6	Оценка РНП перспективных сигналов ГЛОНАСС с модуляцией ВОС(1,1) в схеме слежения с <i>нелинейным</i> фильтром Калмана	115
2.7	Моделирование работы когерентных следящих цепей при уменьшении энергетического соотношения C/N_0	119
2.8	Выводы	131
ГЛАВА 3.	Оценка радионавигационных параметров сигналов СРНС в некогерентном режиме	136
3.1	Синтез нелинейного фильтра в некогерентном режиме работы системы слежения за РНП «второго типа»	136
3.2	Моделирование работы схемы слежения, состоящей из корреляторов и <i>нелинейного</i> фильтра оценки РНП, в некогерентном режиме. Анализ результатов	144
3.3	Выводы	151
ГЛАВА 4.	Экспериментальные исследования	154
4.1	Эксперимент 1 с использованием генератора СРНС сигнала	155
4.2	Эксперимент 2. Приём сигнала на неподвижную антенну под открытым небом	162
4.3	Эксперимент 3. Приём сигнала на движущемся автомобиле	164
4.4	Эксперимент 4. Слежение за РНП внутри помещения	173
4.5	Выводы	178
ЗАКЛЮЧЕНИЕ		179
СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ		183
ПРИЛОЖЕНИЕ А1		191
ПРИЛОЖЕНИЕ А2		192

СПИСОК СОКРАЩЕНИЙ

АКФ – автокорреляционная функция;

АПРВ – апостериорная плотность вероятности;

БГШ – белый гауссовский шум;

ВС – вектор состояния;

ВЭО – высокоэллиптическая орбита;

ВЧ – высокочастотный тракт;

ГЛОНАСС – Глобальная навигационная спутниковая система, РФ;

ГНСС – глобальная навигационная спутниковая система;

ГСО – геостационарная орбита;

ДН – диаграмма направленности;

ДУ – дифференциальное уравнение;

ДХ – дискриминационная характеристика;

ИКД – интерфейсный контрольный документ;

ИСЗ - искусственный спутник Земли;

КА – космический аппарат;

ЛФК – линейный фильтр Калмана;

МП – максимум правдоподобия;

НАП – навигационная аппаратура потребителя;

НИР – научно-исследовательская работа;

НКА – навигационный космический аппарат;

НО – низкокруговая орбита;

ОСШ – отношение мощности сигнала к спектральной мощности шума в полосе 1 Гц;

ПРВ – плотность распределения вероятности;

ПСП – псевдослучайная последовательность;

ПЧ – промежуточная частота;

РНП – радионавигационные параметры;

САН – система автономной навигации;

СРНС – спутниковая радионавигационная система;

СС – следящая система;

СКП – среднеквадратическая погрешность;

СПМ – спектральная плотность мощности;

УЦГС – управляемый цифровой генератор сигнала;

ФАП – фазовая автоподстройка;

ФП – функция правдоподобия;

ЦИ – цифровая информация;

A-GNSS – англ. Assisted GNSS – СРНС с использованием вспомогательных источников информации

ВОС – англ. binary offset carrier – бинарная модуляция на поднесущих;

BPSK – англ. Binary Phase-Shift Keying – бинарная фазовая модуляция;

СВКФ – англ. Correlation based Kalman filter tracking loop – схема слежения на основе обработки сигналов корреляторов в нелинейном фильтре Калмана/ схема слежения за РНП «второго типа»;

CDKF – англ. central difference Kalman filter – сигма-точечный фильтр Калмана на основе формул интерполяции Стирлинга;

СКФ – англ. cubature Kalman filter – сигма-точечный фильтр Калмана на основе кубатурного правила вычисления многомерных интегралов;

Compass – кит. Bèidǒu – глобальная система позиционирования, Китай;

E – англ. early – ранняя квадратура;

EKF – англ. extended Kalman filter – расширенный фильтр Калмана (на основе разложения нелинейной функции в ряд Тейлора в точке оценки);

F – англ. Fast – быстрая квадратура;

Galileo – англ. Galileo positioning system – глобальная система позиционирования, ЕС;

ГНКФ – англ. Gauss-Hermite Kalman filter – сигма-точечный фильтр Калмана с применением квадратур Гаусса-Эрмита для вычисления многомерных интегралов;

GPS (NAVSTAR GPS) – англ. Global Positioning System – глобальная система позиционирования, США;

IF – англ. intermediate frequency – промежуточная частота;

KF – англ. Kalman filter – фильтр Калмана;

L – англ. late – поздняя квадратура;

PF – англ. particle filter – фильтр частиц;

P – англ. Prompt – точная квадратура;

S – англ. Slow – медленная квадратура;

СПКФ – англ. sigma-point Kalman Filter – сигма-точечный фильтр Калмана (семейство фильтров в которых используются сигма-точки);

STK – англ. satellite tool kit 8;

УКФ – англ. unscented Kalman filter – сигма-точечный фильтр Калмана с применением unscented - преобразования;

UT – англ. unscented transformation – unscented преобразование;

vE – англ. very early – очень ранняя квадратура;

vL – англ. very late – очень поздняя квадратура.

Список основных используемых обозначений

- τ - истинная задержка принятого сигнала СРНС;
- f_D - истинное доплеровское смещение частоты принятого сигнала СРНС;
- $\varphi_0 \triangleq \varphi$ - начальная фаза принятого сигнала СРНС;
- $P_c \triangleq q_{dBW}$ - мощность принимаемого сигнала [дБВт];
- $C/N_0 \triangleq q$ - отношение мощности сигнала к спектральной плотности мощности шума в полосе 1 Гц [дБ-Гц];
- N_0 - спектральная плотность мощности внутреннего шума приёмника;
- k - дискретный момент времени;
- λ - вектор оцениваемых радионавигационных параметров сигнала СРНС;
- ΔF_D - рассогласование «частоте Доплера» между истинным значением смещения частоты f_D и первичной оценкой $f_{D,0}$;
- $\Delta \tau$ - рассогласование между истинным значением τ задержки сигнала и первичной оценкой τ_0 ;
- $\Delta \tau_{EL}$ - временной сдвиг между ранней (E) и поздней (L) корреляционными компонентами;
- P_{lock} - вероятность захвата на сопровождение в следящей системе;
- P_{loss} - вероятность срыва слежения;
- T - время когерентного накопления;
- \mathbf{X} - вектор состояний системы;
- $\mathbf{n}_{x,k}$ - вектор возбуждающих дискретных шумов состояния;
- \mathbf{z}_k - вектор дискретных наблюдений;
- \mathbf{w}_k - вектор дискретных шумов наблюдений;
- $\mathbf{f}(\cdot)$ - вектор функция, описывающая динамику процесса \mathbf{X}_k ;
- \mathbf{F} - линейная переходная матрица связи состояний;
- $\mathbf{h}(\cdot)$ - вектор-функция связи состояний \mathbf{X}_k и наблюдений \mathbf{z}_k ;
- \mathbf{P}_x - ковариационная матрица ошибки фильтрации ВС;
- $\mathbf{P}_{x,0}$ - начальное значение ковариационной матрицы ВС соответствует априорной неопределённости по ВС

\mathbf{R}_{nx} - ковариационная матрица дискретных шумов состояния \mathbf{x}_k ;

$\mathbf{K}_{\tilde{I}\tilde{Q}} \triangleq \mathbf{R}_w$ - ковариационная матрица квадратур на выходе корреляторов;

I_k - синфазная компонента сигнала на выходе коррелятора;

Q_k - квадратурная компонента сигнала на выходе коррелятора;

\bar{I} - среднее значение синфазной компоненты;

\bar{Q} - среднее значение квадратурной компоненты;

\tilde{I}_k - флуктуационная составляющая синфазной компоненты I_k ;

\tilde{Q}_k - флуктуационная составляющая квадратурной компоненты Q_k ;

ρ - временная корреляционная функция дальномерного кода;

$\varepsilon_{\tau,k}$ - рассогласование по задержке между параметром τ_k входного сигнала и $\tilde{\tau}_{k/k-1}$ сигнала

УГЦС;

$\varepsilon_{f_d,k}$ - рассогласование по частоте Доплера;

$\varepsilon_{\varphi_0,k}$ - рассогласование по начальной фазе;

T_{chip} - длительность символа дальномерного кода;

$N(0, \mathbf{K}_{\tilde{I}\tilde{Q}})$ - нормальное распределение с нулевым средним и ковариационной матрицей $\mathbf{K}_{\tilde{I}\tilde{Q}}$

χ - матрица, состоящая из всех сигма-точек;

$E[\cdot]$ - оператор вычисления математического ожидания.

ВВЕДЕНИЕ

Актуальность проблемы и состояние вопроса

Навигация объекта в пространстве с помощью спутниковых радионавигационных систем (СРНС) востребовано повсеместно: навигация автомобилей, воздушных и наводных судов, навигация пешеходов, в том числе внутри зданий, космическая навигация, навигация беспилотных подвижных объектов. В связи с этим проектирование навигационной аппаратуры потребителей (НАП) для этих задач является одним из приоритетных направлений.

В эру активного освоения околоземного космического пространства актуальной является задача координатно-временного обеспечения космических аппаратов (КА). Традиционно она решается с помощью наземных комплексов контроля и управления. В связи с активным ростом производительности вычислительной аппаратуры и уменьшением её массогабаритных характеристик решение этой задачи может быть достигнуто с помощью создания систем автономной навигации (САН) КА, которая не использует сигналы наземных комплексов контроля и управления. САН обрабатывает сигналы от различных источников навигационной информации и формирует оценки координат, скоростей и временных поправок для шкалы времени (ШВ) КА — решение навигационной задачи. Одним из основных источников этой информации в околоземном пространстве являются сигналы СРНС [1, 2]. На сегодняшний день существует несколько примеров успешной разработки САН для навигации КА на разных типах орбит [3 - 5].

Для решения навигационной задачи в СРНС применяют псевдодальномерный и псевдоразностно-скоростной, псевдоразностно-дальномерный и псевдоразностно-скоростной навигационные методы [1-6]. Для реализации этих методов предварительно необходимо сформировать оценки радионавигационных параметров (РНП): $\hat{\tau}$ — оценку псевдо-задержки, \hat{f}_D — оценку псевдодоплеровского смещения частоты и оценку $\hat{\phi}_0$ начальной фазы несущей радиосигнала (в когерентном режиме слежения). Точность навигационного решения зависит от качества оценок $\hat{\tau}$ и \hat{f}_D . Оценки $\hat{\phi}_{0,k}, \hat{f}_{D,k}, \hat{\tau}_k$ в момент времени k формируются в режиме слежения на выходе следящих систем (СС).

Для получения одномоментного решения навигационной задачи одновременно необходимо иметь оценки РНП как минимум от 4 навигационных космических аппаратов (НКА). Для КА на геостационарных (ГСО) и высокоэллиптических (ВЭО) орбитах мощности принимаемых сигналов СРНС могут опускаться до уровня $P_c = q_{dBW} = -180 \div -190$ дБВт. Синтез СС необходимо проводить с учётом этих условий. В противном случае, при работе по *одной* из

существующих СРНС оценки РНП либо будут обладать низким качеством, либо их количества будет недостаточно для решения задачи навигации, то есть навигационное поле является разрывным.

Отечественные исследования, посвящённые работе САН в условиях разрывности навигационного поля, представлены в [3, 4]. При этом происходит усложнение блока навигационного вычислителя. В [5] при навигации КА на ГСО осуществляют совместную обработку сигналов от СРНС ГЛНАСС и *GPS*. В [7] для функционирования САН в условиях приёма слабых сигналов СРНС, предлагается устанавливать на КА дополнительную направленную приёмную антенну с коэффициентом усиления в 22 дБ. Если же допустить наличие в САН цепей слежения, способных работать в более широком динамическом диапазоне — с учётом сигналов, принимаемых на боковые лепестки диаграмм направленности антенн, то отпадает необходимость усложнения алгоритмов навигационного вычисления. Таким образом, синтез контуров слежения и следящих фильтров за РНП для «слабых» сигналов СРНС для САН КА является важной и актуальной задачей.

Актуальность темы разработки цепей слежения и следящих фильтров за РНП, способных функционировать в условиях низкой мощности принимаемых сигналов СРНС, подтверждается большим интересом со стороны исследователей и разработчиков НАП за последние 20 лет. Существенный вклад в разработку алгоритмов слежения за РНП внесли такие североамериканские авторы как: M.G. Petovello, C. O'Driscoll, G. Lachapelle, D. Borio, M.L. Psiaki, N. I. Ziedan, J. L. Garrison, A. Soloviev, F. van Grass и другие. Также последние 10 лет активные исследования в этой области проводят группы китайских авторов. Среди отечественных исследователей и разработчиков радионавигационных систем значимый вклад внесли профессора Харисов В.Н., Перов А.И. и коллектив кафедры РТС университета «МЭИ» под его руководством [1, 8 - 10].

В литературе выделяют два способа решения *навигационной* задачи в НАП:

- «скалярный» (*scalar-based*) [11]. В отечественной литературе «скалярные» алгоритмы известны как приёмники с двухэтапной обработкой сигналов [1, 8];
- «векторный» (*vector-based*) способ построения [11 –13]. В отечественной литературе — схемы с одноэтапной обработкой сигналов [1, 8, 14].

При этом, по существу можно выделить два варианта реализации СС для «скалярного» способа построения НАП:

- «традиционный», при котором СС состоит из корреляторов, дискриминаторов РНП, цифрового фильтра и опорного управляемого цифрового генератора сигнала (УЦГС) [1, 2, 8, 10, 15-25];

- вариант построения СС, в котором сигнал для УЦГС формируется на выходе *нелинейного* фильтра Калмана, входными сигналами которого (наблюдениями) являются *непосредственно* выходы корреляторов [11].

Решение задачи синтеза в первом варианте выполняется в два этапа. Первый из них определяет структуру оптимального дискриминатора, реализующего максимально правдоподобную оценку РНП. Второй этап решает задачу синтеза оптимального линейного фильтра в контуре СС [1, 2, 8 - 10].

Во втором варианте синтез СС за РНП фактически выполняется в один этап. Здесь *объектом синтеза выступает нелинейный следящий фильтр*. В этом варианте построения СС дискриминация по параметрам реализуется в неявном виде «внутри» алгоритма нелинейной обработки выходных сигналов корреляторов. При этом в структуре СС *не содержится отдельной блок дискриминаторов РНП*.

В дальнейшем в тексте «традиционную» схему слежения с дискриминаторами и линейным фильтром будем называть – СС «первого типа». Схему слежения, состоящую из корреляторов и *нелинейного* фильтра Калмана, будем обозначать – СС за РНП «второго типа». В зарубежной литературе для указанного подхода к построению СС используют термин «*correlation based Kalman filter tracking loop*» (СВКФ)[11].

В отечественной литературе нет исследований, посвящённых способу построения СС, состоящей из корреляторов, следящего фильтра, опорного УЦГС и не содержащих типовых дискриминаторов РНП. Однако существует ряд работ, посвящённых непосредственной оценке РНП сигнала на промежуточной частоте (ПЧ) [26–30]. В данных исследованиях авторы так же не прибегают к использованию типовых дискриминаторов, а используют методы траекторной фильтрации, нелинейной марковской фильтрации и оптимального фильтра Стратоновича. Кроме того, в этих работах [26–30] речь идёт об оценках отдельных РНП: либо фазы $\hat{\varphi}$ и (или) частоты Доплера \hat{f}_D , либо частоты Доплера \hat{f}_D и задержки $\hat{\tau}$, при этом предполагается, что оставшиеся РНП известны. Совместная оценка всех радионавигационных параметров ($\lambda = \{\varphi \quad f_D \quad \tau \quad q_{dBW}\}^T$) в статьях [26–30] не рассматривается. В работе [31] проводится анализ двух квазиоптимальных алгоритмов оценки РНП в режиме слежения. Автор отмечает, что сравнительный анализ СКП оценок РНП выполняется при малых отношениях С/Ш. В качестве наблюдений в первом алгоритме используется радиосигнал НКА на промежуточной частоте. Во втором алгоритме в качестве наблюдений используются квадратурные компоненты сигналов на выходе трех корреляторов. В рамках сделанных автором предположений оба алгоритма обеспечивают равную точность оценок. Вместе с этим аналитические соотношения получены в предположении «замены» нелинейных дискриминаторов их линейными статистическими

эквивалентами, что в условиях работы СС при малых уровнях С/Ш не является достаточно строгим утверждением. По существу используемый автором метод синтеза ориентирован в обоих случаях на двухэтапную обработку [1]: синтез оптимального по максимуму правдоподобия дискриминатора и последующий синтез «петлевого» оптимального *линейного* фильтра сглаживания.

С другой стороны, в зарубежных источниках уделяется отдельное внимание «*correlation based Kalman filter*» схемам слежения, выполняющим совместные оценки параметров навигационных сигналов [11, 12, 32–41]. Как показано в первоисточниках [32, 33], данный вариант построения СС способен осуществлять слежение и получать совместные оценки РНП при энергетике сигнала, характерной для КА на ГСО и ВЭО. Это достигается за счёт непосредственной обработки отчётов с корреляторов в более сложном *нелинейном* следящем фильтре Калмана. Несмотря на то, СС за РНП «второго типа» была предложена ещё в 2002–2003 годах [32, 33], данные по статистическим и вероятностным характеристикам носят разрозненный характер в литературе. В литературе не рассмотрен синтез *некогерентной* СС «второго типа». Так же отсутствуют данные о сравнительных характеристиках качества СС обоих типов. Таким образом, объектом исследования диссертационной работы выступает **схема слежения за РНП**, состоящая из корреляторов и *нелинейного* фильтра Калмана, условия её функционирования, статистические и вероятностные характеристики.

Главным фактором, ограничивающим точность любых измерительных систем, являются случайные возмущения, проявляющиеся в наблюдаемых сигналах. Задача фильтрации - выделение полезного сообщения λ из принимаемого сигнала на фоне случайных возмущений, -решается с применением статистических методов обработки измерений. Развитие данного класса методов началось с конца XVIII века, когда в 1795 году Гауссом был разработан метод наименьших квадратов (МНК). В 1912 году Фишер развил метод максимального правдоподобия (МП). Затем в работах Колмогорова (1941 год) и Винера (1942 год) были получены основные результаты по теории фильтрации случайных сигналов. Современная методология статистического анализа и синтеза устройств обработки наблюдаемых сигналов сформировалась на основе фундаментальных результатов теории марковских процессов, определяемых стохастическими дифференциальными уравнениями. Результаты теории изложены в 60–70-х годах прошлого века в трудах Стратоновича Р.Л. [42] и Р. Калмана [43]. Вклад ученых России представлен в известных монографиях М.А. Миронова, С.В. Первачева, А.И. Перова, В.С. Пугачева, Ю.Г. Сосулина, В.И. Тихонова, В.Н. Харисова, М.С. Ярлыкова [9,10 , 44 – 58].

Для полностью линейных систем широкое практическое применение находит оптимальный по критерию минимума среднеквадратического отклонения оценки алгоритм линейного

фильтра Калмана (ЛФК) [59]. Для нелинейных систем в предположении гауссовой аппроксимации апостериорной плотности распределения вероятностей (АПРВ) применение методологии ЛФК привело к появлению расширенного фильтра Калмана (*extended Kalman filter, EKF*) и его модификациям [44, 50, 53, 57–63]. Применение *EKF* предполагает линеаризацию нелинейных функций в точке текущей оценки состояния с помощью разложения в ряд Тейлора. При этом возникают смещение оценок и погрешности вычисления ковариационных матриц и текущих оценок фильтрации состояния [60–63]. Более корректно решение нелинейных задач фильтрации выполняется при использовании класса сигма-точечных алгоритмов фильтра Калмана [60 - 73] (*sigma-point Kalman Filter, SPKF*). Сигма-точечные алгоритмы предполагают статистическую аппроксимацию гауссовой АПРВ с помощью конечного множества сигма-точек $\{\chi_i; i=0, \dots, L\}$, где L — количество точек для аппроксимации. Эти методы не требуют аналитического вычисления производных от нелинейных функций, описывающих эволюцию системы. Впервые сигма-точечный метод на основе *unscented*-преобразования (*UT*) был предложен Джулиером и Ульманом [64] в 1995. Данный класс методов получил развитие в последние двадцать лет, он является сравнительно новым и актуальным для исследования в задаче построения следящих фильтров оценки РНП. Численные методы также применимы для расчета оценок в ситуации, когда гауссово приближение ведёт к большим ошибкам. В этом случае применяют так называемые последовательные методы Монте-Карло (*Sequential Monte Carlo*), куда входят алгоритмы фильтров частиц (*particle filters, PF*) [62, 74, 75]. Существуют и другие варианты построения фильтров, например, в виде комбинаций алгоритмов, перечисленных выше [62]. Большим недостатком алгоритмов с применением *PF* является большая вычислительная нагрузка.

Таким образом, **является актуальной** задача синтеза алгоритмов слежения за РНП в задаче навигации КА, находящегося на ГСО и ВЭО, с применением последних достижений марковской теории нелинейной фильтрации, исследование области применимости и характеристик синтезированных алгоритмов.

Цель работы

Цель диссертационной работы состоит в решении задачи синтеза алгоритмов совместной оценки радионавигационных параметров сигналов СРНС в следящем контуре приёмника системы автономной навигации в условиях движения КА на ГСО и ВЭО.

Для достижения поставленной цели в работе были решены следующие задачи:

- 1) Обзор и анализ существующих способов построения СС;
- 2) Исследование алгоритма формирования совместных оценок РНП в когерентном режиме приёма;

- 3) Синтез алгоритма формирования совместных оценок РНП в *некогерентном* режиме приёма;
- 4) Разработка способа *адаптации к неизвестным начальным параметрам сигнала* для расширения области применимости алгоритмов слежения в плане снижения энергетики обрабатываемых сигналов СРНС;
- 5) Анализ статистических характеристик процессов в контуре слежения при различных способах его построения;
- 6) Проведение экспериментальных исследований разработанных алгоритмов обработки в *когерентном и некогерентном* режимах.

Методы исследования

При решении поставленных задач использованы методы теории вероятностей и математической статистики, методы статистической теории радиотехнических систем, теории оптимальной фильтрации случайных процессов, имитационного компьютерного моделирования, вычислительной математики, программирования.

Научная новизна работы

Научная новизна результатов диссертационной работы состоит в следующем:

1. Выполнен синтез алгоритмов формирования совместных квазиоптимальных оценок РНП в режиме слежения при обработке сигналов с выходов корреляторов в бортовом приёмнике КА при полёте на ГСО и ВЭО. Задача решена на основе современных подходов марковской теории нелинейной фильтрации.
2. Синтезирована адаптивная к неизвестным начальным параметрам сигнала СС, онованная на обработке отсчётов корреляционной функции в *нелинейном* фильтре и функционирующей в *когерентном* режиме.
3. Предложен алгоритм оценки РНП для «*correlation based Kalman filter*» схемы слежения, функционирующей в *некогерентном* режиме, с применением методов нелинейной марковской фильтрации.
4. Исследованы статистические характеристики оценок РНП и вероятностные характеристики событий «захват на сопровождение» и «срыв слежения» для алгоритмов оценки РНП при различных способах построения СС. Выполнено сравнение полученных характеристик с соответствующими параметрами в следящей системе, состоящей из типовых дискриминаторов РНП и *линейный* фильтр Калмана.

Практическая ценность работы

Практическая ценность работы заключается в том, что разработанные алгоритмы построения следящих фильтров в СС позволяют получать оценки РНП при функционировании НАП в условиях низкой энергетики, характерной для ГСО и ВЭО. Результаты работы представляют интерес при проектировании навигационных приёмников, использующих сигналы с BPSK и (или) BOC модуляцией как для космического, так и для наземного потребителя. Они необходимы при выборе оптимальной структуры контура слежения за РНП. Выполнена экспериментальная проверка разработанных алгоритмов.

Положения, выносимые на защиту

1. Схема с корреляторами и *нелинейным* сигма-точечным фильтром Калмана в условиях движения КА на ГСО и ВЭО обеспечивает слежение за РНП в *когерентном* режиме при уменьшении C/N_0 до **17** дБ-Гц и $T=20$ мс. При наличии пилот-сигнала L1OCp (BOC(1,1)) и времени накопления на одном периоде ПСП L1OCp система сохраняет работоспособность при уменьшении C/N_0 до значений **10** дБ-Гц.

2. Предложенная адаптация к неизвестным начальным параметрам в схеме слежения «второго типа» при $T=10$ мс и $C/N_0 \geq 23$ дБ-Гц обеспечивает повышение вероятности вхождения в режим слежения до **30%** по сравнению с неадаптивным вариантом и допускает начальные рассогласования по частоте Доплера (ΔF_d) и задержке огибающей ($\Delta \tau$), соответственно, до 20 Гц и 0.5 Тчипа. Это дает эквивалентное расширение диапазона работы на **2-4** дБ по параметру C/N_0 при фиксированном значении вероятности захвата на сопровождение $P_{lock} \geq 0.6$.

Для сигналов с модуляцией BOC(1,1) (L1OCp) применение адаптивной схемы повышает вероятность захвата не менее чем на **30%** при снижении параметра C/N_0 до 21 дБ-Гц и $|\Delta F_d| \leq 10$ Гц.

3. Предложенный вариант *некогерентной* СС за РНП обеспечивает с вероятностью 0.9 захват на сопровождение сигналов с ОСШ от **23** дБ-Гц при $T=1$ мс, расстройке по частоте Доплера $|\Delta F_d| \leq 333$ Гц, по задержке $|\Delta \tau| \leq 0.5$ Тчипа и по скорости изменения частоты Доплера $|\Delta \dot{F}_d| \leq 15$ Гц/сек.

Достоверность

Достоверность полученных результатов и синтезированных алгоритмов слежения за РНП подтверждена результатами комплексного математического моделирования и результатами экспериментальных исследований.

Публикации и апробация работы

Основные положения и выводы диссертационного исследования обсуждались на совместных семинарах кафедры радиотехнических систем и НИИ радиотехнических систем Томского государственного университета систем управления и радиоэлектроники; результаты докладывались на научно-техническом семинаре кафедры РТС «Национального исследовательского университета «МЭИ»; на научных и научно-технических конференциях:

- XI Международную научно-практическую конференцию «Электронные средства и системы управления» (2015), г. Томск
- XVIII Конференция Молодых Ученых «Навигация и Управление Движением»(XVIII КМУ 2016), г. Санкт-Петербург
- Всероссийская научно-техническая конференция "Научная сессия ТУСУР" (НС ТУСУР 2016), г.Томск.
- XXIII Санкт-Петербургская международная конференция по интегрированным навигационным системам (2016), г. Санкт-Петербург
- VIII Всероссийская научно-техническую конференция «Актуальные проблемы ракетно-космического приборостроения и информационных технологий» (Российские космические системы) 2016, г. Москва
- IX Всероссийская научно-техническую конференция «Актуальные проблемы ракетно-космического приборостроения и информационных технологий» (Российские космические системы) 2018, г. Москва

По теме диссертации опубликовано 7 работ: 3 статьи в журналах из перечня ВАК (2 переведены на английский язык), 1 в сборнике докладов международной конференций, 3 в сборниках докладов всероссийских конференций. 4 работы содержатся в изданиях, индексированных в базе данных Scopus.

Внедрение результатов работы

Результаты диссертационной работы были использованы при выполнении НИР по проекту ФЦП «Исследования и разработки по приоритетным направлениям развития научно-технического комплекса России на 2014-2020 годы», соглашение № 14.574.21.0101

(уникальный идентификатор RFMEFI57414X0101), что подтверждается актом внедрения (приведен в Приложении А1). Также результаты внедрены в учебный процесс на кафедре РТС ТУСУР и оформлены в виде лабораторной работы по курсу «Системы глобального позиционирования GPS» специальности 11.05.01 «Радиоэлектронные системы и комплексы», профиль «Радиоэлектронные системы космических комплексов». Акт внедрения приведён в Приложении А2.

Личный вклад автора

Постановка решённых в диссертации задач была сделана научным руководителем аспиранта д.т.н. проф. Тисленко В.И., который указал основные направления исследования и принимал участие в обсуждении результатов. Доказательство и обоснование полученных в диссертации результатов, математические выкладки, создание программных комплексов для проведения имитационного моделирования, имитационное моделирование и экспериментальные исследования выполнены лично автором. Соавторы по опубликованным работам оказали помощь в организации натурных экспериментов и интерпретации полученных результатов. Результаты статистического моделирования *когерентного* режима работы схемы слежения за РНП, обрабатывающей сигналы с выхода корреляторов в *нелинейном* фильтре, представлены в работах автора [76 - 78]. Результаты работы схемы слежения с применением адаптации по неизвестным начальным параметрам изложены в работах [79 - 81]. В публикациях [82, 83] представлены результаты моделирования и экспериментальное применение некогерентной схемы слежения на основе *нелинейного* фильтра оценки РНП.

Структура работы

Диссертация состоит из введения, четырех глав основного текста, заключения, списка сокращений, списка литературы и одного приложения. Общий объем работы составляет 192 страница, 110 рисунков. Список литературы включает 111 источников.

ГЛАВА 1. Способы построения схем слежения за РНП сигналов в приёмниках космической навигации. Допущения и Ограничения.

Современное состояние марковской теории оценивания.

Глава 1 является обзорной. В главе кратко рассмотрены способы построения следящих систем (СС) за радионавигационными параметрами (РНП) сигналов СРНС в навигационной аппаратуре потребителей (НАП). Приведены основные особенности этих способов и их сравнительный анализ. Проанализированы условия функционирования НАП для КА, находящегося на ГСО и ВЭО. Описан подход к решению задачи синтеза алгоритмов оценки РНП методами теории марковской нелинейной фильтрации. Приведены современные алгоритмы нелинейных фильтров для гауссовской аппроксимации апостериорной плотности распределения вероятностей (АПРВ) оцениваемых параметров. Рассмотрена методика расчёта предельной точности оценивания параметров с помощью нелинейных алгоритмов фильтрации.

1.1 Модель сигналов СРНС. Корреляционный приём

На сегодняшний день потребителю доступны сигналы с двумя типами модуляции:

1) Стандартные сигналы с бинарной фазовой модуляцией (*BPSK*), используемые в *GPS* и ГЛОНАСС. Модель сигнала $s_i(t)$ с *BPSK* модуляцией на входе НАП может быть представлена [1, 2, 8]

$$s_{BPSK}(t) = A(t) \cdot h_{DK}(t - \tau(t)) \cdot h_{ЦИ}(t - \tau(t)) \cdot \cos(2\pi(f_0 + f_D(t))t + \phi_0(t)) + n(t), \quad (1.1)$$

где $A(t)$ - амплитуда сигнала i -го НКА; $\tau(t)$ - задержка сигнала до i -го НКА; $h_{DK}(\cdot)$ - функция модуляции дальномерным кодом (псевдослучайной последовательностью (ПСП)); $h_{ЦИ}(\cdot)$ - функция модуляции цифровой информацией (ЦИ); f_0 - несущая частота; $f_D(t)$ - смещение частоты Доплера для i -го НКА; $\phi_0(t)$ - случайная начальная фаза сигнала; $n(t)$ - белый гауссовский шум (БГШ) с нулевым математическим ожиданием и двусторонней спектральной плотностью $N_0/2$ (N_0 - реальная физическая односторонняя спектральная плотность внутреннего шума приёмника).

2) Сигналы с модуляцией на поднесущих (*binary offset carrier, BOC*). Под модуляцией *BOC* (f_{sub} , f_{chip}) понимается бинарная модуляция на поднесущих частотах, при которой f_{sub} - частота отстройки поднесущих, f_{chip} - частота следования символов (чипов) кода. Обычно

частоты f_{sub} , f_{chip} выбираются кратными некоторой «базовой» частоте f_b (например, в GPS, Galileo и в перспективных радиосигналах ГЛОНАСС $f_b=1,023$ МГц [84, 85]), т.е. $f_{sub} = mf_b$, $f_{chip} = nf_b$. Для обозначения модуляции на поднесущих частотах используется сокращенная запись $BOC(m,n)$. Для фазовой манипуляции $BPSK(n)$ обозначает, что скорость следования символов кода $f_{chip} = nf_b$ и длительность символа кода $T_{chip} = 1 / f_{chip}$ ПСП. Цель введения новых радиосигналов с модуляцией на поднесущих частотах — повышение точности измерения задержки сигнала [1, 8]. Согласно «Концепции развития навигационных сигналов глобальной навигационной системы ГЛОНАСС» [8, 84] излучаются сигналы, содержащие пилотную компоненту (сигнал, не модулируемый данными, *Pilot*-) и компоненту с навигационной/ служебной информацией (*Data*-). Для одновременной передачи *Pilot*- и *Data*- компонент в диапазонах L1 и L2 (L1OC, L1SC, L2OC, L2SC) в перспективных сигналах с кодовым разделением применяют почипово-временное уплотнение. В диапазонах L1 и L2 *Pilot*-компоненты сигналов с открытым доступом (L1OCp, L2OCp) имеют модуляцию $BOC(1,1)$ [8, 84]; компоненты, содержащие данные (L1OCd, L2КСИ) имеют модуляцию $BPSK$. В диапазоне L3 СРНС ГЛОНАСС передаются только сигналы открытого доступа, *Data*- и *Pilot*-модулированы $BPSK(10)$ и имеют квадратурное уплотнение. *Pilot*-сигналы с санкционированным доступом (L1SCp, L2SCp) имеют $BOC(2,1)$ модуляцию. Модуляцию $BOC(1,1)$ также имеют некоторые сигналы GPS, Galileo, Compass. Кроме этого, в данных системах планируется использовать более сложные виды BOC модуляции [25, 85].

В диссертационной работе основное внимание уделено обработке сигналов с $BPSK$ модуляцией: во-первых, на данный момент большая часть навигационной аппаратуры оперирует сигналами с этим видом модуляции; во-вторых, навигация по сигналам с $BPSK$ модуляцией будет осуществляться до полной смены орбитальной группировки НКА; в-третьих, в перспективных сигналах часть компонент также имеет $BPSK$ модуляцию. Однако полностью обойти стороной сигналы с BOC модуляцией также невозможно. В работе часть исследований проведена для перспективных сигналов СРНС ГЛОНАСС L1OCp, имеющих модуляцию $BOC(1,1)$. Модель *Pilot*-компонент перспективных сигналов ГЛОНАСС в частотных диапазонах L1 и L2

$$s_{Pilot}(t) = A(t) \cdot h_{ДК}(t-\tau(t)) \cdot h_{ЦС}(t-\tau(t)) \cdot \cos(2\pi(f_0 + f_d(t))t + \phi_0(t)) + n(t), \quad (1.2)$$

где $h_{ЦС}(t)$ - функция модуляции цифровой синусоидой, в качестве которой в работе выступает функция $h_{ЦС}(t) = \text{sign}(\sin(2\pi f_s t + \psi))$ – колебание меандрового типа, т.е. цифровая синусоида с частотой f_s , где $\text{sign}(x)$ – знаковая функция, принимающая значения ± 1 в зависимости от знака аргумента x .

Независимо от вида модуляции - *BPSK* или *BOC(m,n)*- для оптимального приёма навигационного сигнала используют корреляционную схему обработки (Рисунок 1.1) [1, 2, 8, 9, 10, 86].

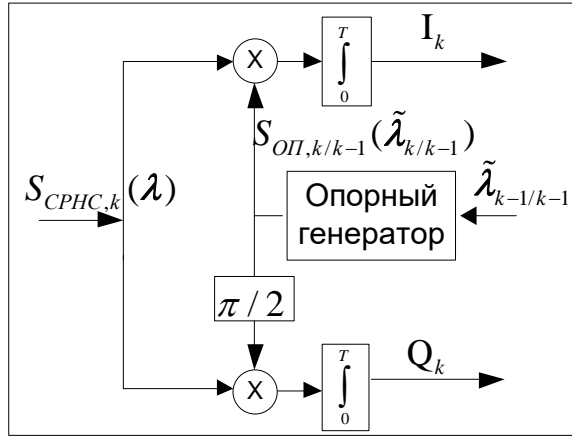


Рисунок 1.1. Структурная схема корреляционного приёмника

На рисунке: $S_{CPHC,k}(\lambda)$ - реализация принимаемого сигнала СРНС длительностью T_0 в дискретный момент времени k ; $\lambda \triangleq \lambda_k = (\tau_k, f_{д,k}, \varphi_{0,k}, q_k)$ - вектор РНП сигнала на момент времени k ; T_0 - длительность принятого сигнала, на которой РНП λ предполагаются постоянными; $S_{ОП,k/k-1}(\tilde{\lambda})$ - сигнал с опорного УЦГС; $\tilde{\lambda}_{k-1/k-1}$ - вектор РНП в УЦГС, экстраполированных на момент времени k по оцененным значениям на момент $k-1$; I_k и Q_k - синфазная и квадратурная компоненты корреляционного интеграла в момент времени k на выходе корреляторов, полученные за время накопления T ; $q_k = \frac{A_k^2}{2N_0} = \frac{P_{c,k}}{N_0}$ - отношение мощности радиосигнала к спектральной плотности мощности шума приёмника в полосе 1 Гц. Отметим, что отношение сигнал/шум в полосе 1 Гц (ОСШ) q , выраженное в относительных единицах, имеет размерность дБ-Гц. На поверхности земли при температуре приёмника $T_{temp} = 300$ К и типичной мощности принимаемого сигнала СРНС под открытым небом $P_c \approx -155$ дБВт, ОСШ в полосе 1 Гц будет равно

$$q = P_c - N_0 = -155 - 10 \lg(kT_{temp} \cdot 1) \approx 49 \text{ дБ-Гц}$$

где $k = 1.38 \cdot 10^{-23}$ Дж/К - постоянная Больцмана.

Синфазная и квадратурная компоненты корреляционного интеграла могут быть представлены в виде [1, 2, 8]

$$I_k = \bar{I}(\varepsilon_{\tau,k}, \varepsilon_{f_{д,k}}, \varepsilon_{\varphi_{0,k}}, q_k) + \tilde{I}_k \quad (1.3)$$

$$Q_k = \bar{Q}(\varepsilon_{\tau,k}, \varepsilon_{f_D,k}, \varepsilon_{\varphi_0,k}, q_k) + \tilde{Q}_k,$$

где $\bar{I}(\cdot), \bar{Q}(\cdot)$ - средние значения I_k и Q_k ; \tilde{I}_k, \tilde{Q}_k - флуктуационные компоненты I_k и Q_k ; $\varepsilon_{\tau,k} = \tau_k - \tilde{\tau}_{k/k-1}$ - рассогласование по задержке между параметром τ_k входного сигнала и $\tilde{\tau}_{k/k-1}$ сигнала УГЦС; $\varepsilon_{f_D,k} = f_{D,k} - \tilde{f}_{D,k,k-1}$ - рассогласование по частоте Доплера; $\varepsilon_{\varphi_0,k} = \varphi_{0,k} - \tilde{\varphi}_{0,k/k-1}$ - рассогласование по начальной фазе. Флуктуационные компоненты \tilde{I}_k, \tilde{Q}_k являются взаимно некоррелированными белыми гауссовскими шумами [1, 2, 8] с плотностью вероятности $N(0, D_{\tilde{I}/\tilde{Q}})$, где $D_{\tilde{I}/\tilde{Q}}$ - дисперсия \tilde{I}_k, \tilde{Q}_k .

Для улучшения качества слежения за задержкой сигнала τ_k принято использовать три корреляционных канала, которые различаются задержками ПСП дальномерного кода, введёнными в УГЦС: точный канал (*Prompt, P*), ранний (*Early, E*) и поздний (*Late, L*). ПСП дальномерного кода в раннем (*E*) корреляционном канале опережает точную (*P*) компоненту на $\Delta\tau_{EL} / 2$; в позднем (*L*) канале – запаздывает на $\Delta\tau_{EL} / 2$; ранний (*E*) относительно позднего (*L*) сдвинут по времени на $\Delta\tau_{EL}$. Обычно $\Delta\tau_{EL} = T_{chip}$ ПСП, однако эта величина может меняться.

Таким образом, математическая модель для средних значений $\bar{I}(\cdot), \bar{Q}(\cdot)$ корреляционных интегралов I_k и Q_k (1.3) в трёх корреляционных каналах (*P, E, L*) может быть записана в следующем виде [1, 8]

$$\left. \begin{aligned} \bar{I}_P(\varepsilon_{\tau,k}, \varepsilon_{f_D,k}, \varepsilon_{\varphi_0,k}, q_k) &= 10^{q_k/10} 2T \rho(\varepsilon_{\tau,k}) \cos(\varepsilon_{\varphi_0,k} + 2\pi\varepsilon_{f_D,k} \frac{T}{2}) \operatorname{sinc}(2\pi\varepsilon_{f_D,k} \frac{T}{2}), \\ \bar{Q}_P(\varepsilon_{\tau,k}, \varepsilon_{f_D,k}, \varepsilon_{\varphi_0,k}, q_k) &= 10^{q_k/10} 2T \rho(\varepsilon_{\tau,k}) \sin(\varepsilon_{\varphi_0,k} + 2\pi\varepsilon_{f_D,k} \frac{T}{2}) \operatorname{sinc}(2\pi\varepsilon_{f_D,k} \frac{T}{2}), \\ \bar{I}_{E/L}(\varepsilon_{\tau,k}, \varepsilon_{f_D,k}, \varepsilon_{\varphi_0,k}, q_k) &= 10^{q_k/10} 2T \rho(\varepsilon_{\tau,k} \mp \frac{\Delta\tau}{2}) \cos(\varepsilon_{\varphi_0,k} + 2\pi\varepsilon_{f_D,k} \frac{T}{2}) \operatorname{sinc}(2\pi\varepsilon_{f_D,k} \frac{T}{2}), \\ \bar{Q}_{E/L}(\varepsilon_{\tau,k}, \varepsilon_{f_D,k}, \varepsilon_{\varphi_0,k}, q_k) &= 10^{q_k/10} 2T \rho(\varepsilon_{\tau,k} \mp \frac{\Delta\tau}{2}) \sin(\varepsilon_{\varphi_0,k} + 2\pi\varepsilon_{f_D,k} \frac{T}{2}) \operatorname{sinc}(2\pi\varepsilon_{f_D,k} \frac{T}{2}) \end{aligned} \right\} \quad (1.4)$$

где $\rho(\varepsilon_{\tau,k})$ – временная корреляционная функция дальномерного кода; $\operatorname{sinc}(2\pi\varepsilon_{f_D,k} \frac{T}{2})$ – частотная корреляционная функция дальномерного кода. Синфазные компоненты $I_{P/E/L,k}$ взаимно не коррелированы с квадратурными компонентами $Q_{P/E/L,k}$; при этом остаётся временная корреляция синфазных компонент $I_{P/E/L,k}$ и временная корреляция квадратурных компонент $Q_{P/E/L,k}$. Шесть флуктуационных компонент $\tilde{I}_{P/E/L,k}, \tilde{Q}_{P/E/L,k}$ являются гауссовскими с *совместной* плотностью вероятности $N(0, \mathbf{K}_{\tilde{I}\tilde{Q}})$, где $\mathbf{K}_{\tilde{I}\tilde{Q}}$ - ковариационная

матрица размерностью (6x6). Элементы ковариационной матрицы $\mathbf{K}_{\tilde{I}\tilde{Q}}$ определены соотношениями [1, 8]

$$\begin{aligned} D[\tilde{I}_{P/E/L,k}] &= D[\tilde{Q}_{P/E/L,k}] = \sigma_{I,Q}^2 = 10^{q_k/10} \cdot 2T, \\ E[\tilde{I}_{E/L,k} \tilde{I}_{P,k}] &= E[\tilde{Q}_{E/L,k} \tilde{Q}_{P,k}] = 10^{q_k/10} \cdot 2T \rho(\Delta\tau / 2), \\ E[\tilde{I}_{P/E/L,k} \tilde{Q}_{P/E/L,k}] &= 0, \\ E[\tilde{I}_{E,k} \tilde{I}_{L,k}] &= E[\tilde{Q}_{E,k} \tilde{Q}_{L,k}] = 10^{q_k/10} \cdot 2T \rho(\Delta\tau). \end{aligned} \quad (1.5)$$

Временную корреляционную функцию *BPSK* сигнала можно записать в виде [1, 2, 8]:

$$\rho_{BPSK}(\tau) = \begin{cases} 1 - \frac{\tau}{T_{chip}}, & \forall |\tau| < T_{chip} \\ 0, & \forall |\tau| \geq T_{chip} \end{cases} \quad (1.6)$$

Временную корреляционную функцию *BOC*(pn, n), $p = 1, 2, \dots$ сигнала можно записать в виде [1, 8]

$$\rho_{BOC}(\tau) = \begin{cases} (-1)^{v+1} \left[\frac{1}{P} (-v^2 + 2vp + v - p) - \frac{|\tau|}{T_{chip}} (4p - 2v + 1) \right], & \forall |\tau| < T_{chip} \\ 0, & \forall |\tau| \geq T_{chip} \end{cases} \quad (1.7)$$

где $v = \left\lceil \frac{2p|\tau|}{T_{chip}} \right\rceil$ - целочисленный параметр; $\lceil x \rceil$ - функция взятия целой части числа. На

Рисунок 1.2 приведён вид нормированных временных корреляционных функций для сигналов с *BPSK* и *BOC*(1,1) модуляциями.

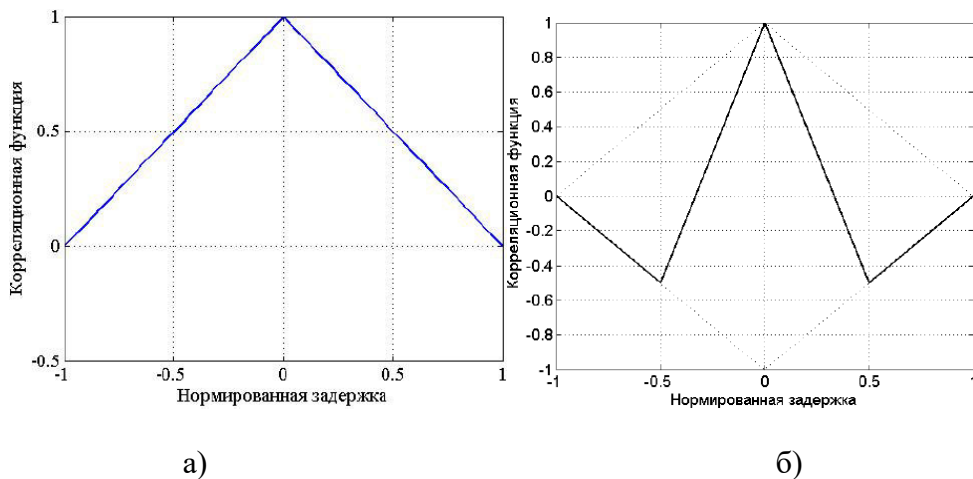


Рисунок 1.2. Нормированные временные корреляционные функции сигналов: а) *BPSK*(1), б) *BOC*(1,1)

1.2 Способы построения следящих систем за РНП

Существует два режима слежения за РНП [1, 8]: 1) *когерентный*, в котором в схеме слежения происходит оценка начальной фазы несущей частоты. В последствие полученная оценка фазы $\hat{\phi}$ используется для формирования опорного сигнала в УЦГС. 2) *некогерентный*– начальная фаза сигнала не оценивается, а оценивается только несущая частота. Приёмник с *когерентной* обработкой позволяет получить более высокую точность навигационного решения, по сравнению с *некогерентным*. *Некогерентные* СС более устойчивы, по сравнению с *когерентными*.

Как известно из литературы, различают два принципиально разных способа решения навигационной задачи в НАП [1, 2, 8, 11-13]:

- НАП с двухэтапной обработкой сигналов [1, 8]. В зарубежной литературе этот вариант называется «скалярным» (*scalar-based*) [11].
- НАП с одноэтапной обработкой сигналов [1, 8, 10, 14] или «векторные» (*vector-based*) алгоритмы [11-13].

1.2.1 НАП с двухэтапной обработкой сигналов

Приёмники с двухэтапной обработкой могут реализовывать как *когерентное*, так и *некогерентное* слежение за сигналом. Основными преимуществами НАП со «скалярной» структурой являются: простота реализации; независимость друг от друга каналов слежения за РНП. На Рисунок 1.3 приведена структурная схема НАП с двухэтапной обработкой сигналов [1, 8] («скалярная» схема).

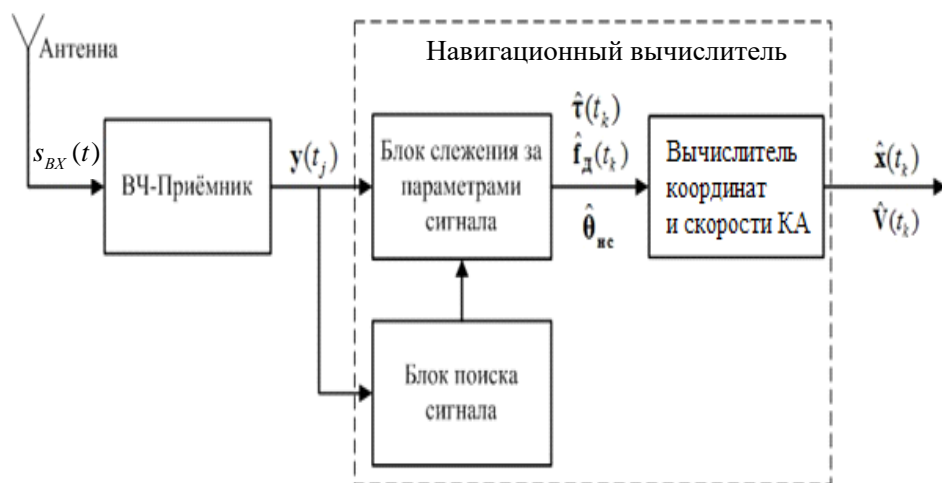


Рисунок 1.3. Структурная схема приёмника с двухэтапной обработкой сигналов

Как видно из рисунка, при «скалярном» способе обработки сигналов СРНС в навигационном приёмнике: 1) происходит выделение РНП из принятого сигнала; 2) решается навигационная задача на основе полученных оценок РНП. Качество навигационного решения зависит от точности оценок РНП на выходе блока слежения.

Для «скалярного» способа построения НАП по существу можно выделить два варианта реализации схем слежения:

- «традиционный», при котором СС состоит из корреляторов, дискриминаторов РНП, цифрового фильтра и опорного управляемого цифрового генератора сигнала (УЦГС);
- вариант построения СС, в котором сигнал для УЦГС формируется на выходе *нелинейного* фильтра Калмана, входными сигналами которого (наблюдениями) являются *непосредственно* выходы корреляторов.

«Традиционный» способ построения СС подробно описан в классической литературе по проектированию НАП и статистическому синтезу радиотехнических систем [1, 2, 8, 9, 10]. Данный способ широко применяется в различных задачах слежения за параметрами и относительно прост в реализации. Синтез схемы слежения «первого типа» выполняется в два этапа: на первом этапе определяется структура оптимальных дискриминаторов; на втором этапе решается задача синтеза *линейного* фильтра слежения [1, 2, 8, 9, 10]. Дискриминатор – устройство, сигнал на выходе которого $\mathbf{u}_{д,к}(\varepsilon_\lambda)$ зависит от рассогласования $\varepsilon_\lambda = (\lambda_k - \tilde{\lambda}_k)$ между величинами оцениваемого параметра λ_k и значением этого параметра в сигнале опорного генератора $\tilde{\lambda}_k$. При приёме сигнала на фоне БГШ процесс на выходе дискриминатора определяется соотношением

$$\frac{\partial \ln \left(p(\mathbf{y}_{k+1} | \lambda_k) \Big|_{\lambda_k = \tilde{\lambda}_k} \right)}{\partial \lambda_k} \equiv \tilde{\mathbf{u}}_{д\lambda,к}, \quad (1.8)$$

где $p(\mathbf{y}_{k+1} | \lambda_k)$ - функция правдоподобия наблюдаемого сигнала \mathbf{y}_{k+1} при неизвестных РНП λ_k . При этом параметры λ_k полагаются постоянными на интервале корреляционного накопления. Дискриминаторы являются нелинейными элементами [1, 2, 8]. Для применения оптимального *линейного* фильтра необходимо линеаризовать синтезированный дискриминатор и ввести эквивалентные *линейные* наблюдения [1, 8]. На Рисунок 1.4 приведена обобщённая структурная схема следящей системы, содержащей дискриминаторы.

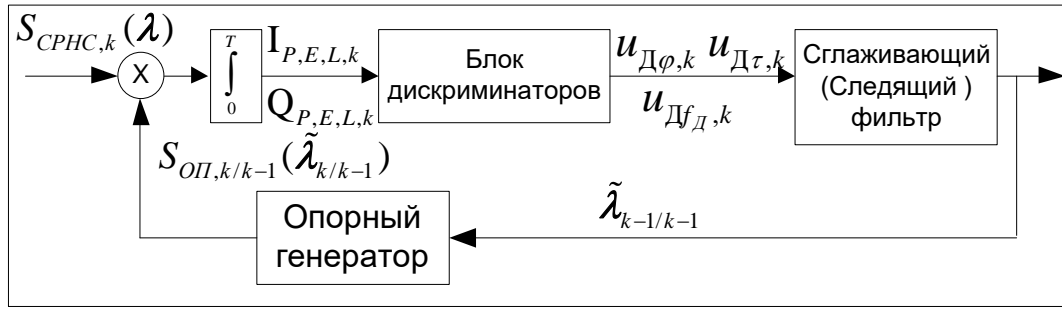


Рисунок 1.4. Обобщённая структурная схема следящей системы с дискриминаторами (СС «первого типа»)

Отметим, что линейные фильтры слежения могут быть оптимальными (линейный фильтр Калмана) или субоптимальными (цифровой сглаживающий фильтр). В субоптимальном случае для получения конечных оценок РНП синтезируют цифровой сглаживающий фильтр n -го порядка (обычно $n \leq 3$) с постоянными коэффициентами. Этот вариант имеет ряд особенностей: сглаживающие фильтры синтезированы для определённых условий функционирования СС, имеют постоянные параметры и не учитывают модель динамики потребителя. При синтезе оптимального *следящего за РНП фильтра* прибегают к теории марковской фильтрации. В этом случае оптимальным является *линейный фильтр Калмана* (Рисунок 1.4). Данная структура СС обладает лучшими характеристиками слежения и устойчивости по сравнению со схемой слежения, в которой применён субоптимальный фильтр. В этом варианте СС есть возможность учитывать меняющиеся условия функционирования НАП; также приёмники с такой организацией цепей слежения способны быстрее восстанавливать слежение после кратковременной потери сигнала. В отечественной литературе этот способ построения подробно рассмотрен в монографиях и работах коллектива из «МЭИ» [1, 8, 15-25]. Для синтеза следящего фильтра необходимо задать априорную модель изменения РНП. Априорные сведения о модели определяются физическими свойствами взаимного движения НКА-приёмник. Модели изменения РНП описывается с помощью метода пространства состояний. Будем полагать, что $\lambda \triangleq \mathbf{x}$, где L_x -мерный вектор \mathbf{x} - вектор состояний (ВС) системы. В общем случае, ВС задаётся как марковский процесс, а динамика изменения ВС системы (РНП) описывается непрерывным дифференциальным уравнением (ДУ) вида

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{f}(\mathbf{x}(t), \mathbf{n}_x(t)), \quad (1.9)$$

где $\mathbf{f}(\cdot)$ - вектор функция, описывающая динамику процесса $\mathbf{x}(t)$; $\mathbf{n}_x(t)$ - вектор возбуждающих шумов состояния. В большинстве случаев процесс $\mathbf{n}_x(t)$ задают в виде БГШ.

Стохастический процесс $n_x(t)$ необходим для «покрытия» всех неучтённых в модели случайных возмущений. Синтез следящего фильтра выполняется в предположении гауссовости апостериорной плотности вероятностей оцениваемых параметров $\lambda \triangleq x$ для сигналов на выходе дискриминаторов и их статистической *линейной* аппроксимации [1, 8]. Таким образом, следящий контур, состоящий из дискриминаторов и оптимального *линейного* следящего фильтра, имеет ряд особенностей, сказывающихся на качестве работы этого контура:

- синтез линейных цепей сглаживания предполагает замену *нелинейного* дискриминатора *линейным* статистическим эквивалентом. При этом адекватность этого представления справедлива при «высоком» отношении сигнал/шум ($q_k T$);
- негауссовость сигналов на выходе *нелинейных* дискриминаторов не позволяет строго использовать *линейный оптимальный фильтр сглаживания*;
- дискриминационная характеристика (ДХ) $U(\varepsilon_\lambda)$ зачастую зависит не только от рассогласования по параметру слежения, но и от рассогласования по другим параметрам (к примеру, ДХ частотного дискриминатора $U(\varepsilon_{f_d}) = f(\varepsilon_{f_d}, \varepsilon_\tau)$) [1, 2, 8].

Альтернативным способом проектирования контура оценки РНП – синтез схемы слежения в один этап. В этом случае *объектом синтеза выступает нелинейный следящий фильтр*. При этом дискриминация по параметрам реализуется в неявном виде «внутри» алгоритма нелинейной обработки выходных сигналов корреляторов. Данная структура СС **не содержит отдельный блок дискриминаторов** РНП. На Рисунок 1.5 приведена структурная схема «*correlation based Kalman filter tracking loop*». Так как в СС «второго типа» отсутствуют отдельные блоки дискриминаторов, то это снимает часть ограничений, связанных с их применением.

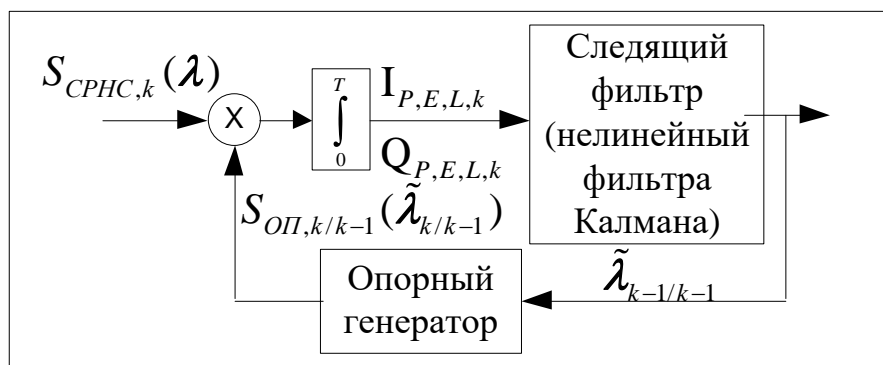


Рисунок 1.5. Структурная схема следящей системы за РНП «второго типа». («*correlation based KF tracking loop*»)/ Схема слежения с *нелинейным* фильтром оценки РНП)

В дальнейшем в тексте этот вариант синтеза СС, состоящей из корреляторов и *нелинейного* фильтра Калмана, обозначен как следящая системы за РНП «второго типа». В зарубежной

литературе для указанного подхода к синтезу СС используют термин «*correlation based Kalman filter tracking loop*» (СВКФ). Так же будем условно называть данную структуру СС «бездискриминаторной», так как она *не содержит отдельный блок дискриминаторов РНП*.

В отечественной литературе нет исследований, посвящённых способу построения СС, состоящей из корреляторов, следящего фильтра, опорного УЦГС и не содержащих типовых дискриминаторов РНП. Однако существует ряд работ, посвящённых непосредственной оценке РНП сигнала на ПЧ [26-30]. В данных исследованиях авторы также не прибегают к использованию типовых дискриминаторов, а используют методы траекторной фильтрации, нелинейной марковской фильтрации и оптимального фильтра Стратоновича. Кроме того, в [26-30] речь идёт об оценках либо фазы $\hat{\varphi}$ и(или) частоты Доплера \hat{f}_D , либо частоты Доплера \hat{f}_D и задержки $\hat{\tau}$, при этом предполагается, что оставшиеся РНП известны. Совместная оценка всех РНП ($\lambda = \{\varphi \quad f_D \quad \tau \quad q_{dBW}\}^T$) в статьях [26-30] не рассматривается.

В работе [31] проводится анализ двух квазиоптимальных алгоритмов оценки РНП в режиме слежения. Автор отмечает, что сравнительный анализ СКП оценок РНП выполняется при малых отношениях С/Ш. В качестве наблюдений в первом алгоритме используется радиосигнал НКА на промежуточной частоте. Во втором алгоритме в качестве наблюдений используются квадратурные компоненты сигналов на выходе трех корреляторов (с ранним, поздним и точным временным положением опорного сигнала). В рамках сделанных автором предположений оба алгоритма обеспечивают равную точность оценок. Отметим, что это ожидаемый результат, поскольку известно, что корреляционные интегралы в случае гауссовских аддитивных возмущений в наблюдениях являются достаточными статистиками по отношению к первичным данным на входе навигационного приемника. Вместе с этим аналитические соотношения получены в предположении «замены» нелинейных дискриминаторов их линейными статистическими эквивалентами, что в условиях работы СС при малых уровнях С/Ш не является достаточно строгим утверждением. По существу используемый автором метод синтеза ориентирован в обоих случаях на двухэтапную обработку [31]: синтез оптимального по максимуму правдоподобия дискриминатора и последующий синтез «петлевого» оптимального линейного фильтра сглаживания Рисунок 1.4.

Методика синтеза квазиоптимального нелинейного фильтра, используемая в настоящей работе, отличается тем, что она реализует прямой синтез алгоритма формирования оценок РНП в замкнутом контуре - СС «второго типа». Данный метод построения СС описан в зарубежных источниках [11, 12, 32-41]. Как показано в первоисточниках [32, 33], данный вариант построения СС способен осуществлять слежение и получать совместные оценки РНП при энергетике сигнала, характерной для КА на ГСО и ВЭО. Однако именно за счёт исключения

блока дискриминаторов с присущими им особенностями, усложняется структура следящего фильтра. Так как на вход следящему фильтру поступают непосредственно отсчёты I_k и Q_k с выходов корреляторов (1.3), модель которых описывается *нелинейными* выражениями (1.4), то в качестве следящего фильтра необходимо использовать один из *нелинейных* фильтров Калмана. Обычно в качестве нелинейного фильтра используют расширенный фильтр Калмана (*extended Kalman filter, EKF*) [11, 12, 31-35, 37, 39-41]. Существует несколько работ, в которых применяются более современные алгоритмы нелинейной фильтрации, – сигма-точечные фильтры Калмана, в частности фильтры Калмана на основе *UT*-преобразования (*unscented Kalman filter, UKF*) и на основе интерполяционной формулы Стирлинга (*central difference Kalman filter, CDKF*) [36 - 38]. Недостатком данных работ является то, что в них не приводятся статистических и вероятностных характеристик сравнения нелинейных алгоритмов оценки РНП (*EKF* и сигма-точечных алгоритмов фильтра Калмана). Кроме того, в доступной литературе не рассмотрен «второй тип» построения СС для случая *некогерентной* обработки сигналов СРНС. Недостатками «*correlation based KF tracking loop*» является усложнение алгоритма следящего фильтра, и, как следствие, увеличение вычислительной нагрузки по сравнению со схемами, содержащими блоки дискриминаторов и следящие фильтры.

Вышеперечисленные способы построения следящих схем относятся к схемам с замкнутой петлёй обратной связи (*closed-loop, sequential tracking architecture*). В [87-89] представлены схемы слежения за РНП с разомкнутой петлёй обратной связи (*open loop tracking, batch processing*). Схемы с разомкнутой петлёй слежения могут быть организованы с применением дискриминаторов или с использованием алгоритмов нахождения экстремумов целевой функции. Для слежения в схемах с такой организацией используется большое число параллельно работающих корреляторов, что позволяет повысить устойчивость данной схемы. За повышение устойчивости работы приходится платить увеличением вычислительных затрат, так как для получения одной оценки РНП необходимо одновременно использовать большое число корреляторов [88]. Подход с использованием большого количества корреляторов в СС с замкнутой обратной связью, оптимизационного алгоритма для первичной обработки пачки отсчётов с этих корреляторов и следящий *EKF* был использован в [39] для повышения устойчивости, расширения диапазона РНП функционирования СС, а также для быстрого возобновления слежения в случае срыва.

Для слежения за сигналами с модуляцией $BOC(m,n)$ в основном используется СС, содержащие блоки нелинейных дискриминаторов, следящих фильтров [25]. В связи с тем, что временная корреляционная функция сигналов с BOC модуляцией имеет несколько максимумов, при слежении за ними приходится применять дополнительные техники разрешения неоднозначности по задержке или использовать специальные дискриминаторы. Достаточно

полный обзор различных вариантов построения схем слежения за *ВОС* сигналами, возможных дискриминаторов и техник разрешения неоднозначности приведён в [25]. В доступной литературе не были найдены сведения о «*correlation based Kalman filter*» СС для оценок РНП сигналов с модуляцией *ВОС(1,1)* (сигналы ГЛОНАСС L1ОСр, L2ОСр).

1.2.2 НАП с одноэтапной обработкой сигналов

НАП с одноэтапной обработкой сигналов («векторная» обработка) является альтернативным способом организации структуры СС и приёмника в целом [1, 8, 10, 11-14]. В отличие от приёмников со «скалярной» структурой, в «векторной» НАП все доступные для слежения сигналы обрабатываются совместно в едином навигационном фильтре. В качестве ВС в этом едином навигационном фильтре выступает непосредственно вектор координат, скоростей и ухода шкал опорного генератора: $\mathbf{x} = [x \ y \ z \ v_x \ v_y \ v_z \ D' \ V']^T$, где $D' = ct'$ - смещение по дальности, обусловленное расхождением шкал времени НКА и потребителя; $V' = \lambda f'$ - смещение по скорости сближения, обусловленное нестабильностью частоты опорного генератора; c - скорость света; t' - расхождение шкалы времени НКА и потребителя; λ - длина волны сигнала СРНС; f' - нестабильность частоты опорного генератора. При таком подходе замыкание локальных опорных УЦГС происходит через пересчёт ВС \mathbf{x} в задержки $\hat{\mathbf{x}}_{k-1} \rightarrow \tau_i(\hat{\mathbf{x}}_{k-1})$ и Доплеровские смещения частоты $\hat{\mathbf{x}}_{k-1} \rightarrow f_{Д,i}(\hat{\mathbf{x}}_{k-1})$ от приёмника до каждого НКА. Таким образом, обработка каждого отдельного сигнала влияет на обработку других сигналов. С одной стороны, такой подход позволяет повысить качество слежения за РНП в каналах с низким ОСШ, с другой, при наличии больших переотражений (сильной многолучёвости) ошибки в одном канале повлияют на результат работы всей приёмной аппаратуры. Также «векторные» алгоритмы требуют больше вычислительных затрат по сравнению со «скалярным» устройством НАП. На Рисунок 1.6 представлена структурная схема НАП с «векторной» обработкой сигналов.

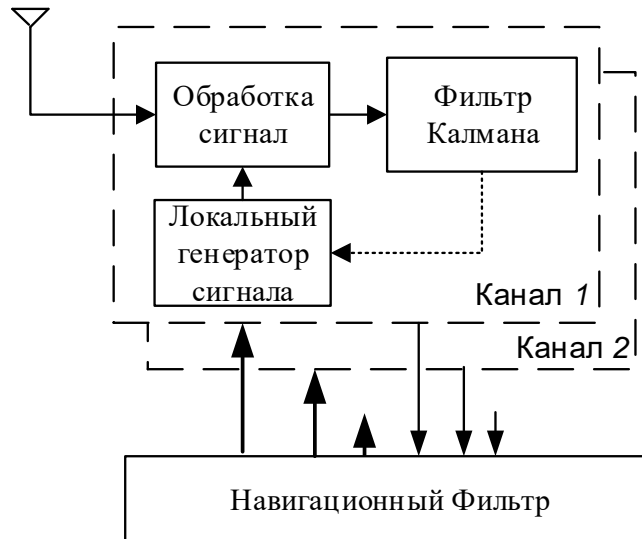


Рисунок 1.6. Структурная схема НАП с одноэтапной обработкой сигналов

Изначально НАП с одноэтапной обработкой осуществляли только *некогерентное* слежение за сигналами. Это объясняется тем, что в каждом отдельном канале слежения присутствуют характерные только для этого канала ошибки (расхождение шал времени и частот каждого из НКА, ионосферные задержки и др.), которые не могут быть устранены через замыкание обратной связи от общего навигационного решения [1, 11-13, 10]. Слежение за фазой в «векторном» приёмнике может быть организовано несколькими способами: 1) расширение ВС \mathbf{X} дополнительными переменными, связанными с фазой в каждом канале слежения [1, 14]; 2) построением СС «каскадного» типа [11-13] – в каждом отдельном канале осуществляется слежение за фазой любым из известных способов организации СС для «скалярных» приёмников, оценки задержки и частоты для каждого локального УЦГС формируются в «векторном» контуре слежения. Эти подходы позволяют выполнять *когерентное* слежение за РНП, но увеличивают вычислительную нагрузку.

1.3 Модель движения КА. Условия функционирования навигационной аппаратуры КА на ГСО и ВЭО

Все искусственные спутники Земли (ИСЗ) с выключенными маршевыми двигателями движутся по баллистической траектории, описываемой системой ДУ

$$\begin{bmatrix} \dot{\mathbf{r}}(t) \\ \dot{\mathbf{v}}(t) \end{bmatrix} = \mathbf{f}(\mathbf{r}(t), \mathbf{v}(t), t) + \mathbf{W}(t), \quad (1.10)$$

где $\mathbf{r} = [x \ y \ z]^T$ – вектор положения КА в гелиоцентрической (абсолютной) системе координат относительно Земли; $\mathbf{v} = [v_x \ v_y \ v_z]^T$ – вектор скорости КА в гелиоцентрической

(абсолютной) системе координат; t - время; $\mathbf{f}(\cdot)$ - известная нелинейная векторная функция, описывающая движение КА под действием гравитационных и иных сил; $\mathbf{W}(t) = [w_r(t) \ w_v(t)]^T$ - случайный процесс, учитывающий влияние некоторых сил, не учитываемых в $\mathbf{f}(\cdot)$.

Нелинейная векторная функция $\mathbf{f}(\cdot)$ определена следующим образом [1, 3, 4]

$$\mathbf{f}(\mathbf{r}(t), \mathbf{v}(t), t) = \begin{bmatrix} v_x(t) \\ v_y(t) \\ v_z(t) \\ a_x(t) \\ a_y(t) \\ a_z(t) \end{bmatrix}, \quad (1.11)$$

где a_x , a_y , a_z - ускорения движения КА, которые определены следующим образом [3, 4, 84, 90]

$$\begin{aligned} a_x &= \frac{-\mu_e x}{r^3} \left[1 + J_2 \left(\frac{R_e}{r} \right)^2 \frac{3}{2} \left(1 - 5 \left(\frac{Z}{r} \right)^2 \right) + J_3 \left(\frac{R_e}{r} \right)^3 \frac{5}{2} \left(3 - 7 \left(\frac{Z}{r} \right)^2 \right) \frac{Z}{r} - \right. \\ &\quad \left. J_4 \left(\frac{R_e}{r} \right)^4 \frac{5}{8} \left(3 - 42 \left(\frac{Z}{r} \right)^2 + 63 \left(\frac{Z}{r} \right)^4 \right) \right] + \\ &\quad \mu_s \left(\frac{x_s - x}{|r_s - r|^3} - \frac{x_s}{|r_s|^3} \right) + \mu_m \left(\frac{x_m - x}{|r_m - r|^3} - \frac{x_m}{|r_m|^3} \right); \\ a_y &= \frac{-\mu_e y}{r^3} \left[1 + J_2 \left(\frac{R_e}{r} \right)^2 \frac{3}{2} \left(1 - 5 \left(\frac{Z}{r} \right)^2 \right) + J_3 \left(\frac{R_e}{r} \right)^3 \frac{5}{2} \left(3 - 7 \left(\frac{Z}{r} \right)^2 \right) \frac{Z}{r} - \right. \\ &\quad \left. J_4 \left(\frac{R_e}{r} \right)^4 \frac{5}{8} \left(3 - 42 \left(\frac{Z}{r} \right)^2 + 63 \left(\frac{Z}{r} \right)^4 \right) \right] + \\ &\quad \mu_s \left(\frac{y_s - y}{|r_s - r|^3} - \frac{y_s}{|r_s|^3} \right) + \mu_m \left(\frac{y_m - y}{|r_m - r|^3} - \frac{y_m}{|r_m|^3} \right); \\ a_z &= \frac{-\mu_e z}{r^3} \left[1 + J_2 \left(\frac{R_e}{r} \right)^2 \frac{3}{2} \left(1 - 5 \left(\frac{Z}{r} \right)^2 \right) + J_3 \left(\frac{R_e}{r} \right)^3 \frac{5}{2} \left(3 - 7 \left(\frac{Z}{r} \right)^2 \right) \frac{Z}{r} - \right. \\ &\quad \left. J_4 \left(\frac{R_e}{r} \right)^4 \frac{5}{8} \left(3 - 42 \left(\frac{Z}{r} \right)^2 + 63 \left(\frac{Z}{r} \right)^4 \right) \right] + \\ &\quad \mu_s \left(\frac{z_s - z}{|r_s - r|^3} - \frac{z_s}{|r_s|^3} \right) + \mu_m \left(\frac{z_m - z}{|r_m - r|^3} - \frac{z_m}{|r_m|^3} \right), \end{aligned} \quad (1.12)$$

где $r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$ - расстояние от центра Земли до КА; μ_e, μ_s, μ_m - гравитационные постоянные Земли, Солнца, Луны, соответственно; $r_s = [x_s \ y_s \ z_s]^T$, $r_m = [x_m \ y_m \ z_m]^T$ -

вектора положения Солнца и Луны, соответственно; J_2, J_3, J_4 - коэффициенты зональных гармоник модели поля тяготения Земли.

Любая орбита - низкокруговая (НО), геостационарная (ГСО), высокоэллиптическая (ВЭО) - может быть описана с помощью шести параметров: долгота восходящего узла, наклонение орбиты, аргумент перигея, эксцентриситет, большая полуось, время прохождения первого восходящего узла. Эти параметры орбиты однозначно связаны с координатами ИСЗ $[\mathbf{r}(t), \mathbf{v}(t)]$ в абсолютной системе координат уравнениями [84, 90]

$$\left. \begin{aligned}
 r &= \frac{p}{1 + e \cos \vartheta} = a(1 - e \cos E), p = a(1 - e^2) \\
 u &= \omega + \vartheta \\
 t &= \tau + \frac{E - e \sin E}{\lambda}, \lambda = \frac{\sqrt{\mu}}{a^{3/2}} \\
 \operatorname{tg} \frac{E}{2} &= \sqrt{\frac{1-e}{1+e}} \operatorname{tg} \frac{\vartheta}{2} \\
 v_r &= \sqrt{\frac{\mu}{p}} e \sin \vartheta \\
 v_u &= \sqrt{\frac{\mu}{p}} (1 + e \cos \vartheta) \\
 x &= r(\cos \Omega \cos u - \sin \Omega \sin u \cos i) \\
 y &= r(\sin \Omega \cos u + \cos \Omega \sin u \cos i) \\
 z &= r \sin u \sin i \\
 v_x &= v_r (\cos \Omega \cos u - \sin \Omega \sin u \cos i) - v_u (\cos \Omega \sin u + \sin \Omega \cos u \cos i) \\
 v_y &= v_r (\sin \Omega \cos u + \cos \Omega \sin u \cos i) - v_u (\sin \Omega \sin u - \cos \Omega \cos u \cos i) \\
 v_z &= v_r \sin u \cos i + v_u \cos u \sin i
 \end{aligned} \right\} \quad (1.13)$$

где e - эксцентриситет орбиты; a - большая полуось; ω - аргумент перигея; Ω - долгота восходящего узла; i - наклонение; τ - время прохождения первого в сутках восходящего узла (либо время прохождения перигея); E - эксцентрическая аномалия (на текущий момент времени получается с помощью решений уравнений Кеплера [84, 90]); ϑ - истинная аномалия (угловое положение на текущий момент времени); p - фокальный параметр; μ - константа гравитационного поля Земли. Таким образом, задав шесть параметров орбиты, вычислив $[\mathbf{r}(t), \mathbf{v}(t)]$ в абсолютной системе координат на текущий момент времени от начала суток (1.13), и численно решив систему ДУ (1.10) с учётом (1.11) и (1.12), можно получить нужную траекторию движения ИСЗ. На Рисунок 1.7 схематично изображено взаимное расположение КА с бортовой системой навигации и НКА. При этом КА может находиться на орбитах разного типа.

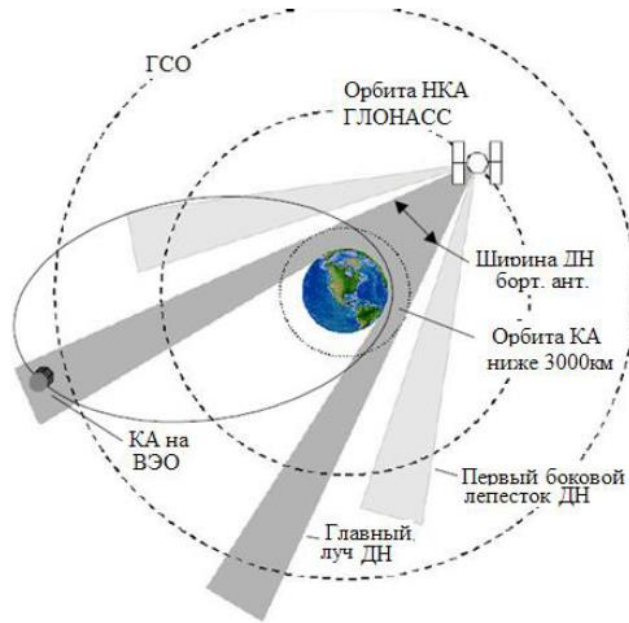


Рисунок 1.7. Взаимное расположение НКА и КА на разных типах орбит

Из рисунка видно, что КА, находящиеся на НО, всегда принимают прямые сигналы главного лепестка диаграммы направленности (ДН) антенны НКА. В этом случае мощность принятых сигналов достаточно высока, и никаких сложностей в поиске и слежении за сигналами не должно возникать. В то же время, большую часть времени КА на ГСО или ВЭО принимает сигналы от боковых лепестков ДН антенн НКА. В этом случае мощности принимаемых сигналов могут быть значительно ниже уровня, характерного для сигналов на поверхности земли или КА на НО.

В НИИ радиотехнических систем (РТС) ТУСУР в ходе выполнения НИР в рамках 218 постановления правительства РФ по созданию макета системы автономной космической навигации (САН) [91] было проведено моделирование условий функционирования приёмника сигналов СРНС системы навигации КА. КА при этом располагался на трёх типах орбит: НО с высотой 3000 км, ГСО и ВЭО с высотой апогея 80000 км (далее по тексту ВЭО-80000). Моделирование проводилось в специализированной программе «*Satellite Tool Kit 8*» (*STK*). Исходные данные для моделирования были получены в АО «ИСС им. ак. Решетнёва». В качестве исходных данных выступала информация о типах орбит, параметрах этих орбит, ДН приёмных и передающих антенн для НКА разных навигационных группировок (*GPS*, *ГЛОНАСС*, *Galileo*, *Beidou*). Обработка полученных данных производилась в среде *Matlab*. ДН антенн для систем *ГЛОНАСС* и *GPS*, используемых при моделировании, приведены на Рисунок 1.8. ДН приёмной антенны для КА на ГСО и ВЭО представлены на Рисунок 1.9. На Рисунок 1.10 представлен результат моделирования взаимного расположения КА на ГСО и НКА и построены линии связи, учитывающие геометрическую видимость и радиовидимость. Под

геометрической видимостью понимается возможность построить линию, соединяющую НКА и КА и не пересекающую земной шар и ионосферу. Высота ионосферы бралась равной 500 км над поверхностью Земли. Под радиовидимостью понимается возможность принимать сигнал положительной мощности с учётом потерь на распространение радиоволн и ДН приёмных и передающих антенн.

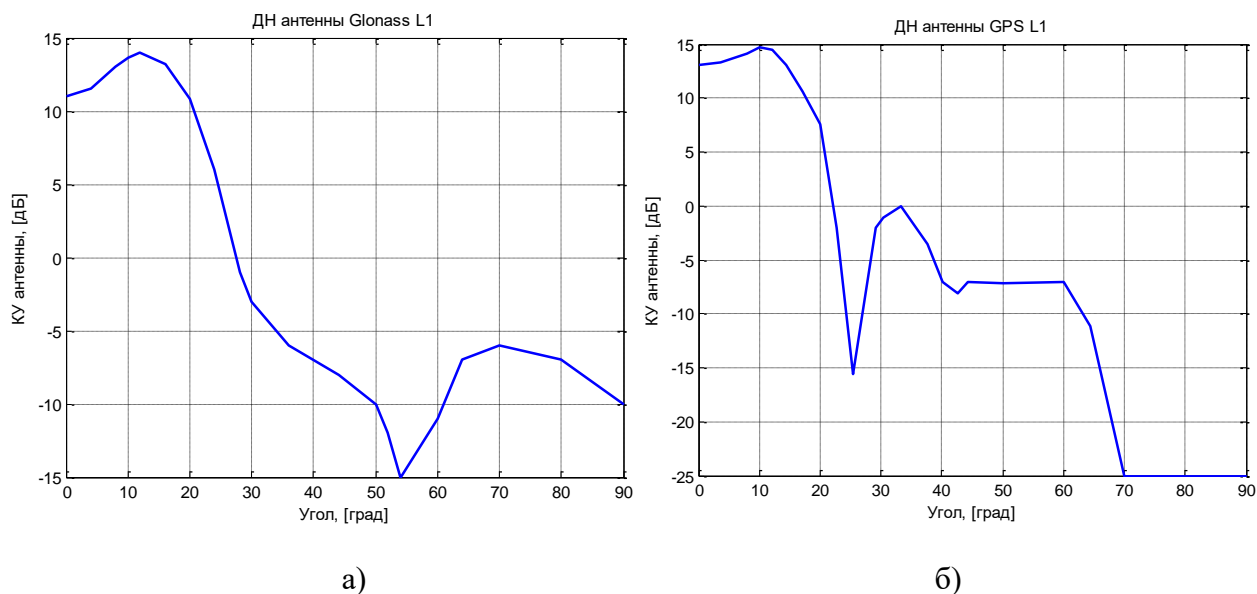


Рисунок 1.8. ДН передающих антенн, работающих в диапазоне L1, для систем: а) ГЛОНАСС, б) GPS

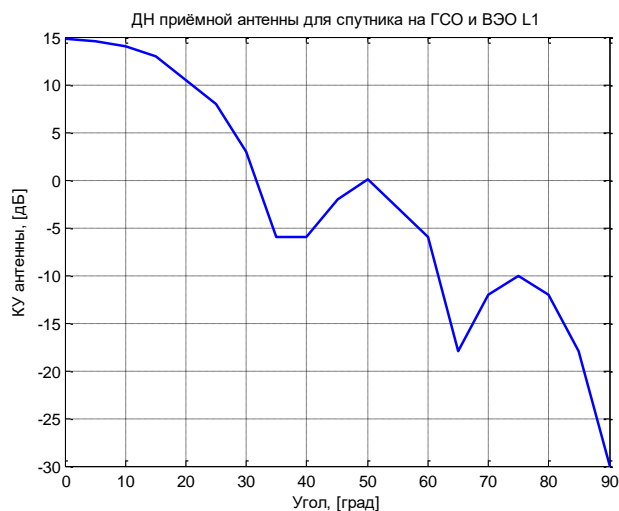


Рисунок 1.9. ДН принимающей антенны в диапазоне L1 для КА на ГСО и ВЭО

На Рисунок 1.11 представлены временные зависимости уровня принимаемого сигнала q от 19 НКА системы ГЛОНАСС для КА, находящегося на ГСО и ВЭО.

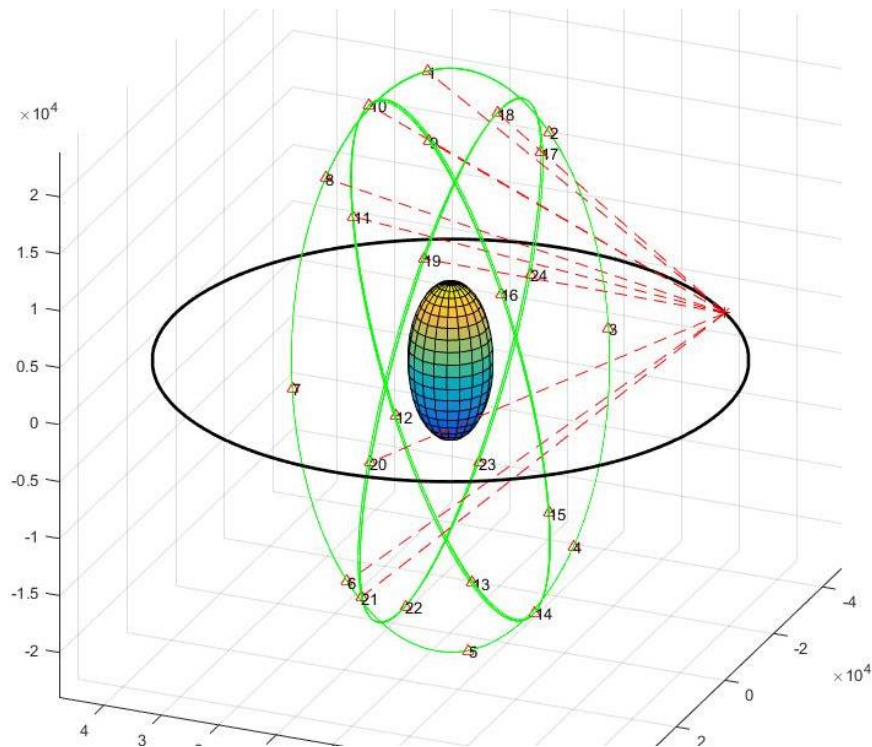


Рисунок 1.10. Результат моделирования взаимного расположения НКА-КА и радиовидимости НКА системы ГЛОНАСС приёмником на борту КА на ГСО

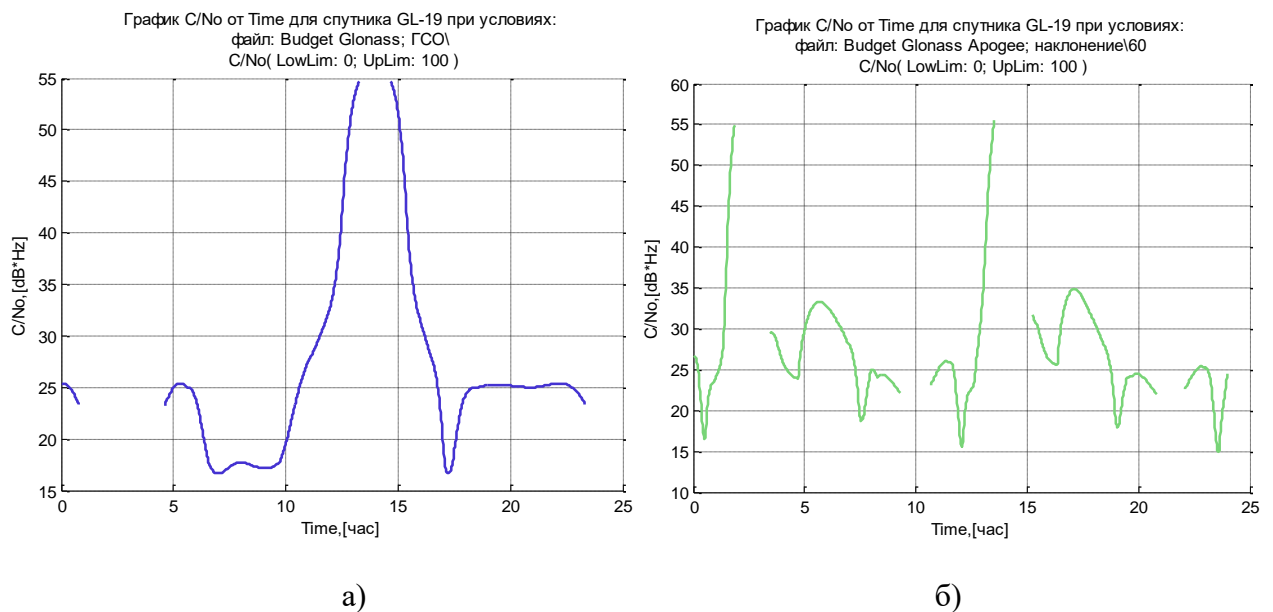


Рисунок 1.11. Временные зависимости C/N_0 сигнала от 19 НКА системы ГЛОНАСС для КА на: а) ГСО, б) ВЭО

На Рисунок 1.12 представлено распределение ОСШ q принимаемых сигнала ГЛОНАСС на борту КА на НО с высотой 3000 км. Как видно из рисунка, мощности принимаемых сигналов близки к мощностям сигналов на поверхности Земли $P_c \approx -162 \div -154$ дБВт.

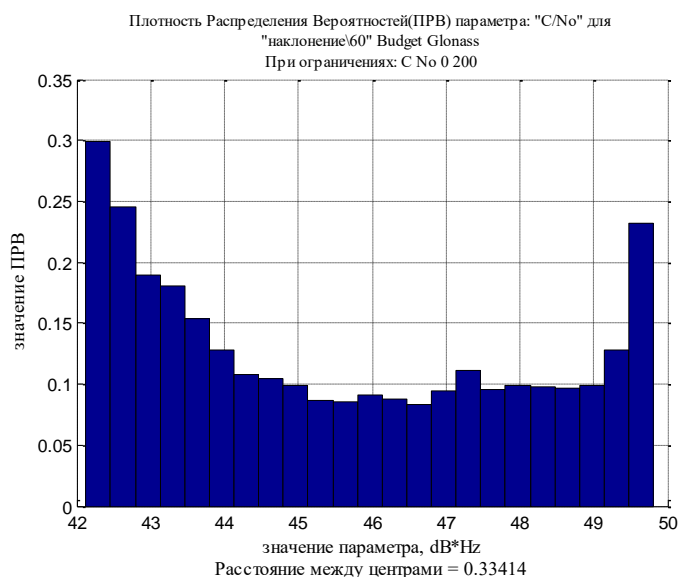
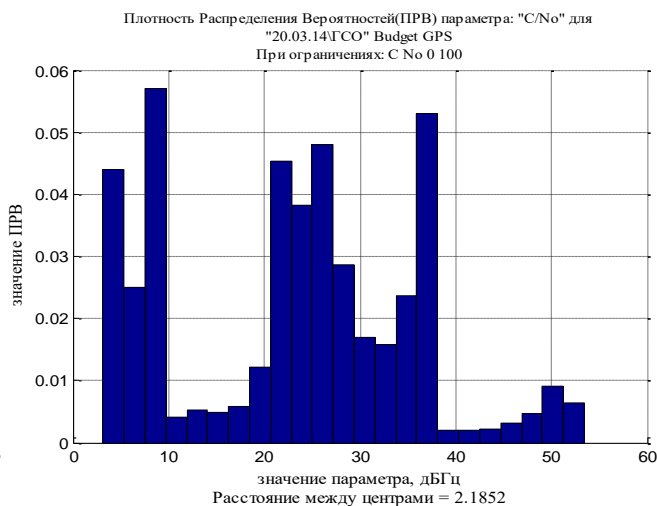
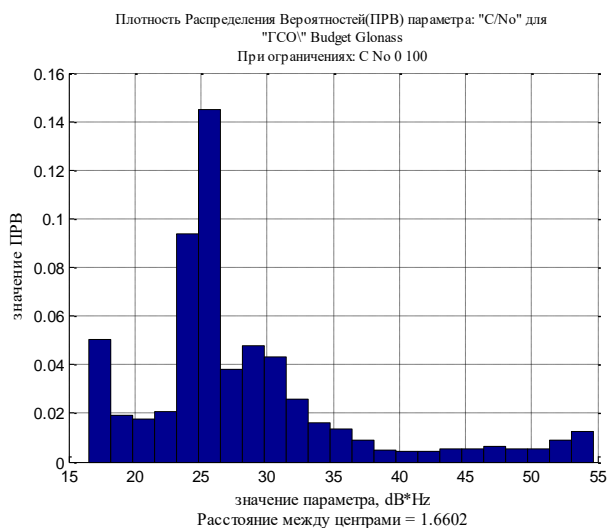


Рисунок 1.12. Распределение ОСШ C/N_0 принимаемых сигналов ГЛОНАСС на борту КА на НО

На Рисунок 1.13 и Рисунок 1.14 представлен качественный вид распределений ОСШ q принимаемых сигнала ГЛОНАСС и GPS на борту КА на ГСО и ВЭО-80000 соответственно. Моделирование проводилось для интервала времени равному двум суткам. Для ВЭО основное внимание уделялось участкам траектории с высотами более 5000 км – апогей и переходные участки траектории. Участок перигея не рассматривался, так как на этом участке значения энергетики и динамики КА идентичны со значениями этих характеристик для КА на НО. Как видно из представленных распределений, примерно 70 процентов времени для КА, находящегося на ГСО, ОСШ $q \leq 30$ дБ-Гц для GPS и 80 процентов для ГЛОНАСС. Для КА на ВЭО-80000 продолжительность времени, при котором $q \leq 30$ дБ-Гц, для ГЛОНАСС и для GPS составляет примерно 70 процентов от всего времени наблюдения.

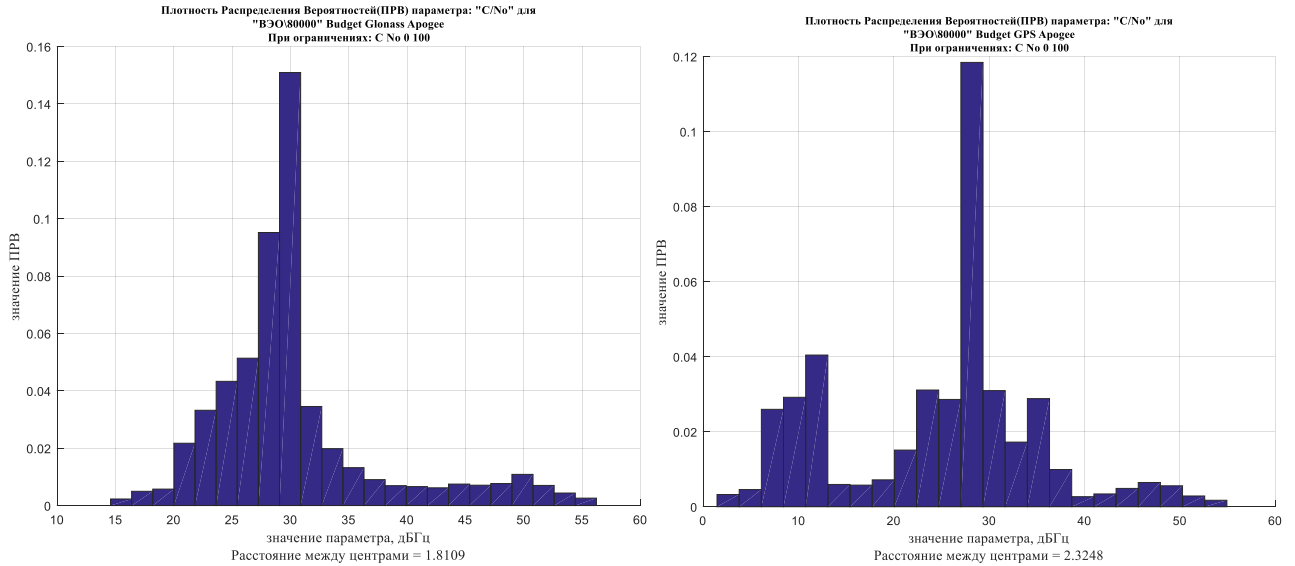


а)

б)

Рисунок 1.13. Распределение ОСШ C/N_0 принимаемых сигналов на борту КА на ГСО от:

а) ГЛОНАСС, б) *GPS*



а)

б)

Рисунок 1.14. Распределение ОСШ C/N_0 принимаемых сигналов на борту КА на ВЭО-80000 от: а) ГЛОНАСС, б) *GPS*

Ещё одним важным параметром является скорость изменения частоты Доплера \dot{f}_D . Этот параметр определяет динамику изменения РНП при движении КА по ГСО и ВЭО-8000. На Рисунок 1.15 представлены распределения \dot{f}_D . Видно, что $|\dot{f}_D| \leq 15$ Гц/сек, что соответствует ускорению вдоль линии визирования КА-НКА примерно $|\dot{v}_{визир}(t)| \leq 3$ м/сек², то есть КА на исследуемых типах орбит можно отнести к слабодинамическому объекту.

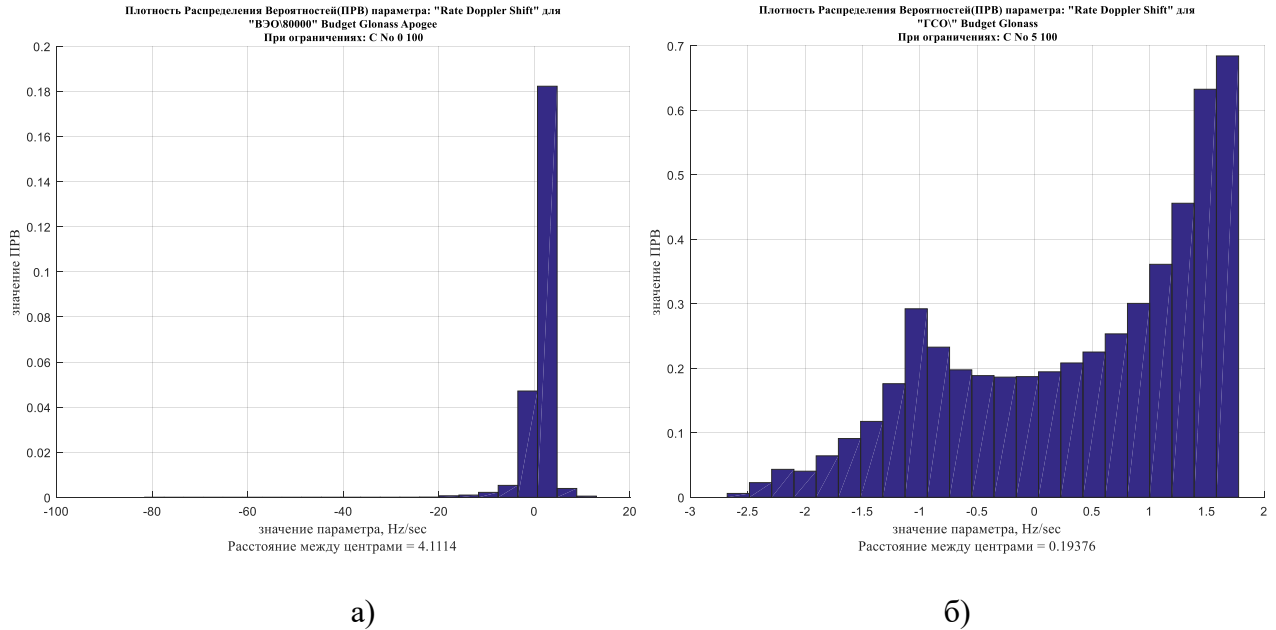


Рисунок 1.15. Изменения частоты Доплера \dot{f}_D для сигналов СРНС ГЛОНАСС, принимаемых на борту КА, находящегося на: а) ВЭО-80000, б) ГСО

На Рисунок 1.16 и Рисунок 1.17 представлено число радиовидимых НКА СРНС ГЛОНАСС, сигналы которых принимаются на борту КА на ВЭО -80000 на интервале восьми суток. Данные изображения получены при различных ограничениях на ОСШ для регистрируемых сигналов – минимум 30 и 21 дБ-Гц соответственно. Также предполагалось, что приём производится на основную антенну КА при условии, что высота КА превышает 5000 км над поверхностью земли. При снижении КА ниже заданного значения высоты приём сигналов осуществляется на 3 дБ всенаправленную сферическую антенну. На Рисунок 1.18 и Рисунок 1.19 представлено число радиовидимых НКА СРНС ГЛОНАСС для КА на ГСО. Важно добавить, что данные графики носят качественный характер, так как не учитывают возможность приёма сигналов от НКА с одинаковыми литерами. Если же учитывать невозможность одновременной обработки сигналов с одинаковыми литерами, то число радиовидимых НКА в моменте (КА находится в апогее, НКА находятся вблизи плоскости экватора) может уменьшиться (максимум на 3). На Рисунок 1.20 - Рисунок 1.23 приведены аналогичные графики радиовидимых НКА для СРНС *GPS*. Зависимости явно демонстрируют необходимость снижения ОСШ, при котором возможно формировать оценки РНП.

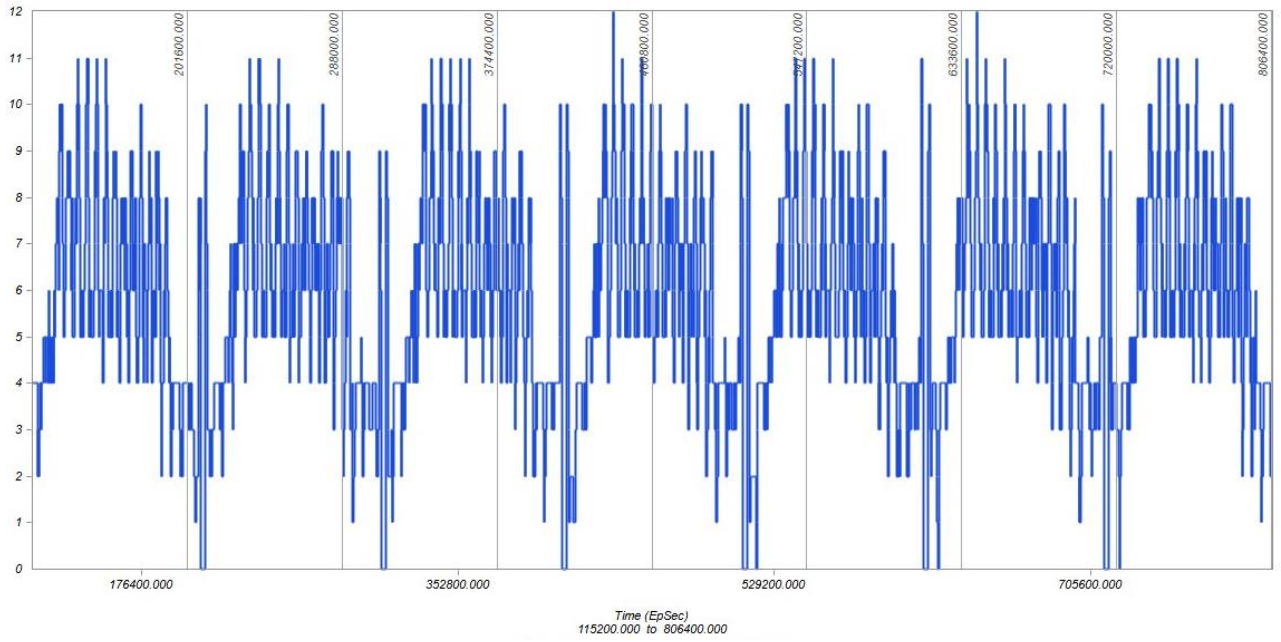


Рисунок 1.16. Число радиовидимых НКА СРНС ГЛОНАСС для КА на ВЭО-80000 при
ОСШ $q \geq 30$ дБ-Гц

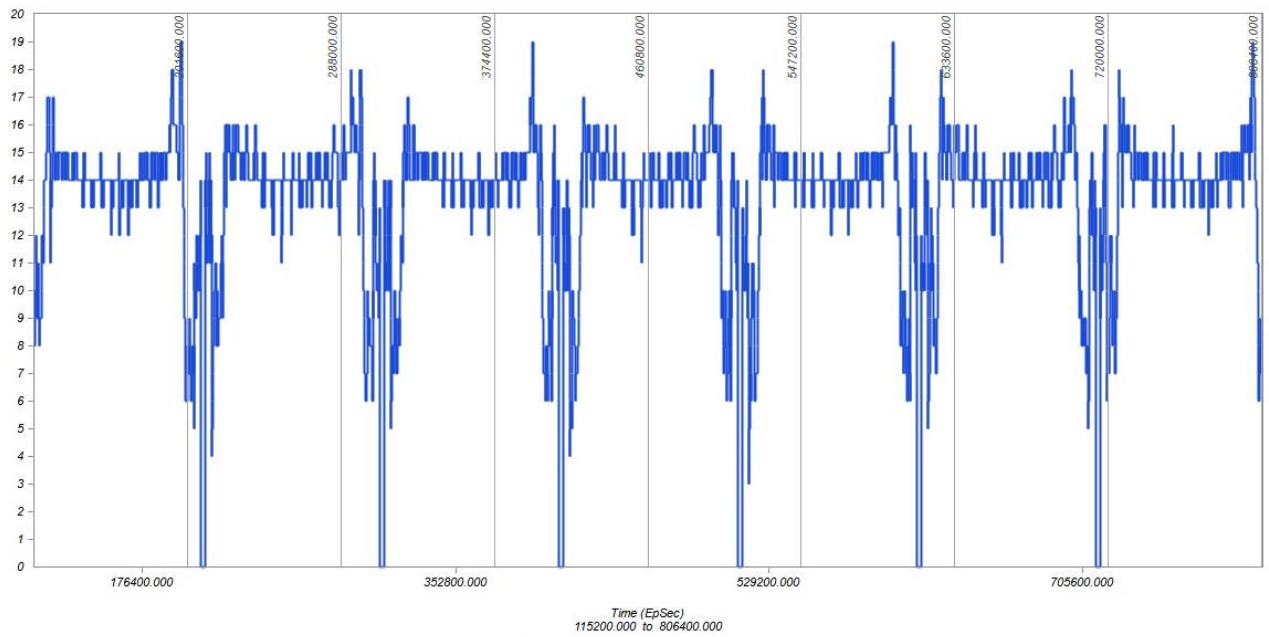


Рисунок 1.17. Число радиовидимых НКА СРНС ГЛОНАСС для КА на ВЭО-80000 при
ОСШ $q \geq 21$ дБ-Гц

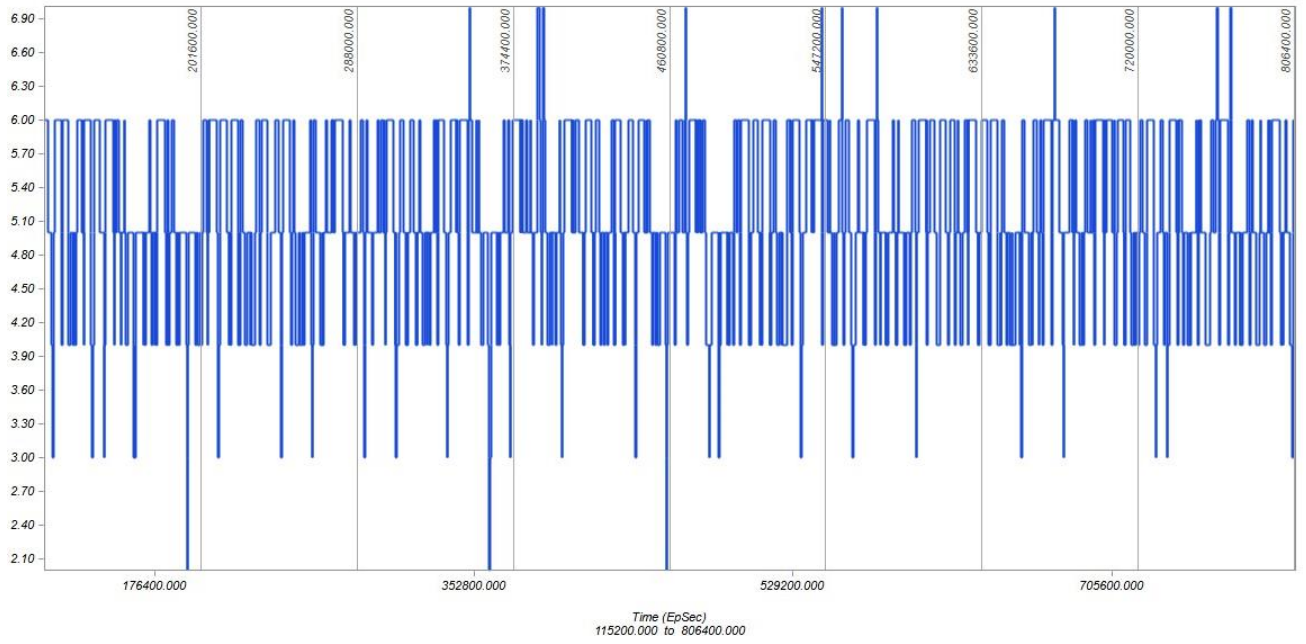


Рисунок 1.18. Число радиовидимых НКА СРНС ГЛОНАСС для КА на ГСО при ОСШ $q \geq 30$ дБ-Гц

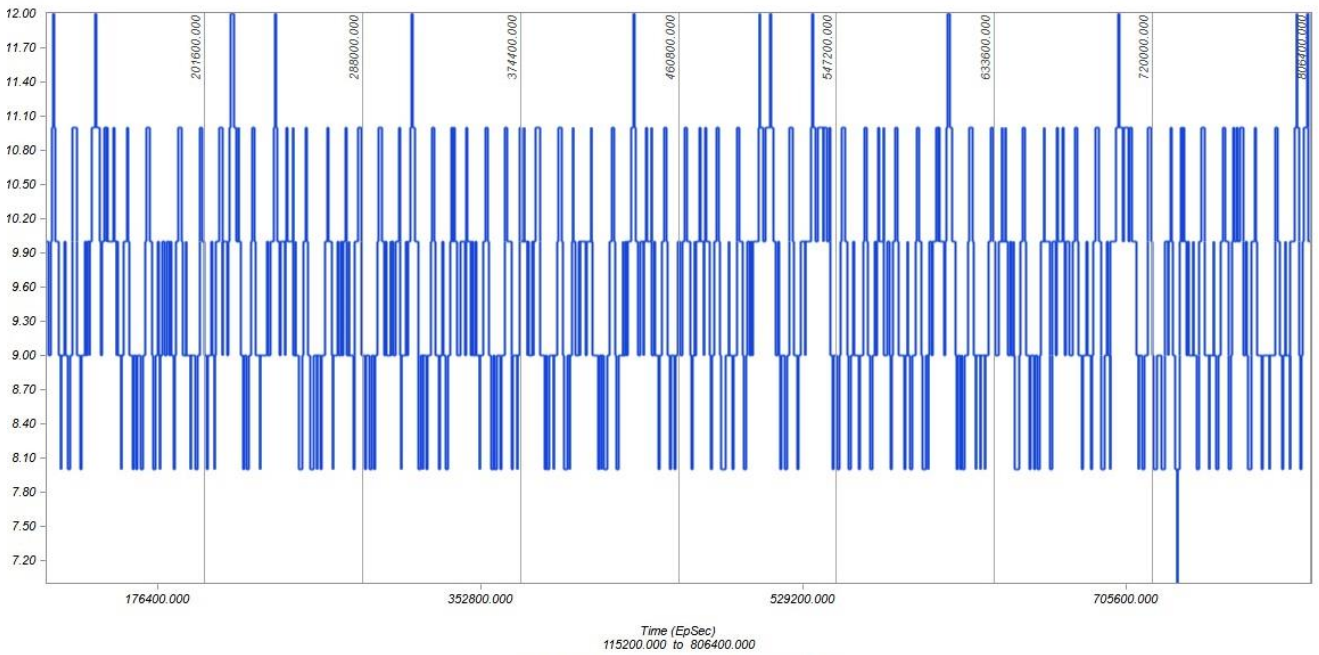


Рисунок 1.19. Число радиовидимых НКА СРНС ГЛОНАСС для КА на ГСО при ОСШ $q \geq 21$ дБ-Гц

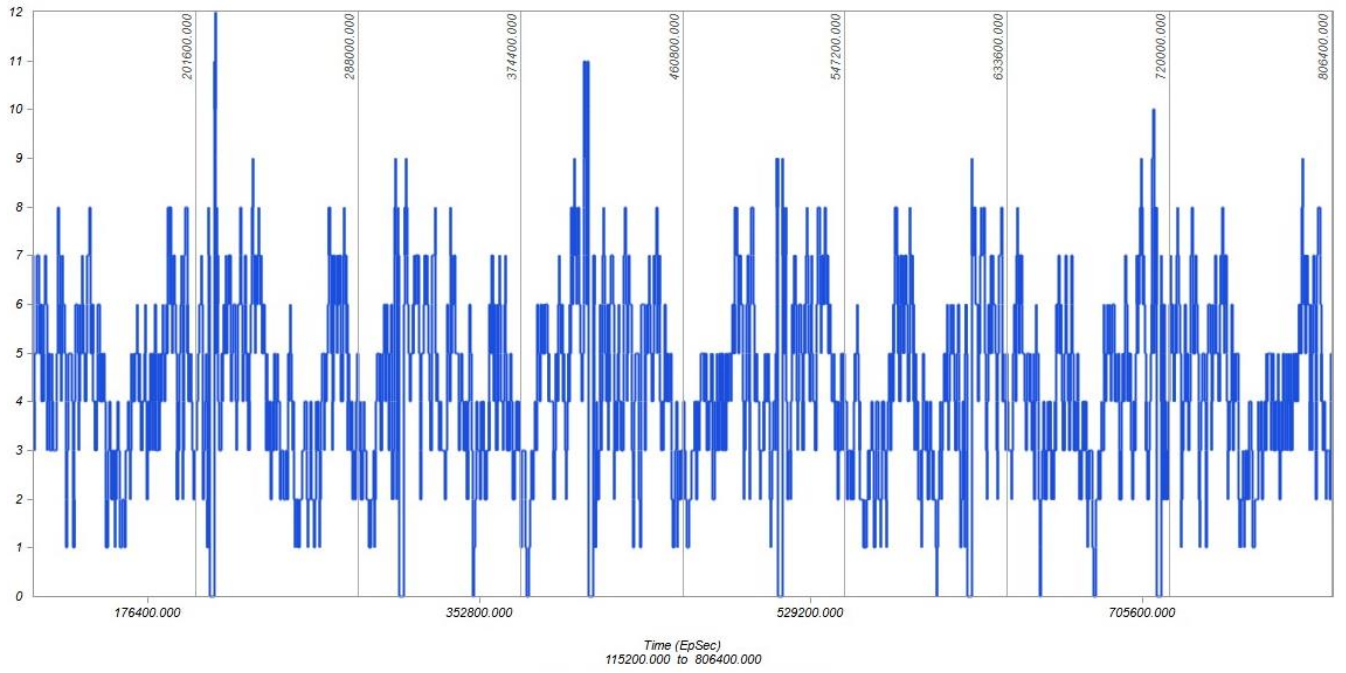


Рисунок 1.20. Число радиовидимых НКА СРНС *GPS* для КА на ВЭО-80000 при ОСШ $q \geq 30$ дБ-Гц

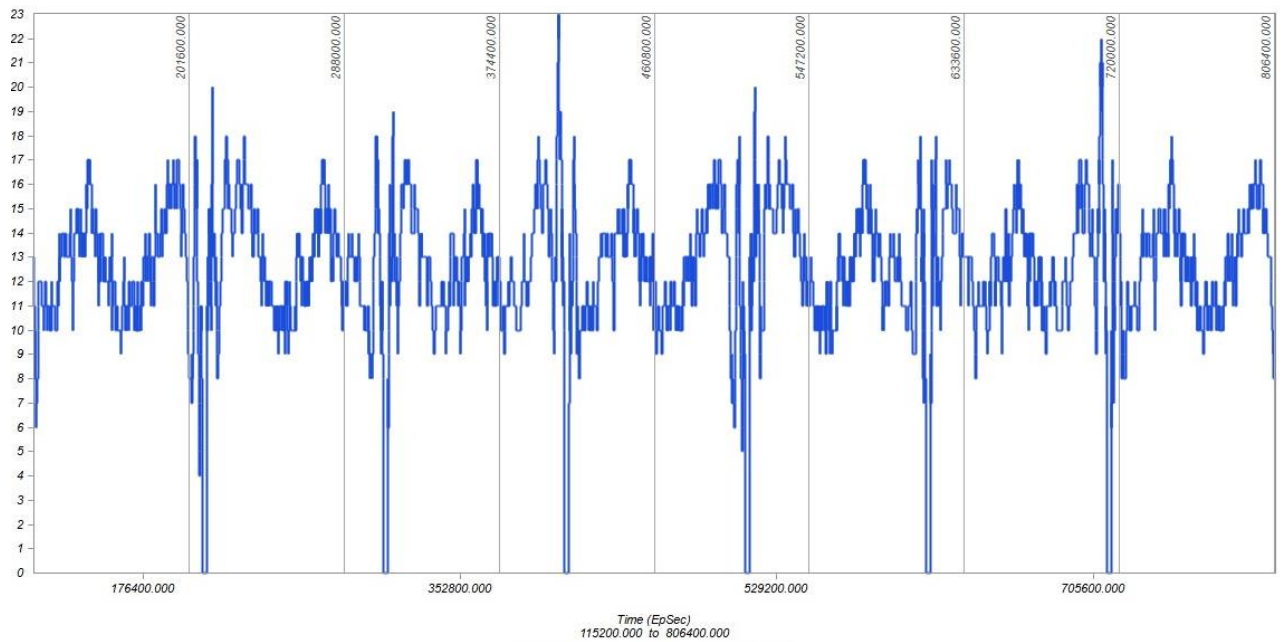


Рисунок 1.21. Число радиовидимых НКА СРНС *GPS* для КА на ВЭО-80000 при ОСШ $q \geq 21$ дБ-Гц

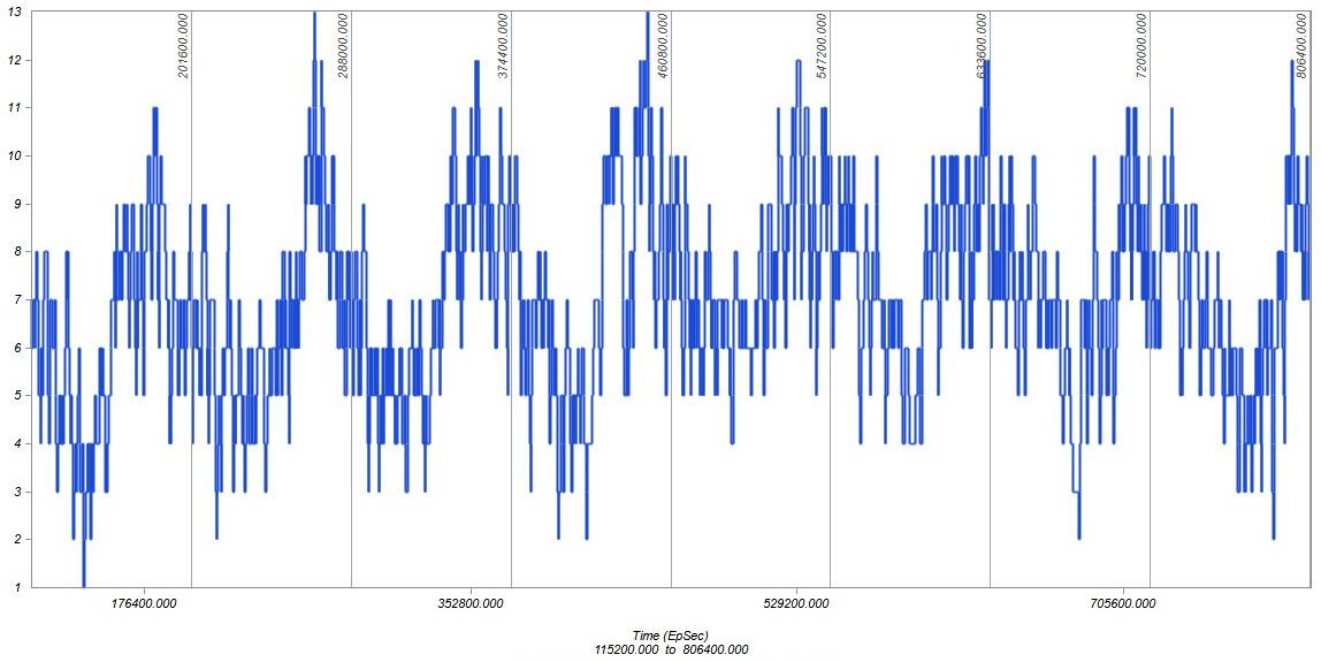


Рисунок 1.22. Число радиовидимых НКА СРНС *GPS* для КА на ГСО при ОСШ $q \geq 30$ дБ-Гц

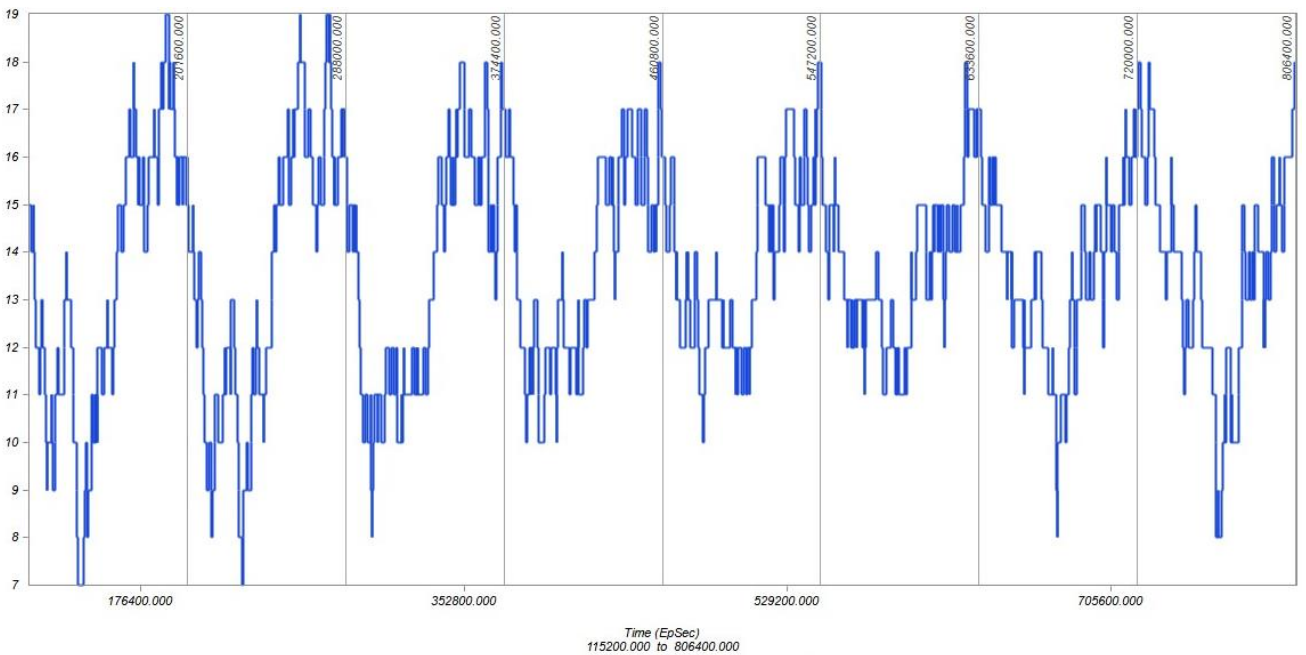


Рисунок 1.23. Число радиовидимых НКА СРНС *GPS* для КА на ГСО при ОСШ $q \geq 21$ дБ-Гц

1.4 Байесовская теория оценивания. Нелинейные алгоритмы фильтрации

1.4.1 Модель системы. Байесовский рекуррентный оценщик. Линейный фильтр Калмана.

Вся обработка сигналов в современной НАП происходит в цифровом виде. В связи с этим, все математические модели систем рассматриваются в дискретном времени. Временной интервал дискретизации полагается известным. Величина интервала дискретизации выбирается такой, чтобы ошибка математической модели системы $k = 1, 2, \dots$ в дискретном времени была несущественной. Важно знать и учитывать величину интервала дискретизации от такта к такту.

Как уже было сказано выше, для синтеза алгоритмов слежения за параметрами сигналов СРНС необходимо задать математическую модель изменения состояний системы во времени и математическую модель наблюдаемых сигналов, в которых и содержится информация о состоянии системы. В общем случае в пространстве состояний непрерывная модель изменения параметров системы описывается системой ДУ (1.9). В дискретные моменты времени k систему непрерывных ДУ (1.9) можно представить в виде системы разностных уравнений, описывающих изменения дискретного ВС \mathbf{x}_k во времени

$$\mathbf{x}_k = \mathbf{f}[\mathbf{x}_{k-1}, \mathbf{n}_{x,k-1}, k], \quad (1.14)$$

где $\mathbf{f}(\cdot)$ - вектор функция, описывающая динамику процесса \mathbf{x}_k ; $\mathbf{n}_{x,k}$ - вектор возбуждающих дискретных шумов состояния. В большинстве случаев дискретный процесс $\mathbf{n}_{x,k}$ задаётся в виде белого гауссова шума, со средним значением $\bar{\mathbf{n}}_x$. В зависимости от вида вектор функции $\mathbf{f}(\cdot)$, модели шумов $\mathbf{n}_{x,k}$ и взаимосвязи ВС \mathbf{x}_k и процесса $\mathbf{n}_{x,k}$, модель изменения ВС системы может быть: линейной или нелинейной. С точки зрения статистических свойств – АПРВ ВС может быть гауссовой или негауссовой. Векторный процесс (1.14) является случайным марковским процессом первого порядка. Его состояния на любой момент времени k зависят от состояний процесса на момент $k-1$. Решение стохастического ДУ (1.14) полностью определяются начальными условиями и существующими в системе возмущениями.

Дискретная модель наблюдений задается L_z -мерным вектором сигналов \mathbf{z}_k на входе устройства обработки в каждый момент времени k

$$\mathbf{z}_k = \mathbf{h}(\mathbf{x}_k, \mathbf{w}_k), \quad (1.15)$$

где $\mathbf{h}(\cdot)$ – вектор-функция связи состояний \mathbf{x}_k и наблюдений \mathbf{z}_k ; \mathbf{w}_k – вектор шумов наблюдений со средним значением $\bar{\mathbf{w}}$. Так же, как и при описании (1.14), в зависимости от вида

вектор функции $\mathbf{h}(\cdot)$, модели шумов \mathbf{w}_k и взаимосвязи ВС \mathbf{x}_k и процесса \mathbf{w}_k модель наблюдений может быть линейной или нелинейной, гауссовой или негауссовой. Таким образом, математическая модель исследуемой системы описывается системой уравнений

$$\begin{cases} \mathbf{x}_k = \mathbf{f}[\mathbf{x}_{k-1}, \mathbf{n}_{x,k-1}, k] \\ \mathbf{z}_k = \mathbf{h}(\mathbf{x}_k, \mathbf{w}_k) \end{cases} \quad (1.16)$$

В рамках диссертационной работы нами будут рассмотрены две модели системы:

- 1) линейная модель изменения ВС \mathbf{x}_k с аддитивными гауссовыми шумами $\mathbf{n}_{x,k}$; нелинейная по наблюдениям \mathbf{z}_k с аддитивными гауссовыми шумами \mathbf{w}_k

$$\begin{cases} \mathbf{x}_k = \mathbf{F} \cdot \mathbf{x}_{k-1} + \mathbf{n}_{x,k-1} \\ \mathbf{z}_k = \mathbf{h}(\mathbf{x}_k) + \mathbf{w}_k \end{cases}, \quad (1.17)$$

где \mathbf{F} - линейная переходная матрица связи состояний.

- 2) линейная модель изменения ВС \mathbf{x}_k с аддитивными гауссовыми шумами $\mathbf{n}_{x,k}$; нелинейная, негауссова наблюдениям \mathbf{z}_k :

$$\begin{cases} \mathbf{x}_k = \mathbf{F} \cdot \mathbf{x}_{k-1} + \mathbf{n}_{x,k-1} \\ \mathbf{z}_k = \mathbf{h}(\mathbf{x}_k, \mathbf{w}_k) \end{cases}. \quad (1.18)$$

Модель (1.17) применяется нами при синтезе алгоритма слежения за РНП в *когерентном* режиме. Модель (1.18) применяется в *некогерентном* режиме слежения.

Как известно [59-63], при квадратичной функции потерь $\mathbf{C} = [\mathbf{x}_k - \hat{\mathbf{x}}_k]^2$ оптимальной байесовской оценкой по критерию минимума среднеквадратичной ошибки (СКО) оценки является апостериорное среднее \mathbf{X}

$$\hat{\mathbf{x}}_{k,opt} = E[\mathbf{x}_k | \mathbf{z}_{1:k}] = \int_{X_1} \dots \int_{X_{Lx}} \mathbf{x}_k p(\mathbf{x}_k | \mathbf{z}_{1:k}) d\mathbf{x}_k, \quad (1.19)$$

где $E[\cdot]$ - оператор нахождения математического ожидания; $p(\mathbf{x}_k | \mathbf{z}_{1:k})$ - апостериорная плотность распределения вероятностей ВС \mathbf{x}_k ; $\mathbf{z}_{1:k}$ - последовательность всех наблюдений до момента k .

Для нахождения оптимальных байесовских оценок ВС (1.19) необходимо знать статистические свойства системы (1.16): $p(\mathbf{x}_0)$ - априорное распределение ВС; $p(\mathbf{n}_{x,k})$ - распределение шумов состояний; $p(\mathbf{x}_k | \mathbf{x}_{k-1})$ - плотность перехода от состояния \mathbf{x}_{k-1} в момент времени $k-1$ к состоянию \mathbf{x}_k в момент времени k ; $p(\mathbf{z}_k | \mathbf{x}_k)$ - функцию правдоподобия (ФП) наблюдений \mathbf{z}_k в момент времени k ; $p(\mathbf{w}_k)$ - распределение шумов наблюдений. Зная вид

модели системы (1.16) и её статистические характеристики и применяя Байесовское правило, можно записать рекуррентное выражение для АПРВ [60-63]

$$\begin{aligned}
 p(\mathbf{x}_k | \mathbf{z}_{1:k}) &= \frac{p(\mathbf{z}_{1:k} | \mathbf{x}_k)p(\mathbf{x}_k)}{p(\mathbf{z}_{1:k})} = \frac{p(\mathbf{z}_k, \mathbf{z}_{1:k-1} | \mathbf{x}_k)p(\mathbf{x}_k)}{p(\mathbf{z}_k, \mathbf{z}_{1:k-1})} = \\
 &= \frac{p(\mathbf{z}_k | \mathbf{z}_{1:k-1}, \mathbf{x}_k)p(\mathbf{z}_{1:k-1} | \mathbf{x}_k)p(\mathbf{x}_k)}{p(\mathbf{z}_k | \mathbf{z}_{1:k-1})p(\mathbf{z}_{1:k-1})} = \frac{p(\mathbf{z}_k | \mathbf{z}_{1:k-1}, \mathbf{x}_k)p(\mathbf{x}_k | \mathbf{z}_{1:k-1})p(\mathbf{z}_{1:k-1})}{p(\mathbf{z}_k | \mathbf{z}_{1:k-1})p(\mathbf{z}_{1:k-1})} = \\
 &= \frac{p(\mathbf{z}_k | \mathbf{x}_k)p(\mathbf{x}_k | \mathbf{z}_{1:k-1})}{p(\mathbf{z}_k | \mathbf{z}_{1:k-1})},
 \end{aligned} \tag{1.20}$$

при условии, что наблюдения \mathbf{z}_k в момент времени k не зависят от всего набора наблюдений $\mathbf{z}_{1:k-1}$ до момента $k-1$ включительно. В (1.20) $p(\mathbf{x}_k | \mathbf{z}_{1:k-1})$ - экстраполированная на момент времени k апостериорная плотность ВС по наблюдениям до момента $k-1$:

$$p(\mathbf{x}_k | \mathbf{z}_{1:k-1}) = \int p(\mathbf{x}_k | \mathbf{x}_{k-1})p(\mathbf{x}_{k-1} | \mathbf{z}_{1:k-1})d\mathbf{x}_{k-1} \tag{1.21}$$

Нормирующая постоянная в знаменателе (1.20) не зависит от ВС:

$$p(\mathbf{z}_k | \mathbf{z}_{1:k-1}) = \int p(\mathbf{z}_k | \mathbf{x}_k)p(\mathbf{x}_k | \mathbf{z}_{1:k-1})d\mathbf{x}_k \tag{1.22}$$

Обычно шаг вычисления (1.21) называется экстраполяцией, шаг вычисления (1.20) – обновлением АПРВ с учётом текущих измерений $p(\mathbf{z}_k | \mathbf{x}_k)$.

Плотности перехода и ФП могут быть найдены из следующих соотношений:

$$p(\mathbf{x}_k | \mathbf{x}_{k-1}) = \int \delta(\mathbf{x}_k - \mathbf{f}[\mathbf{x}_{k-1}, \mathbf{n}_{x,k}])p(\mathbf{n}_{x,k})d\mathbf{n}_{x,k} \tag{1.23}$$

$$p(\mathbf{z}_k | \mathbf{x}_k) = \int \delta(\mathbf{z}_k - \mathbf{h}[\mathbf{x}_k, \mathbf{w}_k])p(\mathbf{w}_k)d\mathbf{w}_k, \tag{1.24}$$

где $\delta(\cdot)$ - дельта-функция Дирака.

Выражения (1.19), (1.20), (1.21) и (1.22) дают обобщенный алгоритм нахождения оптимальных байесовских оценок ВС по критерию минимума СКО оценки при произвольной статистике возмущений в модели состояний и наблюдений. Калманом был получен рекурсивный алгоритм формирования оценок ВС по критерию минимум СКО оценки при линейных функциях эволюции ВС и связи состояний и наблюдений. Этот алгоритм известен как линейный фильтр Калмана (ЛФК) [43, 57-61]. Калман получил решение для (1.19) опираясь на следующие предположения [43, 62]:

1) последовательные оценки системы случайных переменных по критерию минимума СКО, и, следовательно, апостериорные распределения, могут быть получены только при рекурсивной экстраполяции и обновлении первых и вторых моментов (среднего и ковариации) апостериорного распределения.

2) выражение для формирования оценок (обновление наблюдениями) является линейной функцией от априорного состояния системы, которое полностью описывается $p(\mathbf{x}_k | \mathbf{z}_{1:k-1})$, и новой наблюдаемой информацией, описываемой $p(\mathbf{z}_k | \mathbf{x}_k)$. Другими словами, предполагается, что выражение (1.20) для оптимальной Байесовской рекурсии может быть точно аппроксимировано линейной функцией.

3) Может быть произведено точное вычисление экстраполированных значений ВС и наблюдений. Эти экстраполированные значения нужны для аппроксимации моментов первого и второго порядка распределений $p(\mathbf{x}_k | \mathbf{z}_{1:k-1})$ и $p(\mathbf{z}_k | \mathbf{x}_k)$.

Эти допущения учтены в ЛФК, который получен для случая, когда исследуемая система описывается линейными уравнениями (1.16) как для ВС, так и для уравнений связи ВС и наблюдений, все условные и безусловные ПРВ, а также ПРВ возмущений являются гауссовыми. Как известно, для описания нормального распределения необходимыми и достаточными параметрами являются математическое ожидание \mathbf{m}_y и ковариационная матрица \mathbf{P}_y . Нормальное распределение описывается выражением

$$p(\mathbf{y}) = N(\mathbf{y}; \mathbf{m}_y, \mathbf{P}_y) \triangleq (\sqrt{(2\pi)^{L_y} \det \mathbf{P}_y})^{-1} \exp(-0.5 \cdot (\mathbf{y} - \mathbf{m}_y) \mathbf{P}_y^{-1} (\mathbf{y} - \mathbf{m}_y)^T), \quad (1.25)$$

где L_y - размерность вектора \mathbf{y} ; \mathbf{m}_y - мат. ожидание \mathbf{y} ; \mathbf{P}_y - ковариационная матрица \mathbf{y} . При гауссовых распределениях статистик случайных процессов совместная плотность ВС и наблюдений будет иметь вид

$$p(\mathbf{z}, \mathbf{x}) = N\left(\begin{bmatrix} \mathbf{z} \\ \mathbf{x} \end{bmatrix}; \begin{bmatrix} \mathbf{m}_z \\ \mathbf{m}_x \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} \mathbf{P}_{\tilde{z}\tilde{z}} & \mathbf{P}_{\tilde{z}\tilde{x}} \\ \mathbf{P}_{\tilde{x}\tilde{z}} & \mathbf{P}_{\tilde{x}\tilde{x}} \end{bmatrix}\right), \quad (1.26)$$

а условная ПРВ ВС:

$$p(\mathbf{x} | \mathbf{z}) = N(\mathbf{x}; \mathbf{m}_x + \mathbf{P}_{\tilde{x}\tilde{z}} \mathbf{P}_{\tilde{z}\tilde{z}}^{-1} (\mathbf{z} - \mathbf{m}_z), \mathbf{P}_{\tilde{x}\tilde{x}} - \mathbf{P}_{\tilde{x}\tilde{z}} \mathbf{P}_{\tilde{z}\tilde{z}}^{-1} \mathbf{P}_{\tilde{z}\tilde{x}}). \quad (1.27)$$

Таким образом, оптимальная байесовская оценка $\hat{\mathbf{x}}_{opt}$ (1.19) для линейной системы с гауссовыми возмущениями

$$\hat{\mathbf{x}}_{opt} = \mathbf{m}_x + \mathbf{P}_{\tilde{x}\tilde{z}} \mathbf{P}_{\tilde{z}\tilde{z}}^{-1} (\mathbf{z} - \mathbf{m}_z), \quad (1.28)$$

и имеет ковариационную матрицу

$$\mathbf{P}_{\hat{\mathbf{x}}} = \mathbf{P}_{\tilde{x}\tilde{x}} - \mathbf{P}_{\tilde{x}\tilde{z}} \mathbf{P}_{\tilde{z}\tilde{z}}^{-1} \mathbf{P}_{\tilde{z}\tilde{x}}. \quad (1.29)$$

На практике применяют рекурсивные выражения для вычисления оптимальных оценок ВС (1.28) и ковариационной матрицы оценок (1.29) - алгоритм ЛФК [43, 57-61]:

Алгоритм 1. ЛФК

Инициализация

$$\hat{\mathbf{x}}_0 = E[\mathbf{x}_0] = \mathbf{m}_{x0};$$

$$\mathbf{P}_{\hat{\mathbf{x}},0} = E[(\mathbf{x}_0 - \hat{\mathbf{x}}_0)(\mathbf{x}_0 - \hat{\mathbf{x}}_0)^T];$$

1. *Экстраполяция ВС на один шаг:*

$$\hat{\mathbf{x}}_{k/k-1} = \mathbf{F} \cdot \hat{\mathbf{x}}_{k-1};$$

2. *Вычисление ковариационной матрицы экстраполированной оценки состояния*

$$\mathbf{P}_{\hat{\mathbf{x}},k/k-1} = \mathbf{F} \cdot \mathbf{P}_{\hat{\mathbf{x}},k-1} \cdot \mathbf{F}^T + \mathbf{R}_{nx};$$

3. *Экстраполяция наблюдений на один шаг*

$$\hat{\mathbf{z}}_{k/k-1} = \mathbf{H} \cdot \hat{\mathbf{x}}_{k/k-1};$$

4. *Формирование невязки*

$$v_k = \mathbf{z}_k - \hat{\mathbf{z}}_{k/k-1};$$

5. *Вычисление дисперсии невязки*

$$\mathbf{P}_{\hat{\mathbf{z}}\hat{\mathbf{z}}} = \mathbf{H} \cdot \mathbf{P}_{\hat{\mathbf{x}},k/k-1} \cdot \mathbf{H}^T + \mathbf{R}_w;$$

6. *Вычисление коэффициента усиления*

$$\mathbf{K}_k = \mathbf{P}_{\hat{\mathbf{x}},k/k-1} \cdot \mathbf{H}^T \mathbf{P}_{\hat{\mathbf{z}}\hat{\mathbf{z}}}^{-1};$$

7. *Вычисление текущей оценки вектора состояний*

$$\hat{\mathbf{x}}_k = \hat{\mathbf{x}}_{k|k-1} + \mathbf{K}_k v_k;$$

8. *Вычисление ковариационной матрицы ошибок фильтрации*

$$\mathbf{P}_{\hat{\mathbf{x}},k} = \mathbf{P}_{\hat{\mathbf{x}},k|k-1} - \mathbf{K}_k \mathbf{P}_{\hat{\mathbf{z}}\hat{\mathbf{z}}} \mathbf{K}_k^T.$$

где \mathbf{R}_{nx} – ковариационная матрица дискретных шумов возмущений в модели вектора состояний; \mathbf{R}_w – ковариационная матрица шумов наблюдений; \mathbf{H} – линейная матрица связи ВС \mathbf{x}_k и наблюдений \mathbf{z}_k на текущий момент времени. Для инициализации алгоритма: $\hat{\mathbf{x}}_0$ – начальная оценка ВС равна априорному среднему по всем возможным реализациям ВС; $\mathbf{P}_{\hat{\mathbf{x}},0}$ – начальное значение ковариационной матрицы ВС соответствует априорной неопределённости по ВС.

На практике полностью линейные системы с гауссовыми возмущениями встречаются редко. В случае, когда одна или обе функции $f(\cdot)$ и $h(\cdot)$ в модели (1.16) являются нелинейными, для получения оценок ВС $\hat{\mathbf{x}}_k$ необходимо применять методы численного интегрированного для

вычисления приближённого значения (1.19). В этом случае оценки $\hat{\mathbf{x}}_k$ будут квазиоптимальными.

Способы получения оценок ВС $\hat{\mathbf{x}}_k$ в нелинейных задачах зависят от возможности аппроксимации всех условных и безусловных ПРВ нормальным законом распределения, так как для его описания необходимы только средние значения и ковариации. Если подобная аппроксимация допустима, то для нахождения квазиоптимальных оценок $\hat{\mathbf{x}}_k$ применяют алгоритмы нелинейных фильтров Калмана таких, как расширенный фильтр Калмана (*EKF*), или любой из семейства сигма-точечных фильтров Калмана (*SPKF*) [60 - 73]. В диссертационной работе используются модели нелинейной системы (1.17) и (1.18), в которых может быть использовано гауссово приближение. Если же какая-либо из условных и/или безусловных ПРВ не может быть аппроксимирована нормальным распределением (ПРВ многомодально, имеет «тяжёлые хвосты», сильно несимметрично и т.д.), то в этом случае применяют алгоритмы фильтров частиц (*particle filters, PF*) [62, 74, 75]. Реализация этих алгоритмов в задачах слежения является отдельной темой для исследования и в диссертационной работе рассмотрена не будет.

Стоит отметить, что нет унифицированного подхода к работе с нелинейными задачами. В связи с этим, к модели системы (1.16) необходимо применить все доступные для исследователя алгоритмы получения оценок ВС $\hat{\mathbf{x}}_k$ и выбрать оптимальный из них по заданному критерию - точность оценок, сложность реализации алгоритма, количество математических операций на одну итерацию и т.д.

Далее кратко приведём описание наиболее распространённых алгоритмов фильтрации для решения нелинейных задач при условии гауссовой аппроксимации всех условных и безусловных ПРВ и гауссовых возмущений.

1.4.2 Расширенный фильтр Калмана (*extended Kalman filter, EKF*)

Одним из первых и наиболее распространённых алгоритмов нелинейной фильтрации является алгоритм расширенного фильтра Калмана (*extended Kalman filter, EKF*). Этот алгоритм основан на линеаризации нелинейной функции в точке оценки и дальнейшем использовании аппарата линейного фильтра Калмана. Приведём основные соотношения для дальнейшего пояснения работы алгоритмов [62]. Нелинейные функции связи ВС и наблюдений могут быть выражены через среднее значение ВС и малых приращений:

$$\mathbf{z} = \mathbf{h}(\mathbf{x}) = \mathbf{h}(\bar{\mathbf{x}} + \delta_{\mathbf{x}}), \quad (1.30)$$

где δ_x - вектор случайных величин с нулевым средним и с такой же ковариационной матрицей \mathbf{P}_x как и у \mathbf{X} . Величина \mathbf{X} имеет среднее значение $\bar{\mathbf{x}}$. Разложим функцию $\mathbf{h}(\mathbf{x})$ в ряд Тейлора:

$$\mathbf{z} = \mathbf{h}(\bar{\mathbf{x}}) + \mathbf{D}_{\delta_x} \mathbf{h} + \frac{1}{2!} \mathbf{D}_{\delta_x}^2 \mathbf{h} + \frac{1}{3!} \mathbf{D}_{\delta_x}^3 \mathbf{h} + \frac{1}{4!} \mathbf{D}_{\delta_x}^4 \mathbf{h} + \dots, \quad (1.31)$$

где $\mathbf{D}_{\delta_x} \mathbf{h}$ - оператор вычисления полного дифференциала функции $\mathbf{h}(\cdot)$ в δ_x окрестности точки $\bar{\mathbf{x}}$

$$\mathbf{D}_{\delta_x} \mathbf{h} \doteq [(\delta_x^T \nabla) \mathbf{h}(\mathbf{x})]^T \Big|_{\mathbf{x}=\bar{\mathbf{x}}}, \quad (1.32)$$

или в скалярной форме

$$\mathbf{D}_{\delta_x} = \sum_{j=1}^{L_x} \delta_{x_j} \frac{\partial}{\partial x_j}. \quad (1.33)$$

То есть i -ый член разложения в ряд Тейлора (1.31) функции $\mathbf{z} = \mathbf{h}(\mathbf{x})$ записывается

$$\frac{1}{i!} \mathbf{D}_{\delta_x}^i \mathbf{h} = \frac{1}{i!} \left[\sum_{j=1}^{L_x} \delta_{x_j} \frac{\partial}{\partial x_j} \right]^i \mathbf{h}(\mathbf{x}) \Big|_{\mathbf{x}=\bar{\mathbf{x}}}, \quad (1.34)$$

где δ_{x_j} - j -ая компонента δ_x , $\frac{\partial}{\partial x_j}$ - оператор частной производной по j -ой компоненте \mathbf{X} .

Среднее значение $\mathbf{z} - \bar{\mathbf{z}}$, получается усреднением (1.31)

$$\bar{\mathbf{z}} = E[\mathbf{h}(\bar{\mathbf{x}} + \delta_x)] = \mathbf{h}(\bar{\mathbf{x}}) + E \left[\mathbf{D}_{\delta_x} \mathbf{h} + \frac{1}{2!} \mathbf{D}_{\delta_x}^2 \mathbf{h} + \frac{1}{3!} \mathbf{D}_{\delta_x}^3 \mathbf{h} + \frac{1}{4!} \mathbf{D}_{\delta_x}^4 \mathbf{h} + \dots \right], \quad (1.35)$$

где $E \left[\frac{1}{i!} \mathbf{D}_{\delta_x}^i \mathbf{h} \right] = \frac{1}{i!} E \left[\left[\sum_{j=1}^{L_x} \delta_{x_j} \frac{\partial}{\partial x_j} \right]^i \mathbf{h}(\mathbf{x}) \Big|_{\mathbf{x}=\bar{\mathbf{x}}} \right]$. Таким образом, для вычисления среднего

значения \mathbf{z} с точностью до m -го порядка разложения в ряд Тейлора необходимо знать все моменты δ_x (то есть \mathbf{X}) и вычислить все производные функции $\mathbf{h}(\cdot)$ до порядка m . Если предположить, что распределение δ_x (а следовательно и \mathbf{X}) симметричное, то с учётом (1.32) и $E[\delta_x \delta_x^T] = \mathbf{P}_x$, (1.35) можно записать:

$$\bar{\mathbf{z}} = \mathbf{h}(\bar{\mathbf{x}}) + \frac{1}{2!} \left[(\nabla^T \mathbf{P}_x \nabla) \mathbf{h}(\mathbf{x}) \Big|_{\mathbf{x}=\bar{\mathbf{x}}} \right] + E \left[\frac{1}{4!} \mathbf{D}_{\delta_x}^4 \mathbf{h} + \frac{1}{6!} \mathbf{D}_{\delta_x}^6 \mathbf{h} + \dots \right]. \quad (1.36)$$

Для вычисления ковариации \mathbf{z} воспользуемся выражением $\mathbf{P}_z = E[(\mathbf{z} - \bar{\mathbf{z}})(\mathbf{z} - \bar{\mathbf{z}})^T]$:

$$\begin{aligned} \mathbf{z} - \bar{\mathbf{z}} &= \mathbf{h}(\bar{\mathbf{x}} + \delta_{\mathbf{x}}) - E[\mathbf{h}(\bar{\mathbf{x}} + \delta_{\mathbf{x}})] = \mathbf{D}_{\delta_{\mathbf{x}}} \mathbf{h} + \frac{1}{2!} \mathbf{D}_{\delta_{\mathbf{x}}}^2 \mathbf{h} + \frac{1}{3!} \mathbf{D}_{\delta_{\mathbf{x}}}^3 \mathbf{h} + \frac{1}{4!} \mathbf{D}_{\delta_{\mathbf{x}}}^4 \mathbf{h} + \dots \\ &- E \left[\frac{1}{2!} \mathbf{D}_{\delta_{\mathbf{x}}}^2 \mathbf{h} + \frac{1}{4!} \mathbf{D}_{\delta_{\mathbf{x}}}^4 \mathbf{h} + \frac{1}{6!} \mathbf{D}_{\delta_{\mathbf{x}}}^6 \mathbf{h} + \dots \right] \end{aligned} \quad (1.37)$$

После подстановки (1.37) в выражение для $\mathbf{P}_{\mathbf{z}}$ и выполнения всех необходимых преобразований с учётом симметричности распределения $\delta_{\mathbf{x}}$, выражение для вычисления ковариации $\mathbf{P}_{\mathbf{z}}$ имеет вид

$$\begin{aligned} \mathbf{P}_{\mathbf{z}} &= \mathbf{H}_{\bar{\mathbf{x}}} \mathbf{P}_{\mathbf{x}} \mathbf{H}_{\bar{\mathbf{x}}}^T - \frac{1}{4} E \left[\mathbf{D}_{\delta_{\mathbf{x}}}^2 \mathbf{h} \right] E \left[\mathbf{D}_{\delta_{\mathbf{x}}}^2 \mathbf{h} \right]^T + \\ &E \left[\underbrace{\sum_{i=1}^{\infty} \sum_{j=1}^{\infty} \frac{1}{i! j!} \mathbf{D}_{\delta_{\mathbf{x}}}^i \mathbf{h} \left(\mathbf{D}_{\delta_{\mathbf{x}}}^j \mathbf{h} \right)^T}_{\forall i, j: \text{таких что } ij > 1} \right] - \left[\underbrace{\sum_{i=1}^{\infty} \sum_{j=1}^{\infty} \frac{1}{(2i)! (2j)!} E \left[\mathbf{D}_{\delta_{\mathbf{x}}}^{2i} \mathbf{h} \right] E \left[\mathbf{D}_{\delta_{\mathbf{x}}}^{2j} \mathbf{h} \right]^T}_{\forall i, j: \text{таких что } ij > 1} \right], \end{aligned} \quad (1.38)$$

где $\mathbf{H}_{\bar{\mathbf{x}}} = \nabla_{\mathbf{x}} \mathbf{h}(\mathbf{x})|_{\mathbf{x}=\bar{\mathbf{x}}}$ - матрица Якоби функции $\mathbf{h}(\mathbf{x})$, вычисленная в точке оценки $\bar{\mathbf{x}}$. Так же, как и со средним значением \mathbf{z} , для точного вычисления $\mathbf{P}_{\mathbf{z}}$ необходимо вычислять члены старших порядков – находить производные $\mathbf{h}(\cdot)$ и моменты $\delta_{\mathbf{x}}$.

При применении *EKF* для решения нелинейных задач функции $f(\cdot)$ и $\mathbf{h}(\cdot)$ линеаризуют в точке оценки (раскладывают в ряд Тейлора) и ограничиваются только первым членом разложения. При этом линеаризованные выражения для вычисления значения функции после нелинейного преобразования, среднего и ковариации приобретают вид:

$$\mathbf{z} \approx \mathbf{z}^{lin} = \mathbf{h}(\bar{\mathbf{x}}) + \mathbf{D}_{\delta_{\mathbf{x}}} \mathbf{h}; \quad (1.39)$$

$$\bar{\mathbf{z}} \approx \bar{\mathbf{z}}^{lin} = \mathbf{h}(\bar{\mathbf{x}}); \quad (1.40)$$

$$\mathbf{P}_{\mathbf{z}} \approx \mathbf{P}_{\mathbf{z}}^{lin} = \mathbf{H}_{\bar{\mathbf{x}}} \mathbf{P}_{\mathbf{x}} \mathbf{H}_{\bar{\mathbf{x}}}^T. \quad (1.41)$$

Очевидно, что это приближение справедливо в том случае, когда суммарный вклад всех членов старших порядков близок к нулю в области неопределённости \mathbf{x} . Это означает, что члены нулевого и первого порядка в (1.31) должны преобладать над остальными членами в области априорного распределения \mathbf{x} . Так же в алгоритме *EKF* при линеаризации учитывается только единственная точка (точка оценки $\hat{\mathbf{x}}$), что не учитывает случайную природу ВС \mathbf{x} и область его неопределённости.

Дальше приведём алгоритм расширенного фильтра Калмана (*EKF*), который применялся нами в диссертационной работе.

Алгоритм 2. EKF

1. Инициализация

$$\hat{\mathbf{x}}_0 = E[\mathbf{x}_0] = \mathbf{m}_{x0};$$

$$\mathbf{P}_{\hat{\mathbf{x}},0} = E[(\mathbf{x}_0 - \hat{\mathbf{x}}_0)(\mathbf{x}_0 - \hat{\mathbf{x}}_0)^T];$$

Для $k = 1, 2, \dots, \infty$:

2. Вычисление матрицы Якоби для модели BC

$$\mathbf{F}_{\mathbf{x}_k} = \nabla_{\mathbf{x}} \mathbf{f}(\mathbf{x}, \bar{\mathbf{n}}_x) |_{\mathbf{x}=\hat{\mathbf{x}}_{k-1}}$$

3. Экстраполяция BC на один шаг:

$$\hat{\mathbf{x}}_{k/k-1} = \mathbf{f}(\hat{\mathbf{x}}_{k-1}, \bar{\mathbf{n}}_x);$$

4. Вычисление ковариационной матрицы экстраполированной оценки состояния

$$\mathbf{P}_{\hat{\mathbf{x}},k/k-1} = \mathbf{F}_{\mathbf{x}_k} \cdot \mathbf{P}_{\hat{\mathbf{x}},k-1} \cdot \mathbf{F}_{\mathbf{x}_k}^T + \mathbf{R}_{nx};$$

5. Вычисление матрицы Якоби для модели наблюдений

$$\mathbf{H}_{\mathbf{x}_k} = \nabla_{\mathbf{x}} \mathbf{h}(\mathbf{x}, \bar{\mathbf{w}}) |_{\mathbf{x}=\hat{\mathbf{x}}_{k/k-1}}$$

6. Экстраполяция наблюдений на один шаг

$$\hat{\mathbf{z}}_{k/k-1} = \mathbf{h}(\hat{\mathbf{x}}_{k/k-1}, \bar{\mathbf{w}});$$

7. Формирование невязки

$$v_k = \mathbf{z}_k - \hat{\mathbf{z}}_{k/k-1};$$

8. Вычисление дисперсии невязки

$$\mathbf{P}_{\hat{\mathbf{z}}\hat{\mathbf{z}}} = \mathbf{H}_{\mathbf{x}_k} \cdot \mathbf{P}_{\hat{\mathbf{x}},k/k-1} \cdot \mathbf{H}_{\mathbf{x}_k}^T + \mathbf{R}_w;$$

9. Вычисление коэффициента усиления

$$\mathbf{K}_k = \mathbf{P}_{\hat{\mathbf{x}},k/k-1} \cdot \mathbf{H}_{\mathbf{x}_k}^T \mathbf{P}_{\hat{\mathbf{z}}\hat{\mathbf{z}}}^{-1};$$

10. Вычисление текущей оценки вектора состояний

$$\hat{\mathbf{x}}_k = \hat{\mathbf{x}}_{k|k-1} + \mathbf{K}_k v_k;$$

11. Вычисление ковариационной матрицы ошибок фильтрации

$$\mathbf{P}_{\hat{\mathbf{x}},k} = \mathbf{P}_{\hat{\mathbf{x}},k|k-1} - \mathbf{K}_k \mathbf{P}_{\hat{\mathbf{z}}\hat{\mathbf{z}}} \mathbf{K}_k^T.$$

Также стоит отметить, что алгоритм EKF может быть реализован с учётом второго члена разложения в ряд Тейлора. При этом на каждой итерации работы алгоритма EKF кроме матрицы Якоби для каждой из функций $\mathbf{f}(\cdot)$ и $\mathbf{h}(\cdot)$ необходимо будет вычислять матрицу

Гессе. С практической точки зрения, во-первых, функции должны быть дифференцируемы, во-вторых, это может потребовать значительных вычислительных затрат.

1.4.3 Сигма-точечные фильтры Калмана (*sigma-point Kalman filter, SPKF*)

Для получения субоптимальных байесовских оценок ВС (1.19) необходимо рекуррентно получать приближения для АПРВ (1.20), для чего необходимо на этапах экстраполяции и коррекции вычислять моменты (или получать их аппроксимацию) величин, полученных после нелинейных преобразований $f(\cdot)$ и $h(\cdot)$. На практике ограничиваются вычислением математического ожидания и ковариации. В связи с этим в качестве условных и безусловных ПРВ выбирают нормальное распределение. При гауссовых ПРВ и аддитивных возмущающих процессах в состояниях и наблюдениях, экстраполированная оценка ВС и ковариационная матрица оценок состояний имеют вид [67]:

$$\hat{\mathbf{x}}_{k/k-1} = E[\mathbf{f}(\mathbf{x}_{k-1}) / \mathbf{z}_{1:k-1}] = \int_{Lx} \mathbf{f}(\mathbf{x}_{k-1}) N(\mathbf{x}_{k-1}; \hat{\mathbf{x}}_{k-1}, \mathbf{P}_{k-1}) d\mathbf{x}_{k-1}, \quad (1.42)$$

$$\mathbf{P}_{k/k-1} = E[(\mathbf{x}_k - \hat{\mathbf{x}}_{k/k-1})(\mathbf{x}_k - \hat{\mathbf{x}}_{k/k-1})^T / \mathbf{z}_{1:k-1}] = \int_{Lx} [\mathbf{f}(\mathbf{x}_{k-1}) - \hat{\mathbf{x}}_{k/k-1}][\mathbf{f}(\mathbf{x}_{k-1}) - \hat{\mathbf{x}}_{k/k-1}]^T N(\mathbf{x}_{k-1}; \hat{\mathbf{x}}_{k-1}, \mathbf{P}_{k-1}) d\mathbf{x}_{k-1} + \mathbf{R}_{nx}. \quad (1.43)$$

Экстраполяция наблюдений и ковариационной матрицы ошибки экстраполяции:

$$\hat{\mathbf{z}}_{k/k-1} = \int_{Lx} \mathbf{h}(\mathbf{x}_k) N(\mathbf{x}_k; \hat{\mathbf{x}}_{k/k-1}, \mathbf{P}_{k/k-1}) d\mathbf{x}_k, \quad (1.44)$$

$$\mathbf{P}_{\mathbf{zz},k/k-1} = \int_{Lx} [\mathbf{h}(\mathbf{x}_k) - \hat{\mathbf{z}}_{k/k-1}][\mathbf{h}(\mathbf{x}_k) - \hat{\mathbf{z}}_{k/k-1}]^T N(\mathbf{x}_k; \hat{\mathbf{x}}_{k/k-1}, \mathbf{P}_{k/k-1}) d\mathbf{x}_k + \mathbf{R}_w. \quad (1.45)$$

Кроссковариационная матрица ошибок экстраполяции состояний и наблюдений:

$$\mathbf{P}_{\mathbf{zx},k/k-1} = \int_{Lx} [\mathbf{x}_k - \hat{\mathbf{x}}_{k/k-1}][\mathbf{h}(\mathbf{x}_k) - \hat{\mathbf{z}}_{k/k-1}]^T N(\mathbf{x}_k; \hat{\mathbf{x}}_{k/k-1}, \mathbf{P}_{k/k-1}) d\mathbf{x}_k. \quad (1.46)$$

Таким образом, для получения рекурсивного решения (1.20) на каждой итерации необходимо вычислять значения многомерных интегралов (1.42) - (1.46). Аналитическое решение в замкнутой форме может быть получено лишь в частных случаях (к примеру, гауссовы ПРВ и

линейные функции $f(\cdot)$ и $h(\cdot)$ - ЛФК.). В общем случае вычисление моментов (1.42) - (1.46) производится с помощью алгоритмов численного решения интегралов. Как известно, интеграл от произвольной функции $f(\cdot)$ может быть вычислен с помощью метода Монте-Карло

$$\int_{Lx} f(\mathbf{x})d\mathbf{x} = \sum_{i=1}^N w_i f(u_i), \quad (1.47)$$

где u_i - *случайная* точка из области допустимых значений \mathbf{X} ; w_i - вес i -ой точки; N - количество точек u . В классическом методе Монте-Карло для точного решения интеграла необходимо большое число N *случайных* точек u_i . Чем больше точек, тем точнее аппроксимация интеграла.

Основной идеей сигма-точечных фильтров Калмана является использование *небольшого конечного множества определённым образом выбранных сигма-точек χ* для получения моментов (1.42) - (1.46) *целевого распределения*. Выбранные сигма-точки точно учитывают среднее и ковариацию случайной переменной \mathbf{X} , после чего непосредственно подвергаются нелинейным преобразованиям $f(\chi)$ и $h(\chi)$. После нелинейного преобразования новый набор трансформированных сигма-точек позволяет с точностью до второго члена ряда Тейлора аппроксимировать первые и вторые моменты апостериорного распределения – ошибки аппроксимации начинаются с третьего и более старших членов ряда [62]. Иными словами, семейство *SPKF* потенциально обладает лучшими точностными характеристиками решения нелинейных задач при гауссовой аппроксимации ПРВ по сравнению с *EKF*. Кроме этого, как видно из самой идеи сигма-точечных алгоритмов, для их реализации нет необходимости вычисления производных от нелинейных функций.

В диссертационной работе будут рассмотрены следующие сигма-точечные фильтры: 1) фильтр на основе *unscented transformation (UT- преобразование)* – *unscented Kalman filter (UKF)*; 2) фильтр на основе интерполяционной формулы Стирлинга – *central difference Kalman filter (CDKF)*; 3) фильтр на основе кубатурного правила вычисления интегралов – *cubature Kalman filter (CKF)*; 4) фильтр, основанный на вычислении интегралов с помощью квадратур Гаусса-Эрмита – *Gauss-Hermite Kalman Filter (GHKF)*. Из названия алгоритмов фильтрации следует, что каждый из них отличается «ядром» – идеей, на основе которой происходит получение значения моментов. На практике же это различие будет заключаться лишь в способе (схеме) выбора узловых точек аппроксимации (сигма-точек) χ_i и коэффициентов при каждой из этих точек w_i .

Для наглядности на Рисунок 1.24 приведено сравнение полученных апостериорных статистик для *SPKF* и *EKF* после нелинейного преобразования $y = g(x)$ [62]. Также приведены прямые, полученные в результате линеаризации нелинейной функции $g(x)$: первая прямая получена в результате линеаризации в точке \bar{x} с помощью разложения в ряд Тейлора; вторая - с помощью взвешенной статистической линейной регрессии после вычисления апостериорной статистики посредством сигма-точечного преобразования [62].

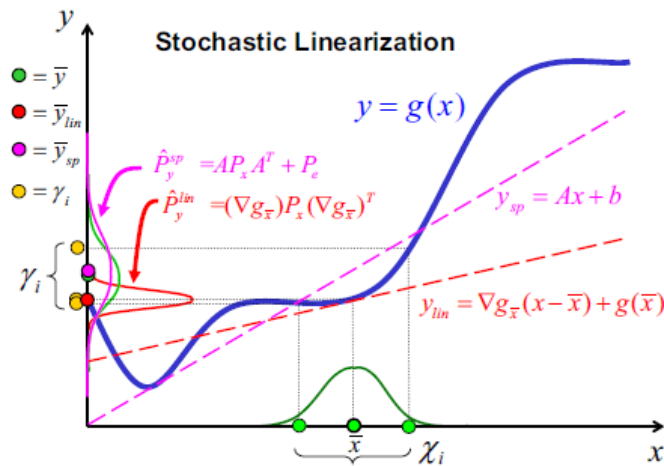


Рисунок 1.24. Сравнение апостериорных статистик нелинейного преобразования после применения: линеаризации в точке; сигма-точечного подхода к аппроксимации

Как видно из рисунка, среднее значение и ковариация апостериорного распределения, полученные по средствам сигма-точечного преобразования, ближе к истинным моментам случайной величины после нелинейного преобразования $y = g(x)$, полученным методом Монте-Карло.

1.4.3.1 Фильтр Калмана на основе *unscented*-преобразования (*unscented Kalman filter, UKF*)

Фильтр Калмана на основе *UT*-преобразования является одним из первых сигма-точечных алгоритмов. Впервые был предложен С. Джулиером и Дж. Ульманов в 1995 как альтернатива *EKF* фильтру для решения нелинейных задач [64 - 66]. Дословный перевод слова «*unscented*» - непахнущий, без запаха. По смыслу, слово «*unscented*» можно перевести как – «не имеющий никакого отношения к/ намёка на ...». В данном контексте можно предположить, что речь идёт об отсутствии необходимости вычислять производные от нелинейных функций $f(\cdot)$ и $h(\cdot)$. В основе *UT*-преобразования лежит предположение о том, что с помощью определённого набора взвешенных точек χ можно с точностью до второго (включительно) члена ряда Тейлора

аппроксимировать среднее и ковариацию случайной переменной, подвергшейся нелинейному преобразованию. При этом оценки этих моментов формируются на основе выборки с использованием самих точек χ и преобразованных точек $\mathbf{z} = \mathbf{h}[\chi]$

$$\mathbf{z}_i = \mathbf{h}[\chi_i], \quad i = 0 \dots N; \quad (1.48)$$

$$\bar{\mathbf{z}} = \sum_{i=0}^N w_i \mathbf{z}_i; \quad (1.49)$$

$$\mathbf{P}_{\tilde{z}_k \tilde{z}_k} = \sum_{i=0}^N w_i [\mathbf{z}_i - \bar{\mathbf{z}}][\mathbf{z}_i - \bar{\mathbf{z}}]^T; \quad (1.50)$$

$$\mathbf{P}_{\tilde{\chi}_k \tilde{z}_k} = \sum_{i=0}^N w_i [\chi_i - \bar{\chi}][\mathbf{z}_i - \bar{\mathbf{z}}]^T, \quad (1.51)$$

где N – число сигма-точек. Авторы эвристически доказали это предположение и нашли искомый набор точек χ и их веса \mathbf{w} , сравнивая члены разложения в ряд Тейлора выражений для получения статистик (1.48) - (1.51) с соответствующими членами ряда Тейлора, полученными при непосредственном разложении нелинейной функции и её статистик. Позже авторы предложили модифицированный набор сигма-точек для устранения некоторых вычислительных проблем. Новый набор точек может быть масштабирован для случая сильных нелинейностей, также он позволяет уменьшить погрешность аппроксимации среднего и ковариации, вносимую старшими членами ряда Тейлора, за счёт учёта старших моментов случайной величины [62, 66]. На Рисунок 1.25 приведён пример набора сигма-точек для аппроксимации двумерного распределения. Высота каждой точке на рисунке соответствует её весу.

Конечный набор из $N = 2L_x + 1$ сигма-точек и их весов для UT -преобразования [62, 66] имеет вид

$$\begin{aligned} \chi_0 &= \bar{\mathbf{x}}; & W_0^{(m)} &= \lambda / (L_x + \lambda), \quad i = 0; \\ \chi_i &= \bar{\mathbf{x}} + \left(\sqrt{(L_x + \lambda) \mathbf{P}_x} \right)_i, \quad i = 1 \dots L_x; & W_0^{(c)} &= \lambda / (L_x + \lambda) + (1 - \alpha^2 + \beta), \quad i = 0; \\ \chi_i &= \bar{\mathbf{x}} - \left(\sqrt{(L_x + \lambda) \mathbf{P}_x} \right)_i, \quad i = L_x + 1 \dots 2L_x; & W_i^{(c)} &= W_i^{(m)} = 1 / 2(L_x + \lambda), \quad i = 1 \dots 2L_x, \end{aligned} \quad (1.52)$$

где $\lambda = \alpha^2(L_x + \kappa) - L_x$; α , κ , β – масштабные параметры, влияют на разброс сигма-точек, на вес каждой точки и на учёт старших моментов при разложении в ряд Тейлора; L_x – размерность ВС \mathbf{x} ; $\left(\sqrt{\mathbf{P}_{x,k-1}} \right)_i$ – i -ый столбец нижней треугольной матрицы $\sqrt{\mathbf{P}_x}$ разложения

Холецкого для ковариационной матрицы \mathbf{P}_x погрешностей фильтрации. Для нормального распределения принято задавать значения этих параметров: $k = 0$, $\beta = 2$, $\alpha = 10^{-4}..1$ [62, 66].

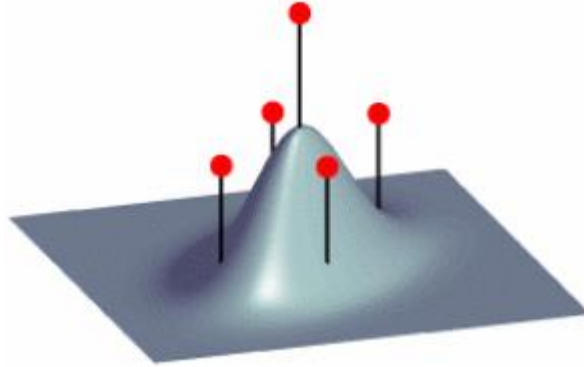


Рисунок 1.25. Пример набора сигма-точек для аппроксимации двумерной АПРВ

Сигма-точечный алгоритм на основе UT -преобразования [62, 66] при аддитивных шумах состояний и наблюдений состоит в выполнении нижеприведенной последовательности вычислений (Алгоритм 3).

Алгоритм 3. UKF, аддитивные шумы

1. Инициализация

$$\hat{\mathbf{x}}_0 = E[\mathbf{x}_0] = \mathbf{m}_{x0};$$

$$\mathbf{P}_{\hat{\mathbf{x}},0} = E[(\mathbf{x}_0 - \hat{\mathbf{x}}_0)(\mathbf{x}_0 - \hat{\mathbf{x}}_0)^T];$$

Для $k = 1, 2, \dots, \infty$:

2. Генерация сигма-точек:

$$\chi_{0,k-1} = \hat{\mathbf{x}}_{k-1}; \chi_{i,k-1} = \hat{\mathbf{x}}_{k-1} + \left(\gamma \sqrt{\mathbf{P}_{\hat{\mathbf{x}},k-1}}\right)_i, i \in 1..L_x; \chi_{i,k-1} = \hat{\mathbf{x}}_{k-1} - \left(\gamma \sqrt{\mathbf{P}_{\hat{\mathbf{x}},k-1}}\right)_i, i \in L_x + 1..2L_x$$

3. Экстраполяция сигма-точек

$$\chi_{i,k|k-1} = \mathbf{f}(\chi_{i,k-1});$$

4. Вычисление экстраполированной оценки состояния

$$\hat{\mathbf{x}}_{k|k-1} = \sum_{i=0}^{2L_x} W_i^{(m)} \chi_{i,k|k-1};$$

5. Вычисление ковариационной матрицы экстраполированной оценки состояния

$$\mathbf{P}_{\hat{\mathbf{x}},k|k-1} = \sum_{i=0}^{2L_x} W_i^{(c)} \left[\chi_{i,k|k-1} - \hat{\mathbf{x}}_{k|k-1} \right] \left[\chi_{i,k|k-1} - \hat{\mathbf{x}}_{k|k-1} \right]^T + \mathbf{R}_{nx}$$

6. Пересчет сигма-точек с учётом шумов состояния

$$\chi_{i,k|k-1}^* = \left[\hat{\mathbf{x}}_{k|k-1} \quad \hat{\mathbf{x}}_{k|k-1} + \gamma \left(\sqrt{\mathbf{P}_{\hat{\mathbf{x}},k|k-1}} \right)_i \quad \hat{\mathbf{x}}_{k|k-1} - \gamma \left(\sqrt{\mathbf{P}_{\hat{\mathbf{x}},k|k-1}} \right)_i \right];$$

7. Пересчёт сигма-точек в область наблюдений

$$\mathbf{z}_{i,k|k-1}^* = \mathbf{h} \left[\chi_{i,k|k-1}^* \right];$$

8. Вычисление экстраполированных наблюдений

$$\hat{\mathbf{z}}_{k|k-1} = \sum_{i=0}^{2L_x} W_i^{(m)} \mathbf{z}_{i,k|k-1}^* ;$$

9. Вычисление ковариационной матрицы невязок $\tilde{\mathbf{z}}_k$ наблюдений:

$$\mathbf{P}_{\tilde{\mathbf{z}}_k \tilde{\mathbf{z}}_k} = \sum_{i=0}^{2L_x} W_i^{(c)} \left[\mathbf{z}_{i,k|k-1}^* - \hat{\mathbf{z}}_{k|k-1} \right] \left[\mathbf{z}_{i,k|k-1}^* - \hat{\mathbf{z}}_{k|k-1} \right]^T + \mathbf{R}_w ;$$

10. Вычисление взаимной ковариационной матрицы ошибок оценок экстраполяции состояний и наблюдений

$$\mathbf{P}_{\tilde{\mathbf{x}}_k \tilde{\mathbf{z}}_k} = \sum_{i=0}^{2L_x} W_i^{(c)} \left[\chi_{i,k|k-1}^* - \hat{\mathbf{x}}_{k|k-1} \right] \left[\mathbf{z}_{i,k|k-1}^* - \hat{\mathbf{z}}_{k|k-1} \right]^T ;$$

11. Вычисление матричного коэффициента усиления фильтра

$$\mathbf{K}_k = \mathbf{P}_{\tilde{\mathbf{x}}_k \tilde{\mathbf{z}}_k} \mathbf{P}_{\tilde{\mathbf{z}}_k \tilde{\mathbf{z}}_k}^{-1} ;$$

12. Вычисление текущей оценки вектора состояний

$$\hat{\mathbf{x}}_k = \hat{\mathbf{x}}_{k|k-1} + \mathbf{K}_k \left(\mathbf{z}_k - \hat{\mathbf{z}}_{k|k-1} \right);$$

13. Вычисление ковариационной матрицы ошибок фильтрации на следующий шаг

$$\mathbf{P}_{\hat{\mathbf{x}},k} = \mathbf{P}_{\hat{\mathbf{x}},k|k-1} - \mathbf{K}_k \mathbf{P}_{\tilde{\mathbf{z}}_k \tilde{\mathbf{z}}_k} \mathbf{K}_k^T .$$

В алгоритме: $\gamma = \sqrt{(L_x + \lambda)}$; $\lambda = \alpha^2 (L_x + \kappa) - L_x$ – масштабный параметр; L_x – размерность вектора состояний; $\left(\sqrt{\mathbf{P}_{\hat{\mathbf{x}},k-1}} \right)_i$ – i -ый столбец нижней треугольной матрицы $\sqrt{\mathbf{P}_{\hat{\mathbf{x}},k-1}}$ разложения Холецкого для ковариационной матрицы $\mathbf{P}_{\hat{\mathbf{x}},k-1}$ погрешностей фильтрации; χ_{k-1} – матрица размерностью $[L_x \times 2L_x + 1]$, содержащая набор сигма-точек: каждый i -ый столбец этой матрицы – отдельная сигма-точка $\chi_{i,k-1}$; $W_i^{(m)}$ – весовые коэффициенты для выборочного среднего по множеству экстраполированных сигма-точек; $W_i^{(c)}$ – весовые коэффициенты для выборочной ковариационной матрицы экстраполированной оценки состояния; \mathbf{R}_{nx} – ковариационная матрица дискретных шумов возмущений в модели вектора состояний систем (1.17) и (1.18); \mathbf{R}_w – ковариационная матрица шумов наблюдений. Весовые коэффициенты

$W_i^{(m)}$ и $W_i^{(c)}$ определяются соотношениями (1.52).

В общем случае сигма-точечные алгоритмы могут быть применены в случае, когда шумы состояний и (или) наблюдений входят в качестве аргумента в нелинейные функции $f(\mathbf{x}, \mathbf{n}_x)$ и $h[\mathbf{x}, \mathbf{w}]$. Для этого производят расширение вектора состояний \mathbf{X} шумами состояний и шумами наблюдений. Ковариационная матрица расширенного вектора в этом случае будет блочной, диагональной, по главной диагонали которой располагаются ковариационные матрицы соответствующих компонент. Алгоритм *UKF* с расширенным вектором состояний приведён ниже (Алгоритм 4).

Алгоритм 4. *UKF_aug* с расширением ВС (не аддитивные возмущения)

1. Инициализация

$$\hat{\mathbf{x}}_0 = E[\mathbf{x}_0] = \mathbf{m}_{x0}; \mathbf{P}_{x,0} = E[(\mathbf{x}_0 - \hat{\mathbf{x}}_0)(\mathbf{x}_0 - \hat{\mathbf{x}}_0)^T];$$

$$\hat{\mathbf{x}}_0^a = E[\mathbf{x}_0^a] = E[\hat{\mathbf{x}}_0 \quad 0 \quad 0]^T; \mathbf{P}_0^a = E[(\mathbf{x}_0^a - \hat{\mathbf{x}}_0^a)(\mathbf{x}_0^a - \hat{\mathbf{x}}_0^a)^T] = \begin{bmatrix} \mathbf{P}_{x,0} & 0 & 0 \\ 0 & \mathbf{R}_{nx} & 0 \\ 0 & 0 & \mathbf{R}_w \end{bmatrix}$$

Для $k = 1, 2, \dots, \infty$:

2. Генерация сигма-точек:

$$\chi_{0,k-1}^a = \hat{\mathbf{x}}_{k-1}^a; \chi_{i,k-1}^a = \hat{\mathbf{x}}_{k-1}^a + \left(\gamma \sqrt{\mathbf{P}_{k-1}^a} \right)_i, i \in 1..L_x^a; \chi_{i,k-1}^a = \hat{\mathbf{x}}_{k-1}^a - \left(\gamma \sqrt{\mathbf{P}_{k-1}^a} \right)_i, i \in L_x^a + 1..2L_x^a;$$

3. Экстраполяция сигма-точек

$$\chi_{i,k|k-1}^x = f(\chi_{i,k-1}^x, \chi_{i,k-1}^{nx});$$

4. Вычисление экстраполированной оценки состояния

$$\hat{\mathbf{x}}_{k|k-1} = \sum_{i=0}^{2L_x^a} W_i^{(m)} \chi_{i,k|k-1}^x;$$

5. Вычисление ковариационной матрицы экстраполированной оценки состояния

$$\mathbf{P}_{\hat{\mathbf{x}},k|k-1} = \sum_{i=0}^{2L_x^a} W_i^{(c)} \left[\chi_{i,k|k-1}^x - \hat{\mathbf{x}}_{k|k-1} \right] \left[\chi_{i,k|k-1}^x - \hat{\mathbf{x}}_{k|k-1} \right]^T;$$

6. Пересчёт сигма-точек в область наблюдений

$$\mathbf{z}_{i,k|k-1}^* = h\left[\chi_{i,k|k-1}^x, \chi_{i,k|k-1}^w \right];$$

7. Вычисление экстраполированных наблюдений

$$\hat{\mathbf{z}}_{k|k-1} = \sum_{i=0}^{2L_x^a} W_i^{(m)} \mathbf{z}_{i,k|k-1}^* ;$$

8. Вычисление ковариационной матрицы невязок $\tilde{\mathbf{z}}_k$ наблюдений:

$$\mathbf{P}_{\tilde{\mathbf{z}}_k \tilde{\mathbf{z}}_k} = \sum_{i=0}^{2L_x^a} W_i^{(c)} \left[\mathbf{z}_{i,k|k-1}^* - \hat{\mathbf{z}}_{k|k-1} \right] \left[\mathbf{z}_{i,k|k-1}^* - \hat{\mathbf{z}}_{k|k-1} \right]^T ;$$

9. Вычисление взаимной ковариационной матрицы ошибок оценок экстраполяции состояний и наблюдений

$$\mathbf{P}_{\tilde{\mathbf{x}}_k \tilde{\mathbf{z}}_k} = \sum_{i=0}^{2L_x^a} W_i^{(c)} \left[\chi_{i,k|k-1}^x - \hat{\mathbf{x}}_{k|k-1} \right] \left[\mathbf{z}_{i,k|k-1}^* - \hat{\mathbf{z}}_{k|k-1} \right]^T ;$$

10. Вычисление матричного коэффициента усиления фильтра

$$\mathbf{K}_k = \mathbf{P}_{\tilde{\mathbf{x}}_k \tilde{\mathbf{z}}_k} \mathbf{P}_{\tilde{\mathbf{z}}_k \tilde{\mathbf{z}}_k}^{-1} ;$$

11. Вычисление текущей оценки вектора состояний

$$\hat{\mathbf{x}}_k = \hat{\mathbf{x}}_{k|k-1} + \mathbf{K}_k \left(\mathbf{z}_k - \hat{\mathbf{z}}_{k|k-1} \right) ;$$

12. Вычисление ковариационной матрицы ошибок фильтрации на следующий шаг

$$\mathbf{P}_{\hat{\mathbf{x}}_k} = \mathbf{P}_{\hat{\mathbf{x}}_{k|k-1}} - \mathbf{K}_k \mathbf{P}_{\tilde{\mathbf{z}}_k \tilde{\mathbf{z}}_k} \mathbf{K}_k^T .$$

В алгоритме: $\mathbf{x}^a = [\mathbf{x}^T \quad \mathbf{n}_x^T \quad \mathbf{w}^T]^T$, $\chi^a = [(\chi^x)^T \quad (\chi^{nx})^T \quad (\chi^w)^T]$ – матрица размерностью $[L_x^a \times 2L_x^a + 1]$, содержащая набор расширенных шумами состояний и наблюдений сигма-точек: каждый i -ый столбец этой матрицы – отдельная сигма-точка $\chi_{i,k-1}$; $\gamma = \sqrt{(L_x^a + \lambda)}$; $\lambda = \alpha^2 (L_x^a + \kappa) - L_x^a$ – масштабный параметр; L_x^a – размерность расширенного вектора состояний; $\left(\sqrt{\mathbf{P}_{k-1}^a} \right)_i$ – i -ый столбец нижней треугольной матрицы $\sqrt{\mathbf{P}_{k-1}^a}$ разложения Холецкого для расширенной ковариационной матрицы \mathbf{P}_{k-1}^a ; $W_i^{(m)}$ – весовые коэффициенты для выборочного среднего по множеству экстраполированных сигма-точек; $W_i^{(c)}$ – весовые коэффициенты для выборочной ковариационной матрицы экстраполированной оценки состояния; \mathbf{R}_{nx} – ковариационная матрица дискретных шумов возмущений в модели вектора состояний систем (1.17) и (1.18); \mathbf{R}_w – ковариационная матрица шумов наблюдений.

Весовые коэффициенты $W_i^{(m)}$ и $W_i^{(c)}$ определяются соотношениями:

$$W_0^{(m)} = \lambda / (L_x^a + \lambda) ;$$

$$W_0^{(c)} = \lambda / (L_x^a + \lambda) + (1 - \alpha^2 + \beta); \quad (1.53)$$

$$W_i^{(c)} = W_i^{(m)} = 1 / 2(L_x^a + \lambda).$$

На Рисунок 1.26 приведена блок-схема, которая описывает работу любого сигма-точечного алгоритма. Все эти алгоритмы будут различаться способом выбора сигма-точек, вычислением весов для каждой точки, и могут отличаться способы вычисления выборочных ковариационных матриц.

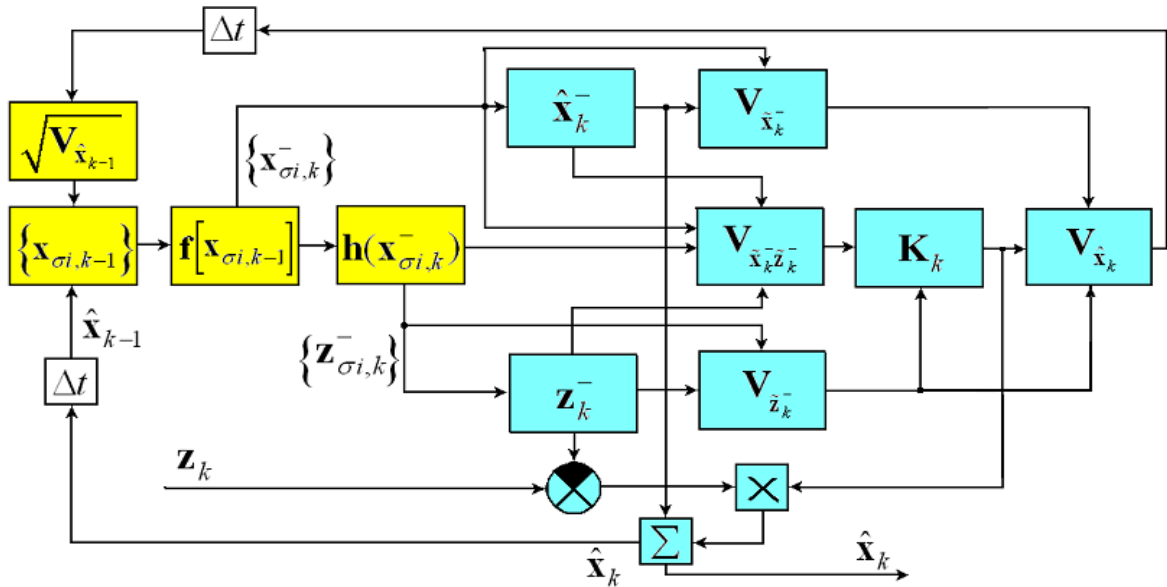


Рисунок 1.26. Блок-диаграмма сигма-точечного алгоритма фильтра Калмана

На рисунке: $\mathbf{P}_{\hat{\mathbf{x}}, k-1} \triangleq \mathbf{V}_{\hat{\mathbf{x}}, k-1}$ - ковариационная матрица ошибок фильтрации; $\{\chi_{i, k-1}\} \triangleq \{\mathbf{x}_{\sigma i, k-1}\}$ - набор выбранных сигма-точек; $\{\mathbf{z}_{\sigma i, k}^-\}$ - набор трансформированных в область наблюдений сигма-точек.

В [62] приведена точность аппроксимации среднего и ковариации по сравнению с разложением этих моментов в ряд Тейлора для некоторых сигма-точечных алгоритмов фильтрации при условии, что распределение симметричное. Приведём здесь основные результаты для UT -преобразования. Точность аппроксимации математического ожидания:

$$\bar{\mathbf{z}}^{UT} = \mathbf{h}(\bar{\mathbf{x}}) + \frac{1}{2} (\nabla^T \mathbf{P}_x \nabla) \mathbf{h}(\mathbf{x}) \Big|_{\mathbf{x}=\bar{\mathbf{x}}} + \frac{1}{2(L_x + \lambda)} \sum_{i=1}^{2L_x} \left[\frac{1}{4!} \mathbf{D}_{\sigma_{\bar{x}_i}}^4 \mathbf{h} + \frac{1}{6!} \mathbf{D}_{\sigma_{\bar{x}_i}}^6 \mathbf{h} + \dots \right], \quad (1.54)$$

где $\sigma_{\bar{x}_i} = \sqrt{(L_x + \lambda)\sigma_{x_i}} = \sqrt{(L_x + \lambda)}(\sqrt{\mathbf{P}_x})_i$ - i -ая сигма-точка; $\sum_{i=1}^{L_x} \sigma_{x_i} \sigma_{x_i}^T = \mathbf{P}_x$ - выборочная оценка

ковариации по набору сигма-точек. Каждая сигма-точка эквивалентна приращению вокруг истинного $\mathbf{d}_x \equiv \sigma_{\bar{x}}$ в записи формул (1.30) - (1.38). Точность аппроксимации ковариации:

$$\begin{aligned} \mathbf{P}_z^{UT} = & \mathbf{H}_{\bar{x}} \mathbf{P}_x \mathbf{H}_{\bar{x}}^T - \frac{1}{4} \left[\mathbf{H}_{\bar{x}} \mathbf{P}_x \mathbf{H}_{\bar{x}}^T \right] \left[\mathbf{H}_{\bar{x}} \mathbf{P}_x \mathbf{H}_{\bar{x}}^T \right]^T + \\ & + \frac{1}{2(L_x + \lambda)} \sum_{k=1}^{2L_x} \left[\underbrace{\sum_{i=1}^{\infty} \sum_{j=1}^{\infty} \frac{1}{i! j!} \mathbf{D}_{\sigma_{\bar{x}_k}}^i \mathbf{h} \left(\mathbf{D}_{\sigma_{\bar{x}_k}}^j \mathbf{h} \right)^T}_{\forall i, j: \text{таких что } ij > 1} \right] - \\ & - \left[\underbrace{\sum_{i=1}^{\infty} \sum_{j=1}^{\infty} \frac{1}{4(2i)!(2j)!(L_x + \lambda)^2} \sum_{k=1}^{2L_x} \sum_{m=1}^{2L_x} \left[\mathbf{D}_{\sigma_{\bar{x}_k}}^{2i} \mathbf{h} \right] \left[\mathbf{D}_{\sigma_{\bar{x}_m}}^{2j} \mathbf{h} \right]^T}_{\forall i, j: \text{таких что } ij > 1} \right] \end{aligned} \quad (1.55)$$

где $E \left[\mathbf{D}_{\sigma_{\bar{x}}}^2 \mathbf{h} \right] E \left[\mathbf{D}_{\sigma_{\bar{x}}}^2 \mathbf{h} \right]^T = \left[\mathbf{H}_{\bar{x}} \mathbf{P}_x \mathbf{H}_{\bar{x}}^T \right] \left[\mathbf{H}_{\bar{x}} \mathbf{P}_x \mathbf{H}_{\bar{x}}^T \right]^T$. Как видно, различия между (1.54) и (1.36), (1.55) и (1.38) появляются в членах ряда Тейлора порядка четыре и выше. В то время, как при использовании линейризации для *EKF* алгоритма, ошибки начинаются уже со второго члена. Стоит отметить, что все сигма-точечные алгоритмы обладают такой точностью аппроксимации первых и вторых моментов, при этом отличия между различными способами выбора сигма-точек будут проявляться в старших членах ряда Тейлора (различаются множители и члены, отвечающие за кросс-производные) [62]. На Рисунок 1.27 приведена демонстрация аппроксимации среднего и ковариации после нелинейного преобразования с помощью методов Монте-Карло, линейризации (*EKF*), сигма-точечного преобразования (*sigma-point*). На рисунке явно видно преимущество сигма-точечного подхода к вычислению моментов.

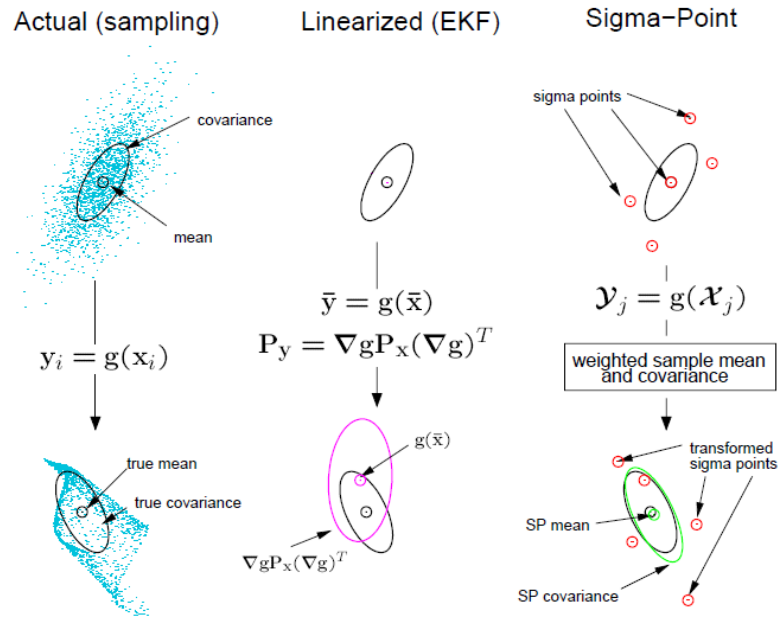


Рисунок 1.27. Демонстрация точности аппроксимации среднего и ковариации с помощью сигма-точечного преобразования и линейризации

1.4.3.2 Фильтр Калмана на основе интерполяционной формулы Стирлинга (*central difference Kalman filter, CDKF*)

Альтернативный подход решения нелинейных задач, который был назван *central difference filter*, был разработан Ито (*Ito*) и Сюном (*Xiong*) [70]. В основе этого фильтра лежит интерполяционная формула Стирлинга второго порядка. В [62] данный подход был подведён под концепцию сигма-точечных фильтров. Далее в работе этот алгоритм будет называться *central difference Kalman filter (CDKF)*.

Для скалярного случая разложение нелинейной функции случайной переменной x в ряд Тейлора в окрестности какой-либо точки, к примеру \bar{x} (среднего значения x), и ограничении вторым членом разложения, будет выглядеть:

$$z = h(\bar{x}) + \mathbf{D}_{\delta_x} h + \frac{1}{2} \mathbf{D}_{\delta_x}^2 h + \dots = h(\bar{x}) + (x - \bar{x}) \frac{dh(\bar{x})}{dx} + \frac{1}{2} (x - \bar{x})^2 \frac{d^2h(\bar{x})}{dx^2} + \dots \quad (1.56)$$

Применяя формулу Стирлинга второго порядка для интерполяции полиномов (1.56) можно переписать в виде

$$z = h(\bar{x}) + \tilde{\mathbf{D}}_{\Delta_x} h + \frac{1}{2} \tilde{\mathbf{D}}_{\Delta_x}^2 h, \quad (1.57)$$

где $\tilde{\mathbf{D}}_{\Delta_x} h$ и $\tilde{\mathbf{D}}_{\Delta_x}^2 h$ – операторы дифференцирования первого и второго порядка с помощью формул центральных разностей

$$\begin{aligned}\tilde{\mathbf{D}}_{\Delta_x} h &= (x - \bar{x}) \frac{h(\bar{x} + l) - h(\bar{x} - l)}{2l} \\ \tilde{\mathbf{D}}_{\Delta_x}^2 h &= (x - \bar{x})^2 \frac{h(\bar{x} + l) + h(\bar{x} - l) - 2g(\bar{x})}{l^2}\end{aligned}\quad (1.58)$$

где l – шаг центральных разностей.

Конечный набор из $N = 2L_x + 1$ сигма-точек и их весов для *CDKF* [62]

$$\begin{aligned}\chi_0 &= \bar{\mathbf{x}}; & W_0^{(m)} &= \frac{l^2 - L_x}{l^2}, \quad i = 0; \\ \chi_i &= \bar{\mathbf{x}} + l(\sqrt{\mathbf{P}_x})_i, \quad i = 1..L_x; & W_i^{(m)} &= 1/2l^2, \quad i = 1..2L_x\end{aligned}\quad (1.59)$$

$$\chi_i = \bar{\mathbf{x}} - l(\sqrt{\mathbf{P}_x})_i, \quad i = L_x + 1..2L_x; \quad W_i^{(c1)} = 1/4l^2, \quad W_i^{(c2)} = \frac{l^2 - 1}{4l^2}, \quad i = 1..2L_x,$$

где $(\sqrt{\mathbf{P}_x})_i$ – i -ый столбец нижней треугольной матрицы $\sqrt{\mathbf{P}_x}$ разложения Холецкого для ковариационной матрицы \mathbf{P}_x погрешностей фильтрации; $W_i^{(m)}$, $W_i^{(c1)}$, $W_i^{(c2)}$ – весовые коэффициенты для вычисления выборочных моментов.

Для того чтобы минимизировать ошибки в аппроксимации среднего и ковариацией между разложением в ряд Тейлора и выборочными оценками этих моментов, получаемых с помощью интерполяционных формул, необходимо, чтобы l^2 равнялась коэффициенту эксцесса апостериорного распределения (после нелинейного преобразования). То есть для нормального распределения оптимальный выбор шага центральных разностей: $l = \sqrt{3}$.

Ниже приведён алгоритм *CDKF* для случая аддитивных шумов по состояниям и наблюдениям (Алгоритм 5).

Алгоритм 5. <i>CDKF</i>, аддитивные шумы

1. Инициализация

$$\hat{\mathbf{x}}_0 = E[\mathbf{x}_0] = \mathbf{m}_{x0};$$

$$\mathbf{P}_{x,0} = E[(\mathbf{x}_0 - \hat{\mathbf{x}}_0)(\mathbf{x}_0 - \hat{\mathbf{x}}_0)^T];$$

Для $k = 1, 2, \dots, \infty$:

2. Генерация сигма-точек:

$$\chi_{0,k-1} = \hat{\mathbf{x}}_{k-1}; \quad \chi_{i,k-1} = \hat{\mathbf{x}}_{k-1} + (l\sqrt{\mathbf{P}_{x,k-1}})_i, \quad i = 1..L_x; \quad \chi_{i,k-1} = \hat{\mathbf{x}}_{k-1} - (l\sqrt{\mathbf{P}_{x,k-1}})_i, \quad i = L_x + 1..2L_x$$

3. Экстраполяция сигма-точек

$$\chi_{i,k|k-1} = f(\chi_{i,k-1});$$

4. Вычисление экстраполированной оценки состояния

$$\hat{\mathbf{x}}_{k|k-1} = \sum_{i=0}^{2Lx} W_i^{(m)} \chi_{i,k|k-1} ;$$

5. Вычисление ковариационной матрицы экстраполированной оценки состояния

$$\mathbf{P}_{\mathbf{x},k|k-1} = \sum_{i=1}^{Lx} \left[W_i^{(c1)} \left[\chi_{i,k|k-1} - \chi_{i+Lx,k|k-1} \right] \left[\chi_{i,k|k-1} - \chi_{i+Lx,k|k-1} \right]^T + \right. \\ \left. W_i^{(c2)} \left[\chi_{i,k|k-1} + \chi_{i+Lx,k|k-1} - 2\chi_{0,k|k-1} \right] \left[\chi_{i,k|k-1} + \chi_{i+Lx,k|k-1} - 2\chi_{0,k|k-1} \right]^T \right] + \mathbf{R}_{nx} ;$$

6. Пересчет сигма-точек с учётом шумов состояния

$$\chi_{i,k|k-1}^* = \left[\hat{\mathbf{x}}_{k|k-1} \quad \hat{\mathbf{x}}_{k|k-1} + l \left(\sqrt{\mathbf{P}_{k|k-1}} \right)_i \quad \hat{\mathbf{x}}_{k|k-1} - l \left(\sqrt{\mathbf{P}_{k|k-1}} \right)_i \right] ;$$

7. Пересчёт сигма-точек в область наблюдений

$$\mathbf{z}_{i,k|k-1}^* = \mathbf{h} \left[\chi_{i,k|k-1}^* \right] ;$$

8. Вычисление экстраполированных наблюдений

$$\hat{\mathbf{z}}_{k|k-1} = \sum_{i=0}^{2Lx} W_i^{(m)} \mathbf{z}_{i,k|k-1}^* ;$$

9. Вычисление ковариационной матрицы невязок $\tilde{\mathbf{z}}_k$ наблюдений:

$$\mathbf{P}_{\tilde{\mathbf{z}}_k \tilde{\mathbf{z}}_k} = \sum_{i=1}^{Lx} \left[W_i^{(c1)} \left[\mathbf{z}_{i,k|k-1}^* - \mathbf{z}_{i+Lx,k|k-1}^* \right] \left[\mathbf{z}_{i,k|k-1}^* - \mathbf{z}_{i+Lx,k|k-1}^* \right]^T + \right. \\ \left. W_i^{(c2)} \left[\mathbf{z}_{i,k|k-1}^* + \mathbf{z}_{i+Lx,k|k-1}^* - 2\mathbf{z}_{0,k|k-1}^* \right] \left[\mathbf{z}_{i,k|k-1}^* + \mathbf{z}_{i+Lx,k|k-1}^* - 2\mathbf{z}_{0,k|k-1}^* \right]^T \right] + \mathbf{R}_w ;$$

10. Вычисление взаимной ковариационной матрицы ошибок оценок экстраполяции состояний и наблюдений

$$\mathbf{P}_{\tilde{\mathbf{x}}_k \tilde{\mathbf{z}}_k} = \sqrt{W_1^{(c1)} \mathbf{P}_{k|k-1}} \left[\mathbf{z}_{1:Lx,k|k-1}^* - \mathbf{z}_{Lx+1:2Lx,k|k-1}^* \right]^T ;$$

11. Вычисление матричного коэффициента усиления фильтра

$$\mathbf{K}_k = \mathbf{P}_{\tilde{\mathbf{x}}_k \tilde{\mathbf{z}}_k} \mathbf{P}_{\tilde{\mathbf{z}}_k \tilde{\mathbf{z}}_k}^{-1} ;$$

12. Вычисление текущей оценки вектора состояний

$$\hat{\mathbf{x}}_k = \hat{\mathbf{x}}_{k|k-1} + \mathbf{K}_k \left(\mathbf{z}_k - \hat{\mathbf{z}}_{k|k-1} \right) ;$$

13. Вычисление ковариационной матрицы ошибок фильтрации на следующий шаг

$$\mathbf{P}_{\mathbf{x},k} = \mathbf{P}_{\mathbf{x},k|k-1} - \mathbf{K}_k \mathbf{P}_{\tilde{\mathbf{z}}_k \tilde{\mathbf{z}}_k} \mathbf{K}_k^T .$$

В алгоритме: l – масштабный параметр, шаг центральных разностей; L_x – размерность вектора

состояний; $(\sqrt{\mathbf{P}_{x,k-1}})_i$ – i -ый столбец нижней треугольной матрицы $\sqrt{\mathbf{P}_{x,k-1}}$ разложения Холецкого для ковариационной матрицы $\mathbf{P}_{x,k-1}$ погрешностей фильтрации; χ_{k-1} – матрица размерностью $[L_x \times 2L_x + 1]$, содержащая набор сигма-точек: каждый i -ый столбец этой матрицы – отдельная сигма-точка $\chi_{i,k-1}$; $W_i^{(m)}$ – весовые коэффициенты для выборочного среднего по множеству экстраполированных сигма-точек; $W_i^{(c1)}$, $W_i^{(c2)}$ – весовые коэффициенты для выборочной ковариационной матрицы экстраполированной оценки состояния. Весовые коэффициенты $W_i^{(m)}$, $W_i^{(c1)}$, $W_i^{(c2)}$ определяются соотношениями (1.59). Обычно $l \geq 1$. Для нормального распределения оптимальное значение $l = \sqrt{3}$ [62].

Примечание: важно отметить, что при выводе сигма-точечных алгоритмов на основе UT -преобразования (UKF) и с использованием центральных разностей ($CDKF$) вид подынтегральных плотностей в (1.42) - (1.46) не уточняется. То есть это могут быть любые ПРВ, которые с определённой погрешностью описываются первыми двумя моментами: математическим ожиданием и ковариацией. В основе данных алгоритмов лежит *аппроксимация* значения интегралов (1.42) - (1.46), а не точное их вычисление. Для выполнения аппроксимации удобно считать подынтегральные ПРВ гауссовыми, так как для их описания достаточно знания первых и вторых моментов.

1.4.3.3 Фильтр Калмана на основе кубатурного правила вычисления интегралов (*cubature Kalman filter, CKF*)

Сигма-точечный Кубатурный фильтр Калмана (CKF) относится к семейству Гауссовых, так как при его выводе на подынтегральные плотности в (1.42) - (1.46) *накладывается строгое требование* их нормальности. Таким образом, подынтегральные выражения в (1.42) - (1.46) имеют вид: *нелинейная функция* \times *гауссова ПРВ*. Основной идеей при выводе алгоритма CKF является получение точного численного решения интегралов (1.42) - (1.46) для вычисления моментов случайных величин после нелинейных преобразований. Для пояснения основной идеи численного вычисления интеграла вида *нелинейная функция* \times *гауссова ПРВ* приведём основные соотношения [61, 67,68, 71].

Если имеется вектор $\mathbf{x} \in R^n$ и интеграл вида $I(f) = \int_{R^n} f(\mathbf{x})N(\mathbf{x}; 0, \mathbf{I})d\mathbf{x} = \int_{R^n} f(\mathbf{x}) \exp(-\mathbf{x}^T \mathbf{x})d\mathbf{x}$ в

декартовой системе координат, то его можно преобразовать в сферически-радиальную систему координат к виду

$$I(f) = \int_0^\infty \int_{U_n} f(r\mathbf{y})r^{n-1} \exp(-r^2)d\sigma(\mathbf{y})dr, \quad (1.60)$$

где $\mathbf{x} = r\mathbf{y}$, r – радиус-вектор; \mathbf{y} – вектор направления; U_n – поверхность гипер-сферы; $\sigma(\mathbf{y})$ – элемент поверхности U_n . Этот интеграл может быть разделён на два – радиальный и сферический:

$$I = \int_0^\infty S(r)r^{n-1} \exp(-r^2)dr; \quad S(r) = \int_{U_n} f(r\mathbf{y})d\sigma(\mathbf{y}). \quad (1.61)$$

Радиальный интеграл численно вычисляется с помощью Гауссовых квадратур. Сферический интеграл численно вычисляется с помощью сферически-кубатурного правила с учётом того, что гипер-сфера симметрична и для вычисления этого интеграла можно применить теорию инвариантности Соболева [92] для уменьшения количества точек при численном интегрировании. Также авторы используют переход из коррелированного базиса в некоррелированный и тот факт, что

$$\int_{R^n} f(\mathbf{x})N(\mathbf{x}; \mu, \mathbf{P})d\mathbf{x} = \int_{R^n} f(\mu + \sqrt{\mathbf{P}}\mathbf{x})N(\mathbf{x}; 0, \mathbf{I})d\mathbf{x}. \quad (1.62)$$

Таким образом, численное вычисление многомерных интегралов (1.42) – (1.46) осуществляется с помощью следующего соотношения, в основе которого лежит сферически-радиальное правило вычисления интегралов

$$\int_{R^n} f(\mathbf{x})N(\mathbf{x}; \mu, \mathbf{P})d\mathbf{x} \approx \sum_{i=1}^{2n} \omega_i f(\mu + \sqrt{\mathbf{P}}\xi_i), \quad (1.63)$$

где ξ^i – i -ая единичная кубатурная точка (сигма-точка); ω_i – вес i -ой сигма-точки; $n = L_x$ – размерность ВС. ξ^i определяется соотношением

$$\xi^i = \begin{cases} \sqrt{L_x} \mathbf{e}_i, & i = 1 \dots L_x \\ -\sqrt{L_x} \mathbf{e}_{i-L_x}, & i = L_x + 1 \dots 2L_x, \end{cases} \quad (1.64)$$

где \mathbf{e}_i – i -ый столбец единичной диагональной матрицы $\mathbf{e} = \mathbf{I}$.

Конечный набор из $N = 2L_x$ сигма-точек и их весов для СКФ [61, 67-69]:

$$\chi_i = \bar{\mathbf{x}} + \sqrt{\mathbf{P}_x} \xi^i; \quad W_i^{(m)} = W_i^{(c)} = 1 / 2L_x, i = 1 \dots 2L_x, \quad (1.65)$$

Ниже приведён алгоритм СКФ для случая аддитивных шумов по состояниям и наблюдениям (Алгоритм б).

Алгоритм 6. СКФ, аддитивные шумы

1. Инициализация

$$\hat{\mathbf{x}}_0 = E[\mathbf{x}_0] = \mathbf{m}_{x0};$$

$$\mathbf{P}_{\mathbf{x},0} = E[(\mathbf{x}_0 - \hat{\mathbf{x}}_0)(\mathbf{x}_0 - \hat{\mathbf{x}}_0)^T];$$

Для $k = 1, 2, \dots, \infty$:

2. Генерация сигма-точек:

$$\chi_{i,k-1} = \hat{\mathbf{x}}_{k-1} + \sqrt{\mathbf{P}_{\mathbf{x},k-1}} \xi^i, i \in 1..2L_x;$$

3. Экстраполяция сигма-точек

$$\chi_{i,k|k-1} = \mathbf{f}(\chi_{i,k-1});$$

4. Вычисление экстраполированной оценки состояния

$$\hat{\mathbf{x}}_{k|k-1} = \sum_{i=1}^{2L_x} W_i^{(m)} \chi_{i,k|k-1};$$

5. Вычисление ковариационной матрицы экстраполированной оценки состояния

$$\mathbf{P}_{\mathbf{x},k|k-1} = \sum_{i=1}^{2L_x} W_i^{(c)} \left[\chi_{i,k|k-1} - \hat{\mathbf{x}}_{k|k-1} \right] \left[\chi_{i,k|k-1} - \hat{\mathbf{x}}_{k|k-1} \right]^T + \mathbf{R}_{nx};$$

6. Пересчет сигма-точек с учётом шумов состояния

$$\chi_{i,k|k-1}^* = \hat{\mathbf{x}}_{k|k-1} + \sqrt{\mathbf{P}_{\mathbf{x},k|k-1}} \xi^i, i \in 1..2L_x;$$

7. Пересчёт сигма-точек в область наблюдений

$$\mathbf{z}_{i,k|k-1} = \mathbf{h} \left[\chi_{i,k|k-1}^* \right];$$

8. Вычисление экстраполированных наблюдений

$$\hat{\mathbf{z}}_{k|k-1} = \sum_{i=1}^{2L_x} W_i^{(m)} \mathbf{z}_{i,k|k-1};$$

9. Вычисление ковариационной матрицы невязок $\tilde{\mathbf{z}}_k$ наблюдений:

$$\mathbf{P}_{\tilde{\mathbf{z}}_k \tilde{\mathbf{z}}_k} = \sum_{i=1}^{2L_x} W_i^{(c)} \left[\mathbf{z}_{i,k|k-1} - \hat{\mathbf{z}}_{k|k-1} \right] \left[\mathbf{z}_{i,k|k-1} - \hat{\mathbf{z}}_{k|k-1} \right]^T + \mathbf{R}_w;$$

10. Вычисление взаимной ковариационной матрицы ошибок оценок экстраполяции состояний и наблюдений

$$\mathbf{P}_{\tilde{\mathbf{x}}_k \tilde{\mathbf{z}}_k} = \sum_{i=1}^{2L_x} W_i^{(c)} \left[\chi_{i,k|k-1}^* - \hat{\mathbf{x}}_{k|k-1} \right] \left[\mathbf{z}_{i,k|k-1} - \hat{\mathbf{z}}_{k|k-1} \right]^T;$$

 11. Вычисление матричного коэффициента усиления фильтра

$$\mathbf{K}_k = \mathbf{P}_{\tilde{x}_k \tilde{z}_k} \mathbf{P}_{\tilde{z}_k \tilde{z}_k}^{-1};$$

12. Вычисление текущей оценки вектора состояний

$$\hat{\mathbf{x}}_k = \hat{\mathbf{x}}_{k|k-1} + \mathbf{K}_k (\mathbf{z}_k - \hat{\mathbf{z}}_{k|k-1});$$

13. Вычисление ковариационной матрицы ошибок фильтрации на следующий шаг

$$\mathbf{P}_{\mathbf{x},k} = \mathbf{P}_{\mathbf{x},k|k-1} - \mathbf{K}_k \mathbf{P}_{\tilde{z}_k \tilde{z}_k} \mathbf{K}_k^T.$$

В алгоритме: ξ^i - i -ая единичная кубатурная точка (сигма-точка) (1.64); L_x - размерность вектора состояний; $\sqrt{\mathbf{P}_{k-1}}$ разложения Холецкого для ковариационной матрицы \mathbf{P}_{k-1} погрешностей фильтрации; χ_{k-1} - матрица размерностью $[L_x \times 2L_x + 1]$, содержащая набор сигма-точек: каждый i -ый столбец этой матрицы - отдельная сигма-точка $\chi_{i,k-1}$; $W_i^{(m)}$ и $W_i^{(c)}$ - весовые коэффициенты для вычисления выборочных моментов по множеству экстраполированных сигма-точек (1.65); \mathbf{R}_{nx} - ковариационная матрица дискретных шумов возмущений в модели вектора состояний систем (1.17) и (1.18); \mathbf{R}_w - ковариационная матрица шумов наблюдений.

В [61] показано, что *CKF* является частным случаем *UKF* при определённом наборе коэффициентов α , κ , β .

1.4.3.4 Фильтр Калмана, основанный на вычислении интегралов с помощью квадратур Гаусса-Эрмита (*Gauss-Hermite Kalman Filter, GHKF*)

Из названия алгоритма фильтрации видно, что данный метод (*Gauss-Hermite Kalman Filter, GHKF*) так же, как и Кубатурный фильтр Калмана (*CKF*), относится к семейству Гауссовых фильтров. В его основе лежит вычисление (1.42) - (1.46) с подынтегральным выражением вида *нелинейная функция* \times *гауссова ПРВ* с помощью *численного метода интегрирования* одномерных интегралов на основе квадратур Гаусса-Эрмита [61, 70, 71]. Для вычисления многомерных интегралов применяют декартово произведение одномерных квадратур. В одномерном случае с помощью квадратур Гаусса-Эрмита вычисляют интеграл вида

$$\int_{-\infty}^{\infty} f(x) \mathbf{N}(x; 0, 1) dx \approx \sum_i \omega_i f(\xi_i),$$

где ξ^i – i -ая единичная квадратурная точка; ω_i – вес i -ой квадратурной точки. При этом квадратурные точки ξ выбираются так, чтобы аппроксимация подынтегрального полинома была точной. Этому требованию соответствуют точки ξ , которые являются корнями полинома Эрмита $H_p(x)$ порядка p . В этом случае аппроксимация будет точной для полиномов порядка $2p-1$. Полиномы Эрмита порядка p определяются соотношением [61, 71]:

$$H_p(x) = (-1)^p \exp(x^2/2) \frac{d^p}{dx^p} \exp(-x^2/2). \quad (1.66)$$

Для одномерного случая для вычисления интеграла также применяется теорема о переходе из коррелированного базиса в некоррелированный (1.62), после чего используются квадратуры Гаусса-Эрмита

$$\int_{-\infty}^{\infty} f(x) \mathbf{N}(x; \mu, P) dx = \int_{-\infty}^{\infty} f(\mu + \sqrt{P}x) \mathbf{N}(x; 0, I) dx \approx \sum_i \omega_i f(\mu + \sqrt{P}\xi_i), \quad (1.67)$$

где ξ_i – i -ый корень полинома Эрмита; ω_i – вес для i -ой точки

$$\omega_i = \frac{p!}{p^2 [H_{p-1}(\xi_i)]^2}. \quad (1.68)$$

Правило для вычисления одномерных интегралов с помощью квадратур Гаусса-Эрмита может быть распространено для многомерного случая. Для этого используют тот факт, что в некоррелированном базисе n -мерный интеграл раскладывается на n одномерных. Здесь $n = L_x$ – размерность ВС. При этом если для вычисления одномерного интеграла требуется p точек, то для n -мерного случая потребуется $k = p^n$ точек [61, 70, 71]. Этот набор узловых точек (квадратурных точек) в виде матрицы ξ размерностью $[n \times k]$ находится как результат декартового произведения n векторов, каждый из которых состоит из p точек – корней $\xi_{1,\dots,p}$ полинома $H_p(x)$, $\xi = \{\xi_1, \dots, \xi_p\}_1 \times \dots \times \{\xi_1, \dots, \xi_p\}_n$. Правило нахождения гауссовых многомерных интегралов с помощью квадратур Гаусса-Эрмита записывается как

$$\int_{R^n} f(\mathbf{x}) \mathbf{N}(\mathbf{x}; \mu, \mathbf{P}) d\mathbf{x} = \int_{R^n} f(\mu + \sqrt{\mathbf{P}}\mathbf{x}) \mathbf{N}(\mathbf{x}; 0, \mathbf{I}) d\mathbf{x} \approx \sum_{j=1}^k W_j f(\mu + \sqrt{\mathbf{P}}\xi_j), \quad (1.69)$$

где ξ_j – j -ая квадратурная точка – j -ый столбец матрицы $\xi = [\xi_1 \quad \dots \quad \xi_k] = \begin{bmatrix} a_1^{(1)} & \dots & a_k^{(1)} \\ \dots & \dots & \dots \\ a_1^{(n)} & \dots & a_k^{(n)} \\ \xi_1 & & \xi_k \end{bmatrix}$

размерностью $[n \times k]$, состоящая из k сигма-точек; $k = p^n$ – количество квадратурных точек;

W_j - вес j -ой точки, полученный как произведение n единичных весов (1.68), полученных для каждого из n элементов j -ой точки

$$W_j = \omega_1 \times \dots \times \omega_n = \frac{p!}{p^2 [H_{p-1}(a_j^{(1)})]^2} \times \dots \times \frac{p!}{p^2 [H_{p-1}(a_j^{(n)})]^2}, \quad (1.70)$$

где $a_j^{(i)}$ - i -ый элемент j -ой квадратурной точки.

Ниже приведён алгоритм фильтра *GHKF* для случая аддитивных шумов по состояниям и наблюдениям (Алгоритм 7).

Алгоритм 7. *GHKF*, аддитивные шумы

1. *Инициализация*

$$\hat{\mathbf{x}}_0 = E[\mathbf{x}_0] = \mathbf{m}_{\mathbf{x}0};$$

$$\mathbf{P}_{\mathbf{x},0} = E[(\mathbf{x}_0 - \hat{\mathbf{x}}_0)(\mathbf{x}_0 - \hat{\mathbf{x}}_0)^T];$$

Для $k = 1, 2, \dots, \infty$:

2. *Генерация сигма-точек*:

$$\chi_{i,k-1} = \hat{\mathbf{x}}_{k-1} + \sqrt{\mathbf{P}_{\mathbf{x},k-1}} \xi_i, i \in 1..p^{L_x};$$

3. *Экстраполяция сигма-точек*

$$\chi_{i,k|k-1} = \mathbf{f}(\chi_{i,k-1});$$

4. *Вычисление экстраполированной оценки состояния*

$$\hat{\mathbf{x}}_{k|k-1} = \sum_{i=1}^{p^{L_x}} W_i \chi_{i,k|k-1};$$

5. *Вычисление ковариационной матрицы экстраполированной оценки состояния*

$$\mathbf{P}_{\mathbf{x},k|k-1} = \sum_{i=1}^{p^{L_x}} W_i \left[\chi_{i,k|k-1} - \hat{\mathbf{x}}_{k|k-1} \right] \left[\chi_{i,k|k-1} - \hat{\mathbf{x}}_{k|k-1} \right]^T + \mathbf{R}_{nx};$$

6. *Пересчет сигма-точек с учётом шумов состояния*

$$\chi_{i,k|k-1}^* = \hat{\mathbf{x}}_{k|k-1} + \sqrt{\mathbf{P}_{\mathbf{x},k|k-1}} \xi_i, i \in 1..p^{L_x};;$$

7. *Пересчёт сигма-точек в область наблюдений*

$$\mathbf{z}_{i,k|k-1} = \mathbf{h} \left[\chi_{i,k|k-1}^* \right];$$

8. *Вычисление экстраполированных наблюдений*

$$\hat{\mathbf{z}}_{k|k-1} = \sum_{i=1}^{2L_x} W_i^{(m)} \mathbf{z}_{i,k|k-1}$$

9. Вычисление ковариационной матрицы невязок $\tilde{\mathbf{z}}_k$ наблюдений:

$$\mathbf{P}_{\tilde{\mathbf{z}}_k \tilde{\mathbf{z}}_k} = \sum_{i=1}^{2L_x} W_i^{(c)} \left[\mathbf{z}_{i,k|k-1} - \hat{\mathbf{z}}_{k|k-1} \right] \left[\mathbf{z}_{i,k|k-1} - \hat{\mathbf{z}}_{k|k-1} \right]^T + \mathbf{R}_w;$$

10. Вычисление взаимной ковариационной матрицы ошибок оценок экстраполяции состояний и наблюдений

$$\mathbf{P}_{\tilde{\mathbf{x}}_k \tilde{\mathbf{z}}_k} = \sum_{i=1}^{2L_x} W_i^{(c)} \left[\chi_{i,k|k-1}^* - \hat{\mathbf{x}}_{k|k-1} \right] \left[\mathbf{z}_{i,k|k-1} - \hat{\mathbf{z}}_{k|k-1} \right]^T;$$

11. Вычисление матричного коэффициента усиления фильтра

$$\mathbf{K}_k = \mathbf{P}_{\tilde{\mathbf{x}}_k \tilde{\mathbf{z}}_k} \mathbf{P}_{\tilde{\mathbf{z}}_k \tilde{\mathbf{z}}_k}^{-1};$$

12. Вычисление текущей оценки вектора состояний

$$\hat{\mathbf{x}}_k = \hat{\mathbf{x}}_{k|k-1} + \mathbf{K}_k \left(\mathbf{z}_k - \hat{\mathbf{z}}_{k|k-1} \right);$$

13. Вычисление ковариационной матрицы ошибок фильтрации на следующий шаг

$$\mathbf{P}_{\mathbf{x},k} = \mathbf{P}_{\mathbf{x},k|k-1} - \mathbf{K}_k \mathbf{P}_{\tilde{\mathbf{z}}_k \tilde{\mathbf{z}}_k} \mathbf{K}_k^T.$$

В алгоритме: ξ^i - i -ая квадратурная точка, i -ый столбец матрицы ξ (1.64); L_x - размерность вектора состояний; p - порядок полинома Эрмита $H_p(x)$; $\sqrt{\mathbf{P}_{k-1}}$ разложения Холецкого для ковариационной матрицы \mathbf{P}_{k-1} погрешностей фильтрации; χ_{k-1} - матрица размерностью $[n \times p^n]$, содержащая набор сигма-точек: каждый i -ый столбец этой матрицы - отдельная сигма-точка $\chi_{i,k-1}$; W_i - весовые коэффициенты для вычисления выборочных моментов по множеству экстраполированных сигма-точек (1.70); \mathbf{R}_{nx} - ковариационная матрица дискретных шумов возмущений в модели вектора состояний систем (1.17) и (1.18); \mathbf{R}_w - ковариационная матрица шумов наблюдений.

Алгоритм *GHKF* нелинейной фильтрации так же, как и *CKF*, основан на строгих математических выкладках, в отличие от эмпирических *UKF* и *CDKF* [61, 70, 71]. Недостатком данного алгоритма является степенной рост количества квадратурных точек p^n с увеличением размерности ВС. Существует *sparse*-форма («разреженная») *GHKF* [72], в которой для выбора узловых квадратурных точек применяются квадратурные интерполяционные формулы Смоляка [93]. Применение формул Смоляка позволяет избежать степенного роста количества узловых точек [72].

Следует упомянуть, что каждый из алгоритмов 5-7 может быть приведён к виду алгоритма 4 – с расширением ВС шумами состояний и наблюдений. Это необходимо в случае, если шумы в модели состояний и (или) наблюдений выходят не аддитивно.

Все приведённые выше алгоритмы фильтрации неизвестного ВС системы для случая линейной функции $f(\cdot)$ и нелинейной $h(\cdot)$ (1.17), (1.18) используются в диссертации. Они лежат в основе *нелинейного* фильтра при «*correlation based Kalman filter*» когерентной или некогерентной схемы слежения.

1.5 Методика расчёта предельной точности оценки РНП

Для оценки качества получаемых оценок ВС желательно располагать сведениями о потенциальных предельных границах. Как известно [9, 10, 59, 63, 86], ковариация *несмещённой* максимально правдоподобной оценки *постоянного случайного* вектора \mathbf{X} ограничивается снизу границей Крамера-Рао $\mathbf{C}(\mathbf{x})$, которая обратно пропорциональна информационной матрице Фишера $\mathbf{J}(\mathbf{x})$

$$\mathbf{P}_{\mathbf{xx}} = E[(\mathbf{x} - \hat{\mathbf{x}})(\mathbf{x} - \hat{\mathbf{x}})^T] \geq \mathbf{J}^{-1}(\mathbf{x}) \equiv \mathbf{C}(\mathbf{x}), \quad (1.71)$$

где $\mathbf{J}(\mathbf{x})$ может быть найдена, как математическое ожидание второй производной по параметру \mathbf{x} от логарифма правдоподобия $p(\mathbf{z} / \mathbf{x})$

$$\mathbf{J}(\mathbf{x}) = -E \left[\frac{\partial}{\partial \mathbf{x}} \left[\frac{\partial}{\partial \mathbf{x}} \ln p(\mathbf{z} / \mathbf{x}) \right]^T \right] = E \left[\left[\frac{\partial}{\partial \mathbf{x}} \ln p(\mathbf{z} / \mathbf{x}) \right]^T \frac{\partial}{\partial \mathbf{x}} \ln p(\mathbf{z} / \mathbf{x}) \right]. \quad (1.72)$$

Предположим, что мы имеем систему, которая может быть описана системой дискретных нелинейных уравнений

$$\begin{cases} \mathbf{x}_k = \mathbf{f}(\mathbf{x}_{k-1}) + \mathbf{n}_{x,k-1} \\ \mathbf{z}_k = \mathbf{h}(\mathbf{x}_k) + \mathbf{w}_k \end{cases}, \quad (1.73)$$

где \mathbf{x}_k – неизвестный случайный вектор параметров системы (ВС), который меняется *во времени*; \mathbf{z}_k – измерения системы; \mathbf{n}_x и \mathbf{w} – возмущения по состояниям и наблюдениям. Для этого случая в [63] было получено рекуррентное выражения для оценки потенциальной точности нелинейной фильтрации

$$\mathbf{C}_k = \mathbf{C}_{k|k-1} - \mathbf{C}_{k/k-1} \cdot \mathbf{H}_{\mathbf{x}_k}^T (\mathbf{H}_{\mathbf{x}_k} \cdot \mathbf{C}_{k/k-1} \cdot \mathbf{H}_{\mathbf{x}_k}^T + \mathbf{R}_w)^{-1} \mathbf{H}_{\mathbf{x}_k} \mathbf{C}_{k/k-1}, \quad (1.74)$$

$$\mathbf{C}_{k/k-1} = \mathbf{F}_{\mathbf{x}_k} \cdot \mathbf{C}_{k-1} \cdot \mathbf{F}_{\mathbf{x}_k}^T + \mathbf{R}_{nx},$$

$$\mathbf{C}_0 = E[(\mathbf{x}_0 - \hat{\mathbf{x}}_0)(\mathbf{x}_0 - \hat{\mathbf{x}}_0)^T],$$

где \mathbf{C}_k – ковариационная матрица потенциальной точности оценки; $\mathbf{F}_{\mathbf{x}_k} = \nabla_{\mathbf{x}} \mathbf{f}(\mathbf{x}, \bar{\mathbf{n}}_x) |_{\mathbf{x}=\mathbf{x}_{k-1}}$ и $\mathbf{H}_{\mathbf{x}_k} = \nabla_{\mathbf{x}} \mathbf{h}(\mathbf{x}, \bar{\mathbf{w}}) |_{\mathbf{x}=\mathbf{x}_{k/k-1}}$ – производные по параметрам \mathbf{x}_k от нелинейных функций $\mathbf{f}(\cdot)$ и нелинейной $\mathbf{h}(\cdot)$. Как видно, выражения (1.74) идентичны выражениям для получения ковариационной матрицы оценки фильтрации в расширенном фильтре Калмана (*EKF*) (Алгоритм 2). Разница заключается в том, что производные в алгоритме *EKF* вычисляются в *точке оценки* $\hat{\mathbf{x}}_{k-1}$, в то время как для рассматриваемой методологии (1.74) – в *точке истинного значения параметров* \mathbf{x}_{k-1} [63]. Для линейной системы с гауссовыми возмущениями алгоритм (1.74) совпадает с оптимальными оценками ковариации в линейном фильтре Калмана.

1.6 Выводы

В первой главе представлены результаты обзора литературы по вопросу оценивания радионавигационных параметров обрабатываемых сигналов в навигационном приёмнике. Выделены основные способы организации схем слежения за радионавигационными параметрами. Приведены результаты анализа условий функционирования приёмников САН для КА на ГСО и ВЭО. Также рассмотрены ключевые моменты байесовской теории оценивания, приведено описание современных алгоритмов нелинейного оценивания. По результатам первой главы можно сделать следующие выводы:

1. при проектировании схем слежения для САН необходимо учитывать особенности функционирования приёмника в зависимости от типа орбиты, по которой движется КА. Навигационный приёмник системы САН КА, находящийся на низкой круговой орбите, функционирует в условиях высоких значений параметра C/N_0 . Основное внимание при проектировании контура слежения для этого типа орбиты должно быть уделено учёту высокой динамики взаимного движения КА – НКА, то есть большому диапазону скорости изменения доплеровского сдвига частоты \dot{f}_D .

На геостационарных и высокоэллиптических орбитах приёмник САН находится в малодинамических условиях, при этом значение параметра q для КА на ГСО и ВЭО большую часть времени находится в диапазоне значений, меньших, чем 35 дБ-Гц. В связи с этим для слежения за радионавигационными параметрами сигналов СРНС и обеспечения неразрывности навигационного поля в навигационной аппаратуре САН необходимо применять современные алгоритмы слежения. В этих целях навигационный приёмник может быть построен по

одноэтапной схеме обработки сигналов, либо - по двухэтапной схеме со следящим динамическим фильтром в контуре слежения.

Исходя из обзора литературы, приёмники с одноэтапной обработкой («векторные») требуют значительных вычислительных ресурсов. Применение подобной структуры НАП требует тщательной проработки и оптимизации под конкретный цифровой процессор системы САН.

Таким образом, для работы САН для КА на ГСО и ВЭО видится перспективным использовать СС со следящим фильтром, построенным по принципам: 1) коррелятор, дискриминатор, следящий *линейный* фильтр Калмана; 2) коррелятор, следящий *нелинейный* фильтр Калмана (схема слежения за РНП «второго типа»/ *«correlation based KF tracking loop»*/ «бездискриминаторная» СС).

Применение *СВКФ* СС *потенциально должно улучшить* качество слежения за РНП по сравнению с контурами слежения, в которых используются блоки типовых дискриминаторов. Это *может быть достигнуто* за счёт снятия ограничений и допущения при использовании *линейных статистических эквивалентов нелинейных* дискриминаторов и синтезе линейных фильтров слежения.

2. В зарубежной литературе описание *«correlation based KF tracking loop»* архитектуры на основе расширенного фильтра Калмана встречается с начала 2000-х годов. Однако в отечественной литературе автором не были найдены ни описание, ни примеры использования *«correlation based KF»* следящих схем. Также в доступной литературе не было найдено сравнения работоспособности, статистических и вероятностных характеристик между архитектурами контуров, содержащих линейный и нелинейный следящие фильтры, функционирующие в одних условиях.

Кроме того, статистические данные по схемам слежения за РНП «второго типа» в литературе носят разрозненный характер; нет подробного описания *«correlation based KF»* следящей схемы, функционирующей в *некогерентном* режиме.

Как уже было сказано, в качестве нелинейного алгоритма оценки РНП в *«correlation based KF»* СС в основном используется алгоритм расширенного фильтра Калмана (*EKF*). Работы, в которых в качестве следящих алгоритмов применяются современные перспективные методы нелинейной фильтрации на основе сигма-точечных фильтров, единичны. Также в литературе нет сравнения между собой качества работы наиболее распространённых алгоритмов нелинейной фильтрации. Вопрос, «какой нелинейный алгоритм фильтрации использовать при синтезе схемы слежения «второго типа», остаётся открытым.

3. Кроме того, автор не встречал в доступной литературе описание применимости *«correlation based KF»* следящих систем для оценки РНП перспективных сигналов ГЛОНАСС с почипово-временным уплотнением, имеющим модуляцию *BOC(1,1)*.

Таким образом, на основании анализа условий функционирования и обзора литературы мы выделили ряд научно-технических проблем, решению которых и посвящена настоящая диссертационная работа.

ГЛАВА 2. Оценка радионавигационных параметров сигналов СРНС в когерентном режиме слежения

Во второй главе описано решение части задач, обозначенных в первой: приведен синтез алгоритма слежения за РНП в когерентном режиме для «*correlation based KF*» схемы слежения; представлено сравнение характеристик работы различных нелинейных алгоритмов, используемых в следящем контуре за РНП «второго типа». Также приведено сравнение с работой СС, основанной на типовых дискриминаторах и линейном следящем фильтре Калмана. Рассмотрено влияние наличия цифровой информации в принимаемом сигнале на качество работы СС. Представлен способ, позволяющий улучшить характеристики работы «бездискриминаторной» СС. Приведены результаты применения «*correlation based KF*» алгоритма при слежении за перспективными сигналами ГЛОНАСС с модуляцией *BOC(1,1)*.

2.1 Синтез нелинейного фильтра в когерентном режиме работы системы слежения за РНП «второго типа»

2.1.1 Постановка задачи синтеза

В первой главе приведён обзор вариантов построения схем слежения за РНП. Исходя из проведённого обзора, был сделан вывод, что в приёмниках САН необходимо использовать архитектуры СС, содержащие динамические фильтры, формирующие оценки РНП на основе методов байесовской фильтрации. Одним из подобных и перспективных вариантов организации следящих контуров является «*correlation based Kalman filter tracking loop*» [11, 12, 31-41]. Именно эта организация СС и является основным объектом для исследования в данной диссертационной работе в силу приведённых в первой главе причин. Основными особенностями в организации такого рода следящей схемы является то, что она не содержит типовых дискриминаторов по РНП, а непосредственно обрабатывает сигналы с выхода корреляторов. При использовании СС с подобной архитектурой основным вопросом является **синтез следящего фильтра, способного извлекать информацию о РНП из квадратур после оптимальной корреляционной обработки**. На Рисунок 2.1 для удобства ещё раз представлена структурная схема «бездискриминаторной» цепи слежения.

Синтез алгоритмов обработки сигналов на основе теории нелинейной марковской фильтрации [48, 52, 53] предполагает обоснование математической модели информативных

процессов (вектор состояния) и математической модели сигналов, подлежащих обработке (наблюдений).

Когерентный режим слежения подразумевает получение оценок следующих РНП: $\hat{\tau}$ - временная задержка сигнала; \hat{f}_D - доплеровское смещение частоты; $\hat{\phi}_0$ - начальная фаза сигнала. Поскольку ИСЗ двигаются по баллистическим траекториям (1.10) - (1.12) и их взаимные ускорения в общем случае могут достигать достаточно больших величин, то приводит к большим скоростям изменения «частоты Доплера» – порядка 110 Гц/с [3]. Вследствие этого, для релевантного описания изменений РНП, целесообразно дополнить модель вектора состояния уравнением для производной для «частоты Доплера». Таким образом, ВС, определяющий свойство истинных информативных процессов в когерентном режиме слежения, имеет вид $\lambda \triangleq \mathbf{x} = \{\varphi \quad f_D \quad \dot{f}_D \quad \tau\}^T$.

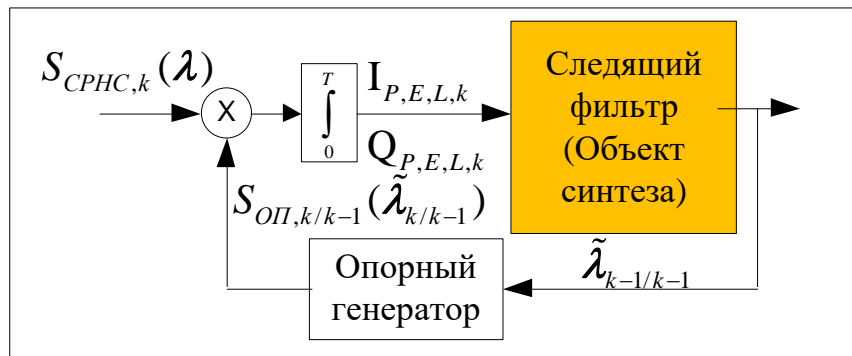


Рисунок 2.1. Структурная схема когерентной системы слежения с нелинейным фильтром оценки РНП («*correlation based KF tracking loop*»)

В непрерывном виде модель изменения истинных навигационных параметров СРНС сигналов (ВС $\dot{\mathbf{x}}(t)$) во времени описывается системой *линейных* дифференциальных уравнений [1]:

$$\begin{cases} \dot{x}_1(t) \equiv \dot{\tau}(t) = -\frac{f_D(t)}{f_0}; \\ \dot{x}_2(t) \equiv \dot{\phi}(t) = 2\pi f_D(t); \\ \dot{x}_3(t) \equiv \dot{f}_D(t) = v(t); \\ \dot{x}_4(t) \equiv \dot{v}(t) = n_v(t), \end{cases} \quad (2.1)$$

где f_0 - несущая частота; $v(t)$ - скорость изменения частоты Доплера; $n_v(t)$ - БГШ по «ускорению» изменения «частоты Доплера» с нулевым средним и спектральной плотностью мощности (СПМ) S_{n_v} [Гц²/с³]. Этот шум учитывает возможные неучтённые возмущения радиальной скорости КА. Отметим, что вектор начальных условий $\mathbf{x}(0)$ для уравнений (2.1) рассматривается как случайный гауссовский вектор, статистические свойства которого

определены заданием вектора математического ожидания $\mathbf{E}[\mathbf{x}(0)]$ и ковариационной матрицы $\mathbf{P}_{\mathbf{x},0}$.

В качестве вектора наблюдений \mathbf{z}_k в дискретные моменты времени k для следящего фильтра определим набор синфазных и квадратурных составляющих частотно-временной корреляционной функции \mathbf{I}_k и \mathbf{Q}_k (Рисунок 2.1). Для слежения за BPSK сигналом на выходе корреляторов формируется набор квадратур в виде: ранняя E (*Early*), поздняя L (*Late*) и точная P (*Prompt*). Ранняя (E) и поздняя (L) квадратуры соответствуют значениям корреляционной функции, смещённым по времени на интервал $\Delta\tau_{EL}$. Они расположены симметрично относительно P компоненты. Компоненты E и L опережают или отстают от точной (P) на $\Delta\tau_{EL} / 2$. Для BPSK сигнала принято выбирать $\Delta\tau_{EL} = T_{chip}$ ПСП [1, 2].

Математическая модель шестимерного вектора $\mathbf{z}_k = \{I_{P,k}, Q_{P,k}, I_{E,k}, Q_{E,k}, I_{L,k}, Q_{L,k}\}^T$ определена статистическими свойствами выходных сигналов корреляторов.

Известно [1, 2, 8, 10], что после оптимальной корреляционной обработки полезного входного сигнала $s_i(t)$ вида (1.1) от i -го НКА на фоне аддитивного БГШ, квадратурные компоненты $\mathbf{I}_k = \{I_{P,k}, I_{E,k}, I_{L,k}\}$ и $\mathbf{Q}_k = \{Q_{P,k}, Q_{E,k}, Q_{L,k}\}$ являются совместно гауссовскими случайными процессами. Таким образом, их статистические свойства определены заданием вектора средних значений $\bar{\mathbf{I}}(\cdot), \bar{\mathbf{Q}}(\cdot)$ и ковариационной матрицы $\mathbf{K}_{\bar{\mathbf{I}}\bar{\mathbf{Q}}}$ флуктуационных компонент $\tilde{\mathbf{I}}_k, \tilde{\mathbf{Q}}_k$. Представим дискретные наблюдения в виде суммы:

$$\mathbf{I}_k = \bar{\mathbf{I}}(\varepsilon_{\tau,k}, \varepsilon_{f_D,k}, \varepsilon_{\varphi_0,k}, q_k) + \tilde{\mathbf{I}}_k \quad (2.2)$$

$$\mathbf{Q}_k = \bar{\mathbf{Q}}(\varepsilon_{\tau,k}, \varepsilon_{f_D,k}, \varepsilon_{\varphi_0,k}, q_k) + \tilde{\mathbf{Q}}_k,$$

где $\varepsilon_{\tau,k} = \tau_k - \hat{\tau}_{k/k-1}$ - рассогласование по задержке между параметром τ_k входного сигнала и $\hat{\tau}_{k/k-1}$ сигнала УГЦС; $\varepsilon_{f_D,k} = f_{D,k} - \hat{f}_{D,k/k-1}$ - рассогласование по частоте Доплера; $\varepsilon_{\varphi_0,k} = \varphi_{0,k} - \hat{\varphi}_{0,k/k-1}$ - рассогласование по начальной фазе. Регулярные (средние) значения квадратур имеют вид [1, 2, 8, 10]:

$$\left. \begin{aligned}
\bar{I}_P(\varepsilon_{\tau,k}, \varepsilon_{f_{Д},k}, \varepsilon_{\varphi_0,k}, q_k) &= h_{ЦИ,k} 10^{q_k/10} 2T \rho(\varepsilon_{\tau,k}) \cos(\varepsilon_{\varphi_0,k} + 2\pi\varepsilon_{f_{Д},k} \frac{T}{2}) \operatorname{sinc}(2\pi\varepsilon_{f_{Д},k} \frac{T}{2}), \\
\bar{Q}_P(\varepsilon_{\tau,k}, \varepsilon_{f_{Д},k}, \varepsilon_{\varphi_0,k}, q_k) &= h_{ЦИ,k} 10^{q_k/10} 2T \rho(\varepsilon_{\tau,k}) \sin(\varepsilon_{\varphi_0,k} + 2\pi\varepsilon_{f_{Д},k} \frac{T}{2}) \operatorname{sinc}(2\pi\varepsilon_{f_{Д},k} \frac{T}{2}), \\
\bar{I}_{E/L}(\varepsilon_{\tau,k}, \varepsilon_{f_{Д},k}, \varepsilon_{\varphi_0,k}, q_k) &= h_{ЦИ,k} 10^{q_k/10} 2T \rho(\varepsilon_{\tau,k} \mp \frac{\Delta\tau_{EL}}{2}) \cos(\varepsilon_{\varphi_0,k} + 2\pi\varepsilon_{f_{Д},k} \frac{T}{2}) \operatorname{sinc}(2\pi\varepsilon_{f_{Д},k} \frac{T}{2}), \\
\bar{Q}_{E/L}(\varepsilon_{\tau,k}, \varepsilon_{f_{Д},k}, \varepsilon_{\varphi_0,k}, q_k) &= h_{ЦИ,k} 10^{q_k/10} 2T \rho(\varepsilon_{\tau,k} \mp \frac{\Delta\tau_{EL}}{2}) \sin(\varepsilon_{\varphi_0,k} + 2\pi\varepsilon_{f_{Д},k} \frac{T}{2}) \operatorname{sinc}(2\pi\varepsilon_{f_{Д},k} \frac{T}{2})
\end{aligned} \right\} \quad (2.3)$$

где $\rho(\varepsilon_{\tau,k})$ – временная корреляционная функция дальномерного кода; $\operatorname{sinc}(2\pi\varepsilon_{f_{Д},k} \frac{T}{2})$ – частотная корреляционная функция дальномерного кода; T – интервал когерентного накопления; $h_{ЦИ,k}$ – знак цифрового сообщения на интервале когерентного накопления. Синфазные компоненты $I_{P/E/L,k}$ взаимно не коррелированы с квадратурными компонентами $Q_{P/E/L,k}$. Временная корреляция синфазных компонент $I_{P/E/L,k}$ и временная корреляция квадратурных компонент $Q_{P/E/L,k}$ зависят от интервала разнесения $\Delta\tau_{EL}$ ранней и поздней квадратур. Таким образом, совместная плотность вероятности шести флуктуационных компонент $\tilde{I}_{P/E/L,k}$, $\tilde{Q}_{P/E/L,k}$ являются гауссовской $N(0, \mathbf{K}_{\tilde{I}\tilde{Q}})$, где $\mathbf{K}_{\tilde{I}\tilde{Q}}$ – ковариационная матрица размерностью (6х6). Элементы ковариационной матрицы $\mathbf{K}_{\tilde{I}\tilde{Q}}$ определены в [1, 8] и имеют вид

$$\begin{aligned}
D[\tilde{I}_{P/E/L,k}] &= D[\tilde{Q}_{P/E/L,k}] = \sigma_{I,Q}^2 = 10^{q_k/10} \cdot 2T, \\
E[\tilde{I}_{E/L,k} \tilde{I}_{P,k}] &= E[\tilde{Q}_{E/L,k} \tilde{Q}_{P,k}] = 10^{q_k/10} \cdot 2T \rho(\Delta\tau_{EL} / 2), \\
E[\tilde{I}_{P/E/L,k} \tilde{Q}_{P/E/L,k}] &= 0, \\
E[\tilde{I}_{E,k} \tilde{I}_{L,k}] &= E[\tilde{Q}_{E,k} \tilde{Q}_{L,k}] = 10^{q_k/10} \cdot 2T \rho(\Delta\tau_{EL}).
\end{aligned} \quad (2.4)$$

Окончательный вид ковариационной матрицы $\mathbf{K}_{\tilde{I}\tilde{Q}}$:

$$\mathbf{K}_{\tilde{I}\tilde{Q}} \triangleq \mathbf{R}_w = 2 \cdot 10^{q_k/10} \cdot T \begin{bmatrix} 1 & 0 & \rho(\Delta\tau_{EL} / 2) & 0 & \rho(\Delta\tau_{EL} / 2) & 0 \\ 0 & 1 & 0 & \rho(\Delta\tau_{EL} / 2) & 0 & \rho(\Delta\tau_{EL} / 2) \\ \rho(\Delta\tau_{EL} / 2) & 0 & 1 & 0 & \rho(\Delta\tau_{EL}) & 0 \\ 0 & \rho(\Delta\tau_{EL} / 2) & 0 & 1 & 0 & \rho(\Delta\tau_{EL}) \\ \rho(\Delta\tau_{EL} / 2) & 0 & \rho(\Delta\tau_{EL}) & 0 & 1 & 0 \\ 0 & \rho(\Delta\tau_{EL} / 2) & 0 & \rho(\Delta\tau_{EL}) & 0 & 1 \end{bmatrix}. \quad (2.5)$$

Отметим, что параметр q_k , определяющий отношения мощности входного сигнала к спектральной плотности мощности шумов приёмника в единичной полосе, оказывает влияние как на регулярное значение квадратур $\bar{I}(\cdot), \bar{Q}(\cdot)$, так и на интенсивность флуктуационных

компонент $\tilde{\mathbf{I}}_k, \tilde{\mathbf{Q}}_k$ (2.3), (2.4). Таким образом, знание этого параметра q_k оказывает влияние на качество оценок РНП и целесообразно формировать оценку этого параметра.

В итоге, вектор непрерывных состояний $\mathbf{x}(t)$ в задаче синтеза следящего алгоритма «второго типа» может быть записан [31]

$$\begin{cases} \dot{x}_1 \equiv \dot{\varphi}(t) = 2\pi f_D(t) \\ \dot{x}_2 \equiv \dot{f}_D(t) = v(t) \\ \dot{x}_3 \equiv \dot{v}(t) = n_v(t) \\ \dot{x}_4 \equiv \dot{q}(t) = n_q(t) \\ \dot{x}_5 \equiv \dot{\tau}(t) = -\frac{f_D(t)}{f_0} \end{cases}, \quad (2.6)$$

где $n_v(t), n_q(t)$ – порождающие белые гауссовские шумы с двухсторонней СПМ Sn_v [Гц²/с³] и Sn_q [дБ-Гц²/с]. Определим вектор $\mathbf{n}_x(t) = \{n_v(t), n_q(t)\}^T$ с ковариационной матрицей $\mathbf{R} = \mathbf{E}[\mathbf{n}_x \mathbf{n}_x^T]$, которая имеет вид.

$$\mathbf{R} = \begin{bmatrix} Sn_v \delta(t-t_0) & 0 \\ 0 & Sn_q \delta(t-t_0) \end{bmatrix}, \quad (2.7)$$

В матричной форме соотношения (2.6) имеют вид

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{\Phi} \mathbf{x}(t) + \mathbf{B} \mathbf{n}_x(t), \quad (2.8)$$

где матрицы

$$\mathbf{\Phi} = \begin{bmatrix} 0 & 2\pi & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1/f_0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{B} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}. \quad (2.9)$$

Согласно (2.3) и (2.6) задача синтеза системы слежения за РНП «второго типа» в когерентном режиме является линейной по ВС с нелинейными наблюдениями \mathbf{z}_k с аддитивными гауссовскими [1, 8] шумами $\mathbf{w}_k = \{\tilde{\mathbf{I}}_k, \tilde{\mathbf{Q}}_k\}$.

Решение задачи фильтрации на цифровом процессоре предполагает дискретную аппроксимацию непрерывных уравнений (2.6). В дискретном времени математические модели ВС и наблюдений определены соотношениями вида

$$\begin{cases} \mathbf{x}_k = \mathbf{F} \cdot \mathbf{x}_{k-1} + \mathbf{B} \mathbf{n}_{x,k-1} \\ \mathbf{z}_k = \mathbf{h}(\mathbf{x}_k) + \mathbf{w}_k \end{cases}, \quad (2.10)$$

где \mathbf{F} - переходная матрица связи состояний. Строгое выражение для матрицы \mathbf{F} связано с вычислением матричной экспоненты [9] и имеет вид

$$\mathbf{F}(t) = e^{\Phi t} = \mathbf{I} + \Phi t + \frac{(\Phi t)^2}{2!} + \dots + \frac{(\Phi t)^n}{n!} + \dots, \quad (2.11)$$

Ограничиваясь линейной частью ряда (2.11) получаем матрицу дискретной системы в виде

$$\mathbf{F} = \begin{pmatrix} 1 & T & 0.5T^2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & T & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -\frac{T}{2\pi f_0} & -\frac{0.5T^2}{2\pi f_0} & 0 & 1 \end{pmatrix}. \quad (2.12)$$

Для нахождения ковариационной матрицы ошибки фильтрации на каждом дискретном такте k необходимо решать матричное уравнение Риккати [9]. Решение уравнения предполагает знание ковариационной матрицы дискретных аддитивных шумов состояний \mathbf{R}_{nx} . Вычисление этой матрицы выполняется путём нахождения интеграла [9]

$$\mathbf{R}_{nx} = \int_0^T \mathbf{F}(t) \mathbf{B} \mathbf{R} \mathbf{B}^T \mathbf{F}^T(t) dt. \quad (2.13)$$

Ковариационная матрица (2.13) дискретных шумов состояний \mathbf{R}_{nx} , при учёте выражений для \mathbf{R} (2.7), \mathbf{B} (2.9) и \mathbf{F} (2.11), принимает вид [31]

$$\mathbf{R}_{nx} = S n_v \cdot \begin{bmatrix} T^5 (2\pi)^2 / 20 & T^4 2\pi / 8 & T^3 2\pi / 6 & 0 & T^5 2\pi / (72 f_0) \\ T^4 2\pi / 8 & T^3 / 3 & T^2 / 2 & 0 & T^4 / (30 f_0) \\ T^3 2\pi / 6 & T^2 / 2 & T & 0 & T^3 / (24 f_0) \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ T^5 2\pi / (72 f_0) & T^4 / (30 f_0) & T^3 / (24 f_0) & 0 & T^5 / (252 f_0^2) \end{bmatrix} + S n_q \cdot \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & T & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}. \quad (2.14)$$

Отличие данной задачи от классического случая оценивания параметров динамических систем состоит в том, что наличие обратной связи (управление опорным генератором) приводит к зависимости вектора наблюдений \mathbf{z}_k в (2.10) от оценок $\hat{\mathbf{x}}_{k/k-1}$ (Рисунок 2.1). При квазиоптимальном управлении опорным генератором используют экстраполированные значение оценок временной задержки $\hat{\tau}_{k/k-1}$, доплеровского сдвига частоты $\hat{f}_{Д,k/k-1}$ и начальной фазы $\hat{\phi}_{0,k/k-1}$ [1, 8], формируемые на основе оценок $\hat{\mathbf{x}}_{k-1}$ с выхода следящей системы.

2.1.2 Алгоритм фильтрации

Поскольку поставленная задача синтеза относится к классу нелинейных задач – вектор наблюдений \mathbf{z}_k нелинейно связан с ВС \mathbf{x}_k , то возникает необходимость применения квазиоптимальных алгоритмов оценивания. По существу известные квазиоптимальные алгоритмы основаны на гауссовской аппроксимации АПРВ. В теории находят широкое применение следующие алгоритмы: *EKF*, *UKF*, *CKF*, *CDKF*, *GHKF*, описание которых приведено в разделе 1. Напомним, что в отличие алгоритма *EKF*, сигма-точечные алгоритмы не требуют вычисления производных (матрица Якоби, $\mathbf{H}_{\mathbf{x}_k}$) от нелинейной функции наблюдений, и более корректно выполняют аппроксимацию нелинейности. Для реализации алгоритма *EKF* матрица $\mathbf{H}_{\mathbf{x}_k}$ имеет следующий общий вид

$$\mathbf{H}_{\mathbf{x}_k} = \nabla_{\mathbf{x}} \mathbf{h}(\mathbf{x})|_{\mathbf{x}=\hat{\mathbf{x}}_{k/k-1}} = \left\{ \frac{\partial h_i(\mathbf{x})}{\partial x_j} \right\}_{\mathbf{x}=\hat{\mathbf{x}}_{k/k-1}}, \text{ где } i=1..6; j=1..5. \quad (2.15)$$

Соотношения, определяющие алгоритм фильтрации *EKF*, приведены в главе 1 (Алгоритм 2. *EKF*). Для алгоритма фильтрации *UKF* они представлены в (Алгоритм 3. *UKF*). Соотношения, определяющие алгоритмы фильтрации *CKF*, *CDKF*, *GHKF*, приведены в главе 1 (Алгоритмы 5-7).

Таким образом, в разделе 2.1 была поставлена задача синтеза схемы слежения за РНП, состоящей из корреляторов и нелинейного фильтра Калмана, и описан способ её решения. Математическая модель вектора состояния \mathbf{x}_k для всех указанных выше алгоритмов фильтрации, определяющих СС «второго типа», определена соотношением (2.6). Математическая модель вектора наблюдений \mathbf{z}_k определена выражениями (2.2) - (2.3). Ковариационные матрицы дискретных шумов наблюдений и шумов в модели состояний определены соотношениями (2.5) и (2.14).

2.2 Схема слежения за РНП «первого типа». Дискриминационные характеристики

Как следует из главы 1, кроме «*correlation based Kalman filter*» СС за РНП, динамические следящие фильтры могут применяться вместе с дискриминаторами РНП. Отдельно характеристики работы этих следящих контуров подробно рассмотрены в [1, 8]. Сравнения же характеристик работы обоих типов СС в открытой литературе нет. Существует огромное

количество типовых дискриминаторов РНП, которые могут быть использованы в когерентном режиме слежения в контуре с данной архитектурой [1, 8]. В нашем исследовании использовались наиболее распространённые когерентные дискриминаторы. При этом были реализованы два варианта реализации СС «первого типа», которые различались фазовыми дискриминаторами

$$\begin{aligned} \text{а) } u_{\varphi,k} &= -\arctg(Q_{P,k} / I_{P,k}), \quad \text{б) } u_{\varphi,k} = -Q_{P,k} I_{P,k}, \\ u_{\tau,k} &= (I_{P,k} (I_{E,k} - I_{L,k}) + Q_{P,k} (Q_{E,k} - Q_{L,k})), \\ u_{\omega,k} &= (I_{P,k} Q_{P,k-1} - I_{P,k-1} Q_{P,k}) / T. \end{aligned} \quad (2.16)$$

где $u_{\varphi,k}, u_{\tau,k}, u_{\omega,k}$ - сигналы на выходе дискриминаторов по фазе, задержке и частоте соответственно в момент времени k ; $I_{P/E/L,k}, Q_{P/E/L,k}$ - синфазные и квадратурные компоненты частотно-временной корреляционной функции на выходе корреляторов, полученные на интервале когерентного накопления T . При синтезе дискриминаторов используются допущения о том, что параметр слежения постоянен на интервале обработки, рассогласования по другим параметрам слежения отсутствуют, и ЦИ $h_{ЦИ,k}$ не меняет своего знака [1, 8]. На (Рисунок 2.2) семейства дискриминационных характеристик при разных значениях C/N_0 для двух фазовых дискриминаторов (2.16). Более подробно статистические характеристики данных дискриминаторов представлены в [1, 2]. Сейчас же отметим то, что данные кривые явно демонстрируют зависимость качества сигналов на выходе дискриминаторов от ОСШ ($q_k T$).

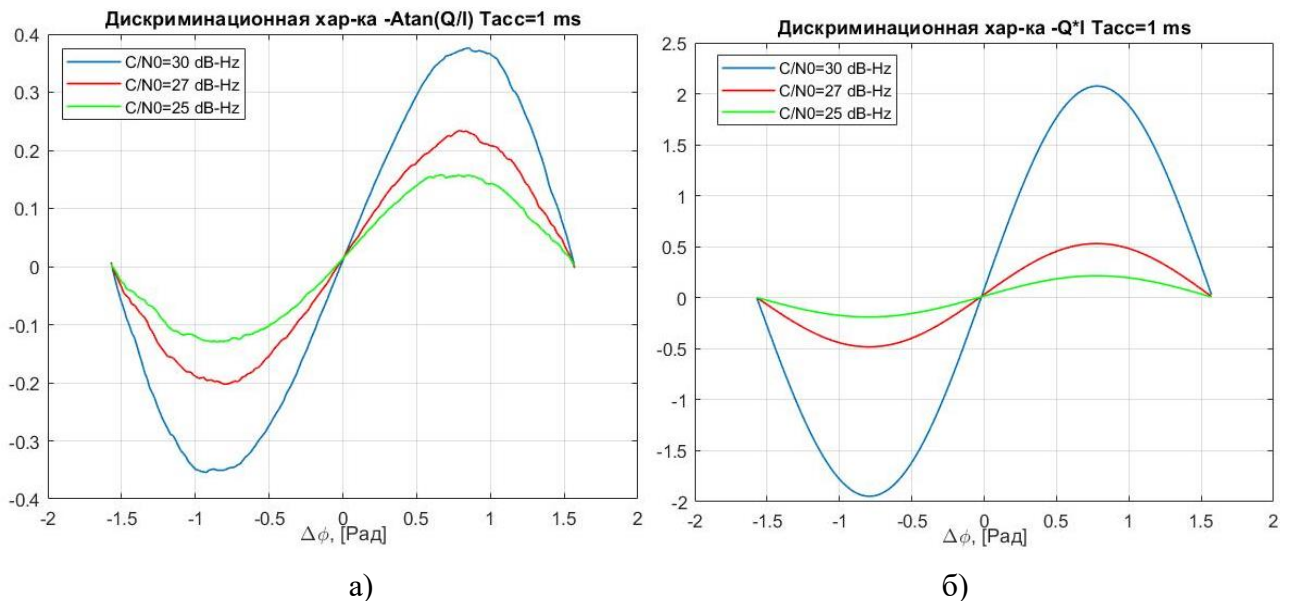


Рисунок 2.2. Семейство дискриминационных характеристик при $T = 1$ мс и разных значений q для дискриминаторов: а) $-\arctg(Q_P / I_P)$; б) $-Q_P I_P$.

Для синтеза линейного фильтра Калмана (алгоритм 1) для оценки ВС необходимо задаться эквивалентными линейными наблюдениями [1, 8]. Для этого сигнал на выходе нелинейного дискриминатора (2.16) представляется в виде суммы регулярной и аддитивной флуктуационной компоненты, то есть заменить дискриминатор статистическим линейным эквивалентом [1, 8]. Таким образом, должны быть заданы свойства флуктуационных составляющих эквивалентных наблюдений. Для дискриминаторов типа (2.16) *нормированные* дисперсии флуктуационных компонент выглядят следующим образом [1, 8]:

$$\begin{aligned} \text{а) } D_{n,\varphi} &= \frac{4}{2qT} \left(1 + \frac{1}{2qT}\right), & \text{б) } D_{n,\varphi} &= \frac{4}{2qT \rho^2(\varepsilon_{\tau,k})} \left(1 + \frac{1}{2qT}\right) \\ D_{n,\tau} &= \frac{4}{2qT} \left(1 + \frac{1}{2qT}\right), \\ D_{n,f_d} &= \frac{2}{2qT} \left(\frac{1}{T}\right)^2 \left(1 + \frac{1}{2qT}\right), \end{aligned} \quad (2.17)$$

где T - интервал когерентного накопления; q - ОСШ, выраженное в раз. На (Рисунок 2.3) представлены гистограммы распределения напряжений на выходе фазовых дискриминаторов (2.16) при условии отсутствия рассогласования по РНП и наличие только собственного белого гауссовского шума приёмника (квадратуры I_P и Q_P имели неизменное среднее, но различные значения флуктуационных компонент). Исходя из представленных гистограмм, можно сделать следующий вывод: при снижении ОСШ, даже при работе на линейном участке дискриминационной характеристики (Рисунок 2.2), сигналы на выходе нелинейных фазовых

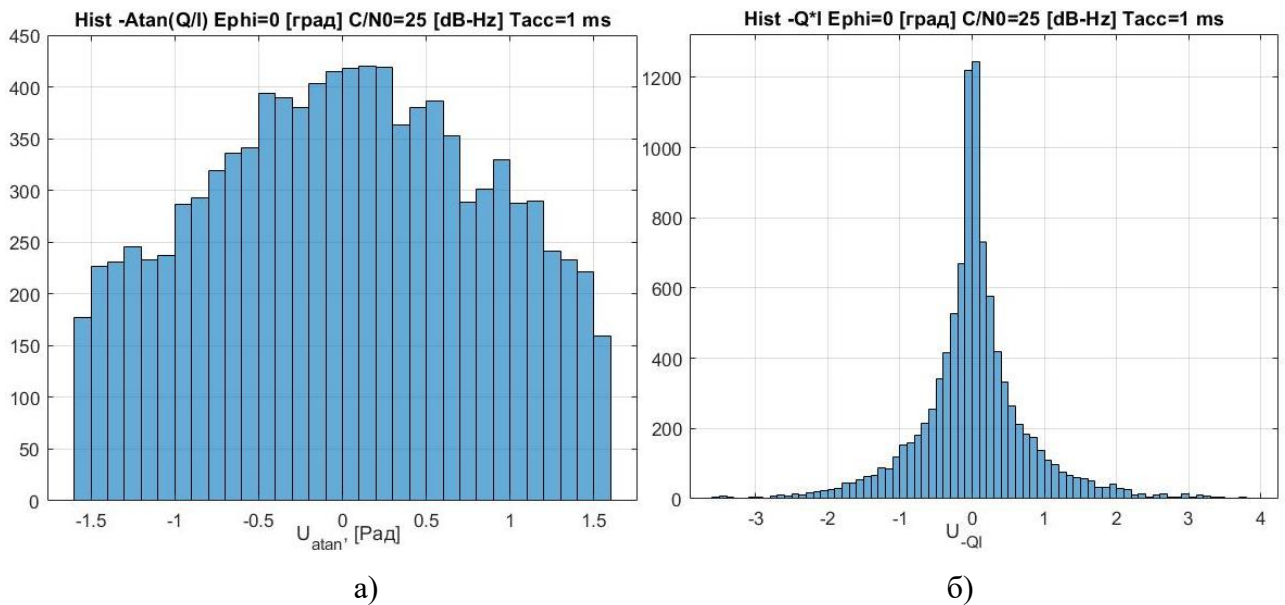


Рисунок 2.3. Гистограмма распределения сигналов на выходе дискриминаторов: а)

$-\arctg(Q_P / I_P)$ и б) $-Q_P I_P$; при $T = 1$ мс, $q = 25$ дБ-Гц, $\Delta\varphi = 0$ град.

дискриминаторов имеют не нормальное распределение вероятностей.

При расчёте дисперсий (2.17) случайных компонент, а также для нормировки сигналов на выходе дискриминаторов (2.16), необходимо иметь информацию о параметре q . Поскольку при движении КА динамический диапазон изменения параметра q достаточно велик (приблизительно 35 дБ), то для формирования \hat{q} целесообразно использовать относительную шкалу измерения q (в дБ-Гц). При этом регулярные компоненты квадратур (2.3) нелинейно зависят от параметра q .

Таким образом, оценку этого параметра можно получать несколькими способами. При введении параметра q в ВС, необходимо использовать дополнительный дискриминатор по этому параметру [94]. В противном случае применяют «внешний» алгоритм оценивания q [95]. В работе сделано допущение о том, что реализован дополнительный («внешний») *точный алгоритм оценки q* . Это допущение сделано для того, чтобы исключить влияние погрешностей, связанных с неточной оценкой ОСШ при работе линейного алгоритма оценки РНП. Таким образом, ВС в линейном фильтре Калмана будет включать в себя следующие навигационные параметры: $\mathbf{x} = \{\varphi \quad f_D \quad \dot{f}_D \quad \tau\}^T$. При таком ВС ковариационная матрица аддитивных дискретных шумов состояний \mathbf{R}_{nx} будет иметь вид, аналогичный выражению (2.14), с той лишь разницей, что она не будет содержать компонент, связанных с величиной q .

2.3 Моделирование работы схемы слежения с *нелинейным* фильтром Калмана в когерентном режиме. Анализ результатов

В НИИ РТС ТУСУР в ходе выполнения НИР в рамках 218 постановления правительства РФ по созданию САН [91], а так же при выполнении работы по ФЦП «Исследования и разработки по приоритетным направлениям развития научно-технического комплекса России на 2014-2020 годы» по теме «Создание перспективных программных прототипов, аппаратно-программного комплекса и компонентов ГНСС-приёмников нового поколения на основе собственного арсенид-галлиевого производства для повышения автономности функционирования компонент Национальной информационной спутниковой системы» [97], был создан программный комплекс, имитирующий работу СРНС-приёмника в системе автономной космической навигации. Программный имитатор состоит из следующих ключевых блоков:

- 1) блок имитации движения КА на ГСО, ВЭО и НО;
- 2) блок имитации навигационных КА систем ГЛОНАСС и *GPS* (Рисунок 1.10);
- 3) блоки расчёта геометрической видимости и радиовидимости с учётом ДН принимающих и

передающих антенн (Рисунок 1.8), (Рисунок 1.9);

- 4) блок расчёта радионавигационных параметров сигналов;
- 5) блок корреляционной обработки (Рисунок 1.1), формирующий квадратуры I_k и Q_k со средними значениями $\bar{I}(\cdot), \bar{Q}(\cdot)$ (2.3) и ковариационной матрицей $\mathbf{K}_{\tilde{I}\tilde{Q}}$ (2.5) для флуктуационных компонент \tilde{I}_k, \tilde{Q}_k .

Данный программный имитатор был использован для оценки характеристик работы «бездискриминаторной» СС, функционирующей в условиях космического потребителя. Было проведено статистическое моделирование работы когерентной «*correlation based KF tracking loop*», в которой в качестве следящих фильтров применялись все описанные в главе 1 алгоритмы нелинейной фильтрации. Вычислены оценки среднеквадратической погрешности параметров слежения и вероятности захвата на сопровождение. Результаты сравнивались с работой СС, построенной на дискриминаторах с линейным фильтром Калмана с единым контуром слежения за РНП $\mathbf{x} = \{\varphi \quad f_{\text{Д}} \quad \dot{f}_{\text{Д}} \quad \tau\}^T$. Для сравнения также приводится предельная точность фильтрации параметров [63], полученная в предположении, что смещения в оценках нет, а все неточности возникают только из-за шумов в состояниях и наблюдениях. Динамика изменения радионавигационных параметров характерна для бортового приемника КА на ГСО.

В работе использовались следующие критерии качества для сравнения работоспособности следящих схем обоих типов:

- а. вероятность *захвата на сопровождение*. Под событием «захват на сопровождение» будем понимать такое событие, при котором ошибка слежения за навигационным параметром $\Delta_{\mathbf{x}} = \mathbf{x}_{\text{ист}} - \hat{\mathbf{x}}$ не превышает предельного значения $\Delta_{\mathbf{x}} < \gamma_{\mathbf{x}, \text{порог}}$ на заданный момент времени $T_{\text{захват}}$ после начала работы СС. При этом под «вероятностью захвата на сопровождение» понимается оценка вероятности, как частота события $P_{\text{lock}} \equiv P_{\text{захват}} = 1 - m / N$, где m - число реализаций, в которых ошибка слежения превысила порог $\Delta_{\mathbf{x}} > \gamma_{\mathbf{x}, \text{порог}}$ на момент времени $T_{\text{захват}}$. Если ошибка слежения $\Delta_{\mathbf{x}}$ не превысила порог, то считается, что СС вошла в следящий режим.
- б. Вероятность *срыва слежения*. Событие «срыв слежения» регистрируется при превышении ошибки слежения по какому-либо из навигационных параметров заранее заданного порогового значения $\gamma_{\mathbf{x}, \text{порог}}$ в произвольный момент времени $T_{\text{срыв}} > T_{\text{захват}}$, при условии, что схема вошла в следящий режим. При этом под «вероятностью срыва» понимается оценка вероятности, как частота события $P_{\text{loss}} \equiv P_{\text{срыв}} = 1 - n / (N - m)$, где

n - число реализаций, в которых ошибка слежения превысила порог $\Delta_x > \gamma_{x, \text{порог}}$ на произвольный момент времени $T_{\text{срыв}} > T_{\text{захват}}$.

- с. Среднеквадратическую погрешность (СКП) оценки РНП – квадратный корень из среднего значения суммы квадратов разности между оцененной величиной параметра слежения и истинным значением, взятым из блока имитатора

$$\delta_x = \sqrt{\frac{1}{N - N_{\text{loss}}} \sum_{i=1}^{N - N_{\text{loss}}} \Delta_{x,i}^2}, \quad (2.18)$$

где $\Delta_x = x_{\text{ист}} - \hat{x}$, δ_x - СКП параметра слежения; N - общее число реализаций для получения статистики; $N_{\text{loss}} = m + n$ - общее число реализаций, в которых либо не был осуществлён захват на сопровождение, либо произошёл срыв слежения.

Моделирование работы и вычисление статистических характеристик исследуемых архитектур построения следящих контуров происходило при следующих **предположениях, допущениях и условиях**:

1) На первом этапе моделирования работы СС допускаем, что произведено декодирование знаков цифрового навигационного сообщения $h_{\text{ЦИ},k}$, которым модулирован сигнал $s_i(t)$ (1.1). Длительность символа ЦИ в сигналах с *BPSK* модуляцией составляет 20мс. Знак ЦИ влияет на регулярную составляющую квадратур I_k и Q_k (2.3). Очевидно, что для корректного синтеза следящего алгоритма должны быть предприняты меры для учёта цифровой информации. О способах учёта ЦИ речь пойдёт в следующем разделе. Пока же подобное допущение *не влияет на точность* оценки РНП в установившемся режиме слежения. Кроме того, достаточно широко распространены приёмники СРНС, которые получают навигационную информацию из сторонних источников, например, сетей сотовой связи. Данный режим работы называется *Assisted GNSS (A-GNSS)* и используется в приёмниках с высокой чувствительностью для работы в сложных условиях, например, внутри зданий [11 - 13].

2) Вторым важным предположением для всего моделирования является то, что на этапе вычисления точностных характеристик в работе предполагалось наличие идеального стабильного генератора, чтобы иметь для сравнения только характеристики алгоритмов оценки и исключить общий внешний фактор. Нестабильность частоты и фазы опорного генератора будет влиять на СКП оценок для обеих сравниваемых структур, результирующее значение которой будет зависеть от качества конкретного генератора. Также нестабильность генератора влияет на качество работы СС при низком отношении сигнал / шум. В этих условиях возрастает вероятность фазовых скачков (*phase cycle slips*), что приводит к увеличению вероятности срыва слежения и невозможности правильно декодировать навигационное сообщение.

3) В целях исследования параметр q менялся в диапазоне от 17 до 40 дБ-Гц (энергетика, характерная для ГСО и ВЭО). При этом на всём интервале моделирования ОСШ оставалось неизменным. Для СС, содержащей дискриминаторы РНП и линейный следящий фильтр, предполагается, что *точные* значения \hat{q} формируются внешнем алгоритмом оценивания. Так же отметим, что параметр q имеет размерность относительных единиц – дБ-Гц и в случае расхождения СС может принимать отрицательные значения. Результаты исследования, в котором осуществлялось контролируемое уменьшение энергетики принимаемого сигнала, представлены в отдельном разделе этой главы.

4) В моделировании интервал когерентного накопления T выбирался равным 1 мс (длительность ПСП в сигналах GPS и ГЛОНАСС с BPSK модуляцией) и 10 мс. Малое время накопления обычно используют в случаях, когда нет синхронизации границы бита ЦИ. В этом случае при $T > 1$ мс существует вероятность перескока бита внутри интервала накопления, что может привести к неверному формированию квадратур и потере слежения за РНП. В том случае, когда синхронизация границы бита ЦИ выполнена, время когерентного накопления в корреляторе может быть больше 1 мс. Это позволяет увеличить уровень квадратур I_k и Q_k в $n = T / 1\text{мс}$ раз, и, соответственно, осуществлять слежение за РНП при меньших величинах ОСШ и повысить точность для схем слежения, содержащих дискриминаторы.

5) В целях исследования при моделировании будем предполагать, что первичные оценки радионавигационных параметров (задержки $\hat{\tau}(0)$, частоты $\hat{f}_d(0)$ и начальной фазы $\hat{\phi}_0(0)$), поступающих из блока поиска, могут быть сформированы при любом истинном значении параметра q . На практике это требование не всегда может быть реализовано, особенно при $q < 28$ дБ-Гц [1, 8]. Возникают ситуации, когда при низком ОСШ происходит срыв слежения и необходимо осуществлять повторный захват на сопровождение. При этом известны достаточно точные оценки РНП.

6) При моделировании с помощью датчика случайных чисел генерировались начальные условия вектора состояния, порождающие и измерительные шумы. Исходные данные для работы дискриминаторной СС и СС с применением нелинейных фильтров: $\sigma_{x1(0)} = \pi / 3$ рад; $\sigma_{x2(0)} = \Delta F_D / 3$ Гц; $\sigma_{x3(0)} = 5$ Гц/с; $\sigma_{x4(0)} = 0.7$ дБ-Гц; $\sigma_{x5(0)} = 0.2 T_{chip}$, где $T_{chip} = 1.9569$ мкс – длительность чипа псевдослучайной последовательности (ПСП) дальномерного кода ГЛОНАСС; $S_{n_v} = 0.5 \text{ рад}^2/\text{с}^5$ [31]; $S_{n_q} = 0.1 (\text{дБ-Гц})^2/\text{с}$. При этом случайный вектор \mathbf{x}_0 имел компоненты с равномерным распределением вероятностей в интервалах: $\Delta\tau = \pm 0.5 T_{chip}$ по задержке; $\Delta F_D = \pm 10$ и $\Delta F_{\dot{D}} = \pm 20$ Гц по частоте; $\Delta \dot{f}_D = \pm 15$ Гц/с; $\Delta q = \pm 3$ дБ-Гц. При

моделировании рассогласование по начальной фазе φ_0 рассматривалось как случайное, равномерно распределённое в диапазоне от 0 до 2π рад. Середины интервалов равны значениям параметров, которые определены орбитой КА. Диапазоны неопределённости Δ по всем параметрам моделирования находятся в достаточно широком диапазоне по сравнению с аналогичными величинами, приводимыми в [31, 33, 36, 98, 99]. Как показано в литературе [31, 33, 36, 98, 99], узкий диапазон по «частоте Доплера» необходим, во-первых, для осуществления битовой синхронизации ЦИ (определения границы бита ЦИ), во-вторых, для уверенного захвата слежения по фазе. При величинах $\Delta F_D > 20$ Гц вероятность захвата на сопровождения даже при точной оценке начальной фазы $|\Delta\varphi_0| \leq \pi/6$ рад резко снижается. При моделировании использовался интервал времени равный 60 с. Число реализаций для вычисления статистических оценок – 200.

7) При моделировании работы сигма-точечных фильтров применялись следующие параметры: для *UKF* $k = 0$, $\beta = 2$, $\alpha = 0.7$, количество сигма-точек $2L_x + 1 = 11$; для *CDKF* $l = \sqrt{3}$, количество сигма-точек $2L_x + 1 = 11$; для *CKF* параметром разброса единичных сигма-точек является размерность ВС L_x , количество сигма-точек $2L_x = 10$; для *GHKF* использовался полином Эрмита второго порядка $p = 2$, количество сигма-точек $p^{L_x} = 32$. Отметим, что для всех сигма-точечных кроме *UKF* параметры масштабирования и разброса точек выбираются исходя из теоретических предпосылок (гауссовость целевого распределения и т.д.). Фильтр *UKF* же имеет один свободный параметр (α), выбор которого наиболее заметно влияет на результат работы алгоритма. Выбор данного параметра остаётся за разработчиком. Если следовать рекомендациям авторов [66], то α следует выбирать отличным от 0, но при этом как можно меньше - $\alpha \leq 0.01$. В данной работе значение этого масштабного параметра было эмпирически подобрано $\alpha = 0.7$. При таком выборе параметра удалось повысить качественные характеристики работы СС с *UKF* фильтром. Это происходит за счёт более широкого разброса сигма-точек, что должно приводить к лучшему учёту нелинейностей в наблюдениях. Подобные же рекомендации - выбирать параметр α как можно большего значения, были встречены в исследовании *UKF* фильтра при разных способах разброса сигма-точек [100]. Данное исследование является инициативным, находится в свободном доступе и не опубликовано в официальных изданиях. Однако, по мнению автора диссертационной работы, исследование [100] проведено корректно и достаточно полно, полученные результаты в [100] частично совпадают с личным практическим опытом автора диссертации.

8) Для всех реализаций схем слежения, то есть для схем с разными нелинейными фильтрами и для СС с линейным фильтром, начальные условия и шумовые реализации были

совершенно одинаковыми. Таким образом, при изменении условий моделирования менялись только разные значения ОСШ. Такой подход позволяет оценить именно качество алгоритмов и подходов, используемых в СС, и не зависит от внешних, неконтролируемых случайностей.

Прежде чем приводить результирующие статистические характеристики, скажем несколько слов о необходимости точной своевременной оценки параметра ОСШ \hat{q} . На Рисунок 2.4 приведена зависимость СКП оценки задержки сигнала $\hat{\tau}$ от параметра $\gamma = q_{\text{фильтр}} / q_{\text{ист}}$, где $q_{\text{ист}}$ - истинное значение ОСШ, $q_{\text{фильтр}}$ - введённое в фильтр ОСШ. Данная зависимость получена при условии, что $q_{\text{ист}} = 30$ дБ-Гц и постоянна на всём интервале моделирования, а $q_{\text{фильтр}}$ лежит в диапазоне от 27 до 33 дБ-Гц и не оценивается в ходе фильтрации.

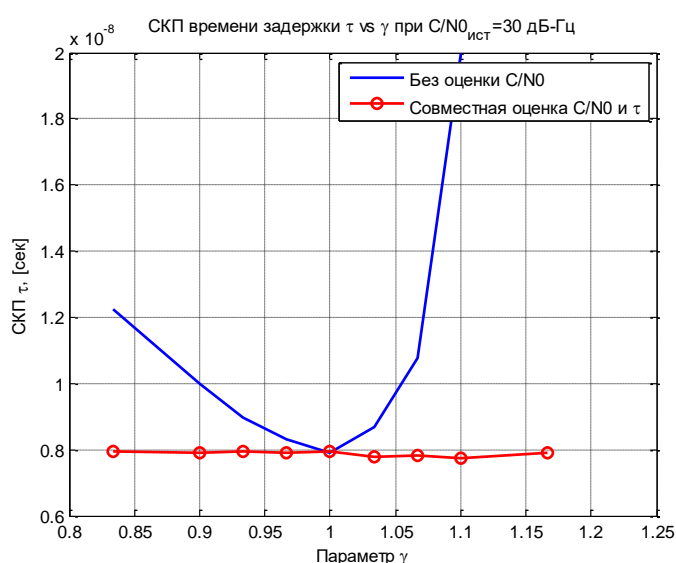


Рисунок 2.4. Влияние неточного знания энергетика на СКП оценок задержки

Из данного графика можно сделать несколько выводов:

1) Важно одновременно с оценками РНП *своевременно* формировать оценку ОСШ \hat{q} . Своевременность особенно актуальна для приёмников, схемы слежения которых содержат внешние контуры оценки ОСШ [95], так как для формирования оценок \hat{q} в этих алгоритмах требуется усреднение квадратур на определённом интервале времени, к примеру, на 100 мс, 500мс, 1 с. Чем дольше интервал усреднения, тем точнее сформированная оценка энергетика. В реальных условиях функционирования не всегда есть возможность усреднять на длительных интервалах времени, что может вести к расхождению цепи слежения.

2) Для *СВКФ* СС в связи со структурой измерений \mathbf{z}_k (2.3), неточность оценок \hat{q} в первую очередь будут сказываться на качестве оценок задержки. Это объясняется тем фактом, что на уровень выходных сигналов корреляторов, как видно из (2.3), влияет результат произведения

$10^{q_k/10} 2T\rho(\varepsilon_{\tau,k})$. Таким образом, ошибки оценки \hat{q} могут вести за собой ошибки по $\hat{\tau}$ и наоборот.

На Рисунок 2.5 - Рисунок 2.7 представлены зависимости СКП оценок слежения за параметрами \hat{f}_D , $\hat{\tau}$ и $\hat{\phi}$ в зависимости от ОСШ $q \triangleq C/N_0$ при двух значениях времени когерентного накопления T . На эти рисунках приведены результаты слежения для СС за РНП «второго типа», содержащих различные *нелинейные* фильтры, результаты работы следящего контура с дискриминаторами и линейным фильтром Калмана и предельной точности оценки РНП [63].

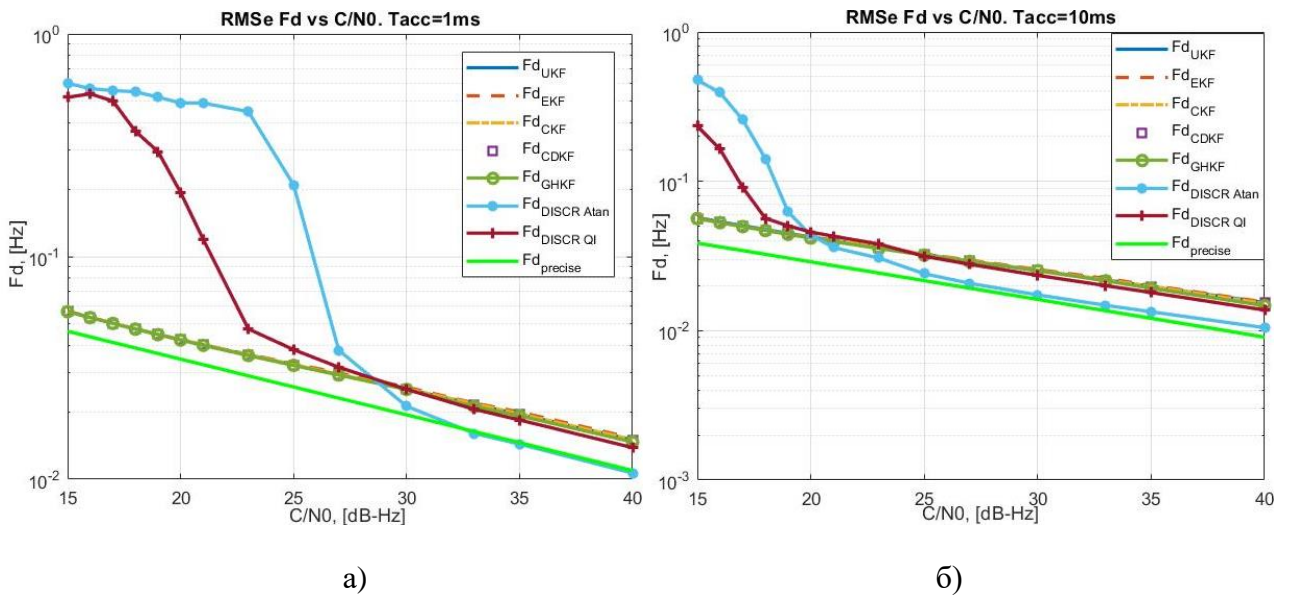


Рисунок 2.5. Зависимость СКП оценки \hat{f}_D от C/N_0 для двух разных архитектур организации СС при : а) $T = 1$ мс ; б) $T = 10$ мс.

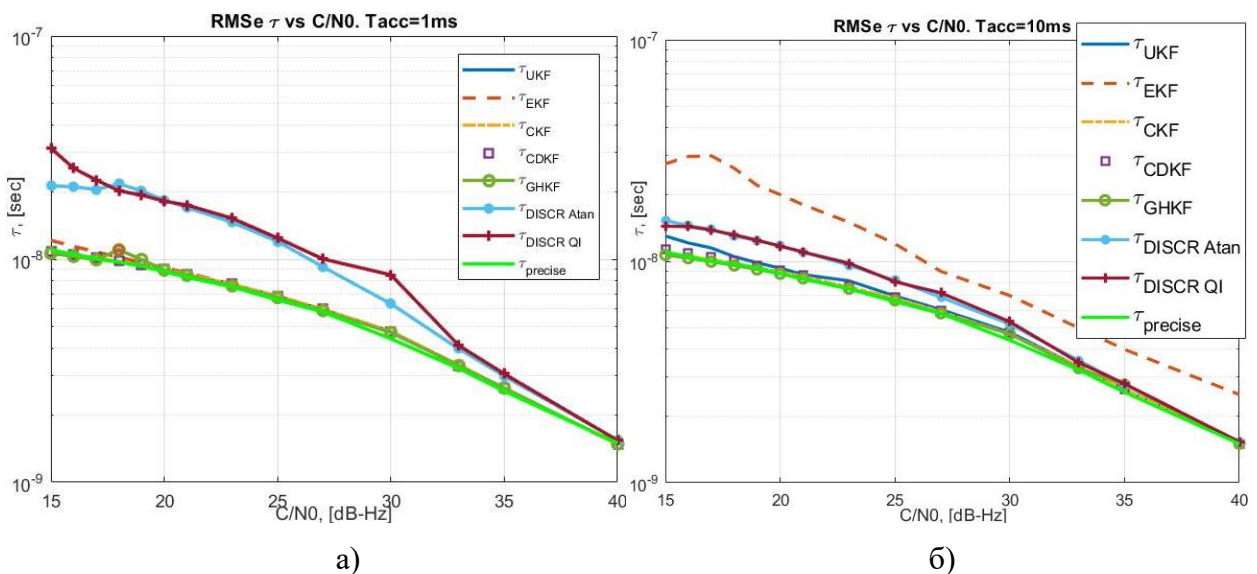


Рисунок 2.6. Зависимость СКП оценки $\hat{\tau}$ от C/N_0 для двух разных архитектур организации

СС при : а) $T = 1$ мс ; б) $T = 10$ мс.

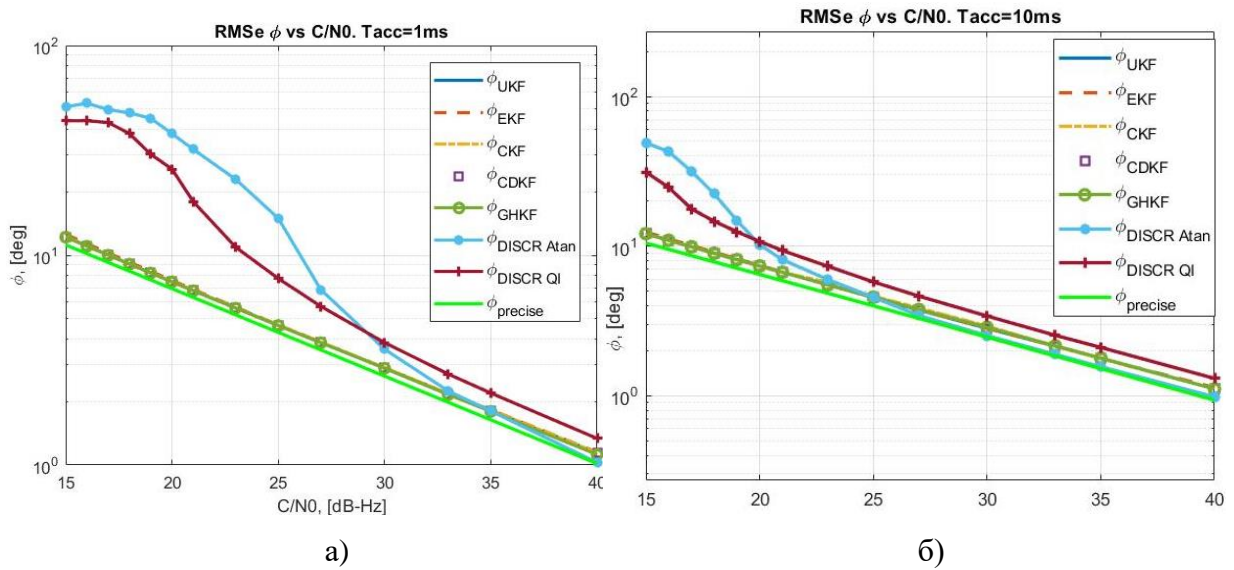


Рисунок 2.7. Зависимость СКП оценки $\hat{\phi}$ от C/N_0 для двух разных архитектур организации СС при : а) $T = 1$ мс ; б) $T = 10$ мс.

Как видно из приведённых выше результирующих статистических характеристик в когерентном режиме при высоких отношениях сигнал / шум (больше 30 дБ-Гц) СС с разными принципами работы формируют одинаковые оценки по критерию СКП. Это же наблюдается при увеличении времени когерентного накопления до $T = 10$ мс (то есть увеличение уровня квадратур на выходе корреляторов). В этом случае использование статистических линейных эквивалентов для дискриминаторов РНП и предположение о нормальности сигналов на их выходах остаётся релевантным для меньших значений параметра q . Однако при $q < 25$ дБ-Гц так же начинает проявляться ухудшение качества оценок РНП по критерию СКП. Что же касается малых времён накопления $T = 1$ мс, то в этом случае дискриминаторные схемы проявляют значительное снижение качества работы уже при ОСШ $q < 30$ дБ-Гц. Заметим, что точности оценки параметров для сигма-точечных фильтров одинаковы как для времени накопления $T = 1$ мс, так и для $T = 10$ мс. Данный факт весьма любопытен. Его можно *попробовать* объяснить тем, что нелинейные фильтры при гауссовой аппроксимации АПРВ, работающие по нормально распределённым наблюдениям и состояниям, уже являются субоптимальными. В этих алгоритмах «уже заложено оптимальное время накопления», а время T определяет темп поступления данных, их количество за фиксированный интервал обработки и понижает нижнюю границу работоспособности следящего алгоритма по параметру ОСШ. В этом «*correlation based KF tracking loop*» отличается от дискриминаторных СС, где от интервала накопления T зависит крутизна дискриминационных характеристик, возможность их линеаризации и применение гауссовой аппроксимации статистики наблюдаемых величин.

На Рисунок 2.8 представлены зависимость СКП оценок слежения за параметром ОСШ в зависимости от ОСШ $q \triangleq C/N_0$ при времени когерентного накопления $T = 10$ мс.

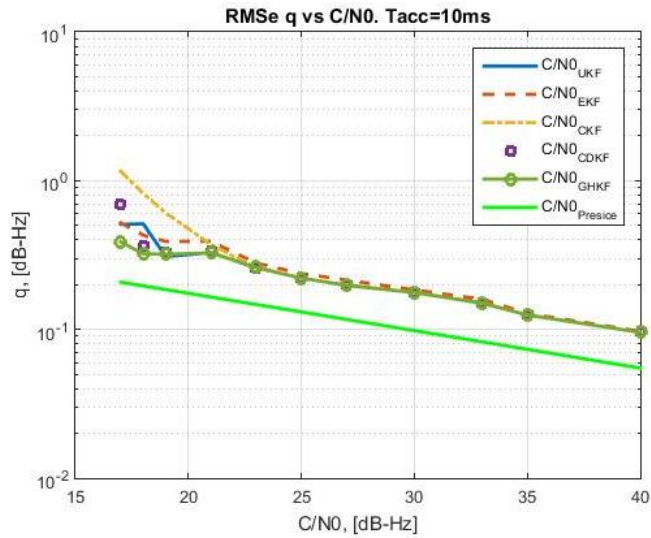


Рисунок 2.8. Зависимость СКП оценки \hat{q} от C/N_0 для СС «второго типа» за РНП при $T = 10$ мс.

На Рисунок 2.9 представлены зависимости СКП оценок слежения за параметрами \hat{f}_D и $\hat{\tau}$ в зависимости от времени при $q = 35$ дБ-Гц и $T = 10$ мс.

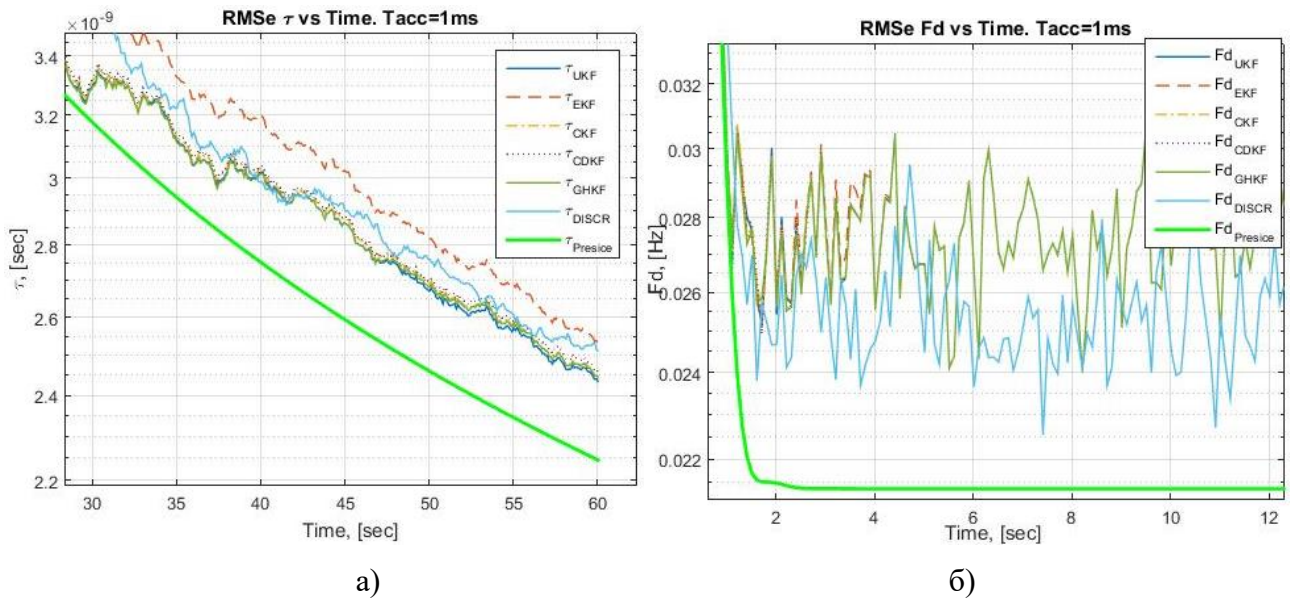


Рисунок 2.9. Зависимость СКП от времени для «бездискриминаторной» СС при $T = 10$ мс и разных значений ОСШ q для параметров: а) $\hat{\tau}$; б) \hat{f}_D .

На Рисунок 2.10 представлены зависимости вероятности захвата на сопровождение P_{lock} от $q \triangleq C/N_0$ при двух значениях времени когерентного накопления T , при условии, что ЦИ

демодулировано. На этих рисунках приведены результаты для «*correlation based Kalman filter*» СС, содержащих различные нелинейные фильтры, следящего контура с дискриминаторами и линейным фильтром Калмана.

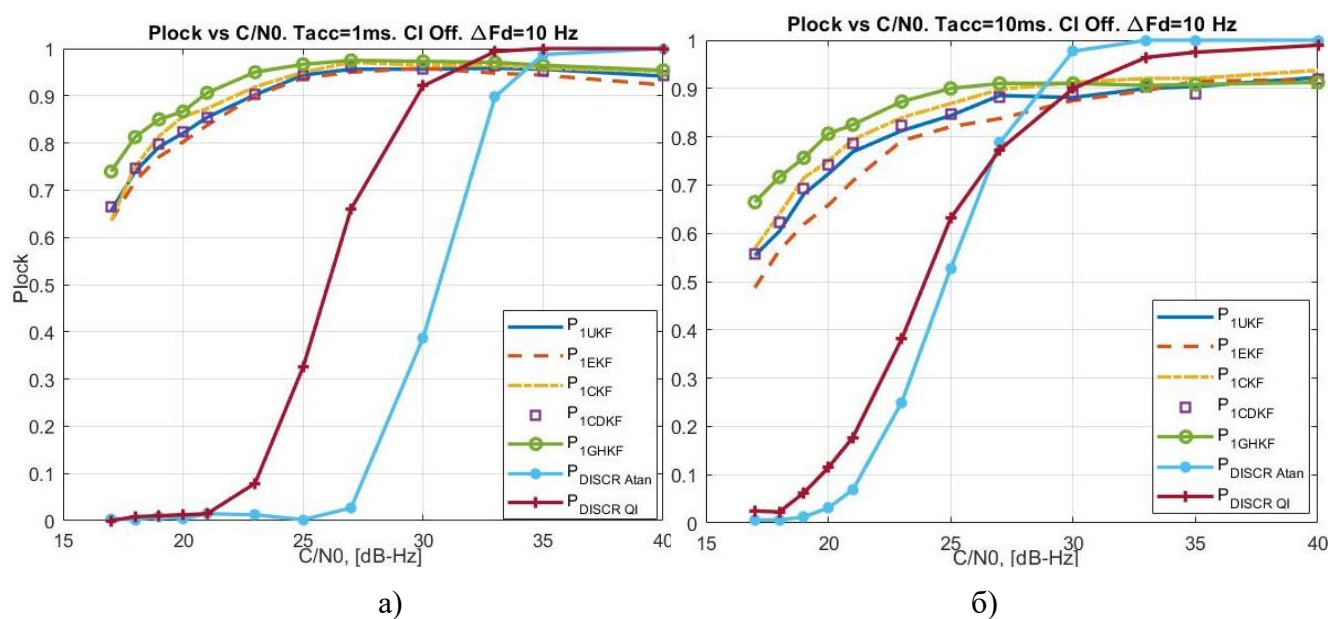


Рисунок 2.10. Зависимость вероятности захвата на сопровождение P_{lock} от C/N_0 для двух разных архитектур организации СС при: а) $T = 1$ мс ; б) $T = 10$ мс.

Из графиков видно, что при малых временах накопления $T = 1$ мс дискриминаторная СС фактически не способна захватить сигнал на сопровождение при $q < 30$ дБ-Гц. При увеличении интервала накопления качество работы дискриминаторной СС значительно улучшается. Это опять-таки связано со свойствами нелинейных дискриминаторов и справедливостью предположений, допущенных при синтезе этих систем. Если же говорить о вероятностных характеристиках для СС с нелинейными фильтрами, то в этом случае мы наблюдаем два факта, на которые стоит обратить внимание. Во-первых, даже при больших величинах ОСШ ($q > 30$ дБ-Гц) вероятность захвата на сопровождение $P_{lock} < 1$. Во-вторых, при увеличении интервала накопления $T = 1$ величина вероятности захвата только снижается $P_{lock,10мс} < P_{lock,1мс}$. Причиной для получения таких результатов может быть следующее:

1) Структура измерений \mathbf{z}_k (2.3). В СС за РНП наиболее «чувствительным» параметром является начальная фаза сигнала. В СС за РНП «второго типа» прямых измерений φ нет, в противоположность двухэтапному синтезу СС, содержащему дискриминаторы, в которых формируется разность фаз. Вместо этого фаза стоит в аргументе периодической функции, и к тому же эта функция умножается на нелинейные функции, связанные с другими интересующими нас РНП. При этом если функция sinc имеет не большую крутизну даже при

значительных рассогласованиях по \hat{f}_D , то $\rho(\varepsilon_{\tau,k})$ и $10^{q_k/10}$ достаточно сильно меняются в зависимости от увеличения ошибок оценивания. Таким образом, ошибки по фазе могут переходить в ошибки по задержке и энергетике, и наоборот. В этом случае ошибки могут накапливаться, что ведёт к невозможности СС захватить сигнал на сопровождение.

2) Наличие обратной связи. При этом, если в первые несколько тактов работы нелинейного фильтра, когда его коэффициент усиления достаточно велик, алгоритм не сходится к глобальному максимуму функции (2.3) (в район истинных значений РНП), то за счёт зависимости наблюдений \mathbf{z}_k от оценок ВС $\hat{\mathbf{x}}_{k/k-1}$ на предыдущий шаг, схема не попадает в устойчивое равновесие и захвата не происходит.

3) Увеличение времени накопления приводит к тому, что на первых тактах работы неточности в начальных оценках параметров будут дополнительно увеличиваться за счёт экстраполяции на больший интервал T . В этих условиях количество наблюдений уменьшится пропорционально увеличению времени накопления, обратная связь будет замыкаться реже. Большие ошибки экстраполяции на начальном этапе в сочетании с причинами, описанными выше, ведут к уменьшению вероятности захвата на сопровождение.

На Рисунок 2.11 приведён пример работы «*correlation based KF tracking loop*» в режиме слежения за параметром C/N_0 на более чем двадцатиминутном интервале времени. Из рисунка видно, что при уменьшении ОСШ СКП оценки возрастает, но схема сохраняет режим слежения и обрабатывает динамику изменения параметра q , характерную для КА на ВЭО.

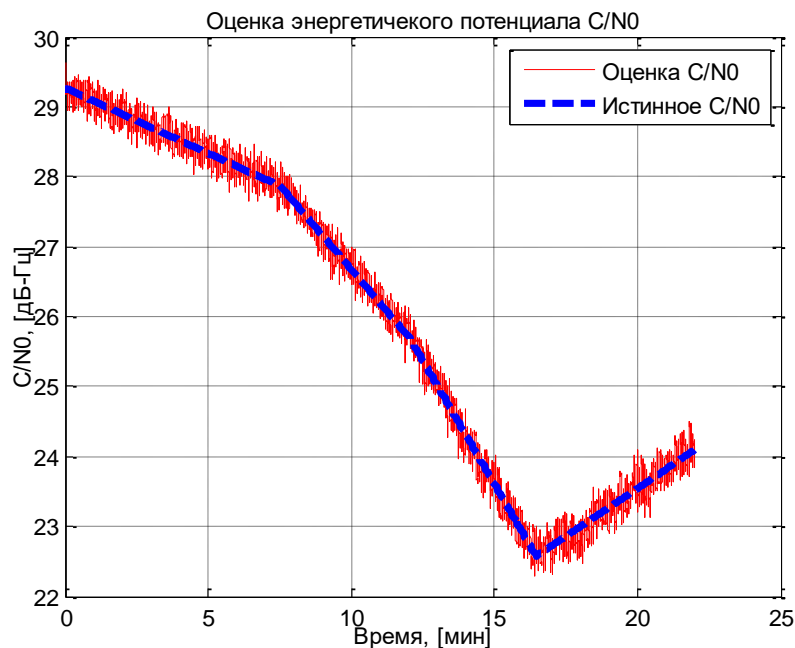


Рисунок 2.11. Пример оценки отношения сигнал/шум q_k для КА на ВЭО

2.4 Учёт навигационного сообщения при синтезе алгоритма слежения. Влияние наличия ЦИ на характеристики работы схемы слежения с нелинейным фильтром Калмана.

В предыдущем разделе при исследовании характеристик работы СС с динамическими линейными и нелинейными фильтрами нами было сделано ключевое предположение о том, что в принимаемом сигнале $s_i(t)$ (1.1) декодированы символы цифровой информации $h_{ЦИ,k}$. Данное условие было необходимо для отработки работоспособности алгоритмов и вычисления предельной точности оценок РНП. При работе навигационного оборудования на земле, при наличии внешнего вспомогательного источника информации, данное допущение может быть выполнено. Очевидно, что при функционировании НАП в космических условиях получать дополнительные данные из сторонних источников не представляется возможным. Кроме того, это противоречило бы сути работы САН

Способу учёта ЦИ в «*correlation based KF*» схемах слежения уделяется отдельное внимание. Это связано с особенностью их построения, а именно с моделью наблюдений \mathbf{z}_k (2.3) на входе нелинейного следящего фильтра. Изменение знака ЦИ $h_{ЦИ,k}$ можно рассматривать как изменение фазы на π . При таком подходе выражение для регулярной компоненты, к примеру, для синфазной *prompt* квадратуры $\bar{I}_{P,k}$, может быть записано

$$\bar{I}_P(\varepsilon_{\tau,k}, \varepsilon_{f_d,k}, \varepsilon_{\varphi_0,k}, q_k) = 10^{q_k/10} 2T \rho(\varepsilon_{\tau,k}) \cos(\varepsilon_{\varphi_0,k} + 2\pi\varepsilon_{f_d,k} \frac{T}{2} + \pi\theta) \text{sinc}(2\pi\varepsilon_{f_d,k} \frac{T}{2}), \quad (2.19)$$

где θ - случайный параметр, отвечающий за изменение знака ЦИ и принимающий значения 0 или 1 с равной вероятностью $P(0) = P(1) = 0.5$. При этом полагается, что на интервале наблюдения T все радионавигационные параметры не меняют своего значения [1, 8]. В случае СС, в которой присутствуют фазовые дискриминаторы, изменение знака ЦИ, произошедшие на границе интервала T , никак не влияет на работу контура слежения за фазой. В то же время, нелинейный фильтр в системе слежения, не использующей типовые дискриминаторы РНП, будет воспринимать изменение знака ЦИ (скачок фазы на π) как резкое изменение по параметрам f_d и \dot{f}_d , что приведёт к расхождению слежения. Без специального алгоритма учёта смены знака функционирование «*correlation based KF tracking loop*» невозможно.

2.4.1 Методы устранения неизвестного знака ЦИ

Из литературы известны несколько способов учёта знака навигационного сообщения $h_{ЦИ,k}$ [31, 33, 101]. По своей сути все эти способы построения СС относятся к фильтрации при неизвестном внешнем параметре. При такой постановке задачи, решение находится с помощью перебора возможных вариантов и сравнения результатов по какому-либо критерию. В [33] применяется максимально правдоподобный метод (МП) оценки ЦИ. В [31] применяется байесовский подход к учёту ЦИ. В [101] рассматривается метод оценки ЦИ по критерию максимума энергии принимаемого сигнала. Кратко рассмотрим каждый из этих алгоритмов.

«Алгоритм Витерби»

Если существует оптимальное решение задачи, и оно складывается из оптимальных решений подзадач, и конечное решение может быть найдено в рекуррентной форме, то тогда для решения этой задачи может быть применено динамическое программирование. В [33] описан подход синхронизации и декодирования навигационного сообщения с применением динамического программирования, которое лежит в основе алгоритма вероятностного декодирования Витерби.

Для синхронизации и декодирования ЦИ используется метод максимального правдоподобия. Напомним, что длительность навигационного сообщения составляет 20 мс. Суть метода МП заключается в том, что накапливается N навигационных бит подряд по 20 мс, при этом используются 20 различных последовательных гипотез о положении начала бита ЦИ δ . Так как выходы корреляторов $s_{i,\delta}$ при последовательном накоплении независимы и распределены по нормальному закону со средним значением A и дисперсией σ_n^2 , то наиболее вероятное положение границы бита будет соответствовать максимуму функции правдоподобия $f(s / \{d_i\}_1^N, \delta)$

$$f(s / \{d_i\}_1^N, \delta) \equiv \frac{1}{(2\pi\sigma_n^2)^{N/2}} \exp\left(-\frac{1}{2\sigma_n^2} \sum_{i=1}^N |s_{i,\delta} - Ad_i|^2\right) \quad (2.20)$$

Максимуму функции $f(s / \{d_i\}_1^N, \delta)$ соответствует минимум $\min_{\{d_i\}_1^N, \delta} \sum_{i=1}^N |s_{i,\delta} - Ad_i|^2$. Последнее выражение может быть переписано в виде:

$$\Gamma_N = \sum_{i=1}^N |s_{i,\delta} - Ad_i|^2 \quad (2.21)$$

или в рекуррентном виде для применения принципов динамического программирования:

$$\Gamma_i = \Gamma_{i-1} + p_i, \quad i = 1..N, \quad (2.22)$$

где $p_i = |s_{i,\delta} - Ad_i|^2$, $\Gamma_1 = |s_{1,\delta} - Ad_1|^2$. Таким образом, формируются 20 траекторий, граница δ и вся последовательность из N навигационных символов от d_1 до d_i соответствуют минимальной траектории Γ . А на каждом i -ом шаге выбирается минимальное значение p_i .

«Байесовский подход»

Байесовский подход подразумевает наличие отдельных фильтров, каждый из которых настроен на свой знак ЦИ [31]. Условимся, что обозначения для навигационного символа «1» будут иметь верхний индекс «+», для символа ЦИ «0» - верхний индекс «-». Априорная вероятность появления различных символов ЦИ так же одинакова $p_k^{(+)} = p_k^{(-)} = 0.5$. В [31] применяют итерационный *EKF* для оценки ВС. При этом авторы находят минимум целевой функции J при заданном знаке ЦИ - d_k . Исходный вид целевой функции J [31] может быть упрощен до

$$J = 0.5 \cdot [\mathbf{z}_k - d_k \mathbf{h}(\mathbf{x}_{k+1/k})]^T [\mathbf{z}_k - d_k \mathbf{h}(\mathbf{x}_{k+1/k})], \quad (2.23)$$

где \mathbf{z}_k - вектор наблюдений (выход корреляторов); $\mathbf{h}(\mathbf{x}_{k+1/k})$ - экстраполированные наблюдения с использованием (2.3). $J^{(+)}$ - обозначение целевой функции при «1» и $J^{(-)}$ - для «0». Таким образом, для оценки и учёта 1 бита ЦИ необходимо использовать 2 отдельных фильтра, результаты оценки ВС с каждого из них влияют на результирующую оценку. Апостериорные весовые коэффициенты для разных знаков ЦИ могут быть вычислены [31]

$$\tilde{p}_{k+1}^{(+)} = \frac{\rho_k^{(+)}}{\rho_k^{(+)} + \rho_k^{(-)}}, \quad \tilde{p}_{k+1}^{(-)} = \frac{\rho_k^{(-)}}{\rho_k^{(+)} + \rho_k^{(-)}, \quad (2.24)$$

$$\rho_k^{(+)} = \frac{p_k^{(+)} |\det(P_{\mathbf{x},k})|}{|\det(P_{\mathbf{x},k+1}^{(+)})|} \exp\{\min[J^{(+)}, J^{(-)}] - J^{(+)}\}, \quad (2.25)$$

$$\rho_k^{(-)} = \frac{p_k^{(-)} |\det(P_{\mathbf{x},k})|}{|\det(P_{\mathbf{x},k+1}^{(-)})|} \exp\{\min[J^{(+)}, J^{(-)}] - J^{(-)}\}$$

где $P_{\mathbf{x},k}$ - априорная ковариационная матрица ошибки фильтрации; $P_{\mathbf{x},k+1}^{(-)}$, $P_{\mathbf{x},k+1}^{(+)}$ - результирующие ковариационные матрицы ошибки оценки в каждом из отдельных фильтров.

Результирующая оценка ВС и ковариационной матрицы ошибок фильтрации могут быть найдены [31] как

$$\mathbf{x}_{k+1} = \tilde{p}_{k+1}^{(+)} \mathbf{x}_{k+1}^{(+)} + \tilde{p}_{k+1}^{(-)} \mathbf{x}_{k+1}^{(-)}, \quad (2.26)$$

$$P_{\mathbf{x},k+1} = \tilde{p}_{k+1}^{(+)} [P_{\mathbf{x},k+1}^{(+)} + (\mathbf{x}_{k+1}^{(+)} - \mathbf{x}_{k+1})(\mathbf{x}_{k+1}^{(+)} - \mathbf{x}_{k+1})^T] + \tilde{p}_{k+1}^{(-)} [P_{\mathbf{x},k+1}^{(-)} + (\mathbf{x}_{k+1}^{(-)} - \mathbf{x}_{k+1})(\mathbf{x}_{k+1}^{(-)} - \mathbf{x}_{k+1})^T].$$

В общем случае данный подход может быть распространён для оценки N символов ЦИ. При этом необходимо будет иметь 2^N отдельных фильтров, каждый из которых будет настроен на свою последовательность навигационных бит [31].

«Метод максимальной энергии в сигнале»

Данный способ декодирования ЦИ был предложен в [101]. Рассматриваемый способ основан на максимизации энергии, заключённой в пачке отсчётов принимаемого сигнала СРНС. Для получения наилучшего результата декодирования ЦИ необходимо, чтобы была осуществлена синхронизация границы бита. В противном случае будет наблюдаться потеря энергии.

Суть метода заключается в следующем: на интервале времени 0.1 с происходит формирование пяти 20 мс отсчётов на выходе корреляторов, после чего образуются 16 сумм соответствующих квадратур для всех возможных комбинаций битов ЦИ, далее находится энергия каждой из сумм - $\mathbf{E}_n = \mathbf{I}_n^2 + \mathbf{Q}_n^2$. Максимальное значение энергии соответствует истинной комбинации знаков ЦИ. Последовательности $[1 \ 1 \ 1 \ 1 \ -1]$ и $[-1 \ -1 \ -1 \ -1 \ 1]$ являются противоположными по полярности и имеют одинаковую энергию, то есть алгоритм не различает последовательности бит с разной полярностью. Математически вышеописанный алгоритм может быть записан

$$\begin{bmatrix} \mathbf{I}_1 \\ \mathbf{I}_2 \\ \mathbf{I}_3 \\ \dots \\ \mathbf{I}_{16} \end{bmatrix} = B \begin{bmatrix} I_{(20ms),1} \\ I_{(20ms),2} \\ I_{(20ms),3} \\ I_{(20ms),4} \\ I_{(20ms),5} \end{bmatrix}, \quad \begin{bmatrix} \mathbf{Q}_1 \\ \mathbf{Q}_2 \\ \mathbf{Q}_3 \\ \dots \\ \mathbf{Q}_{16} \end{bmatrix} = B \begin{bmatrix} Q_{(20ms),1} \\ Q_{(20ms),2} \\ Q_{(20ms),3} \\ Q_{(20ms),4} \\ Q_{(20ms),5} \end{bmatrix}, \quad (2.27)$$

где

$$B = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & -1 \\ 1 & 1 & 1 & -1 & 1 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 1 & -1 & -1 & -1 & -1 \end{bmatrix}. \quad (2.28)$$

Данный способ может быть распространён на накопление сигналов до 1 с. Подробности описаны в оригинале [101].

2.4.2 Результаты моделирования работы следящих контуров при наличии ЦИ

В диссертационном исследовании в качестве способа учёта ЦИ был использован «Байесовский подход» [31]. В данной реализации производился учёт *одного* навигационного бита за один такт работы системы. Главным допущением в этом разделе является то, что перед началом слежения осуществлена битовая синхронизация – найдена граница бита. Как показано в [98, 99], для выполнения этого условия необходимо иметь оценку $\hat{f}_D(0)$, формируемую цепям поиска, не больше 24 Гц. В нашей работе максимальное рассогласование в начальный момент времени по «частоте Доплера», как и раньше, составляет $\Delta F_D = \pm 20$ Гц. В целях исследования влияния времени накопления на характеристики работы системы слежения при моделировании применялись также величины $T = 5$ мс и $T = 20$ мс. Кроме того предположим, что в качестве навигационного сообщения будет передаваться последовательность 0 и 1 меандрового типа: 1010101010... и т.д. как случай с наибольшим количеством смены знаков ЦИ. Остальные условия и предположения для моделирования работы СС при наличии навигационного сообщения остались прежними.

В данном подразделе основное внимание будет уделено исследованию вероятности захвата следящей схемой сигнала на сопровождение P_{lock} . Как было сказано выше, данный критерий качества работы СС особенно важен для *СВКФ* контуров, которые особенно чувствительны к резкому изменению фазы (смены знака ЦИ). Будем полагать, что нижнее допустимое значение $P_{lock} = 0.6$, что соответствует вероятности захвата в 0.84 после двух последовательных попыток захватить сигнал на сопровождение. Также в разделе приведены результаты исследования для всех нелинейных алгоритмов кроме *ГНКФ*. Было решено не проводить исследование данного алгоритма, так как из всех сигма-точечных фильтров в нём применяется наибольшее количество точек. В связи с этим даже относительно других сигма-точечных фильтров данный алгоритм является ресурсозатратным.

На Рисунок 2.12 приведены характеристики вероятности захвата на сопровождение для случая небольшого рассогласования по частоте – $\Delta F_D = \pm 10$. Как видно из представленного рисунка, при работе схем слежения с нелинейным фильтром оценки РНП, P_{lock} значительно уменьшилась по сравнению с ситуацией, когда ЦИ была известна (Рисунок 2.10). При малых временах накопления T и снижении ОСШ алгоритм теряет способность правильно учесть перескоки фазы, связанные с наличием ЦИ, что приводит к уменьшению вероятности захвата. При сравнении между собой в данных условиях «*correlation based KF tracking loop*» и дискриминаторных СС видно, что нелинейные алгоритмы оценки несколько превосходят по исследуемому параметру архитектуру с линейным динамическим фильтром и

дискриминатором типа $\arctg(Q_{P,k}/I_{P,k})$. Причина этого может быть всё та же – при уменьшении C/N_0 и малом T нарушаются допущения, связанные с линейностью дискриминаторов и применением линейного фильтра. В то же время СС с дискриминатором типа $-I_{P,k}Q_{P,k}$ обладает схожими характеристиками P_{lock} с «бездискриминаторной» схемой. При увеличении времени когерентного накопления до 10 мс ситуация разительно улучшается для обоих способов построения следящих систем. Различия незначительны, выигрыш по энергетике составляет порядка 1.5 дБ и заметны при $C/N_0 \leq 25$ дБ-Гц.

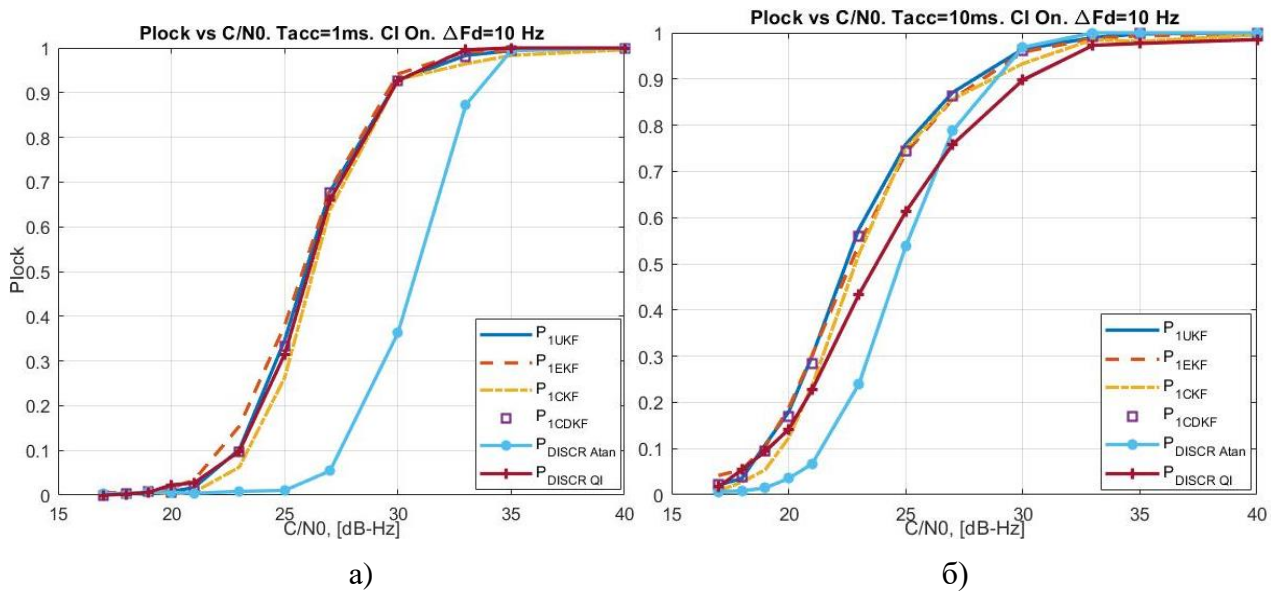


Рисунок 2.12. Вероятность захвата на сопровождение при неизвестном бите ЦИ и $\Delta F_d = \pm 10$ Гц для: а) 1мс; б) 10мс

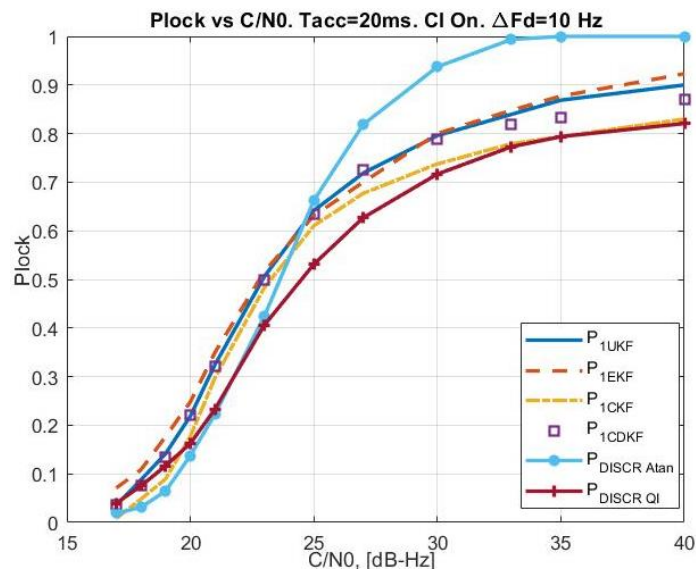


Рисунок 2.13. Вероятность захвата на сопровождение при неизвестном бите ЦИ и

$$\Delta F_D = \pm 10 \text{ Гц при } T=20 \text{ мс}$$

Как видно из Рисунок 2.13 при небольших рассогласованиях по частоте и большом времени накопления ($T = 20$ мс) «*correlation based Kalman filter*» СС значительно проигрывает по критерию P_{lock} схеме с дискриминатором $\text{arctg}(Q_{P,k} / I_{P,k})$ и линейным фильтром Калмана.

На Рисунок 2.14 и Рисунок 2.15 представлены результаты оценки P_{lock} для разных интервалов когерентного накопления: $T = 1$ мс, $T = 5$ мс, $T = 10$ мс и $T = 20$ мс для случая увеличения начальной неопределённости по частоте $\Delta F_D = \pm 20$ Гц.

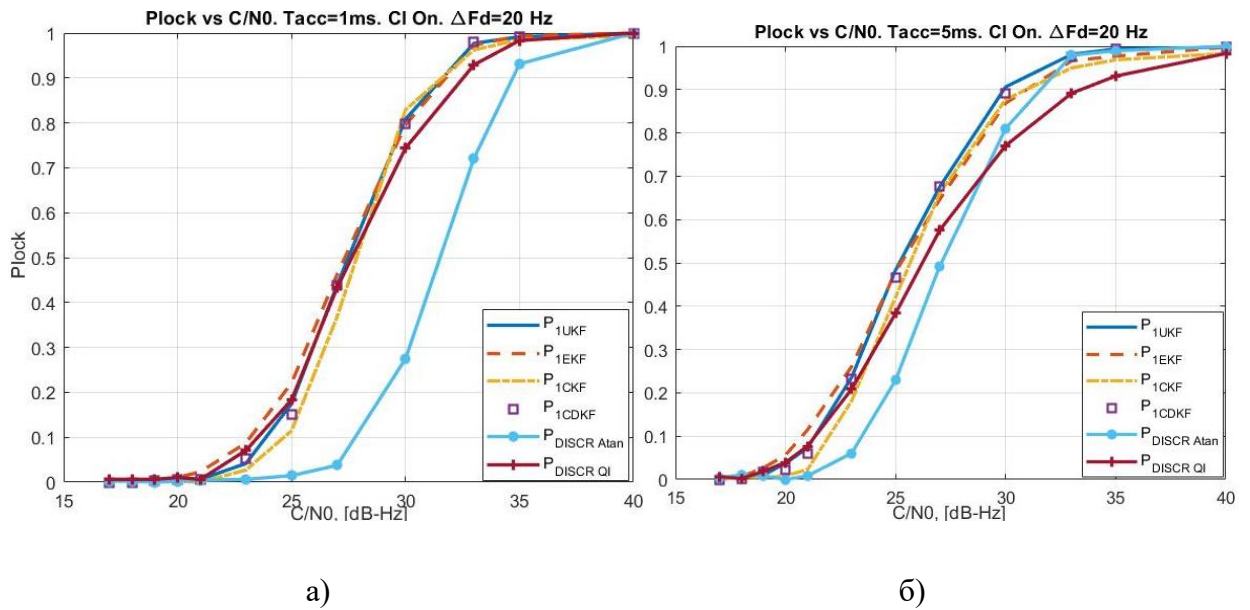


Рисунок 2.14. Вероятность захвата на сопровождение при неизвестном бите ЦИ и $\Delta F_D = \pm 20$ Гц для: а) 1 мс; б) 5 мс.

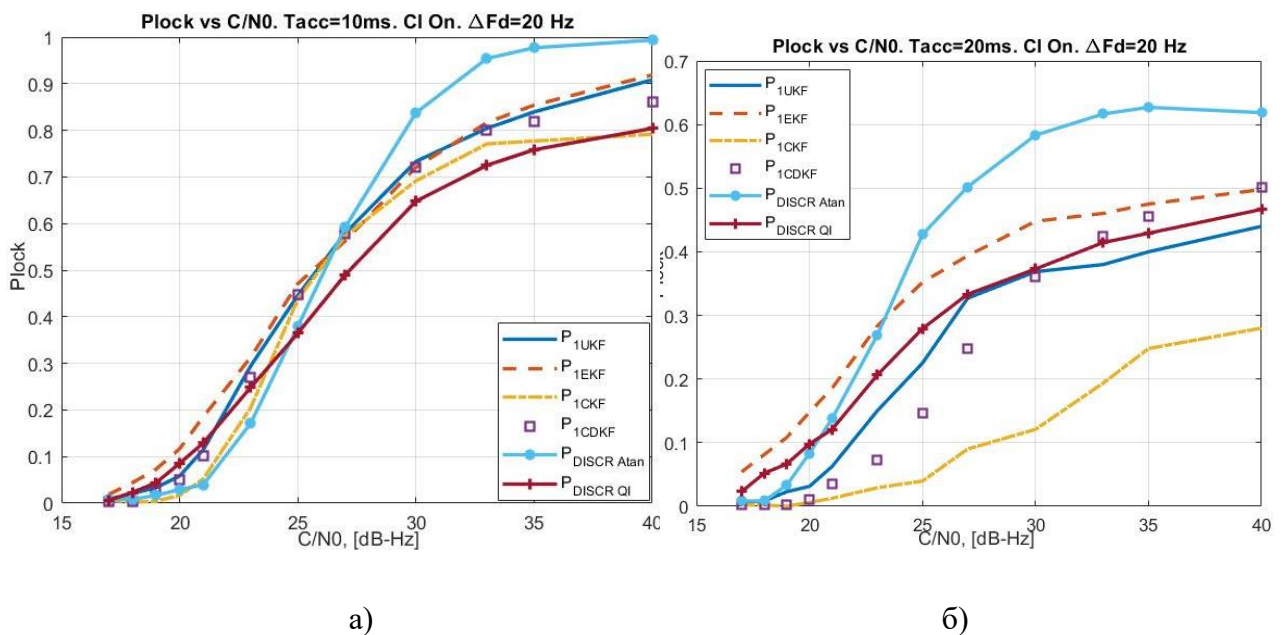


Рисунок 2.15. Вероятность захвата на сопровождение при неизвестном бите ЦИ и

$$\Delta F_{Д} = \pm 20 \text{ Гц для: а) 10 мс; б) 20 мс.}$$

Как видно, увеличение времени накопления T до 20 мс при больших значениях начальной ошибки по частоте ведёт к значительному уменьшению вероятности захвата для *обоих типов схем*. Отдельно стоит обратить внимание на следующие два факта: во-первых, из оставшихся сигма-точечных фильтров при большом рассогласовании по частоте ($\Delta F_{Д} = \pm 20$ Гц) и для больших интервалов ($T = 10, 20$ мс) накопления худшие оценки вероятности P_{lock} были выявлены у кубатурного фильтра (*СКФ*). Автор работы предполагает, что получению этого результата способствует отсутствие «центральной» сигма-точки в алгоритме *СКФ*. Фильтры, у которых имеется «центральная» сигма-точка (*УКФ*, *CDKF*), продемонстрировали примерно одинаковые и лучшие по сравнению с *СКФ* результаты. Во-вторых, схема с расширенным фильтром Калмана (*EKF*), напротив, показывает несколько лучшие характеристики захвата по сравнению со всеми нелинейными алгоритмами слежения при увеличенном интервале когерентного накопления до $T = 20$ мс. Однако данный выигрыш незначителен. На больших интервалах накопления дискриминаторная схема также показывает лучшие характеристики захвата на сопровождение – выигрыш может составлять порядка 2 дБ при фиксированной вероятности захвата P_{lock} . Если же принять во внимание установленное выше ограничение на нижний допустимый порог вероятности захвата $P_{lock} \geq 0.6$, то можно сделать вывод о том, что при $T = 20$ мс и $\Delta F_{Д} = \pm 20$ Гц в пределах статистической погрешности архитектура с линейным фильтром и фазовым дискриминатором $\arctg(Q_{P,k} / I_{P,k})$ перестает работать при $C / N_0 < 30$. При этом «бездискриминаторная» СС в принципе не удовлетворяет требуемым условиям работы.

На Рисунок 2.16 приведены вероятности захвата для случая, когда априорные неопределённости по параметрам задержки, скорости изменения Доплеровского сдвига частоты и энергетики уменьшены с помощью проведения дополнительных оценок (с помощью цепей дополнительного поиска или некогерентного режима, см. Главу 3) до величин $\Delta\tau = \pm 0.25 T_{chip}$ по задержке; $\Delta\dot{f}_{Д} = \pm 2$ Гц/с и $\Delta q = \pm 1$ дБ-Гц.

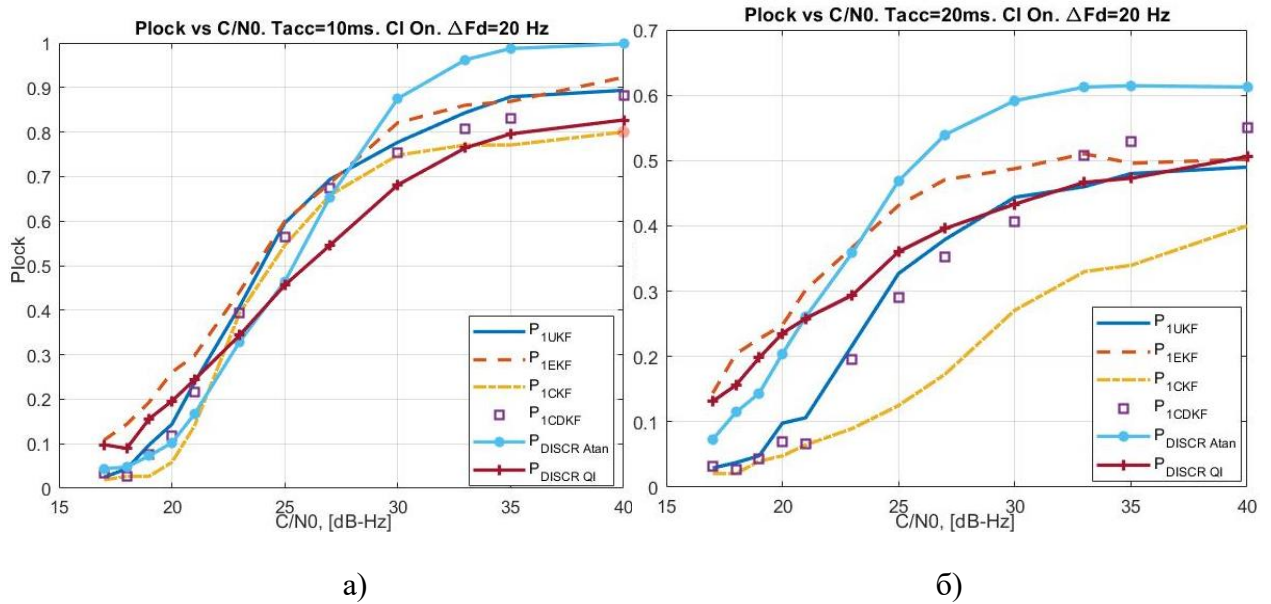


Рисунок 2.16. Вероятность захвата на сопровождение при неизвестном бите ЦИ, $\Delta F_D = \pm 20$ Гц, $\Delta \tau = \pm 0.25T_{chip}$, $\Delta \dot{f}_D = \pm 2$ Гц/с, $\Delta q = \pm 1$ дБ-Гц и: а) $T=10$ мс; б) $T=20$ мс

Как и следовало ожидать (и это подтверждается рисунком), уточнение начальных неопределённостей по некоторым РНП позволяет осуществлять захват на сопровождение с установленной допустимой вероятностью $P_{lock} = 0.6$ при меньших значениях ОСШ. При $T=10$ мс и $q < 27$ дБ-Гц СС с нелинейными фильтрами имеют запас в 1 дБ, что может быть ; при $T=20$ мс схема с фазовым дискриминатором $\arctg(Q_{P,k} / I_{P,k})$ значительно превосходят сигматочечные алгоритмы слежения.

Из приведённых результатов видно, что наличие ЦИ значительно влияет на вероятность захвата на сопровождение для обеих архитектур следящих систем. В большей степени ухудшению характеристики P_{lock} подвержены схемы, в которых отсутствуют типовые дискриминаторы. Особенно это проявляется при больших временах накопления ($T=20$ мс). Возникает задача повышения вероятности вхождения в режим слежения при построении системы слежения без использования отдельных дискриминаторов РНП.

2.5 Синтез адаптивной по начальным параметрам нелинейной системы слежения за РНП. Анализ статистических характеристик.

В работах [96, 102-104] показано, что для применения алгоритмов фильтрации при наличии неизвестных параметров \mathcal{P} необходимо прибегать к адаптации по этим параметрам. Одним из наиболее распространённых способов адаптации является многоальтернативный подход

[94,102-104]. Суть этого способа адаптации заключается в том, что весь диапазон неизвестных параметров \mathcal{G} разбивается на несколько (к примеру, M) частей/ участков/ «ячеек» – создаётся «сетка» из неизвестных параметров \mathcal{G}_i . После чего в каждой из этих «ячеек» запускается свой отдельный фильтр. Таким образом, каждый из парциальных/ параллельных фильтров настроен на свой *уникальный набор начальных условий и параметров* для оцениваемого ВС. При этом на вход всем параллельным фильтрам подается один и тот же вектор наблюдений \mathbf{z}_k . Результирующая оценка ВС $\hat{\mathbf{x}}_k$ формируется на основе взвешенного суммирования оценок $\hat{\mathbf{x}}_k^i$, сформированных каждым из M парциальных фильтров. Если неизвестный параметр \mathcal{G} по своей природе является постоянным, то после нахождения субоптимальных условных оценок ВС при фиксированном значении параметра \mathcal{G}_i оставшиеся $M-1$ канала фильтрации больше можно не использовать. В качестве весовых коэффициентов g_k^i выступают *апостериорные вероятности* того, что неизвестный параметр \mathcal{G} принадлежит i -ой «ячейке» диапазона.

В задаче слежения за РНП в навигационном приёмнике в качестве такого неизвестного параметра *можно* рассматривать начальную фазу φ_0 принимаемого сигнала. В этом случае начальный диапазон неопределённости по фазе, которая равномерно распределена в диапазоне от 0 до 2π рад, разбивается на M интервалов с шагом $2\pi/M$ рад, что даёт M различных начальных оценок $\hat{\varphi}_0^i(0)$. При этом в каждый из M параллельных фильтров вводятся одинаковые начальные оценки остальных РНП. Стоит так же отметить, что данный подход может быть распространён и для адаптации по другим РНП, или для адаптации сразу по нескольким параметрам. В этом случае пропорционально увеличиваются вычислительные затраты, в связи с чем имеет смысл ограничить число параметров для адаптации. Адаптивная *по начальной фазе* «бездискриминаторная» схема слежения за РНП, реализующая *многоальтернативный подход*, представлена на Рисунок 2.17.

Выражения для вычисления результирующих оценок и весовых коэффициентов [96, 104]

$$\hat{\mathbf{x}}_k = \sum_{i=1}^M \hat{\mathbf{x}}_k^i \cdot P(\mathcal{G}_i / \mathbf{Z}_k), \quad (2.29)$$

где $P(\mathcal{G}_i / \mathbf{Z}_k)$ - апостериорная вероятность нахождения неизвестного параметра в i -ой «ячейке»; \mathbf{Z}_k - все наблюдения до момента времени k . Веса рассчитываются:

$$P(\mathcal{G}_i / \mathbf{Z}_k) \equiv g_k^i = \frac{g_{k-1}^i \cdot W(\mathbf{z}_k / \mathbf{Z}_{k-1}, \mathcal{G}_i)}{\sum_{i=1}^M g_{k-1}^i \cdot W(\mathbf{z}_k / \mathbf{Z}_{k-1}, \mathcal{G}_i)}, \quad (2.30)$$

где g_{k-1}^i - априорная вероятность попадания неизвестного параметра \mathcal{P} в i -ую «ячейку»; \mathbf{z}_k - наблюдения в k -ый момент; $W(\mathbf{z}_k / \mathbf{Z}_{k-1}, \mathcal{P}_i)$ - правдоподобие наблюдений при заданном значении \mathcal{P}_i неизвестного параметра. Если наблюдения в моменты времени k и $k-1$ можно считать независимыми, то вся информация о наблюдениях от нулевого отсчёта времени до момента $k-1$ \mathbf{Z}_{k-1} будет содержаться в оценках ВС, полученных по этим наблюдениям. Таким образом, правдоподобие может быть записано $W(\mathbf{z}_k / \hat{\mathbf{x}}_{k/k-1}^i, \mathcal{P}_i)$. По сути $W(\mathbf{z}_k / \hat{\mathbf{x}}_{k/k-1}^i, \mathcal{P}_i)$ - распределение невязок, формируемых в результате работы алгоритма фильтрации. Так как отсчёты на выходе корреляторов \mathbf{z}_k распределены по нормальному закону, то, соответственно, и $W(\mathbf{z}_k / \hat{\mathbf{x}}_{k/k-1}^i, \mathcal{P}_i)$ - гауссова ПРВ. В фильтре формируется экстраполяция наблюдений $\hat{\mathbf{z}}_{k/k-1} \equiv \{\bar{\mathbf{I}}, \bar{\mathbf{Q}}\}$. Таким образом, сформированные невязки $v_k = \mathbf{z}_k - \hat{\mathbf{z}}_{k/k-1}$ и используются для вычисления $W(\mathbf{z}_k / \hat{\mathbf{x}}_{k/k-1}^i, \mathcal{P}_i)$. В задаче слежения за РНП при адаптации по фазе $\mathcal{P}_i \equiv \hat{\varphi}_0^i(0)$.

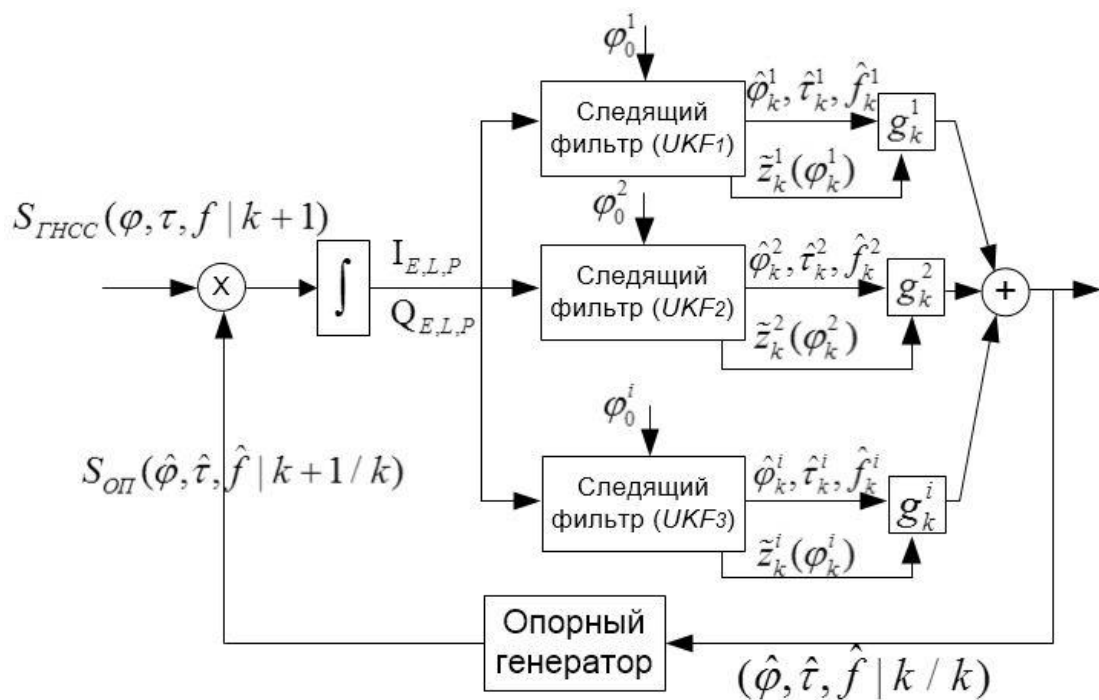


Рисунок 2.17. Структурная схема «*correlation based Kalman filter*» СС за РНП с адаптацией по начальной фазе

На Рисунок 2.18 представлена реализация работы схемы с двумя параллельными каналами, каждый из которых отличается начальной оценкой фазы $\hat{\varphi}_0^i(0)$. Моделирование выполнено при $q = 30$ дБ-Гц и $T = 1$ мс. На рисунке хорошо виден процесс сходимости оценок «частоты Доплера» во втором парциальном фильтре \hat{f}_D^2 к истинному значению. А также приведено поведение весовых коэффициентов g_k^i во время процесса сходимости. Видно, что оценки

сходятся к истинным значениям примерно за 100 мс. Здесь и при дальнейшем моделировании считалось, что оценки в параллельных фильтрах должны сходиться к истинным за 1 с, после чего оставался только один канал слежения, а остальные $M-1$ – отключались. Выбор «сошедшегося» канала осуществлялся по критерию максимума средней за интервал T' апостериорной вероятности. То есть находились средние веса $\frac{1}{n} \sum_{1-T'}^1 g_k^i$ для каждого канала, после чего выбирался канал с номером, которому соответствовал максимальный вес. Здесь n – число временных отсчётов на интервале T' ; $1-T'$ – начала интервала усреднения от T' до 1 с.

В нашем исследовании максимальное число параллельных каналов было ограничено *тремя*. Также эмпирически было установлено, что при наличии ЦИ как для *двух*, так и для *трёх* парциальных фильтров, вероятность захвата на сопровождение повышается при разнесении по начальной фазе на $2\pi/3$ рад.

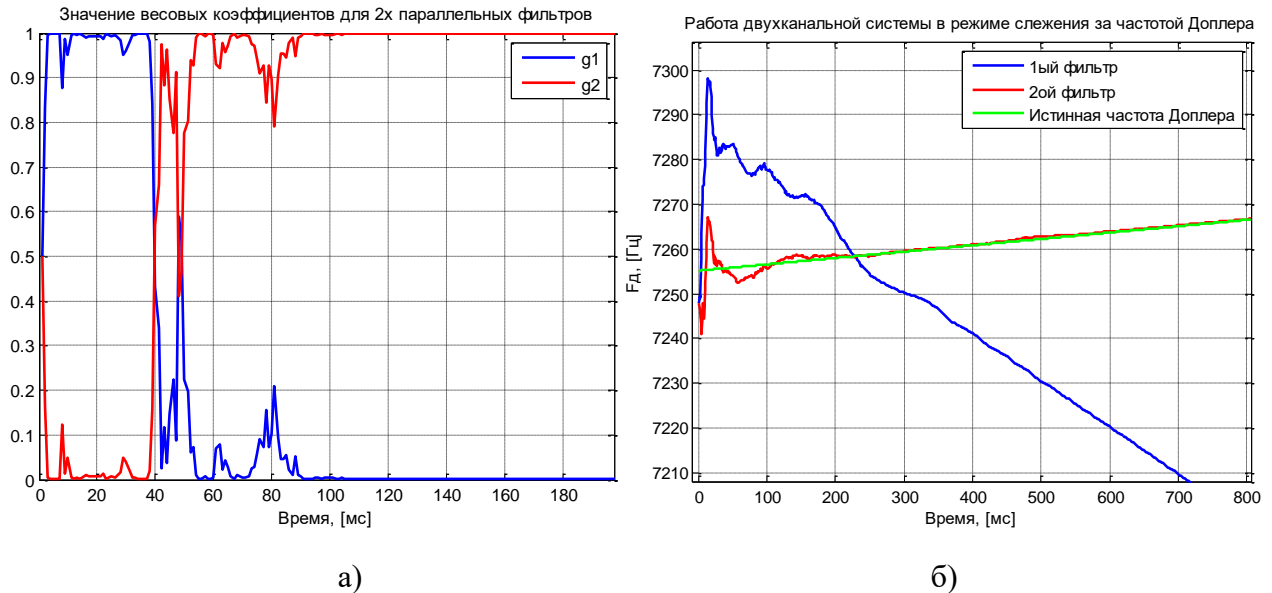


Рисунок 2.18. а) Пример изменения весовых коэффициентов в схеме с двумя фильтрами;

б) Поведение оценок частоты в схеме с двумя фильтрами

Ниже приведены результаты моделирования работы «*correlation based KF tracking loop*» с многоальтернативным подходом для адаптации по начальной фазе принимаемого сигнала. Также на графике для сравнения приведены результаты для дискриминаторной СС. Для удобства слева приводится график без адаптации, справа – с применением адаптации по неизвестным начальным параметрам. На Рисунок 2.19 представлены результаты для случая $\Delta F_D = \pm 10$ Гц и $T = 10$ мс при условии, что навигационное сообщение демодулировано.

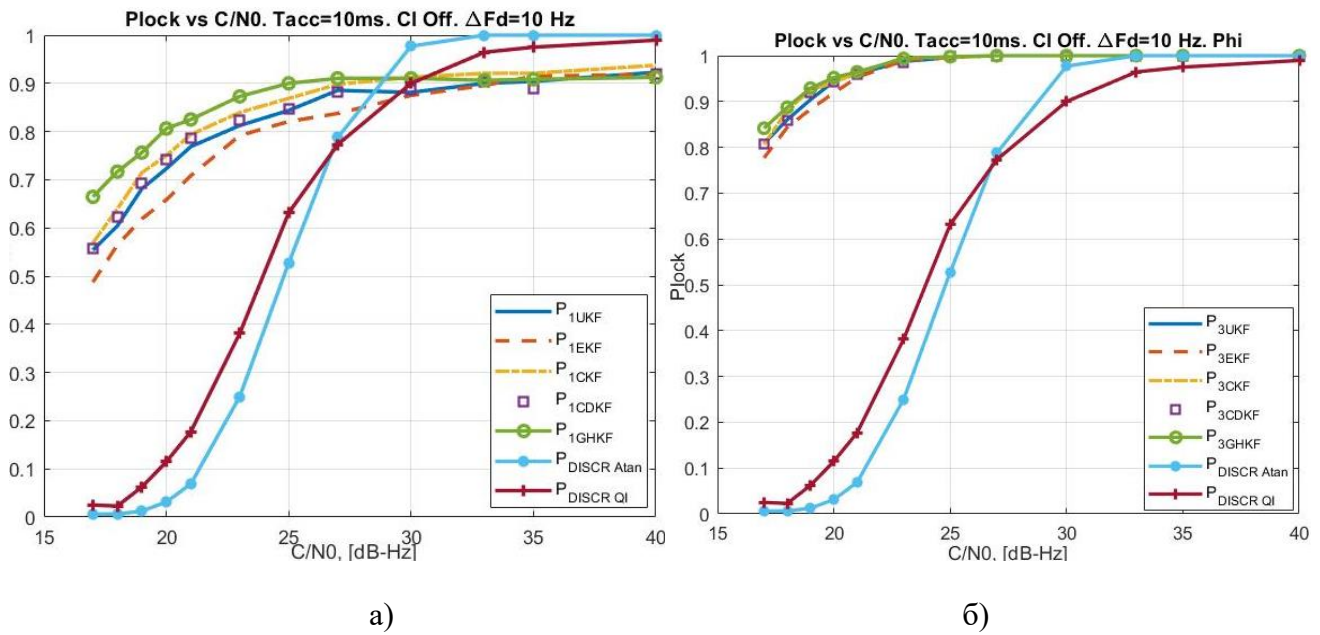


Рисунок 2.19. Вероятности захвата на сопровождение для схем с: а) 1SPKF; б) 3SPKF параллельными фильтрами, при условии: $T=10$ мс, $\Delta F_D = \pm 10$ Гц, ЦИ демодулировано

На Рисунок 2.20 и Рисунок 2.21 представлены результаты для случаев $\Delta F_D = \pm 10$ Гц, $T = 1$ мс и $T = 10$ мс при наличии неизвестного знака ЦИ.

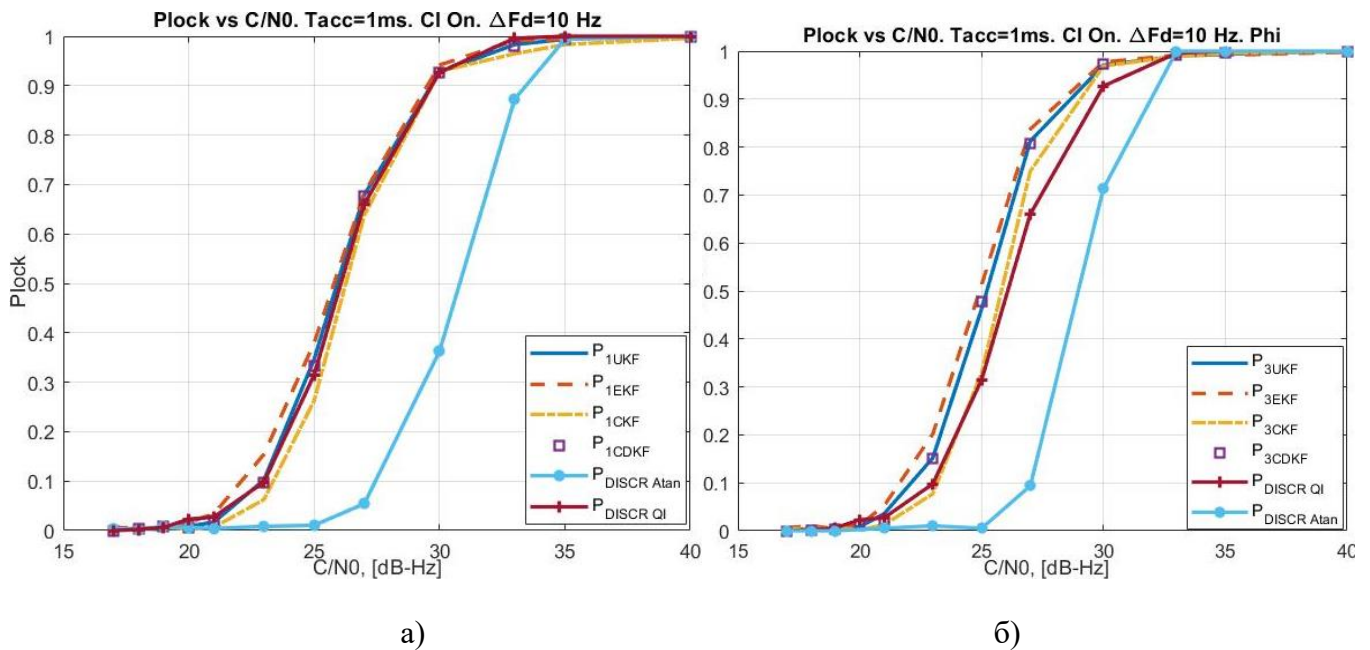


Рисунок 2.20. Вероятности захвата на сопровождение для схем с: а) 1SPKF; б) 3SPKF параллельными фильтрами, при условии: $T=1$ мс, $\Delta F_D = \pm 10$ Гц, знак ЦИ неизвестен

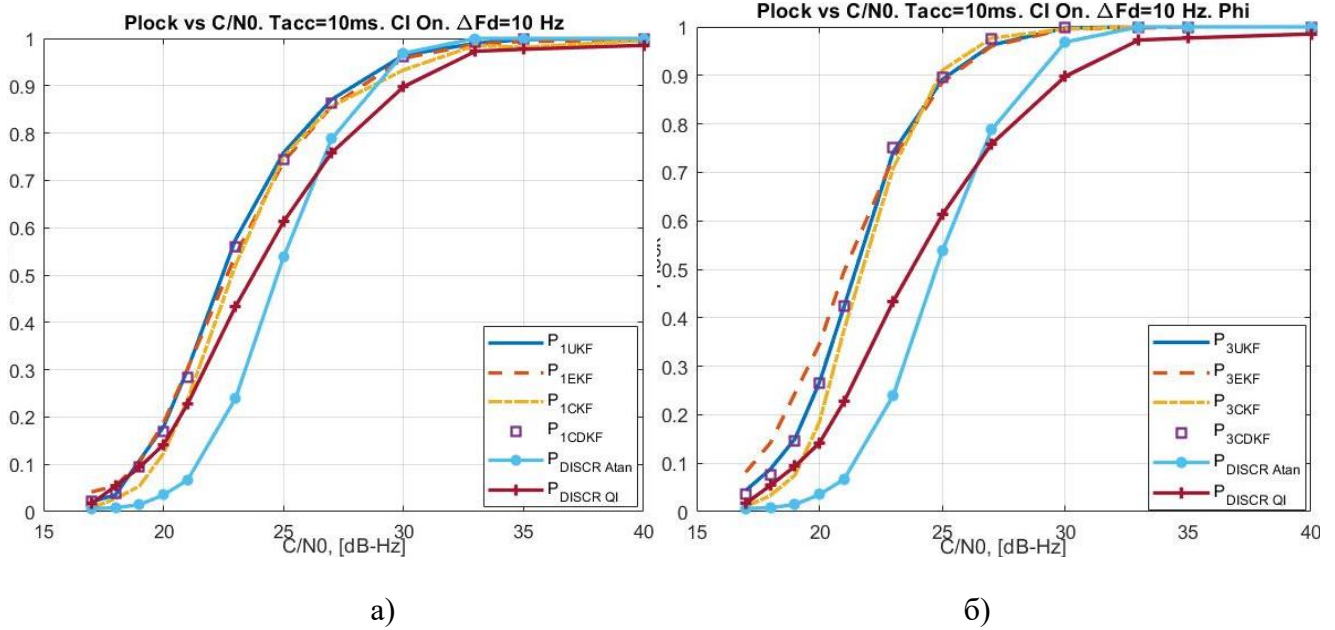


Рисунок 2.21. Вероятности захвата на сопровождение для схем с: а) 1SPKF; б) 3SPKF параллельными фильтрами, при условии: $T=10$ мс, $\Delta F_D = \pm 10$ Гц, знак ЦИ неизвестен

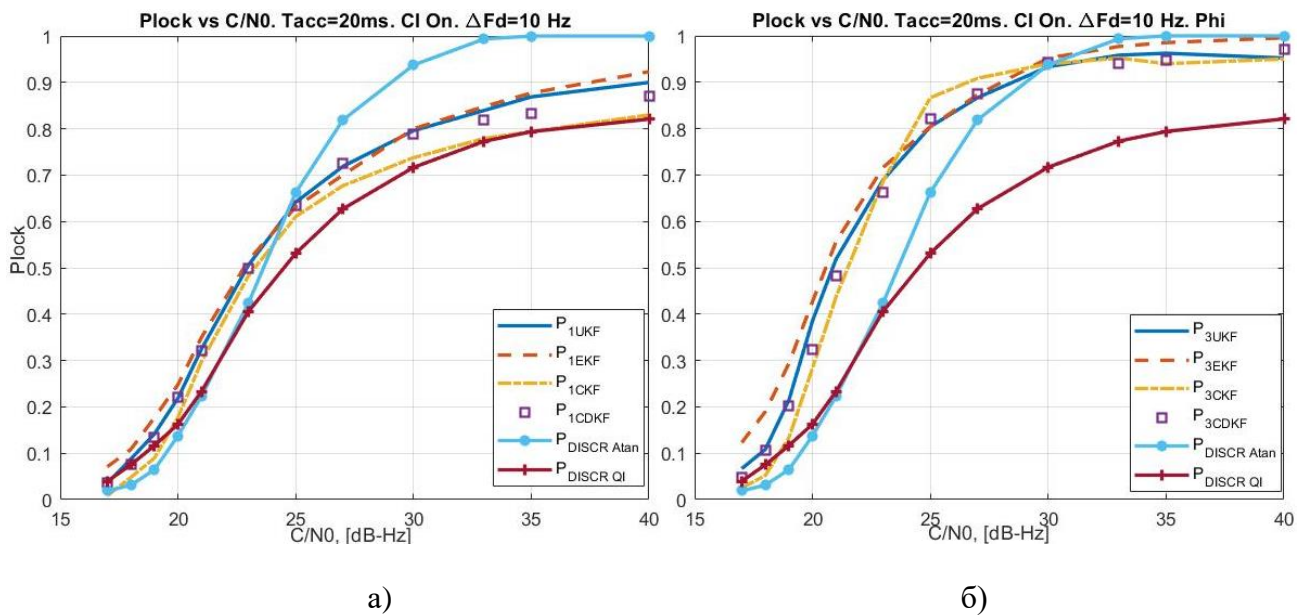


Рисунок 2.22. Вероятности захвата на сопровождение для схем с: а) 1SPKF; б) 3SPKF параллельными фильтрами, при условии: $T=20$ мс, $\Delta F_D = \pm 10$ Гц, знак ЦИ неизвестен

На Рисунок 2.23 – Рисунок 2.26 представлены результаты для случаев $\Delta F_D = \pm 20$ Гц, $T = 1$ мс, $T = 5$ мс, $T = 10$ мс и $T = 20$ мс.

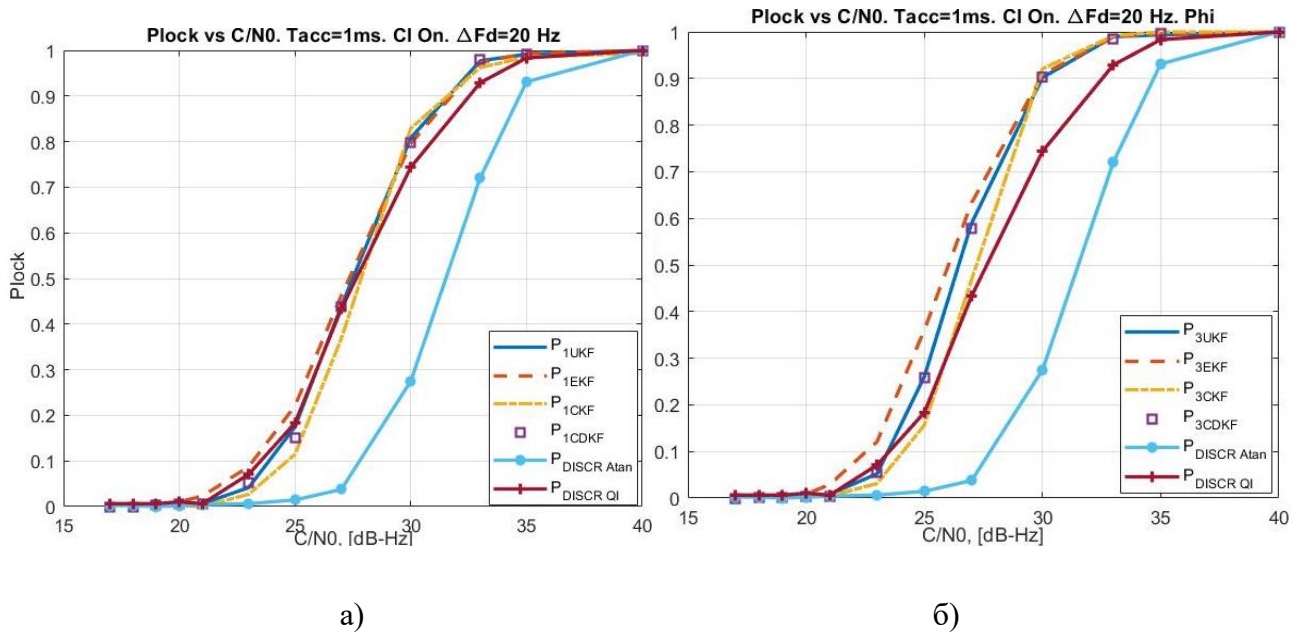


Рисунок 2.23. Вероятности захвата на сопровождение для схем с: а) 1SPKF; б) 3SPKF параллельными фильтрами, при условии: $T=1$ мс, $\Delta F_D = \pm 20$ Гц, знак ЦИ неизвестен

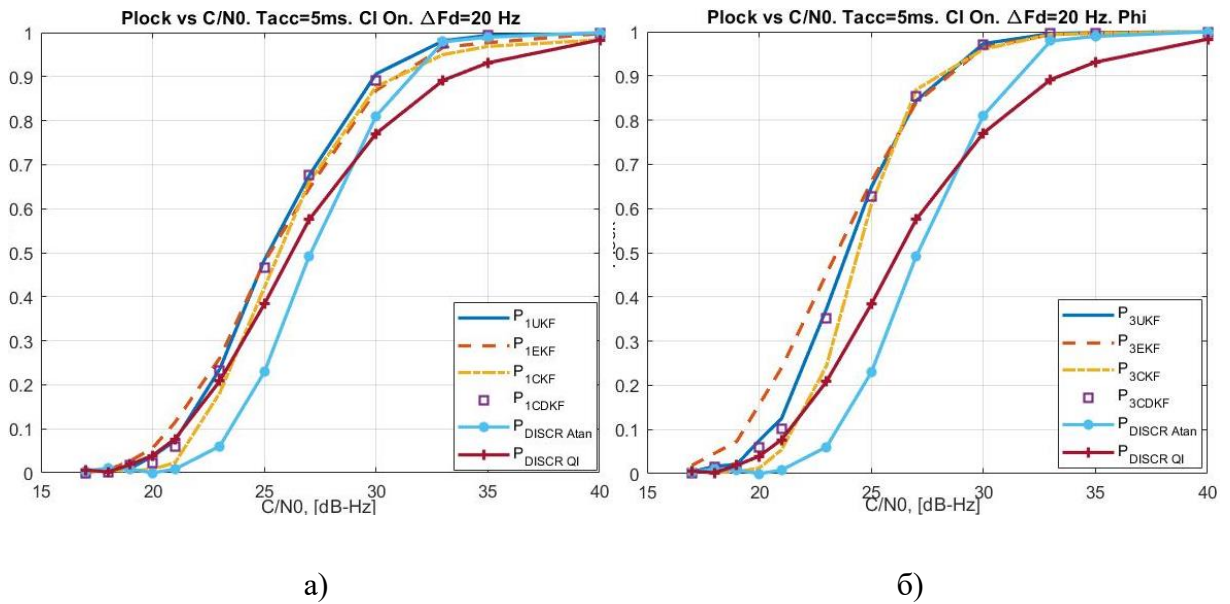


Рисунок 2.24. Вероятности захвата на сопровождение для схем с: а) 1SPKF; б) 3SPKF параллельными фильтрами, при условии: $T=5$ мс, $\Delta F_D = \pm 20$ Гц, знак ЦИ неизвестен

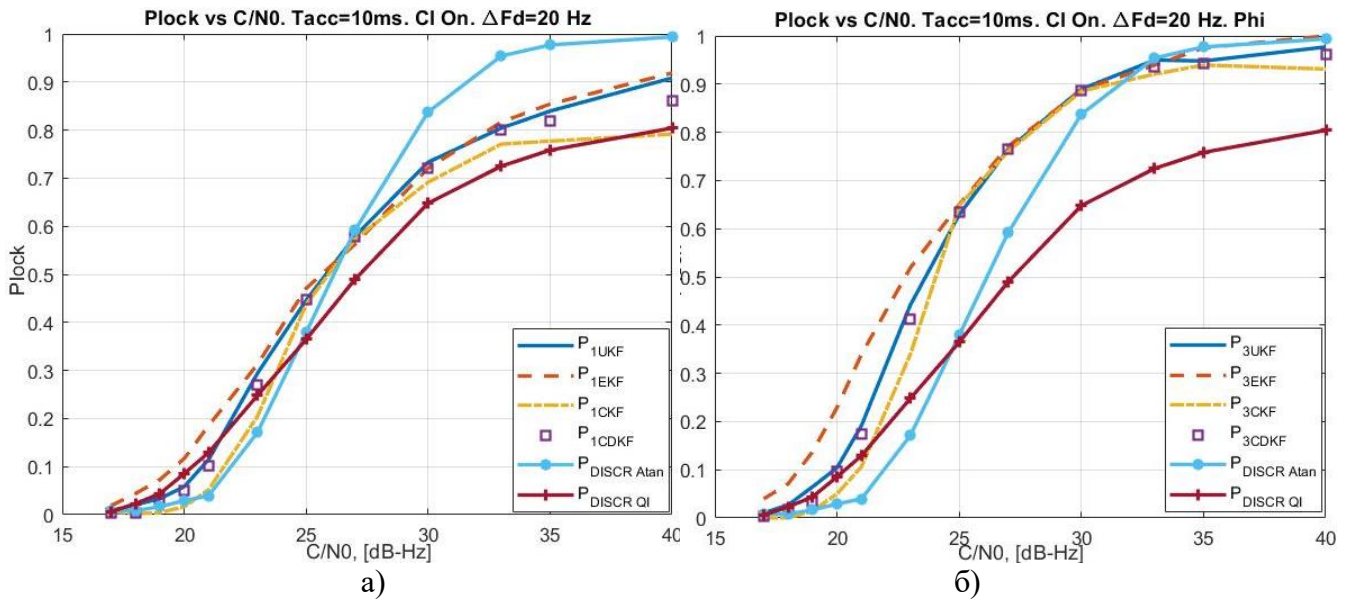


Рисунок 2.25. Вероятности захвата на сопровождение для схем с: а) 1SPKF; б) 3SPKF параллельными фильтрами, при условии: $T=10$ мс, $\Delta F_D = \pm 20$ Гц, знак ЦИ неизвестен

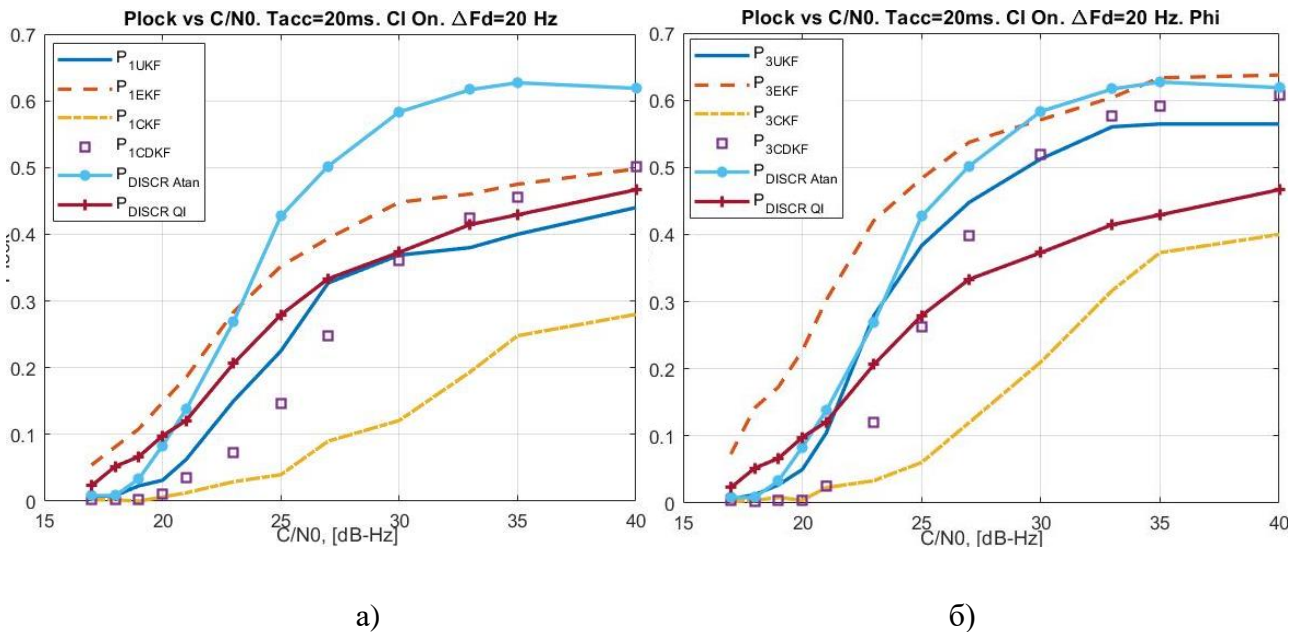


Рисунок 2.26. Вероятности захвата на сопровождение для схем с: а) 1SPKF; б) 3SPKF параллельными фильтрами, при условии: $T=20$ мс, $\Delta F_D = \pm 20$ Гц, знак ЦИ неизвестен

На Рисунок 2.27 и Рисунок 2.28 представлены результаты для случая, когда было произведено предварительное уточнение некоторых РНП: $\Delta F_D = \pm 20$ Гц, $\Delta \tau = \pm 0.25T_{chip}$, $\Delta \dot{f}_D = \pm 2$ Гц/с, $\Delta q = \pm 1$ дБ-Гц, знак ЦИ неизвестен, при временах накопления $T=10$ мс и $T=20$ мс.

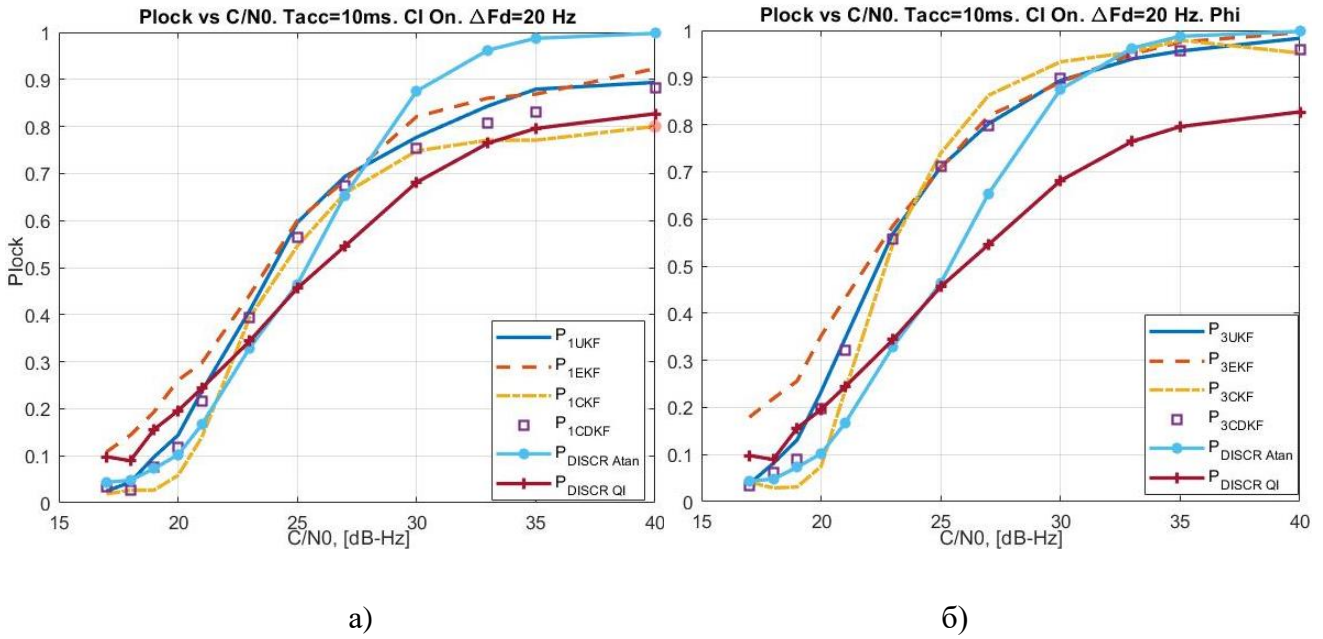


Рисунок 2.27. Вероятности захвата на сопровождение для схем с: а) 1SPKF; б) 3SPKF параллельными фильтрами, при условии: $T=10$ мс, $\Delta F_d = \pm 20$ Гц, $\Delta \tau = \pm 0.25T_{chip}$, $\Delta \dot{f}_d = \pm 2$ Гц/с, $\Delta q = \pm 1$ дБ-Гц, знак ЦИ неизвестен

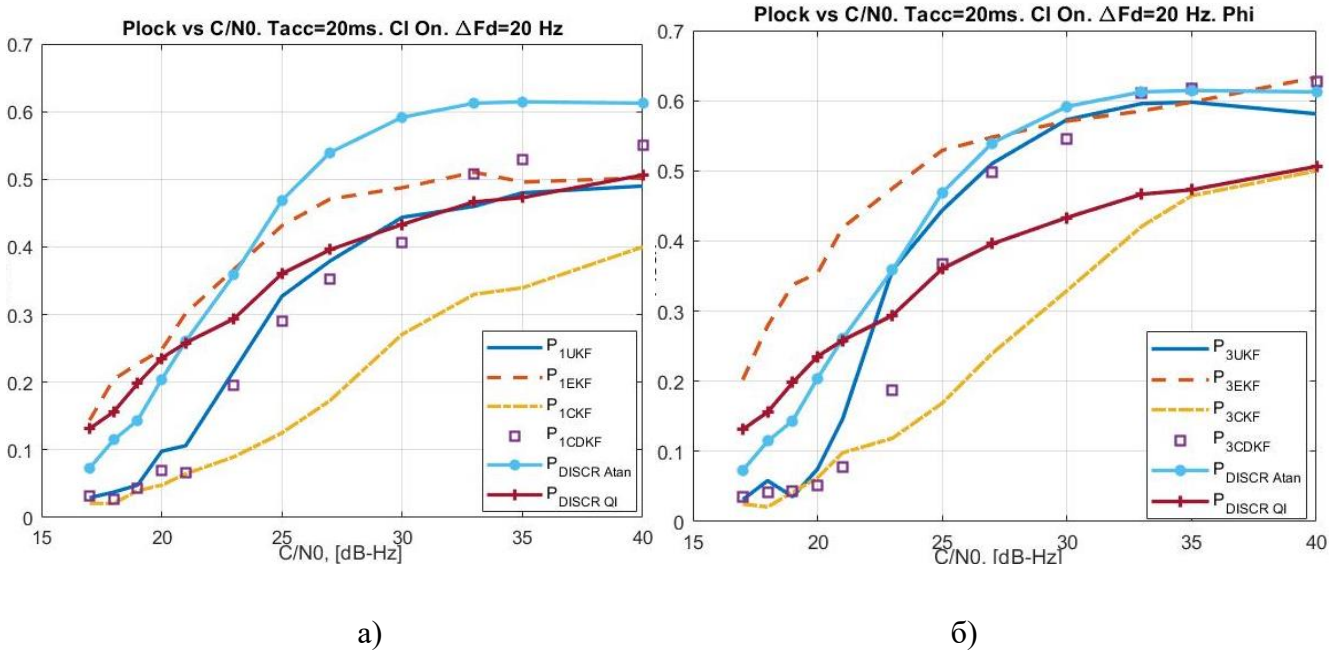


Рисунок 2.28. Вероятности захвата на сопровождение для схем с: а) 1SPKF; б) 3SPKF параллельными фильтрами, при условии: $T=20$ мс, $\Delta F_d = \pm 20$ Гц, $\Delta \tau = \pm 0.25T_{chip}$, $\Delta \dot{f}_d = \pm 2$ Гц/с, $\Delta q = \pm 1$ дБ-Гц, знак ЦИ неизвестен

Из рисунков можно сделать вывод, что применение адаптации по *начальной фазе* позволяет увеличивать вероятность захвата на сопровождение в «*correlation based KF*» следящей системе

для всех рассмотренных выше случаев. При большой неопределённости по частоте и большом времени накопления имеет смысл попробовать применить многоальтернативный подход для адаптации по неизвестной частоте. На Рисунок 2.29 – Рисунок 2.32 приведены результаты моделирования «бездискриминаторной» СС с адаптацией по частоте.

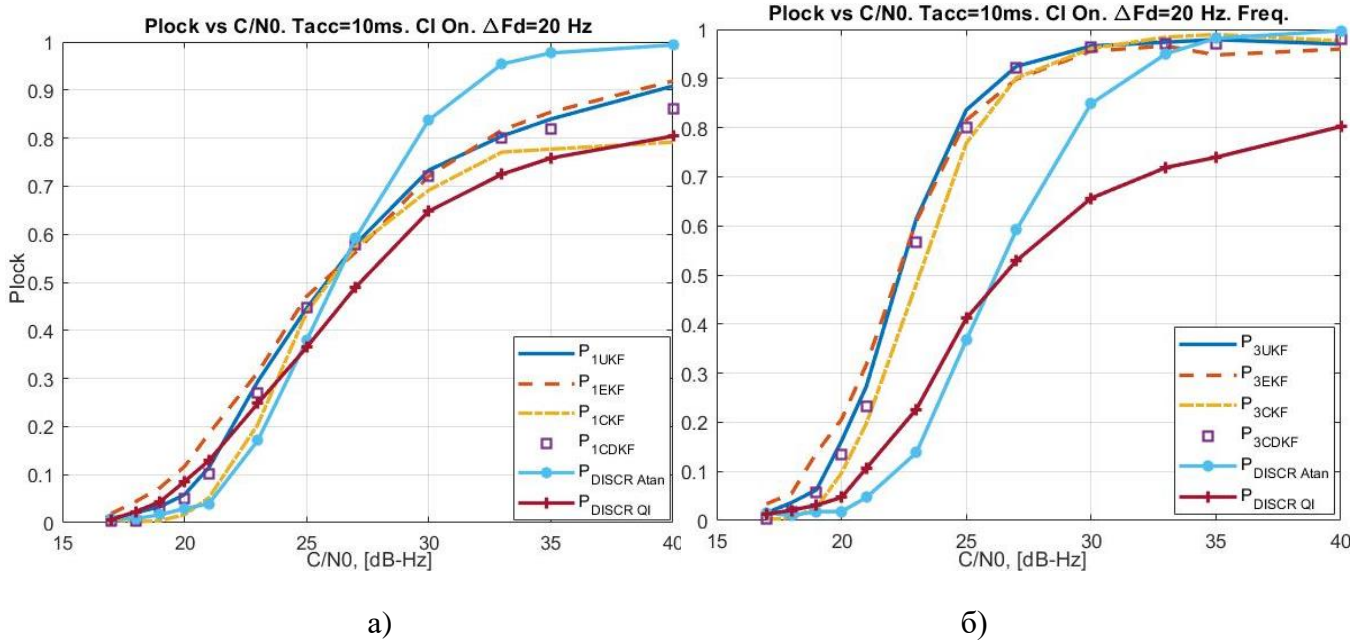


Рисунок 2.29. Вероятности захвата на сопровождение для схем с: а) 1SPKF; б) 3SPKF параллельными фильтрами по частоте, при условии: $T=10\text{мс}$, $\Delta F_D = \pm 20$ Гц, «широкий» диапазон начальных неопределённостей по РНП, знак ЦИ неизвестен

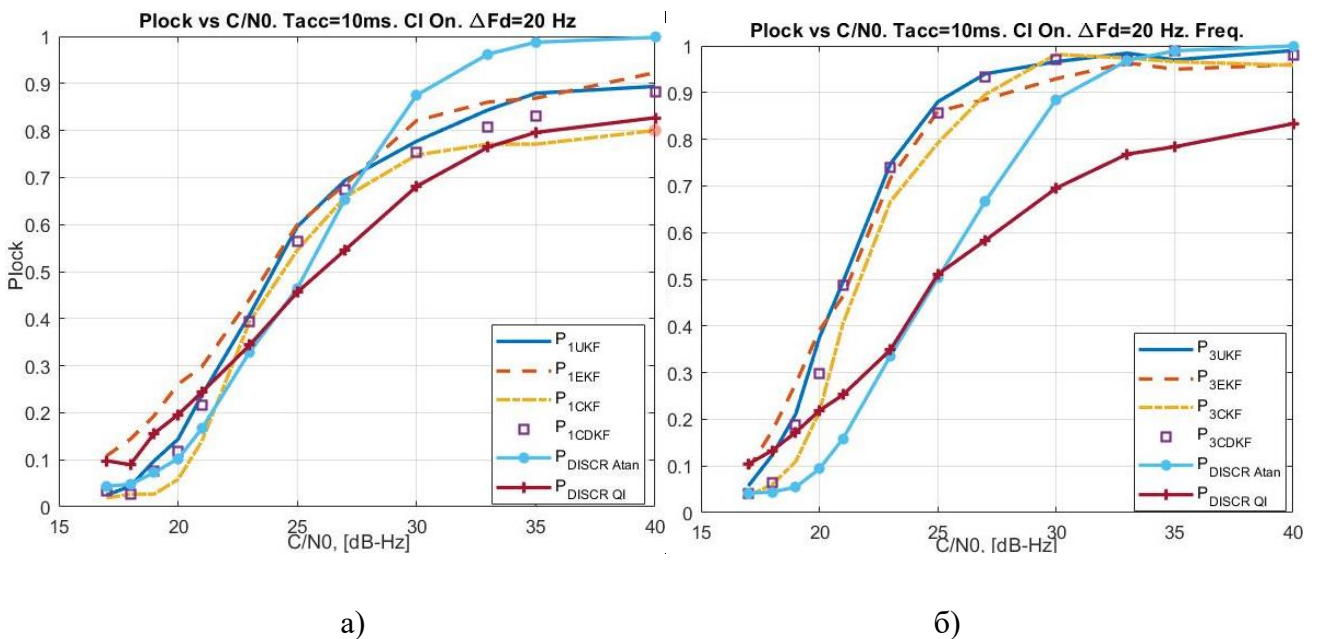


Рисунок 2.30. Вероятности захвата на сопровождение для схем с: а) 1SPKF; б) 3SPKF параллельными фильтрами по частоте, при условии: $T=10\text{мс}$, $\Delta F_D = \pm 20$ Гц, $\Delta\tau = \pm 0.25T_{chip}$,

$$\Delta f_D = \pm 2 \text{ Гц/с}, \Delta q = \pm 1 \text{ дБ-Гц}, \text{ знак ЦИ неизвестен}$$

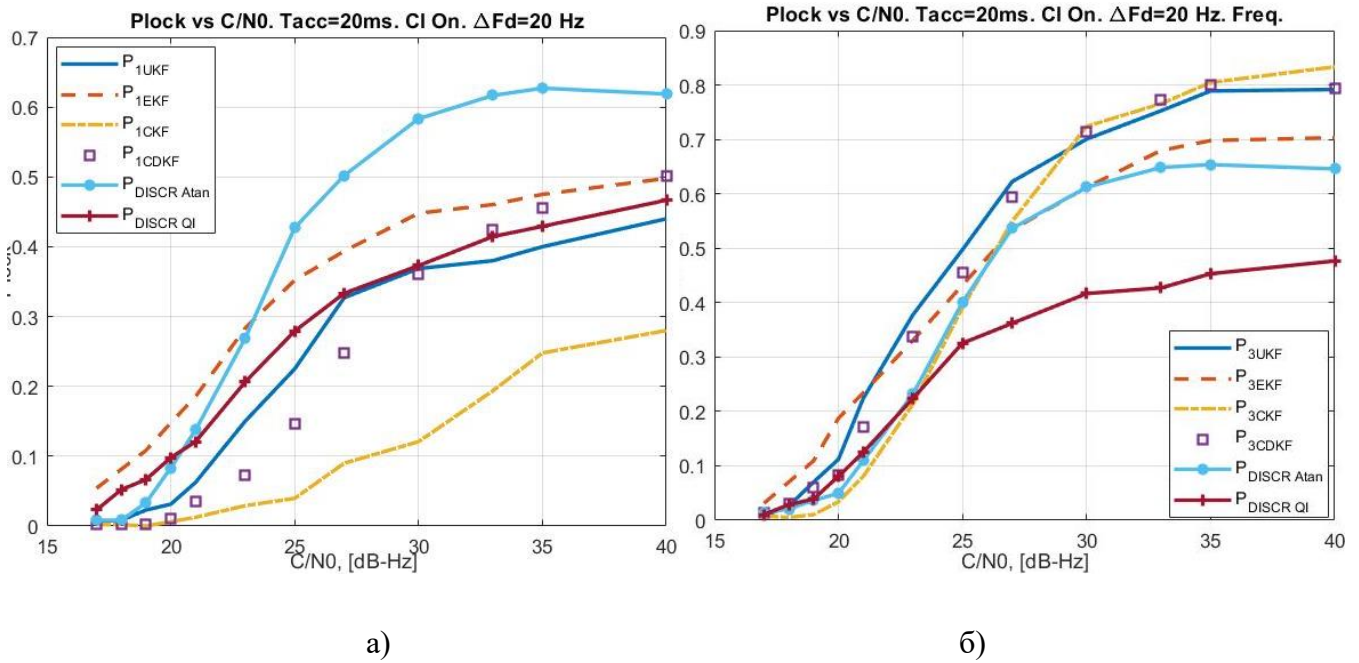


Рисунок 2.31. Вероятности захвата на сопровождение для схем с: а) 1SPKF; б) 3SPKF

параллельными фильтрами по частоте, при условии: $T=20\text{мс}$, $\Delta F_D = \pm 20 \text{ Гц}$, «широкий» диапазон начальных неопределённостей по РНП, знак ЦИ неизвестен

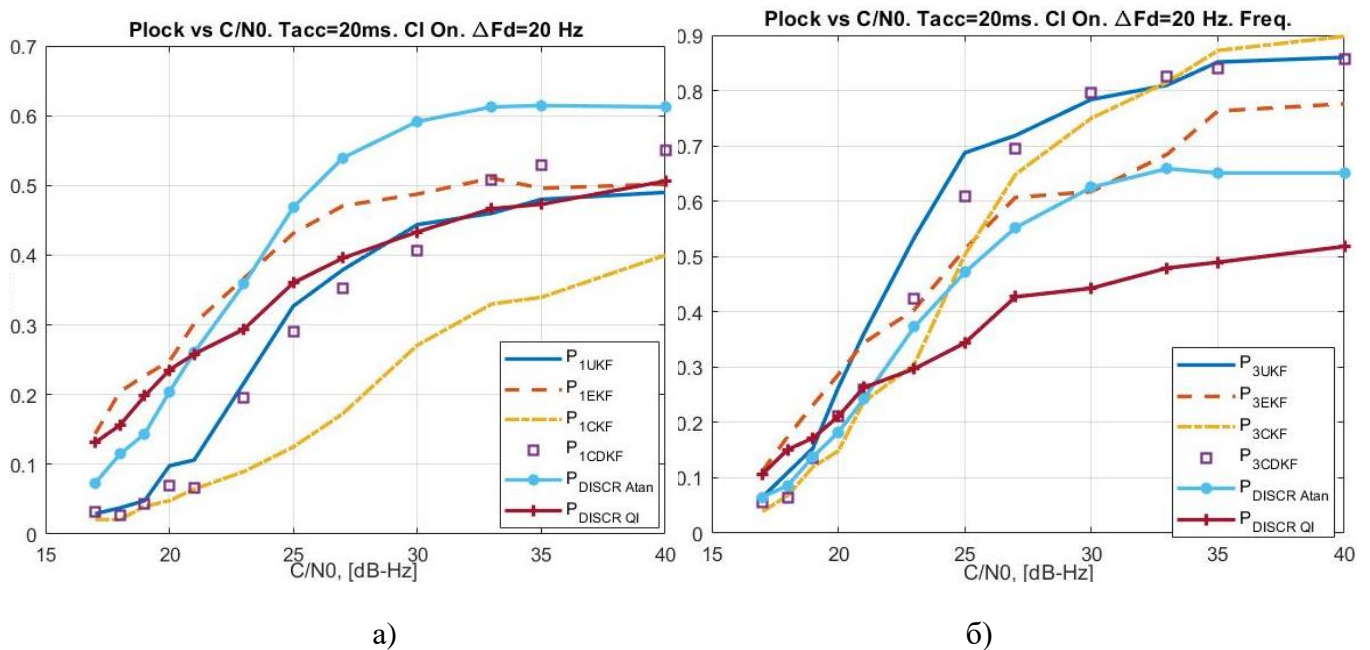


Рисунок 2.32. Вероятности захвата на сопровождение для схем с: а) 1SPKF; б) 3SPKF

параллельными фильтрами по частоте, при условии: $T=20\text{мс}$, $\Delta F_D = \pm 20 \text{ Гц}$, $\Delta\tau = \pm 0.25T_{chip}$,

$$\Delta f_{\text{Д}} = \pm 2 \text{ Гц/с}, \Delta q = \pm 1 \text{ дБ-Гц}, \text{ знак ЦИ неизвестен}$$

Из полученных результатов моделирования можно сделать вывод, что применение многоальтернативного подхода адаптации по неизвестным начальным параметрам способствует увеличению вероятности захвата на сопровождение P_{lock} для «*correlation based KF*» архитектуры СС или, что эквивалентно, расширению энергетического диапазона работы данных схем при заданных вероятностях захвата P_{lock} .

После получения положительных результатов применения многоальтернативного подхода в *СВКФ* СС, возникает очевидное желание использовать этот метод для улучшения вероятностей захвата для варианта следящей цепи с линейным фильтром и дискриминаторами. Теоретически для этого нет никаких ограничений. Однако с практической точки зрения возникает затруднение. В схемах с нелинейными фильтрами весовые коэффициенты g_k^i для взвешивания результатов работы парциальных фильтров вычисляются просто – используются теоретические данные о виде правдоподобия, $W(\mathbf{z}_k / \hat{\mathbf{x}}_{k/k-1}^i, \mathcal{G}_i)$ - гауссова ПРВ. В то же время в дискриминаторных схемах, во-первых, каждый *нелинейный* дискриминатор имеет своё уникальное распределение сигналов на выходе, во-вторых, аналитические выражения в явном виде известны не для всех применяемых дискриминаторов. Конечно, теоретически для формирования g_k^i аналитический вид этих распределений может быть найден, однако данный вопрос требует отдельного изучения и проработки.

2.6 Оценка РНП перспективных сигналов ГЛОНАСС с модуляцией ВОС(1,1) в схеме слежения с *нелинейным* фильтром Калмана

Как известно, для улучшения точности навигационно-временного обеспечения во всех существующих и развёртываемых СРНС планируется или уже используются сигналы с модуляцией $ВОС(m,n)$. Для СРНС ГЛОНАСС перспективными сигналами являются сигналы с $ВОС(1,1)$ (1.2), используемые в *pilot*-компонентах. Как было сказано в главе 1, вне зависимости от вида модуляции в навигационных приёмниках используется схема оптимальной корреляционной обработки. Таким образом, при изменении типа модуляции принимаемого сигнала меняется только вид его автокорреляционной функции. Этот факт даёт нам возможность применять «*correlation based KF*» архитектуру построения СС для формирования оценок РНП сигналов с модуляцией $ВОС(m,n)$.

Общая аналитическая запись временной корреляционной функции для сигналов $ВОС(m,n)$ $\rho_{ВОС}(\tau)$ приведена в первой главе (1.7). Вид корреляционной функции для перспективных

сигналов ГЛОНАСС с модуляцией $BOC(1,1)$ представлен на Рисунок 1.2, б. Как видно из этого рисунка, корреляционная функция по задержке имеет два локальных экстремума и один глобальный, которому и будет соответствовать истинная задержка сигнала. С увеличением порядка BOC модуляции, количество «пиков» возрастает. Как следствие этого, функция правдоподобия BOC сигналов, а также и АПРВ ВС являются многомодальными [23 - 25]. В результате многомодальности возникают ситуации, при которых оценки задержки сигнала $\hat{\tau}$ могут попадать не в глобальный максимум корреляционной функции, то есть появляется неоднозначность по задержке. При этом схема *будет осуществлять* корректное слежение за частотой и фазой сигнала. Существуют различные алгоритмические способы разрешения неоднозначности измерения задержки, также проектируются специальные дискриминаторы [25]. Часто для решения этой задачи помимо основных квадратур (*Prompt, Early, Late*) формируют ещё две дополнительные квадратуры по задержке – *Very Early (vE)* и *Very Late (vL)*. В своём исследовании автор также предполагал наличие этих дополнительных квадратур.

В диссертационной работе исследовалась возможность применения СС «бездискриминаторного» типа для слежения за перспективными *pilot*- сигналами СРНС ГЛОНАСС с модуляцией $BOC(1,1)$. *Pilot*- сигналы имеют период ПСП равный 8 мс; ПСП состоит из 4092 чипов, длительность каждого чипа составляет 1.955 мкс; данная компонента не содержит навигационную информацию – нет ЦИ. Основные принципы построения «*correlation based KF*» остались неизменными и описаны в разделе 2.1. Основными отличиями при слежении за BOC *pilot*-сигналами от слежения за $BPSK$ сигналами являются: отсутствие необходимости учитывать ЦИ, наличие неоднозначности в оценке задержки, наличие двух дополнительных корреляционных квадратур vE и vL .

Так как вводятся дополнительные квадратуры (vE и vL), разнесённые по времени, необходимо определить их временной разнос относительно точной P квадратуры. Обозначим τ_{EL} - временной разнос между P и E , P и L квадратурами, а интервал времени между P и vE , P и vL как τ_{vEL} . В нашей реализации мы полагали, что $\tau_{EL} = 0.5T_{chip}$, а $\tau_{vEL} = 0.7T_{chip}$. При добавлении дополнительных квадратур ковариационная матрица наблюдений расширяется, имеет размерность (10×10) и может быть записана следующим образом (2.31):

$$\mathbf{R}_w = 2 \cdot 10^{9k/10} \cdot T \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 & \rho(\tau_{EL}) & 0 & \rho(\tau_{EL}) & 0 & \rho(\tau_{VEL}) & 0 & \rho(\tau_{VEL}) & 0 \\ 0 & 1 & 0 & \rho(\tau_{EL}) & 0 & \rho(\tau_{EL}) & 0 & \rho(\tau_{VEL}) & 0 & \rho(\tau_{VEL}) \\ \rho(\tau_{EL}) & 0 & 1 & 0 & \rho(2\tau_{EL}) & 0 & \rho(\tau_{VEL} - \tau_{EL}) & 0 & \rho(\tau_{VEL} + \tau_{EL}) & 0 \\ 0 & \rho(\tau_{EL}) & 0 & 1 & 0 & \rho(2\tau_{EL}) & 0 & \rho(\tau_{VEL} - \tau_{EL}) & 0 & \rho(\tau_{VEL} + \tau_{EL}) \\ \rho(\tau_{EL}) & 0 & \rho(2\tau_{EL}) & 0 & 1 & 0 & \rho(\tau_{VEL} + \tau_{EL}) & 0 & \rho(\tau_{VEL} - \tau_{EL}) & 0 \\ 0 & \rho(\tau_{EL}) & 0 & \rho(2\tau_{EL}) & 0 & 1 & 0 & \rho(\tau_{VEL} + \tau_{EL}) & 0 & \rho(\tau_{VEL} - \tau_{EL}) \\ \rho(\tau_{VEL}) & 0 & \rho(\tau_{VEL} - \tau_{EL}) & 0 & \rho(\tau_{VEL} + \tau_{EL}) & 0 & 1 & 0 & \rho(2\tau_{VEL}) & 0 \\ 0 & \rho(\tau_{VEL}) & 0 & \rho(\tau_{VEL} - \tau_{EL}) & 0 & \rho(\tau_{VEL} + \tau_{EL}) & 0 & 1 & 0 & \rho(2\tau_{VEL}) \\ \rho(\tau_{VEL}) & 0 & \rho(\tau_{VEL} + \tau_{EL}) & 0 & \rho(\tau_{VEL} - \tau_{EL}) & 0 & \rho(2\tau_{VEL}) & 0 & 1 & 0 \\ 0 & \rho(\tau_{VEL}) & 0 & \rho(\tau_{VEL} + \tau_{EL}) & 0 & \rho(\tau_{VEL} - \tau_{EL}) & 0 & \rho(2\tau_{VEL}) & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad (2.31)$$

где $\rho(\tau) \equiv \rho_{BOC}(\tau)$ - временная корреляционная функция сигнала $BOC(1,1)$. Таким образом, мы определили всё необходимое для синтеза алгоритма оценки РНП в «*correlation based KF*» СС при слежении за *pilot*-компонентой сигналов ГЛОНАСС с кодовым разделением и модуляцией $BOC(1,1)$.

При моделировании для демонстрации возможности слежения за сигналами с $BOC(1,1)$ без применения дискриминаторов использовался только один из всех возможных нелинейных алгоритмов оценки РНП алгоритмов, а именно – *UKF*. Остальные условия моделирования оставались такими же, как описано в пункте 2.2.

Ниже на Рисунок 2.33 - Рисунок 2.35 приведены результаты моделирования работы «*correlation based KF*» СС за *pilot*-компонентой с модуляцией $BOC(1,1)$.

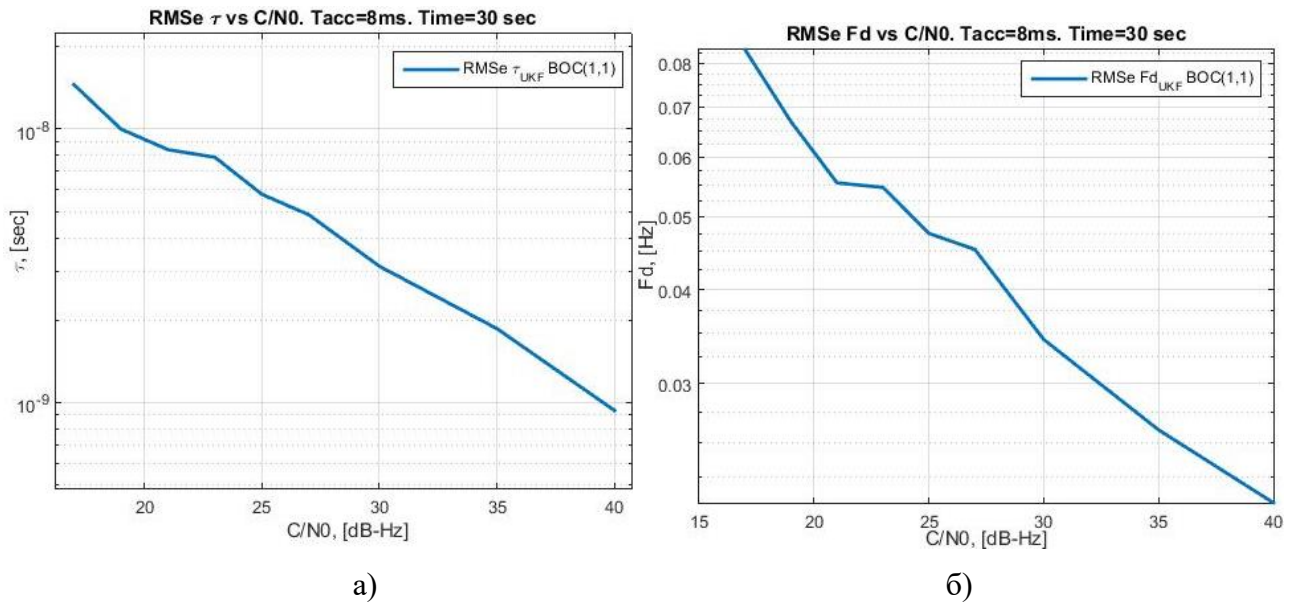
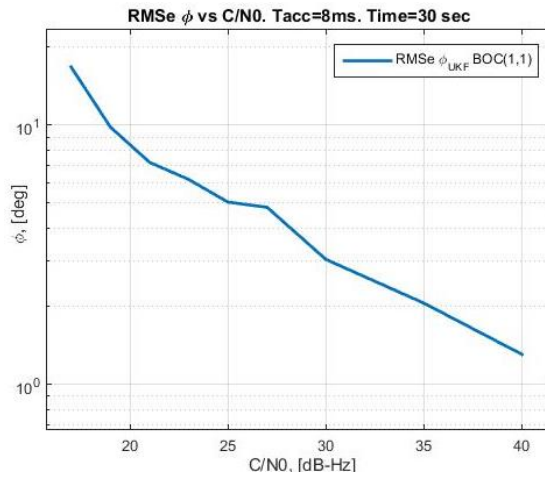
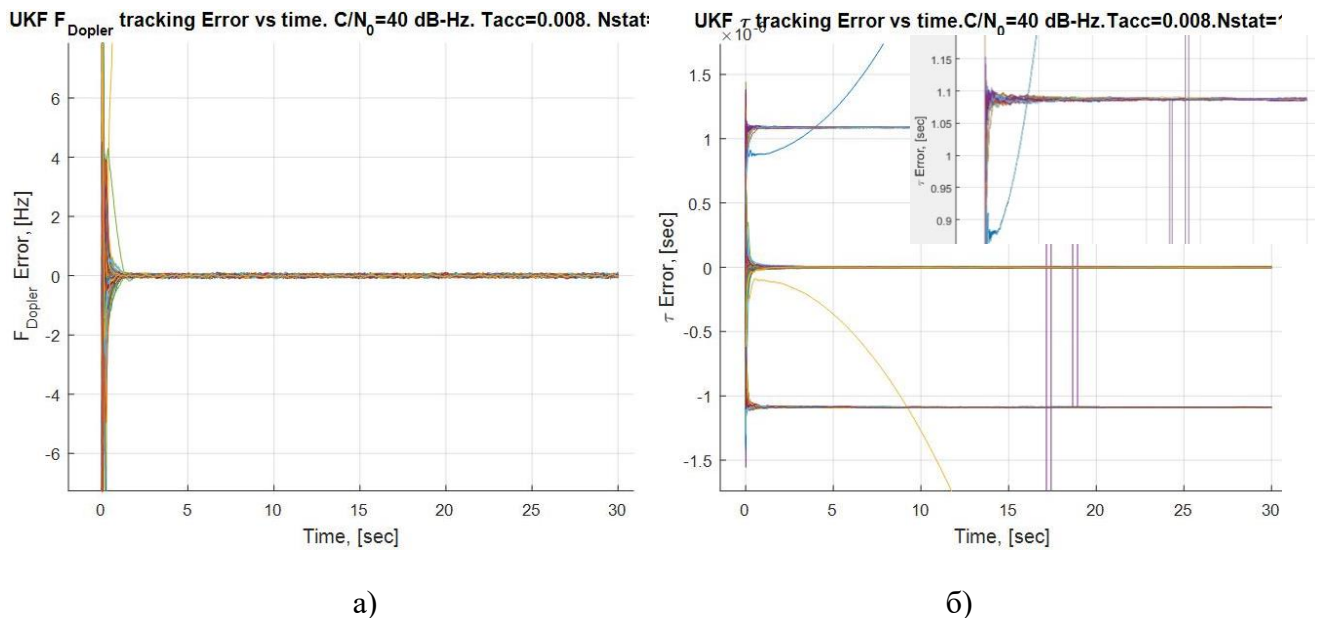


Рисунок 2.33. СКП оценки РНП сигнала $BOC(1,1)$: а) задержки ($\hat{\tau}$); б) частоты (\hat{f}_D)

Рисунок 2.34. СКП оценки фазы сигнала $BOC(1,1)$ Рисунок 2.35. Результат слежения за а) частотой (\hat{f}_D), б) задержкой ($\hat{\tau}$) сигнала с модуляцией $BOC(1,1)$

Как видно из рисунков, СКП оценки задержки $\hat{\tau}$ для сигналов $BOC(1,1)$ меньше по сравнению с СКП задержки для $BPSK$ сигналов, что обусловлено формой временной корреляционной функции. Точность оценок фазы и частоты принципиально не меняется. На Рисунок 2.35,б хорошо видно несколько устойчивых состояний оценки задержки, что является результатом многомодальности АПРВ. Несмотря на ошибочное слежение за задержкой, оценки «частоты Доплера» \hat{f}_D формируются корректно. Очевидна необходимость применения дополнительных способов разрешения неоднозначности по задержке.

На Рисунок 2.36 представлены результаты применения многоальтернативного подхода для адаптации по неизвестным начальным параметрам. При слежении за сигналами с $BOC(1,1)$

модуляцией, корректным захватом на сопровождение считается попадание в главный максимум временной АКФ. Обе приведённые иллюстрации прекрасно демонстрируют преимущества и необходимость применять многоальтернативный подход при слежении за сигналами с $BOC(1,1)$ модуляцией. Чем сложнее вид BOC модуляции, тем, вероятно, количество альтернатив должно быть увеличено. Оптимальное количество парциальных фильтров и параметр для адаптации должны быть исследованы отдельно.

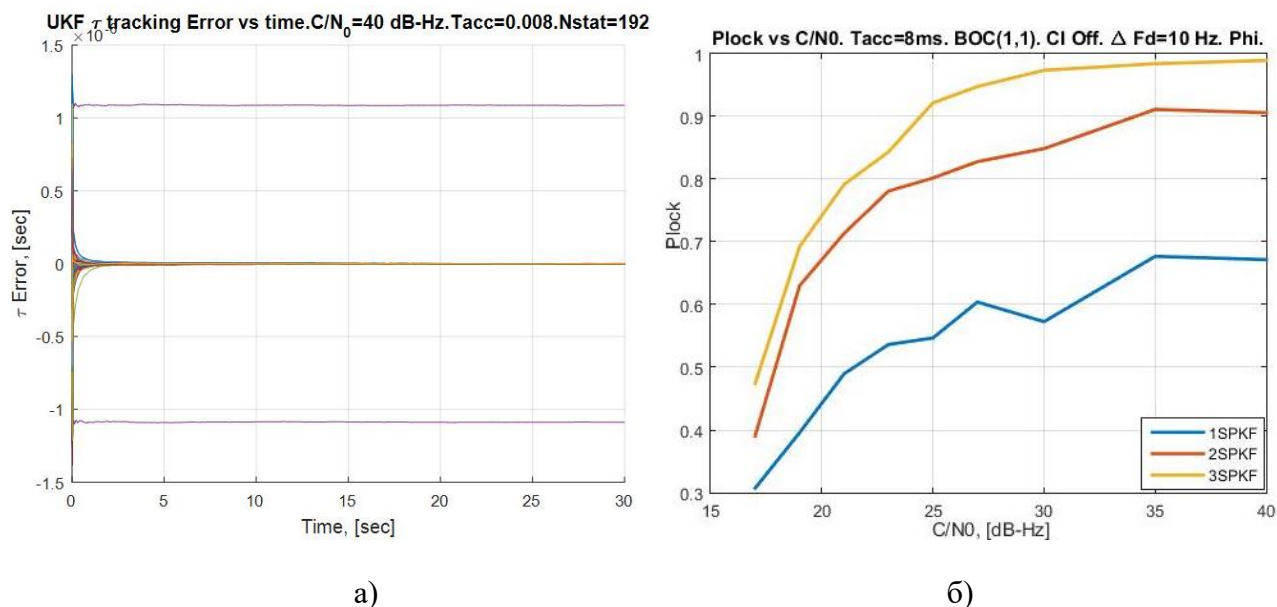


Рисунок 2.36. а) Результат слежения за $\hat{\tau}$ при использовании многоальтернативного подхода с 3 парциальными фильтрами; б) Вероятность захвата на сопровождения при использовании многоальтернативного подхода с адаптацией по фазе

Отдельного тщательного исследования требует применение схем слежения «второго типа» за сигналами с модуляцией $BOC(m,n)$, выбор лучшего нелинейного алгоритма оценивания и рассмотрение различных техник разрешения неоднозначных измерений задержки в $CBKF$ СС.

2.7 Моделирование работы когерентных следящих цепей при уменьшении энергетического соотношения C/N_0 .

Основной мотивацией, послужившей толчком для проведения данного диссертационного исследования, является то, что «традиционные» цепи слежения за РНП не способны функционировать в условиях низкого ОСШ, в которых большую часть времени находится САН КА на ГСО и ВЭО. В этом разделе нашей задачей была проверка работоспособности «*correlation based Kalman filter*» СС, а также схемы слежения с дискриминаторами и линейным фильтром при условии уменьшении параметра q .

Моделирование проводилось в следующих условиях:

1) Предполагалось, что захват на сопровождение произведён при ОСШ в 25 дБ-Гц. После захвата ОСШ каждые 15 сек уменьшалось на 1 дБ-Гц в за 5 сек. Данная динамика изменения ОСШ не соответствует реальной при движении КА по ГСО или ВЭО, так как при движении по этим траекториям параметр C/N_0 изменяется с меньшей скоростью (Рисунок 2.11). Однако для целей исследования и для возможности вычисления статистических характеристик такое предположение может быть принято. Нижняя граница ОСШ варьировалась от 22 до 15 дБ-Гц. При моделировании сигналов с известным битом ЦИ или *pilot*-компонент сигналов с ВОС(1,1) модуляцией нижняя граница ОСШ бралась равной 12 и 10 дБ-Гц соответственно. Общее время моделирования составляло 200 с для *BPSK* сигналов и 150 с для *ВОС(1,1)* сигналов.

2) При слежении предполагалось, что битовая синхронизация осуществлена и время когерентного накопления $T = 20$ мс. Для сигнала с модуляцией *ВОС(1,1)* время накопления равнялось периоду ПСП $T = 8$ мс. Число реализаций для набора статистики – 144.

3) В дискриминаторной СС с линейным фильтром предполагалось *наличие идеального блока оценки ОСШ*.

4) В целях исследования моделировались два режима: первый – ЦИ декодировано, второй – ЦИ неизвестно.

5) Так как наличие нестабильности опорного генератора оказывает наибольшее влияние на СС при низких ОСШ, то в данном разделе необходимо производить моделирование с учётом этого факта. Моделировались два варианта состояния опорного генератора. В первом случае, как и раньше, предполагалось наличие идеально стабильного генератора. Это позволяет учитывать только результаты работы самих алгоритмов оценивания РНП и исключить зависимость от конкретных характеристик для выбранного генератора. Во втором случае моделирование производилось с расчётом того, что опорный генератор имеет следующие характеристики: $S_f = 0.4e-20$ 1/Гц – спектральная плотность фазовых шумов, $S_g = 1.58e-24$ Гц – спектральная плотность шумов по частоте. В этом случае, смоделированные величины нестабильности фазы и частоты опорного генератора *добавлялись к истинным значения* РНП сигналов СРНС. Таким образом, нестабильность фазы и частоты опорного генератора оказывали влияние на сформированные значения квадратур (2.2)-(2.3) на выходе корреляторов.

Модель нестабильности опорного генератора в непрерывном времени [1, 8]

$$\begin{cases} \dot{\varphi}_{on}(t) = 2\pi f_{on}(t) + \xi_{\varphi} \\ \dot{f}_{on}(t) = \xi_f \end{cases} \quad (2.32)$$

Ковариационная матрица шумов $\tilde{\xi}_k = \begin{vmatrix} \xi_{\varphi,k} & \xi_{f,k} \\ \xi_{f,k} & \xi_{\varphi,k} \end{vmatrix}$ в модели (2.32) при переходе к *дискретному* времени [1, 8, 31]

$$\mathbf{Q}_\xi = f_0^2 \begin{bmatrix} 4\pi^2(Sf \cdot T + Sg \cdot \frac{T^3}{3}) & 2\pi Sg \cdot \frac{T^2}{2} \\ 2\pi Sg \cdot \frac{T^2}{2} & Sg \cdot T \end{bmatrix}, \quad (2.33)$$

где f_0 - несущая частота.

Таким образом, ковариационная матрица \mathbf{R}_{nx} возбуждающих дискретных шумов ВС $\mathbf{n}_{x,k}$ в модели (2.10) с учётом шумов опорного генератора, может быть записана [31]

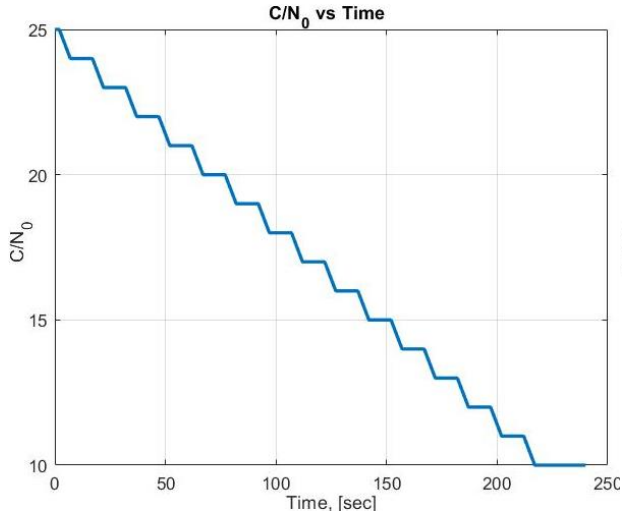
$$\mathbf{R}_{nx} = S n_v \cdot \begin{bmatrix} T^5(2\pi)^2/20 & T^4 2\pi/8 & T^3 2\pi/6 & 0 & T^5 2\pi/(72f_0) \\ T^4 2\pi/8 & T^3/3 & T^2/2 & 0 & T^4/(30f_0) \\ T^3 2\pi/6 & T^2/2 & T & 0 & T^3/(24f_0) \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ T^5 2\pi/(72f_0) & T^4/(30f_0) & T^3/(24f_0) & 0 & T^5/(252f_0^2) \end{bmatrix} + S n_q \cdot \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & T & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} +$$

$$Sg \cdot f_0^2 \begin{bmatrix} T^3(2\pi)^2/3 & T^2 2\pi/2 & 0 & 0 & T^3 2\pi/(8f_0) \\ T^2 2\pi/2 & T & 0 & 0 & T^2/(6f_0) \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ T^3 2\pi/(8f_0) & T^2/(6f_0) & 0 & 0 & T^3/(20f_0^2) \end{bmatrix} + Sf \cdot f_0^2 \begin{bmatrix} T(2\pi)^2 & 0 & 0 & 0 & 2\pi T/(2f_0) \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 2\pi T/(2f_0) & 0 & 0 & 0 & T/(3f_0^2) \end{bmatrix}. \quad (2.34)$$

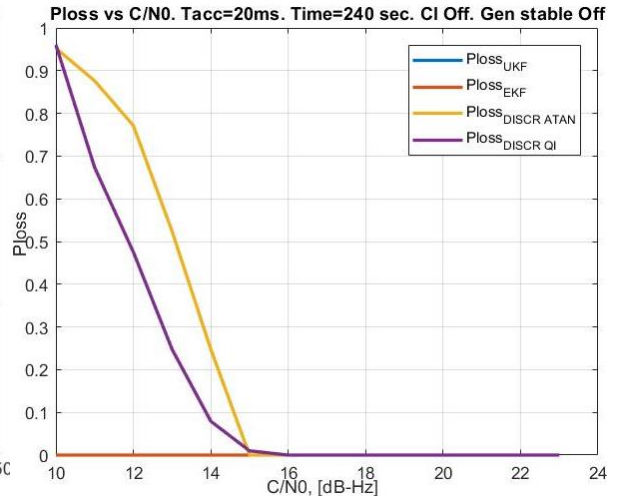
Напомним, что в моделировании полагалось $S n_v = 0.5 \Gamma_{\Pi}^2/c^3$.

Для сравнения работы различных алгоритмов при построении СС применялся критерий вероятности срыва слежения P_{loss} на заданный момент времени $T_{срыв} > T_{захват}$ при одинаковом значении энергетики (C/N_0). Очевидно, что если при определённом значении ОСШ в исследуемой схеме были зарегистрированы срывы слежения, то при бесконечном времени моделирования вероятность срыва слежения во всех моделируемых реализациях стремится к единице. Будем полагать, что СС перестаёт функционировать при $P_{loss} \geq 0.2$.

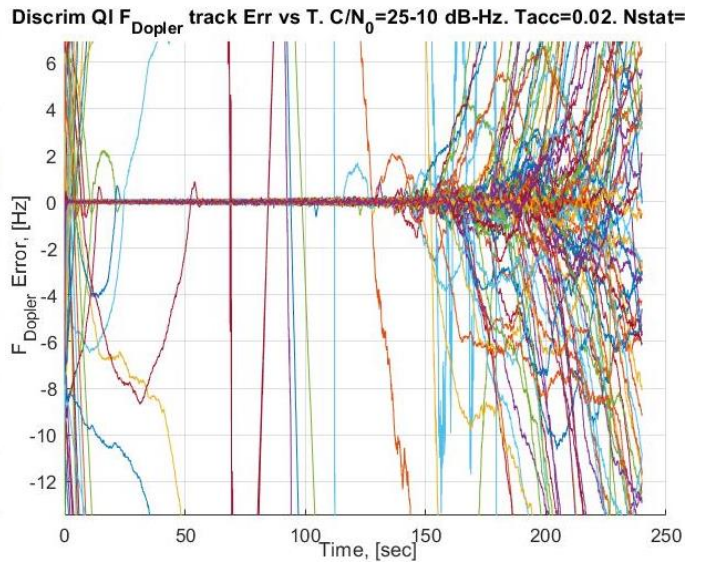
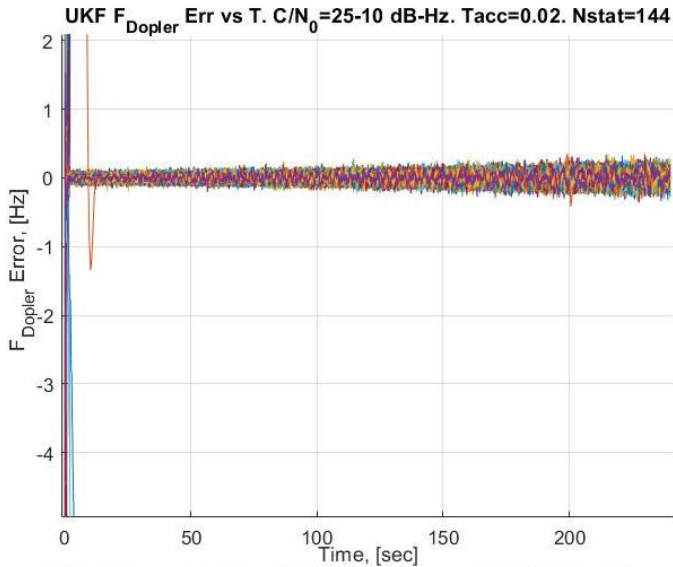
На Рисунок 2.37 представлены результаты моделирования уменьшения ОСШ для случая, когда ЦИ декодирована, и нет нестабильности опорного генератора. Данная иллюстрация отражает поведение оценок фазы, частоты и вероятности срыва слежения при уменьшении ОСШ, возникающие только при работе алгоритмов слежения.



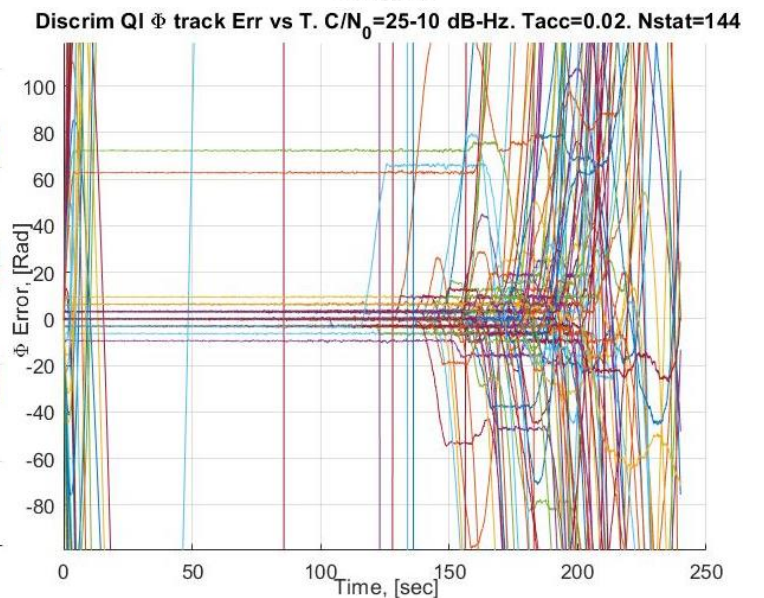
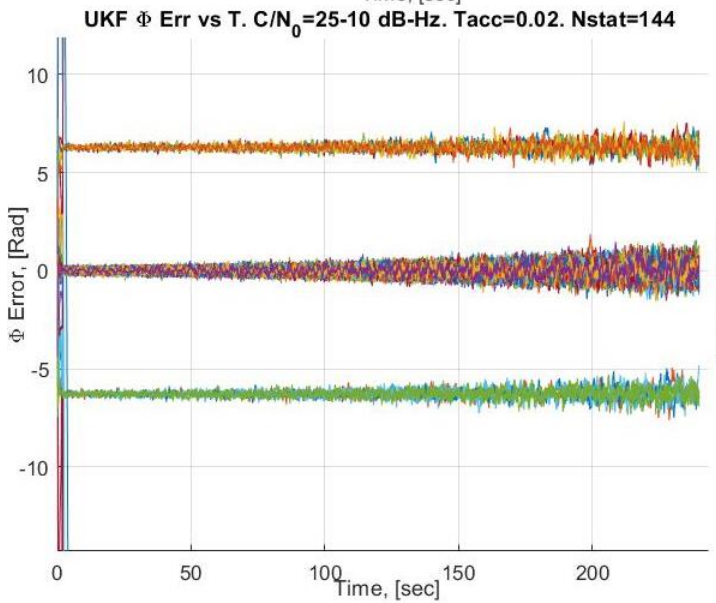
a)



б)



B)



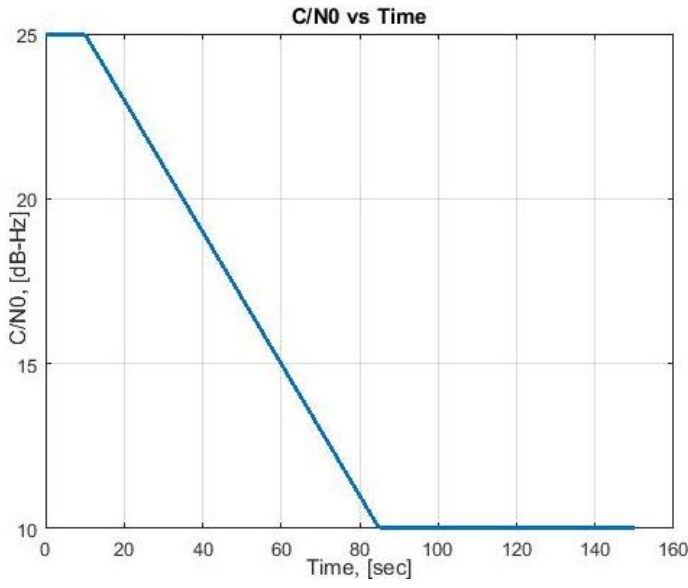
г)

Рисунок 2.37. Результат работы различных алгоритмов слежения в случае уменьшения ОСШ при условии наличия стабильного генератора и декодированной ЦИ: а) Изменение ОСШ; б) Вероятность срыва слежения P_{loss} ; в) Результат слежения за Частотой и Фазой для алгоритма оценки РНП на основе UKF ; г) Результат слежения за Частотой и Фазой для алгоритма оценки РНП на основе линейного фильтра Калмана

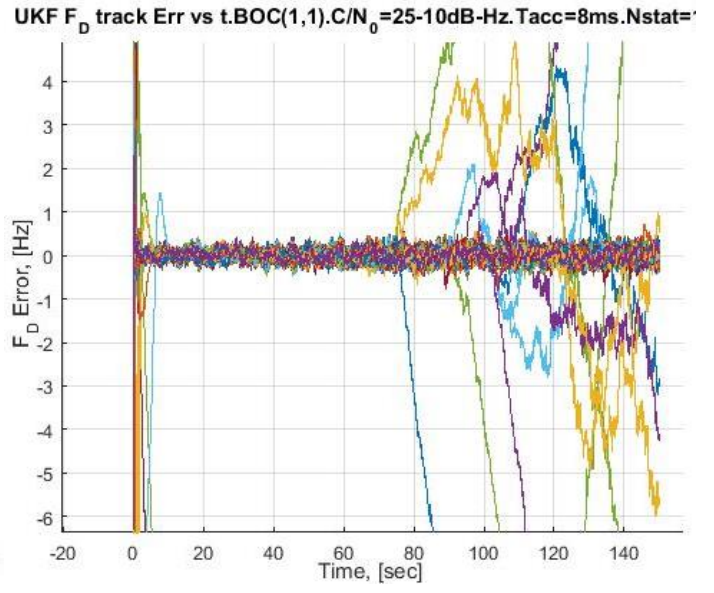
Как видно из результатов моделирования, при известном знаке ЦИ «*correlation based KF tracking loop*» способна осуществлять слежение за РНП в когерентном режиме, в том числе без наличия проскальзывания фазы (*cycle slip*) при ОСШ вплоть до 10 дБ-Гц. В схеме с линейным фильтром Калмана и дискриминаторами при $q < 16$ дБ-Гц начинают наблюдаться срывы слежения за РНП.

На Рисунок 2.38 демонстрируется слежение за *pilot*-компонентой с модуляцией $BOC(1,1)$. Из представленных рисунков видно, что при захвате сигнала в главный максимум временной корреляционной функции, слежение за частотой и задержкой может осуществляться вплоть до ОСШ равного 10 дБ-Гц при наличии перескоков фазы (*cycle slip*). Расхождение оценок частоты наблюдается в реализациях, которые изначально попали в боковые лепестки корреляционной функции по задержке. Наличие или отсутствие нестабильности генератора влияет на СКП оценок РНП. Фазовые перескоки важны, если планируется осуществлять навигацию по фазовым измерениям (дифференциальный режим) или необходимо декодировать навигационное сообщение. При наличии *cycle slips* полную фазу восстановить не представляется возможным. На Рисунок 2.39 представлены ошибки слежения за фазой сигналов $BOC(1,1)$ без перескоков фазы при *не идеальном генераторе* и снижении ОСШ до 12 дБ-Гц.

На Рисунок 2.40 представлены результаты моделирования уменьшения ОСШ для случая, когда символы навигационного сообщения неизвестны и нет нестабильности опорного генератора. Данная иллюстрация отражает поведение оценок фазы, частоты и вероятности срыва слежения при уменьшении ОСШ, характерных только для работы алгоритмов слежения. Так как для последующего навигационного решения будет необходимо проводить декодирование ЦИ, то наличие перескоков фазы (*cycle slips*) является важным фактором оценивания предельно допустимого ОСШ. На Рисунок 2.41 представлены результаты слежения за фазой при таком ОСШ, когда нет фазовых перескоков. На Рисунок 2.42 представлены графики с ошибками слежения, но при моделировании нестабильности опорного генератора с параметрами S_f и S_g , указанными выше.

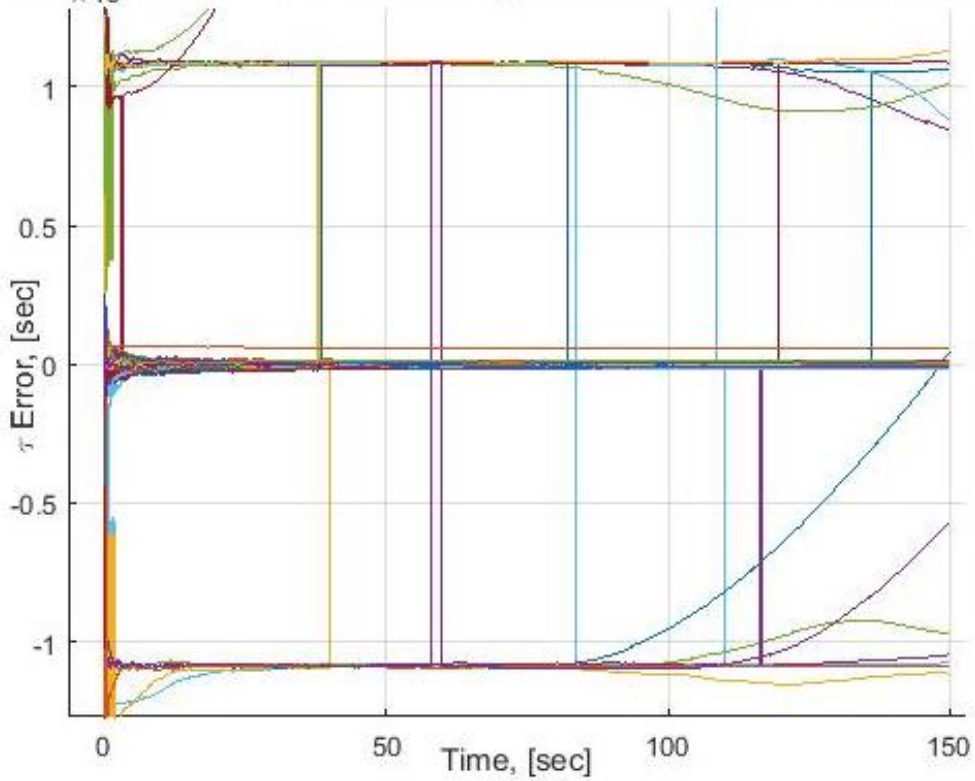


a)



b)

UKF τ track Err vs t.BOC(1,1).C/N₀=25-10dB-Hz.Tacc=8ms.Nstat=1



B)

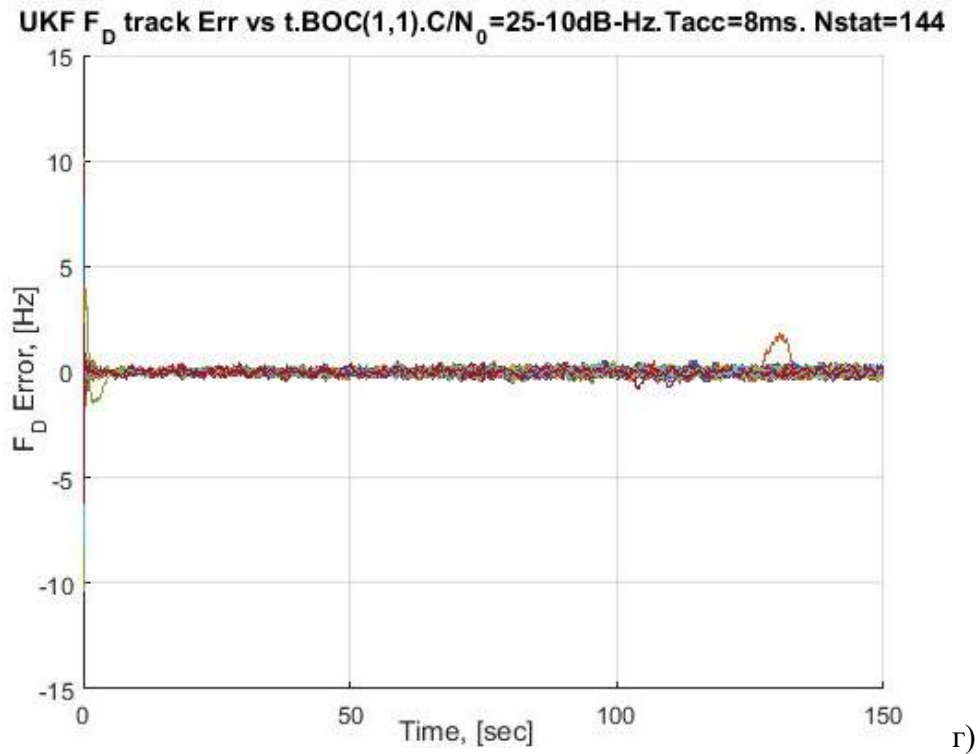


Рисунок 2.38. Слежение за *pilot*-компонентой сигнала с модуляцией BOC(1,1) при наличии неустойчивости опорного генератора: а) Изменение ОСШ; б) ошибка слежения за частотой по всем реализациям; в) ошибка слежения за задержкой по всем реализациям; г) ошибка слежения за частотой только в главном пике временной АКФ

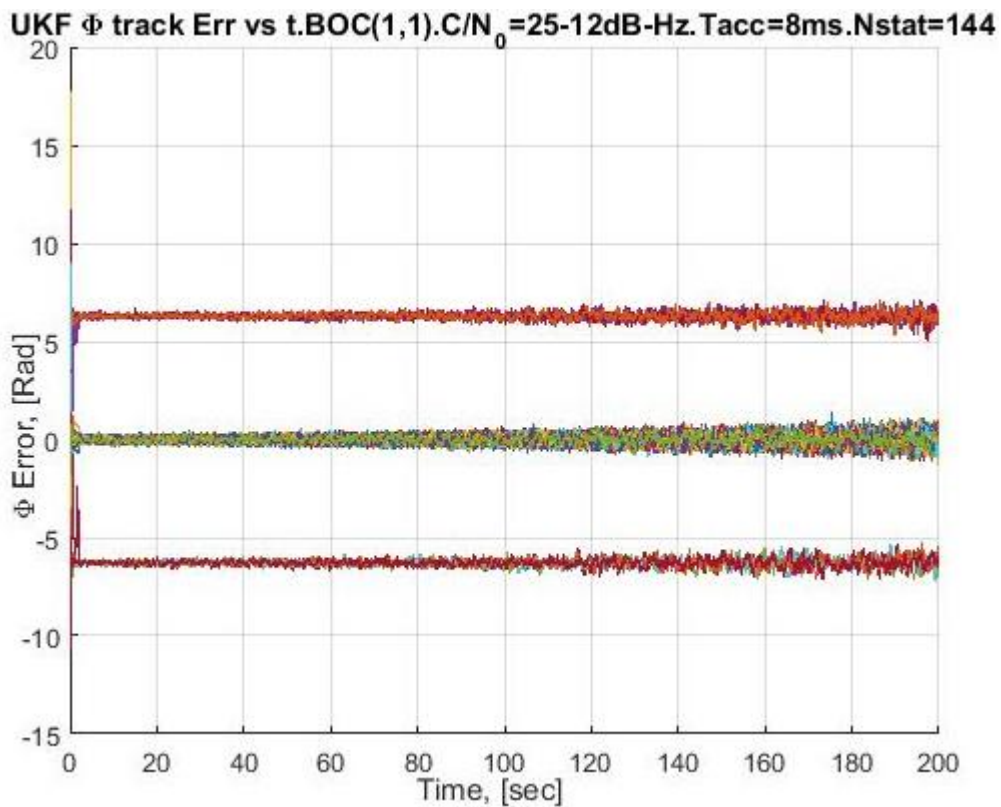
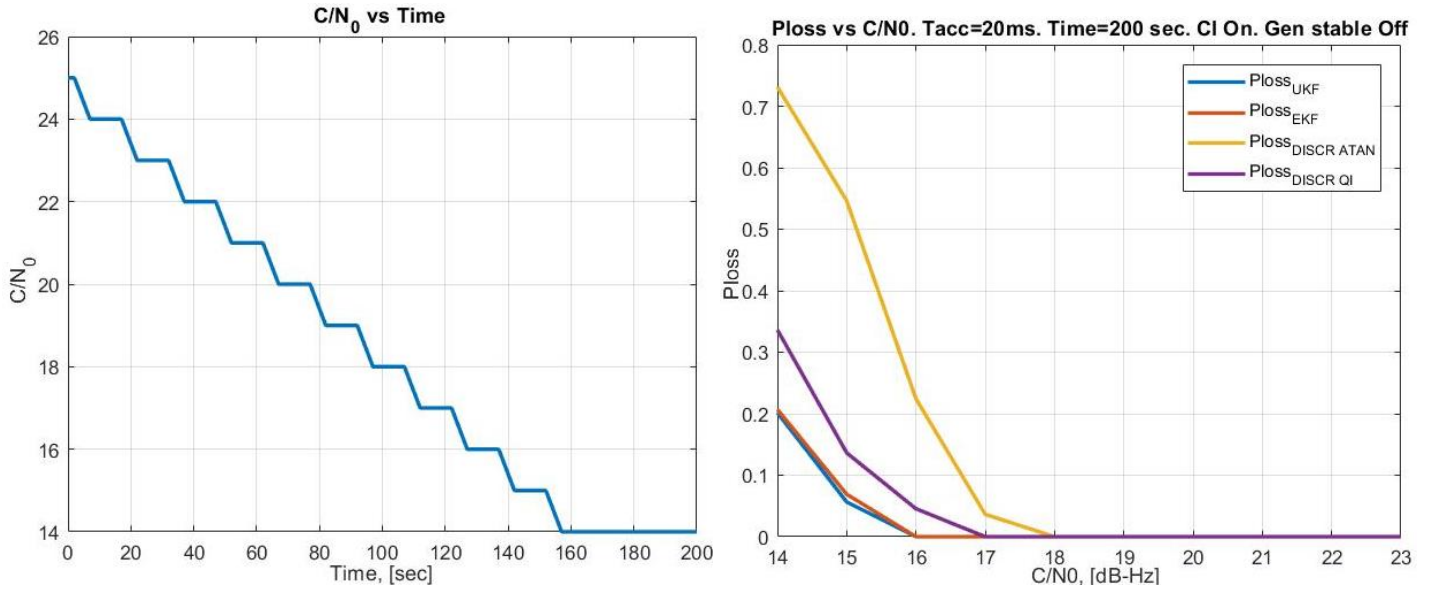
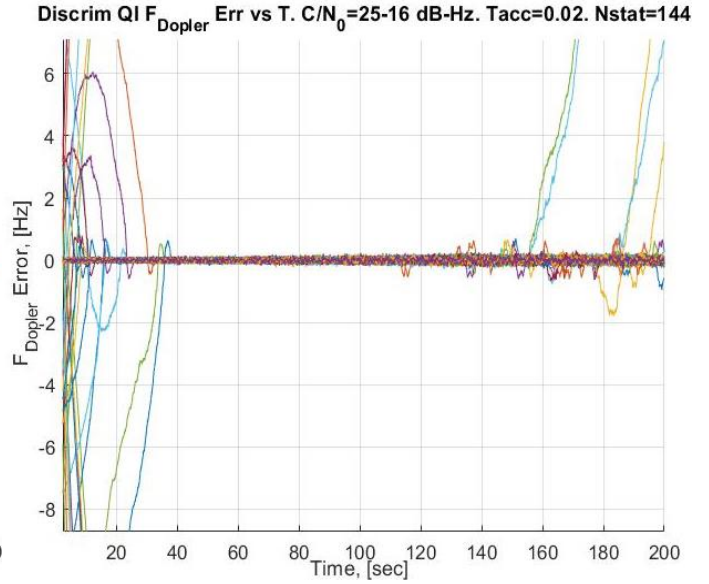
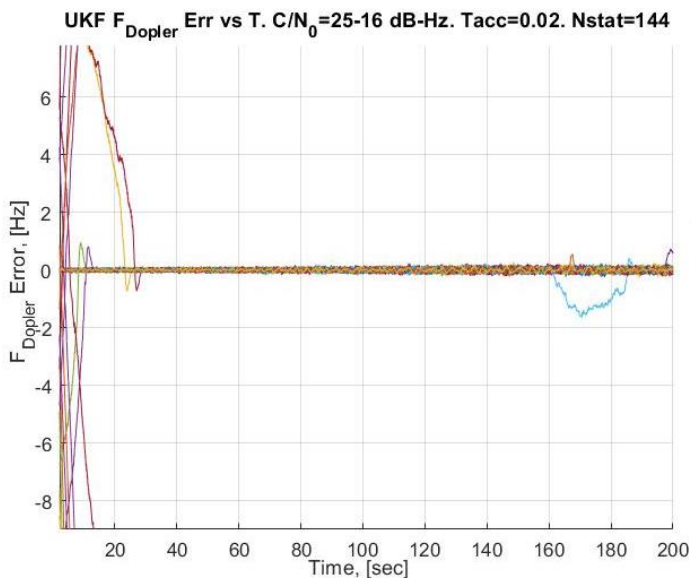


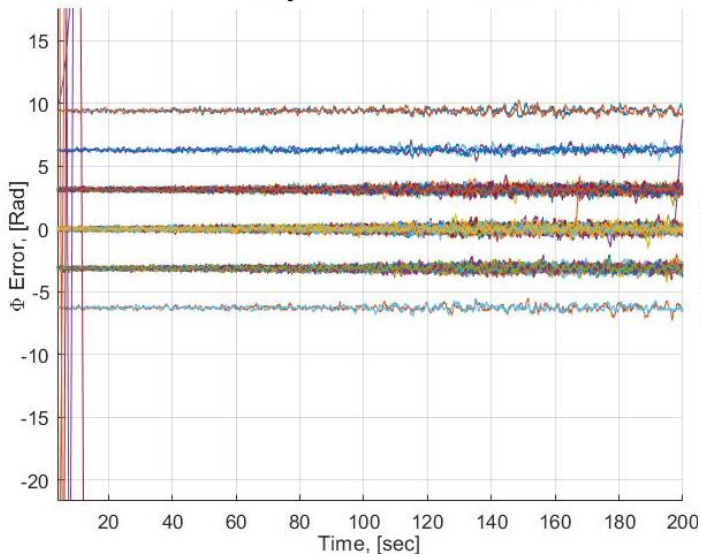
Рисунок 2.39. Ошибка оценки начальной фазы **без проскальзывания фазы (cycle slip)** при уменьшении ОСШ и *нестабильном генераторе* при слежении за *pilot*-компонентой сигнала с модуляцией ВОС(1,1)



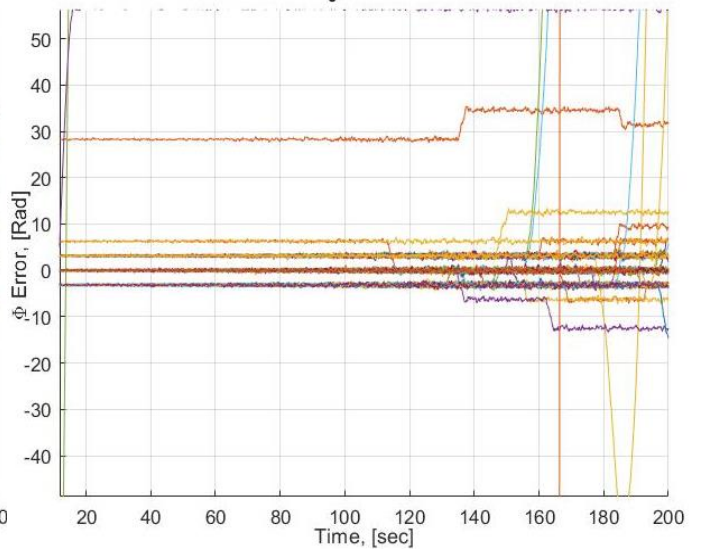
a)

б)



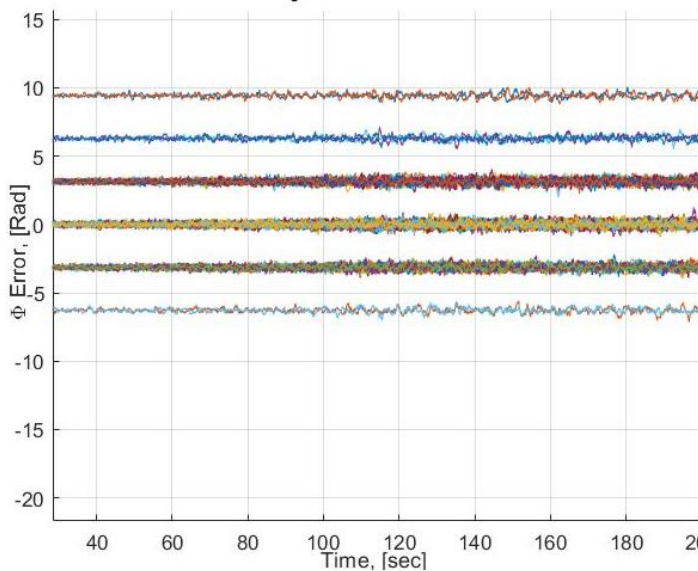
UKF Φ Err vs T. $C/N_0=25-16$ dB-Hz. $T_{acc}=0.02$. $N_{stat}=144$ 

в)

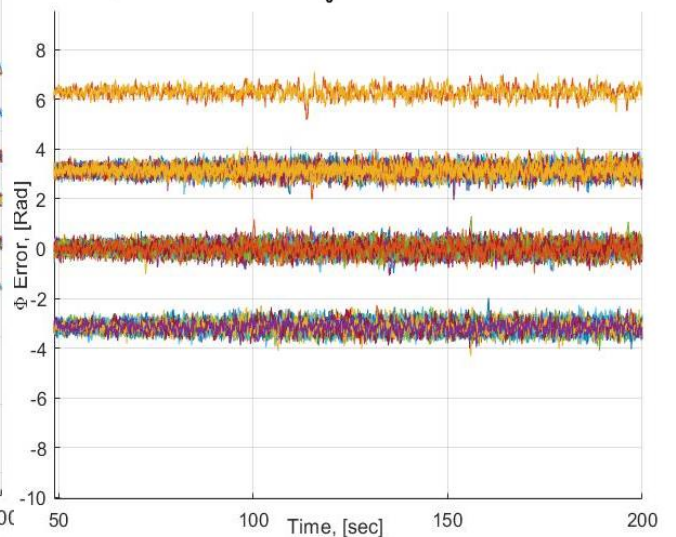
Discrim QI Φ Err vs time. $C/N_0=25-16$ dB-Hz. $T_{acc}=0.02$. $N_{stat}=144$ 

г)

Рисунок 2.40. Результат работы различных алгоритмов слежения в случае уменьшения ОСШ при условии наличия стабильного генератора и неизвестном знаке ЦИ: а) Изменение ОСШ; б) Вероятность срыва слежения P_{loss} ; в) Результат слежения за Частотой и Фазой для алгоритма оценки РНП на основе UKF ; г) Результат слежения за Частотой и Фазой для алгоритма оценки РНП на основе линейного фильтра Калмана

UKF Φ Err vs T. $C/N_0=25-17$ dB-Hz. $T_{acc}=0.02$. $N_{stat}=144$ 

а)

Discrim QI Φ track Err vs T. $C/N_0=25-18$ dB-Hz. $T_{acc}=0.02$. $N_{stat}=144$ 

б)

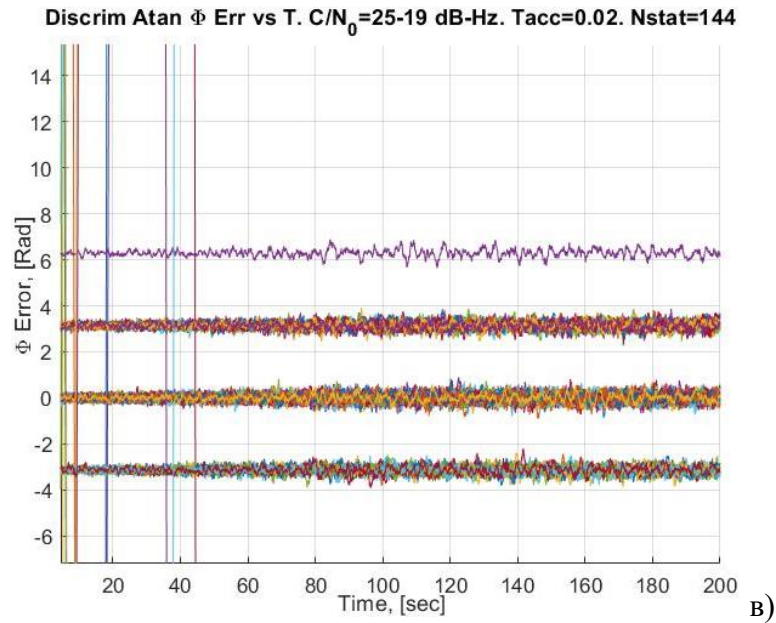
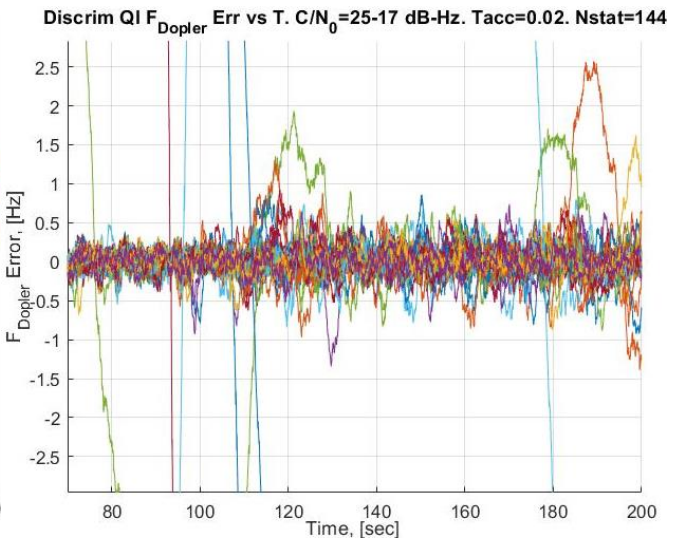
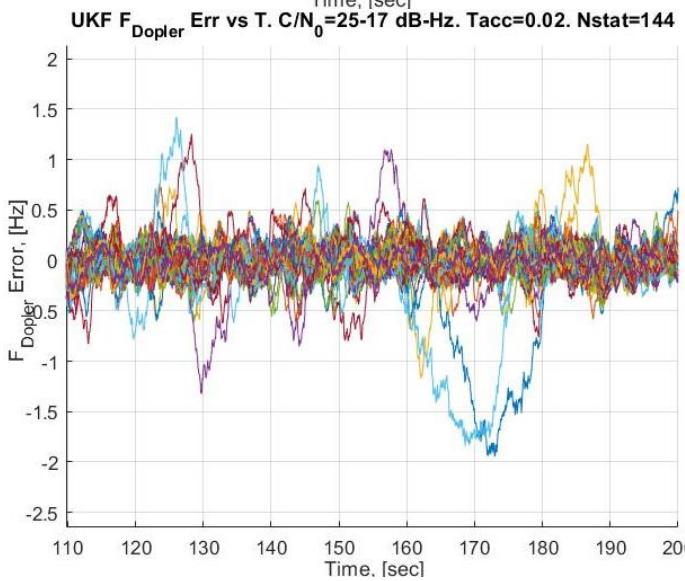
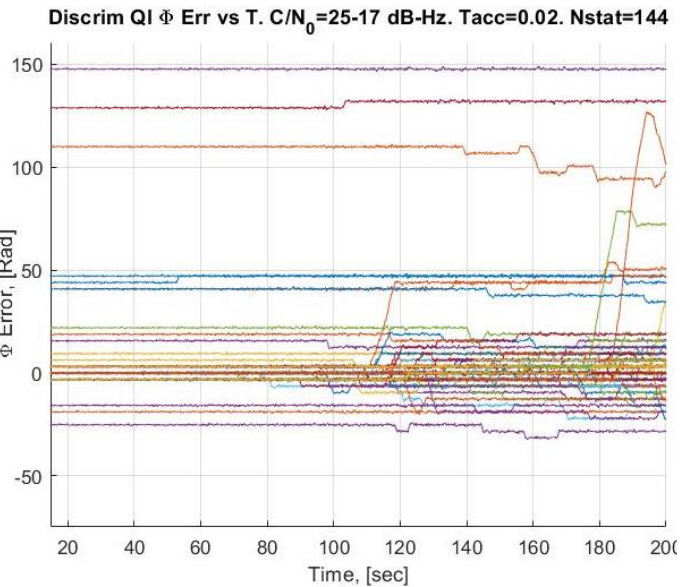
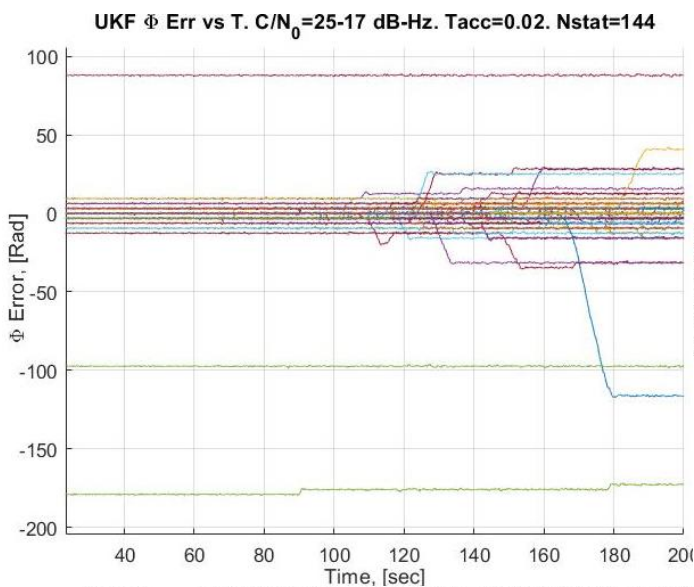
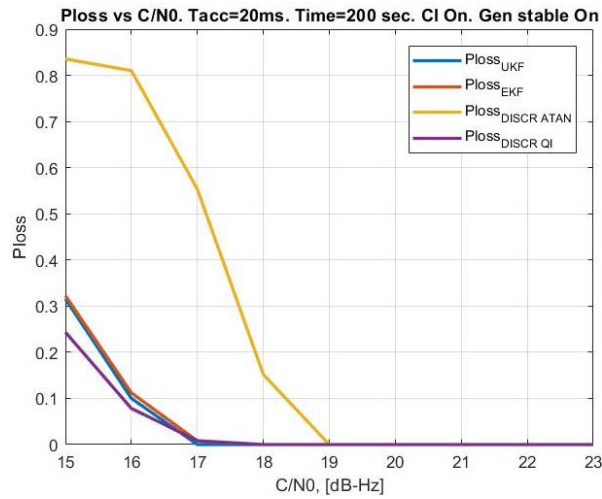


Рисунок 2.41. Ошибка оценки начальной фазы **без проскальзывания фазы** (*cycle slip*) при уменьшении ОСШ, наличии стабильного генератора и неизвестном знаке ЦИ: а) алгоритм слежения – нелинейный фильтр (*UKF*), минимальное ОСШ - 17 дБ-Гц; б) линейный фильтр Калмана и дискриминатором фазы типа $-I_{P,k}Q_{P,k}$, минимальное ОСШ - 18 дБ-Гц; в) линейный фильтр Калмана и дискриминатором фазы типа $\arctg(Q_{P,k}/I_{P,k})$ минимальное ОСШ - 19 дБ-Гц

Из представленных рисунков можно сделать вывод, что оценки \hat{f}_D и $\hat{\tau}$ могут быть сформированы в когерентном режиме при $q = 16$ дБ-Гц для «бездискриминаторной» СС; при $q = 17$ дБ-Гц для СС с линейным динамическим фильтром и фазовым дискриминатором типа $-I_{P,k}Q_{P,k}$ и при $q = 18$ дБ-Гц для СС с линейным фильтром и фазовым дискриминатором типа $\arctg(Q_{P,k}/I_{P,k})$ при условии идеального опорного генератора. Однако отсутствие фазовых перескоков при слежении за фазой для этих схем наблюдается при $q_{UKF} = 17$, $q_{-QI} = 18$ и $q_{Arctg} = 19$ дБ-Гц соответственно.



б)

в)

Рисунок 2.42. Результат работы различных алгоритмов слежения в случае уменьшения ОСШ при наличие неустойчивости генератора и неизвестном знаке ЦИ: а) Вероятность срыва слежения

P_{loss} ; б) Результат слежения за Частотой и Фазой для алгоритма оценки РНП на основе *UKF* ; в)

Результат слежения за Частотой и Фазой для алгоритма оценки РНП на основе линейного
фильтра Калмана

Из приведённых рисунков видно, что наличие нестабильности генератора влияет на качество оценок РНП, наличие фазовых перескоков (*cycle slips*) и, как следствие, на вероятность срыва слежения, а также впоследствии скажется на вероятности битовой ошибки. При заданных величинах спектральной мощности шума модели движения S_{n_v} , фазовых и частотных шумов S_f и S_g , оценки частоты и задержки в когерентном режиме без срывов слежения $P_{loss} < 0.05$ могут быть сформированы в семах слежения с *нелинейным UKF* фильтром и с фазовым дискриминатором типа $-I_{P,k}Q_{P,k}$ при $q = 17$ дБ-Гц, в схеме с фазовым дискриминатором типа $\arctg(Q_{P,k} / I_{P,k})$ – при $q = 19$ дБ-Гц. При этом в обеих схемах присутствуют случайные перескоки фазы.

На Рисунок 2.43 представлены ошибки слежения за фазой, при моделировании нестабильности опорного генератора и при отсутствии фазовых перескоков (*cycle slips*). В ходе исследования установлено, что при нестабильном опорном генераторе с выбранными параметрами S_f и S_g полную фазу можно восстанавливать при ОСШ в 21 дБ-Гц при слежении с помощью нелинейных фильтров и 23 дБ-Гц в СС с линейным фильтром и фазовым дискриминатором типа $-I_{P,k}Q_{P,k}$. Схема «первого типа» с фазовым дискриминатором «Atan» демонстрирует меньшую устойчивость по сравнению со следящей цепью с дискриминатором $-I_{P,k}Q_{P,k}$. Это соотносится с результатами исследования [19].

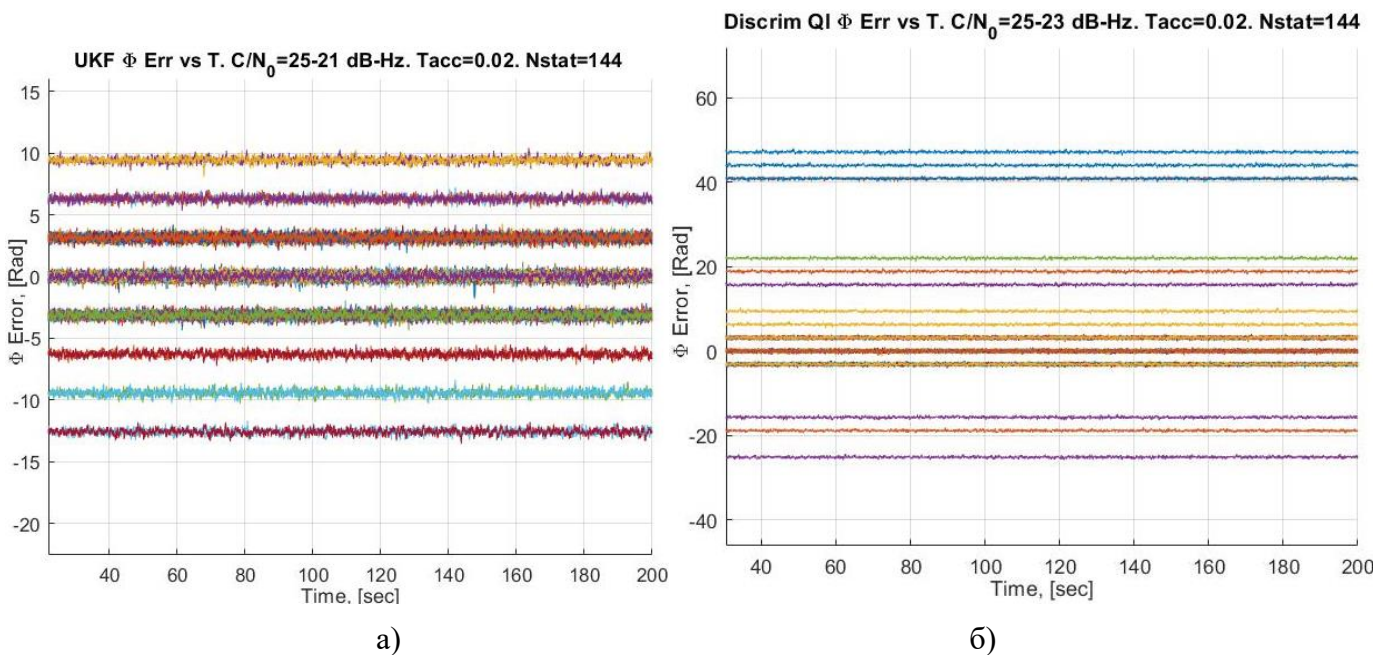


Рисунок 2.43. Ошибка оценки начальной фазы **без проскальзывания фазы** (*cycle slip*) при уменьшении ОСШ, наличии *нестабильного* генератора и неизвестном знаке ЦИ: а) алгоритм слежения – нелинейный фильтр (*UKF*), минимальное ОСШ - 21 дБ-Гц; б) линейный фильтр Калмана с фазовым дискриминатором типа $-I_{P,k}Q_{P,k}$, минимальное ОСШ - 23 дБ-Гц

Таким образом, по результатам проведённого моделирования можно сделать вывод, что «*correlation based KF tracking loop*» имеет запас приерно в 2.5 дБ в условиях уменьшения ОСШ по сравнению со схемой на основе линейного фильтра Калмана и фазового дискриминатора $\arctg(Q_{P,k} / I_{P,k})$. При этом схемы слежения «первого» типа с дискриминатором $-I_{P,k}Q_{P,k}$ и «второго» типа показывают схожие результаты по характеристике срыва слежения. Так же можно сделать вывод, что используя СС «второго» типа, восстанавливать фазу несущей и декодировать навигационное сообщение можно примерно на 1.5 дБ ниже, чем при использовании схемы с $-I_{P,k}Q_{P,k}$ дискриминатором.

2.8 Выводы

Во второй главе рассмотрены варианты построения схем слежения за РНП в *когерентном* режиме, содержащие следящие динамические фильтры. Данные схемы могут применяться в приёмниках САН. Приведены результаты моделирования дискриминаторных СС с линейным фильтром и схем слежения с *нелинейным* фильтром оценки РНП в различных условиях функционирования САН. Представлен вариант построения адаптивной по начальным параметрам «*correlation based KF tracking loop*».

Сравнивая между собой работу нелинейных фильтров, применяемых схеме слежения за РНП «второго типа», а также характеристики работы «*correlation based KF tracking loop*» и СС с линейным фильтром Калмана и дискриминаторами можно сделать несколько выводов:

1) Точность оценок РНП для всех сигма-точечных фильтров одинакова. По критерию точности слежения за РНП из нелинейных фильтров выделяется расширенный фильтр Калмана (*EKF*): СКП оценок задержки в нём увеличивается при увеличении времени накопления по сравнению с СКП оценок $\hat{\tau}$ во всех рассмотренных альтернативных вариантах построения СС. Возможно, это связано с увеличением погрешности линеаризации наблюдений \mathbf{z}_k .

Точность оценок РНП в схеме слежения с дискриминаторами и линейным динамическим фильтром начинает падать при уменьшении ОСШ (qT). Этот факт связан со свойствами нелинейных дискриминаторов. При $T = 10$ мс и $q < 23$ дБ-Гц дискриминаторная архитектура проигрывает по СКП оценок РНП схеме с применением сигма-точечных нелинейных

алгоритмов оценки.

Из сигма-точечных алгоритмов лучшими характеристиками слежения обладает алгоритм с применением фильтра, использующего полиномы Гаусса-Эрмита (*GHKF*), так как этот алгоритм использует наибольшее число точек для аппроксимации нелинейностей. При использовании «кубатурного» фильтра Калмана (*CKF*) точность оценок фазы падает при снижении ОСШ по сравнению с другими *SPKF*. Автор работы предполагает, что данный факт обусловлен отсутствием центральной точки в наборе сигма-точек.

2) При известном знаке ЦИ и $T \leq 10$ мс СС за РНП «второго типа» способны осуществлять захват на сопровождение с вероятностью $P_{lock} \geq 0.8$ при $q \geq 20$ дБ-Гц. Однако с увеличением времени накопления $T \geq 10$ мс вероятность захвата уменьшается, и $P_{lock} < 1$ даже при больших величинах ОСШ ($q > 30$ дБ-Гц). Мы можем объяснить такую особенность данной архитектуры построения СС следующими факторами: а) особенностью наблюдений \mathbf{z}_k , поступающих в следящий фильтр; б) наличием обратной связи и зависимости $\mathbf{z}_k(\mathbf{x}_k, \hat{\mathbf{x}}_{k/k-1})$ от оценок ВС на предыдущем шаге; в) увеличением начальных ошибок по оцениваемым параметрам на первых тактах работы схемы слежения при увеличении T . Из всех алгоритмов *SPKF* наибольшими вероятностями захвата на сопровождение обладает *GHKF*, что опять-таки можно объяснить бóльшим числом сигма-точек.

При наличии ЦИ при $T = 10$ мс и небольшой неопределённости по частоте $\Delta F_D = \pm 10$ Гц СС «второго типа» реализует захват на сопровождение с вероятностью $P_{lock} = 0.6$ при величине $C/N_0 \approx 24$ дБ-Гц. При увеличении начального рассогласования по частоте до $\Delta F_D = \pm 20$ Гц СС «второго типа» осуществляет захват при $C/N_0 \approx 27$ дБ-Гц с вероятностью $P_{lock} = 0.6$. В случае увеличения времени когерентного накопления T качество работы «*correlation based KF tracking loop*» по критерию P_{lock} заметно снижается в области высоких ОСШ из-за описанных выше факторов.

Результаты сравнения алгоритмов слежения обоих типов между собой по критерию P_{lock} зависят от типа используемого фазового дискриминатора в схеме с линейным фильтром. В общем случае, можно сделать выводы:

- использование фазового дискриминатора типа $\arctg(Q_{P,k}/I_{P,k})$ при больших рассогласованиях по частоте ($|\Delta F_D| \leq 20$) и $T \geq 10$ мс даёт выигрыш по сравнению со СС «второго типа» по вероятности захвата на сопровождение.
- При малых $T < 10$ мс, $C/N_0 < 33$ дБ-Гц и(или) при рассогласовании по частоте

$|\Delta F_D| \leq 10$ Гц СС на основе нелинейного фильтра демонстрирует запас примерно в **2** дБ по параметру C/N_0 при фиксированном значении вероятности P_{lock} по отношению к СС «первого типа».

• При $T = 20$ мс и больших неопределённостях по частоте ($\Delta F_D = \pm 20$ Гц) оба способа построения СС обладают невысокой вероятностью $P_{lock} < 0.7$, а СС «второго типа» не могут осуществить захват на сопровождение с заданной вероятностью. Худший результат работы по критерию захвата на сопровождение продемонстрировала СС с «кубатурным» фильтром (СКФ).

Уменьшение начального рассогласования по параметрам $\Delta\tau = \pm 0.25T_{chip}$, $\Delta\dot{f}_D = \pm 2$ Гц/с, $\Delta q = \pm 1$ дБ-Гц позволяет передвинуть границу ОСШ в меньшую сторону примерно на **3** дБ при $P_{lock} \geq 0.6$ и $T \leq 10$ мс.

В результате для проектирования НАП можно дать **следующую рекомендацию**: для успешного вхождения в режим слежения необходимо начинать с небольшого времени накопления $T = 2/5/10$ мс, после чего можно переходить на бóльшие интервалы корреляционного накопления. Также по возможности желательно производить уточнения начальных оценок по задержке, производной по частоте и энергетике.

3) Применение следящей схемы «второго типа», полученной с применением многоальтернативного подхода для адаптации по неизвестным начальным параметрам, позволяет значительно повысить P_{lock} по сравнению со случаем в котором отсутствует адаптация. При адаптации по фазе при фиксированном значении q вероятность P_{lock} повышается на **10-30%** или при фиксированной вероятности захвата на сопровождение P_{lock} позволяет расширить диапазон работы СС ОСШ на **2-4** дБ. При большом рассогласовании по частоте большой прирост по характеристикам вероятности захвата достигается за счёт применения адаптации по частоте.

Применение адаптивного подхода для дискриминаторной схемы следует исследовать отдельно, так как вычисление весовых коэффициентов для этого типа схемы затруднено.

4) Схема слежения, обрабатывающая сигналы корреляторов в *нелинейном* фильтре оценки РНП, может быть применена для слежения за перспективными сигналами $BOC(1,1)$ при добавлении двух дополнительных квадратур νE и νL . В этом случае достаточно велика вероятность попадания в локальные экстремумы корреляционной функции по задержке – схождение не к истинной задержке.

Применение подхода с адаптацией по фазе позволяет значительно повысить вероятности

P_{lock} в глобальном максимуме по задержке. Однако для окончательного разрешения неоднозначности по задержке необходимо применять дополнительные техники. Этот вопрос требует отдельного исследования.

Адаптивная схема может быть применена для адаптации по другим параметрам: помимо фазы - для повышения вероятности захвата на сопровождение для более сложных $ВOC(m,n)$ сигналов. В частности можно применять адаптацию по задержке. Возможно применение адаптивных фильтров по нескольким параметрам по фазе и задержке, к примеру. Это приведёт к соответствующему увеличению вычислений на начальном этапе слежения.

5) При слежении за *pilot*-компонентой сигнала ГЛОНАСС $ВOC(1,1)$ и его накоплении на периоде ПСП (8 мс), формирование оценок частоты и задержки в следящем контуре с *нелинейным* фильтром Калмана может осуществляться при снижении ОСШ до **10** дБ-Гц. При этом *будут присутствовать перескоки фазы*. Расхождения наблюдаются в реализациях, которые попали в локальные максимумы (не глобальный) временной АКФ. Отсутствие перескоков фазы наблюдается при ОСШ, которое равно **12** дБ-Гц при нестабильном опорном генераторе.

При известной ЦИ в навигационном сигнале и времени когерентного накопления $T = 20$ мс при слежении за $BPSK$ сигналом в «*correlation based KF tracking loop*» может осуществляться при снижении ОСШ до **10** дБ-Гц. При этом дискриминаторная схема теряет слежение уже при $q < 15$ дБ-Гц.

В случае, когда ЦИ неизвестна и имеется *идеальный* опорный генератор, формирование оценок задержки и частоты при слежении за $BPSK$ сигналом в СС с *нелинейным* фильтром Калмана может поддерживаться до **16** дБ-Гц при $T = 20$ мс. СС «первого типа» начинает терять слежение в этих условиях в зависимости от типа фазового дискриминатора при **17** или **18** дБ-Гц соответственно. Полная фаза сигнала может быть восстановлена при величине $q = 17$ дБ-Гц для СС «второго типа» и **18-19** дБ-Гц для СС с дискриминаторами и линейным фильтром.

При *моделировании нестабильности* опорного генератора, величина C/N_0 , при которой могут быть сформированы оценки частоты и задержки без срыва слежения, для схем слежения «первого типа» с фазовым дискриминатором $-I_{P,k}Q_{P,k}$ и для «второго типа» равна **17** дБ-Гц. При этом цепь слежения с $\arctg(Q_{P,k}/I_{P,k})$ демонстрирует меньшую стабильность и работоспособна при $q = 19$ дБ-Гц. В этих условиях для «*correlation based KF tracking loop*» перескоки фазы отсутствуют при $q = 21$ дБ-Гц. Для СС «первого типа» в зависимости от типа фазового дискриминатора *cycle slips* отсутствуют при $q \geq 22.5$ дБ-Гц.

Таким образом, можно подытожить результаты проведённого исследования: обе рассматриваемые архитектуры построения схем слежения за РНП, а именно, «*correlation based KF tracking loop*» с *нелинейными* фильтрами и схема слежения с дискриминаторами и линейным динамическим фильтром, подходят для использования в навигационной аппаратуре САН. При больших значениях произведения qT обе архитектуры имеют схожие СКП оценок слежения за параметрами. Различия в точностях появляются при снижении этого произведения. Схема слежения с *нелинейным* фильтром оценки РНП имеет запас примерно в **1.5** дБ при снижении C/N_0 ниже 21 дБ-Гц и времени когерентного накопления в 20 мс. *Важным является тип фазового дискриминатора*, используемого в СС «первого типа». В определённых условиях разницей в плане *устойчивости* работы СС обоих типов *можно пренебречь*. Очевидным преимуществом «*correlation based KF tracking loop*» является возможность применения многоальтернативного подхода для адаптации по неизвестным параметрам, что позволяет повысить вероятность захвата на сопровождение или уменьшить ОСШ, при котором будет осуществлён захват с требуемой вероятностью.

ГЛАВА 3. Оценка радионавигационных параметров сигналов СРНС в некогерентном режиме

Третья глава посвящена вопросу применения «*correlation based KF tracking loop*» для получения некогерентных оценок РНП. Рассмотрены несколько вариантов построения некогерентной СС без применения типовых дискриминаторов. Получены точностные и вероятностные характеристики работы исследуемой архитектуры. Приведено сравнение со схемой на основе дискриминаторов и линейного динамического следящего фильтра.

3.1 Синтез нелинейного фильтра в некогерентном режиме работы системы слежения за РНП «второго типа»

В предыдущей главе подробно описаны способы построения СС для формирования оценок РНП в когерентном режиме слежения. Однако для обеспечения работы приемника в когерентном режиме необходимо иметь достаточно точные начальные оценки доплеровского смещения частоты $\hat{f}_d(0)$, полученные из блока поиска [31, 33, 36, 98, 99]. В литературе фигурирует величина неопределённости по «частоте Доплера» в 5–6 Гц для вхождения в слежение в когерентном режиме. Кроме того, поскольку работа системы при $q \leq 30$ дБ-Гц требует когерентного накопления сигнала на интервале большем, чем 1 мс, необходимо предварительно осуществить битовую синхронизацию [33, 36, 98, 99]. Для выполнения этого требования при $q \geq 20$ дБ-Гц необходимо иметь точность оценки частоты $\Delta F_d \leq \pm 24$ Гц [98, 99]. Во второй главе мы также показали, что уменьшение начальной неопределённости по всем РНП, а в особенности по «частоте Доплера», и при времени когерентного накопления $T=10$ мс, обеспечивает повышение вероятности захвата на сопровождение P_{lock} .

Как известно, при $q \leq 30$ дБ-Гц не всегда бывает возможным получить достаточно точные оценки параметров для вхождения в когерентный режим слежения. В этом случае, либо необходимо выполнять процедуры дополнительного поиска для уточнения параметров [31], либо прибегать к некогерентному режиму слежения, в котором нет необходимости поддерживать слежения за фазой. Оценки РНП в установившемся режиме, полученные некогерентной обработкой, обладают меньшей точностью по сравнению с оценками когерентного режима [1, 2]. Однако необходимость применения некогерентного режима может быть обусловлена следующими ситуациями:

- отсутствует битовая синхронизация;

- имеется большая неопределенность в оценке $\hat{f}_d(0)$;
- приемник движется с большой динамикой (нет оценки \hat{f}_d или она неточна);
- произошел срыв слежения за фазой в когерентном режиме следящей цепи.

В этих случаях, приёмник будет способен получать оценки РНП и формировать навигационное решение. А после уточнения в некогерентном режиме всех начальных больших рассогласований по параметрам, может быть осуществлена попытка переключения СС в когерентный режим.

В доступной литературе по обработке сигналов ГНСС в основном рассматривается синтез когерентных СС. Некогерентной обработке посвящено несколько работ [1, 2, 28, 29, 37, 105, 106]. В [1, 2] описаны принципы построения традиционных следящих систем (с дискриминаторами и следящими/сглаживающими фильтрами). Авторы исследования [37] применяют «*correlation based Kalman filter tracking loop*», а в качестве следящего фильтра используется *UKF*. Однако, во-первых, в [37] исследования проводились при больших значениях параметра $q \approx 40$ дБ-Гц. В этих условиях модуль корреляционного интеграла имеет близкое к гауссовскому распределение вероятностей. При этом результаты работы всех квазиоптимальных алгоритмов байесовского нелинейного оценивания и алгоритмов, использующих дискриминаторы, существенно не различаются. Во-вторых, авторы [37] не приводят выражений, необходимых для корректного синтеза некогерентных СС. В [28, 29] авторы также не применяют типовых дискриминаторов РНП при синтезе некогерентных СС. При этом в работах применяются алгоритмы траекторной фильтрации (*smooth-оценщик*), оптимальный фильтр Стратоновича для формирования потенциально точных оценок задержки сигнала ($\hat{\tau}$) и доплеровского смещения частоты (\hat{f}_d). Отдельно стоит отметить работы [105, 106]. В этих работах авторы представляют некогерентный фазовый дискриминатор «с памятью». Авторы увеличивают суммарное время накопления за счёт некогерентного сложения 20 миллисекундных квадратур. При таком подходе они избавляются от знака ЦИ и увеличивают энергию обрабатываемого сигнала. Кроме того, в [106] авторы используют буферизацию накопленных некогерентно отсчётов, после которой с помощью быстрого преобразования Фурье получают достаточно точные оценки частоты. Описанная в [105, 106] схема с «квадратичным» некогерентным дискриминатором «с памятью» позволяет осуществлять слежение за частотой и задержкой кода при $q \geq 14.5$ дБ-Гц и с короткими (до 2 секунд) «проседаниями» энергии сигнала до 10 дБ-Гц. Однако, во-первых, данный подход относится к схемам с дискриминаторами и сглаживающим фильтром; во-вторых, для корректной работы данной архитектуры требуется осуществлять 20 мс когерентное накопление, что подразумевает наличие битовой синхронизации и точных начальных оценок по задержке и частоте. Таким образом, при обзоре литературы не было найдено чёткого и ясного способа

построения «*correlation based KF tracking loop*», функционирующей в некогерентном режиме.

Основные принципы построения некогерентной СС, обрабатывающей сигналы корреляторов в *нелинейном* фильтре оценки РНП, остаются такими же, как при синтезе схемы в когерентном режиме. Так как режим некогерентный, то нет необходимости оценивать начальную фазу. В

связи с этим вектор состояний следящего фильтра будет иметь вид $\lambda \triangleq \mathbf{x} = \left\{ \tau \quad f_D \quad \dot{f}_D \quad q \right\}^T$.

Для того, чтобы избежать зависимости наблюдений \mathbf{z}_k , поступающих на вход синтезируемого следящего фильтра, от нецениваемого параметра φ_k (фазы) или, что эквивалентно, от $\varepsilon_{\varphi,k}$, то в

качестве \mathbf{z}_k используются модули корреляционных интегралов: $\mathbf{z}_k = \left\{ z_{P,k} \quad z_{E,k} \quad z_{L,k} \right\}$, где

$$z_{P/E/L,k} = \sqrt{I_{P/E/L,k}^2 + Q_{P/E/L,k}^2}.$$

В общем виде математическая модель для синтеза следящего фильтра записывается следующим образом:

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{f}(\mathbf{x}(t), \mathbf{n}_x(t)); \\ \mathbf{z}(t) = \mathbf{h}(\mathbf{x}(t), \mathbf{w}(t)), \end{cases}$$

где $\mathbf{f}(\cdot)$ и $\mathbf{h}(\cdot)$ – вектор-функции соответствующих аргументов; $\mathbf{n}_x(t)$ – вектор белых гауссовых шумов состояния; \mathbf{w}_k – вектор белых гауссовых шумов исходных измерений.

Отметим, что возмущения \mathbf{w}_k представляют собой флуктуационные \tilde{I}_k , \tilde{Q}_k компоненты каждой из квадратур на выходе трех корреляторов, то есть

$\mathbf{w}_k = \left\{ \tilde{I}_{P,k} \quad \tilde{I}_{E,k} \quad \tilde{I}_{L,k} \quad \tilde{Q}_{P,k} \quad \tilde{Q}_{E,k} \quad \tilde{Q}_{L,k} \right\}^T$. В непрерывном виде изменение ВС $\dot{\mathbf{x}}(t)$ во

времени для некогерентной СС описывается системой *линейных* дифференциальных уравнений

$$\begin{cases} \dot{x}_1(t) \equiv \dot{\tau}(t) = -\frac{f_D(t)}{f_0}, \\ \dot{x}_2(t) \equiv \dot{f}_D(t) = v(t), \\ \dot{x}_3(t) \equiv \dot{v}(t) = n_v(t), \\ \dot{x}_4(t) \equiv \dot{q}(t) = n_q(t), \end{cases} \quad (3.1)$$

где f_0 – несущая частота; $n_v(t)$ – БГШ по скорости изменения f_D с нулевым средним и СПМ S_{n_v} ; БГШ по параметру q с нулевым средним и СПМ S_{n_q} .

На Рисунок 3.1 приведена некогерентная СС без использования традиционных [1, 2] дискриминаторов. Предметом синтеза является алгоритм обработки в следящем фильтре.

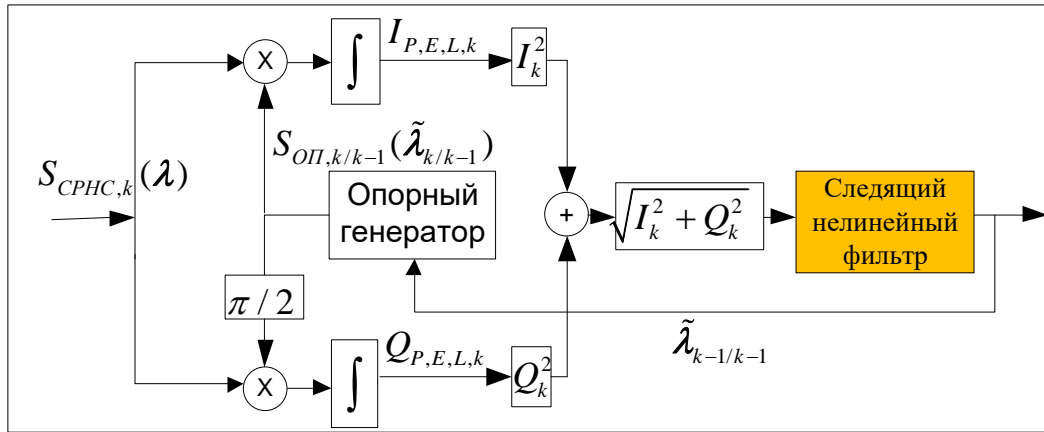


Рисунок 3.1. Структурная схема некогерентной «*correlation based Kalman filter*» СС

На рисунке: $I_{P/E/L,k} = \bar{I}_{P/E/L}(\varepsilon_{\tau,k}, \varepsilon_{\omega,k}, \varepsilon_{\varphi,k}, q_k) + \tilde{I}_{P/E/L,k}$ и $Q_{P/E/L,k} = \bar{Q}_{P/E/L}(\varepsilon_{\tau,k}, \varepsilon_{\omega,k}, \varepsilon_{\varphi,k}, q_k) + \tilde{Q}_{P/E/L,k}$ – синфазные и квадратурные компоненты на выходе трех корреляторов, где $\varepsilon_{\tau,k}, \varepsilon_{\omega,k}, \varepsilon_{\varphi,k}$ – соответственно рассогласования между задержкой, частотой и фазой входного сигнала и сигнала опорного генератора; $\bar{I}_{P/E/L}(\cdot), \bar{Q}_{P/E/L}(\cdot)$ – средние (1.4) при фиксированных $\varepsilon_{\tau,k}, \varepsilon_{\omega,k}, \varepsilon_{\varphi,k}, q_k$ значения $I_{P/E/L,k}$ и $Q_{P/E/L,k}$ [1, 2]; \tilde{I}_k, \tilde{Q}_k – флуктуационные компоненты $I_{P/E/L,k}$ и $Q_{P/E/L,k}$, которые являются белыми гауссовскими шумами [1] с плотностью вероятности $N(0, \mathbf{K}_w)$, где \mathbf{K}_w – ковариационная матрица размерности (6×6) (2.5).

Зависимость квадратур от дискретного времени k определена соотношениями $\varepsilon_{\tau,k} = x_{1,k} - x_{1,k/k-1}$, $\varepsilon_{\omega,k} = x_{2,k} - x_{2,k/k-1}$. В то же время $\varepsilon_{\varphi,k}$ – случайное, постоянное и неизвестное на интервале интегрирования рассогласование по фазе. Как уже говорилось, в некогерентном режиме слежение за фазой не предполагается и производится вычисление модулей корреляционных интегралов.

Система слежения за РНП в некогерентном режиме при «бездискриминаторной» архитектуре построения является линейной по ВС (3.1) и нелинейной по измерениям. В дискретном времени модель (3.1) некогерентной следящей системы может быть записана как

$$\begin{cases} \mathbf{x}_k = \mathbf{F} \cdot \mathbf{x}_{k-1} + \mathbf{n}_{x,k-1} \\ \mathbf{z}_k = \mathbf{h}(\mathbf{x}_k, \mathbf{w}_k) \end{cases}, \quad (3.2)$$

где $\mathbf{n}_x(t) = \{n_v(t), n_q(t)\}^T$; \mathbf{F} – линейная переходная матрица связи состояний, которая имеет вид

$$\mathbf{F} = \begin{vmatrix} 1 & -\frac{T}{2\pi f_0} & -\frac{0.5T^2}{2\pi f_0} & 0 \\ 0 & 1 & T & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}. \quad (3.3)$$

Ковариационную матрицу аддитивных шумов состояний $\mathbf{n}_x(t) = \{n_v(t), n_q(t)\}^T$ при переходе к дискретному времени, без учёта нестабильности опорного генератора, можно записать в виде

$$\mathbf{R}_n = S n_v \cdot \begin{bmatrix} T^5 / (252 f_0^2) & T^4 / (30 f_0) & T^3 / (24 f_0) & 0 \\ T^4 / (30 f_0) & T^3 / 3 & T^2 / 2 & 0 \\ T^3 / (24 f_0) & T^2 / 2 & T & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} + S n_q \cdot \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & T \end{bmatrix}. \quad (3.4)$$

Три компоненты $\mathbf{z}_k = \mathbf{h}(\mathbf{x}_k, \mathbf{w}_k)$ определены как модули корреляционных интегралов

$$\begin{aligned} z_{P,k} &= \sqrt{I_{P,k}^2 + Q_{P,k}^2} = \sqrt{(\bar{I}_P(\mathbf{x}_k) + \tilde{I}_{P,k})^2 + (\bar{Q}_P(\mathbf{x}_k) + \tilde{Q}_{P,k})^2}, \\ z_{E,k} &= \sqrt{I_{E,k}^2 + Q_{E,k}^2} = \sqrt{(\bar{I}_E(\mathbf{x}_k) + \tilde{I}_{E,k})^2 + (\bar{Q}_E(\mathbf{x}_k) + \tilde{Q}_{E,k})^2}, \\ z_{L,k} &= \sqrt{I_{L,k}^2 + Q_{L,k}^2} = \sqrt{(\bar{I}_L(\mathbf{x}_k) + \tilde{I}_{L,k})^2 + (\bar{Q}_L(\mathbf{x}_k) + \tilde{Q}_{L,k})^2}. \end{aligned} \quad (3.5)$$

Известно, что процесс \mathbf{z}_k имеет распределение вероятностей Райса [10]. Таким образом, случайные возмущения (флуктуации квадратур) нелинейно связаны с наблюдениями \mathbf{z}_k и дисперсия флуктуаций зависит от параметра q_k . Задача синтеза алгоритма в некогерентной СС осложнена именно этим обстоятельством, поскольку в данных условиях она относится к классу задач фильтрации с нелинейными, негауссовскими наблюдениями и неаддитивными возмущениями.

Для упрощения задачи синтеза алгоритма слеящего фильтра представим (3.5) в виде суммы среднего значения $\bar{\mathbf{z}}_k$ и флуктуационной составляющей $\tilde{\mathbf{z}}_k$:

$$\mathbf{z}_k \approx \bar{\mathbf{z}}_k + \tilde{\mathbf{z}}_k. \quad (3.6)$$

Далее предположим, что $\tilde{\mathbf{z}}_k$ в (3.6) имеет гауссовскую плотность распределения вероятностей $N(0, \mathbf{R}_{\tilde{\mathbf{z}}})$, $\mathbf{R}_{\tilde{\mathbf{z}}}$ – ковариационная матрица эквивалентных аддитивных возмущений по огибающей (шумов наблюдений). Физической основой этого приближения является известный [10] факт о том, что среднее значение огибающей гауссовских процессов приближается к значению регулярного сигнала при отношении $e_k^2 = A_k^2 / (2\sigma_{I,Q}^2) \geq 3$, где $A_k \approx 10^{q_k/10} \cdot 2T \cdot \rho(\varepsilon_{\tau,k}) \text{sinc}(\varepsilon_{\omega,k} T / 2)$ – амплитуда квадратуры на выходе коррелятора. Дисперсия флуктуаций огибающей при этом остается постоянной и равной дисперсии флуктуаций

процесса.

Для вычисления в квазиоптимальном алгоритме фильтрации среднего значения и дисперсии наблюдений (3.6) использованы известные соотношения [107]

$$\begin{aligned}\bar{z}_{E/L/P,k} &= \sigma_{I,Q} \sqrt{\pi/2} \{ (1 + e_k^2) I_0(e_k^2/2) + e_k^2 I_1(e_k^2/2) \} \exp(-e_k^2/2), \\ \sigma_z^2 &= 2\sigma_{I,Q}^2 (1 + e_k^2) - (\bar{z}_{E/L/P,k})^2,\end{aligned}\quad (3.7)$$

где I_0, I_1 – модифицированные функции Бесселя нулевого и первого порядка.

Результаты работы «*correlation based KF tracking loop*» некогерентной СС сравниваются с результатами цепи слежения с использованием дискриминаторов и следящим динамическим фильтром. В работах [1, 2] предложены различные варианты дискриминаторов для применения в некогерентном режиме. Для некогерентного режима слежения, например, используют дискриминаторы, мгновенное значение на выходе которых определено соотношениями [1, 2]

$$\begin{aligned}u_{\tau,k} &= (\sqrt{I_{E,k}^2 + Q_{E,k}^2} - \sqrt{I_{L,k}^2 + Q_{L,k}^2}) / (\sqrt{I_{E,k}^2 + Q_{E,k}^2} + \sqrt{I_{L,k}^2 + Q_{L,k}^2}), \\ u_{\omega,k} &= (I_{P,k} Q_{P,k-1} - I_{P,k-1} Q_{P,k}) / T.,\end{aligned}\quad (3.8)$$

Средние значения сигналов на выходах дискриминаторов (3.8) и их дисперсии приведены в работах [1, 2], которые определяют параметры линейных статистических эквивалентов.

Как уже говорилось, в некогерентном режиме работы СС получаемые оценки РНП имеют меньшую точность по сравнению с оценками когерентного режима. Особенно сильно этот факт будет проявляться в точности оценок частоты, так как нет слежения за фазой. В работе исследовалась возможность использования дополнительных каналов корреляторов для повышения точности оценок частоты. Было сделано предположение, что использование дополнительных каналов корреляторов, разнесённых по частоте на величину f_{FS} Гц относительного «синхронного» (он же точный, P) [108], может повысить точность оценок f_D . В этом случае корреляционный канал с увеличенной частотой ($\varepsilon_{f_D,k} + f_{FS}$) называется «быстрым» (*fast, F*), а с уменьшенной ($\varepsilon_{f_D,k} - f_{FS}$) – медленным (*slow, S*). Среднее значение частотно-разнесённых квадратур может быть записано [108]:

$$\left. \begin{aligned}\bar{I}_{F/S}(\varepsilon_{\tau,k}, \varepsilon_{f_D,k}, \varepsilon_{\varphi_0,k}, q_k) &= h_{\text{ЦШ},k} 10^{q_k/10} 2T \rho(\varepsilon_{\tau,k}) \cos(\varepsilon_{\varphi_0,k} + 2\pi(\varepsilon_{f_D,k} \pm f_{FS}) \frac{T}{2}) \text{sinc}(2\pi(\varepsilon_{f_D,k} \pm f_{FS}) \frac{T}{2}), \\ \bar{Q}_{F/S}(\varepsilon_{\tau,k}, \varepsilon_{f_D,k}, \varepsilon_{\varphi_0,k}, q_k) &= h_{\text{ЦШ},k} 10^{q_k/10} 2T \rho(\varepsilon_{\tau,k}) \sin(\varepsilon_{\varphi_0,k} + 2\pi(\varepsilon_{f_D,k} \pm f_{FS}) \frac{T}{2}) \text{sinc}(2\pi(\varepsilon_{f_D,k} \pm f_{FS}) \frac{T}{2})\end{aligned}\right\}, \quad (3.9)$$

где $f_{FS} = 1/(2T)$ – частотное разнесение между синхронным (точным, P) и «быстрым» (F) / «медленным» (S) корреляторами.

Коэффициенты ковариационной матрицы для флуктуационных компонент «быстрой» $\tilde{I}_{F,k}, \tilde{Q}_{F,k}$ и «медленной» $\tilde{I}_{S,k}, \tilde{Q}_{S,k}$ квадратур [108]:

$$\begin{aligned} D[\tilde{I}_{F/S,k}] &= D[\tilde{Q}_{F/S,k}] = \sigma_{I,Q}^2 = 10^{q_k/10} \cdot 2T, \\ M[\tilde{I}_{F/S,k} \tilde{I}_{P,k}] &= M[\tilde{Q}_{F/L,k} \tilde{Q}_{S,k}] = 10^{q_k/10} \cdot 2T \operatorname{sinc}(2\pi f_{FS} \frac{T}{2}), \\ M[\tilde{I}_{F/S,k} \tilde{Q}_{F/S,k}] &= 0, \\ M[\tilde{I}_{F,k} \tilde{I}_{S,k}] &= M[\tilde{Q}_{F,k} \tilde{Q}_{S,k}] = 10^{q_k/10} \cdot 2T \operatorname{sinc}(2\pi \cdot 2f_{FS} \frac{T}{2}). \end{aligned} \quad (3.10)$$

Таким образом, вектор наблюдений для «*correlation based KF tracking loop*» расширяется до $\mathbf{z}_k = \{z_{P,k} \ z_{E,k} \ z_{L,k} \ z_{F,k} \ z_{S,k}\}$, где $z_{F,k}, z_{S,k}$ - огибающие «быстрой» и медленной квадратур:

$$\begin{aligned} z_{F,k} &= \sqrt{I_{F,k}^2 + Q_{F,k}^2} = \sqrt{(\bar{I}_F(\mathbf{x}_k) + \tilde{I}_{F,k})^2 + (\bar{Q}_F(\mathbf{x}_k) + \tilde{Q}_{F,k})^2}, \\ z_{S,k} &= \sqrt{I_{S,k}^2 + Q_{S,k}^2} = \sqrt{(\bar{I}_S(\mathbf{x}_k) + \tilde{I}_{S,k})^2 + (\bar{Q}_S(\mathbf{x}_k) + \tilde{Q}_{S,k})^2}. \end{aligned} \quad (3.11)$$

Общий вид ковариационной матрицы для всех десяти флуктуационных компонент корреляционных интегралов будет иметь вид:

$$\mathbf{K}_{\tilde{I}\tilde{Q}} = 2 \cdot 10^{q_k/10} \cdot T \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 & \rho(\tau_{EL}) & 0 & \rho(\tau_{EL}) & 0 & \operatorname{sc}(f_{FS}) & 0 & \operatorname{sc}(f_{FS}) & 0 \\ 0 & 1 & 0 & \rho(\tau_{EL}) & 0 & \rho(\tau_{EL}) & 0 & \operatorname{sc}(f_{FS}) & 0 & \operatorname{sc}(f_{FS}) \\ \rho(\tau_{EL}) & 0 & 1 & 0 & \rho(2\tau_{EL}) & 0 & \rho(\tau_{EL})\operatorname{sc}(f_{FS}) & 0 & \rho(\tau_{EL})\operatorname{sc}(f_{FS}) & 0 \\ 0 & \rho(\tau_{EL}) & 0 & 1 & 0 & \rho(2\tau_{EL}) & 0 & \rho(\tau_{EL})\operatorname{sc}(f_{FS}) & 0 & \rho(\tau_{EL})\operatorname{sc}(f_{FS}) \\ \rho(\tau_{EL}) & 0 & \rho(2\tau_{EL}) & 0 & 1 & 0 & \rho(\tau_{EL})\operatorname{sc}(f_{FS}) & 0 & \rho(\tau_{EL})\operatorname{sc}(f_{FS}) & 0 \\ 0 & \rho(\tau_{EL}) & 0 & \rho(2\tau_{EL}) & 0 & 1 & 0 & \rho(\tau_{EL})\operatorname{sc}(f_{FS}) & 0 & \rho(\tau_{EL})\operatorname{sc}(f_{FS}) \\ \operatorname{sc}(f_{FS}) & 0 & \rho(\tau_{EL})\operatorname{sc}(f_{FS}) & 0 & \rho(\tau_{EL})\operatorname{sc}(f_{FS}) & 0 & 1 & 0 & \operatorname{sc}(2f_{FS}) & 0 \\ 0 & \operatorname{sc}(f_{FS}) & 0 & \rho(\tau_{EL})\operatorname{sc}(f_{FS}) & 0 & \rho(\tau_{EL})\operatorname{sc}(f_{FS}) & 0 & 1 & 0 & \operatorname{sc}(2f_{FS}) \\ \operatorname{sc}(f_{FS}) & 0 & \rho(\tau_{EL})\operatorname{sc}(f_{FS}) & 0 & \rho(\tau_{EL})\operatorname{sc}(f_{FS}) & 0 & \operatorname{sc}(2f_{FS}) & 0 & 1 & 0 \\ 0 & \operatorname{sc}(f_{FS}) & 0 & \rho(\tau_{EL})\operatorname{sc}(f_{FS}) & 0 & \rho(\tau_{EL})\operatorname{sc}(f_{FS}) & 0 & \operatorname{sc}(2f_{FS}) & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad (3.12)$$

где для сокращения записи $\operatorname{sc}(f_{FS}) \triangleq \operatorname{sinc}(2\pi f_{FS} \frac{T}{2})$ - частотная автокорреляционная функция сигнала.

В [108] также приводится вид некогерентного частотного дискриминатора, оперирующего частотно-разнесёнными квадратурами:

$$Sd_{FS} = 2 \cdot (2qT)^2 T \cdot \operatorname{sinc}(\pi f_{FS} / T) \cdot [\sin(\pi f_{FS} T) - (\pi f_{FS} T) \cdot \cos(\pi f_{FS} T)] / (\pi f_{FS} T)^2, \quad (3.13)$$

$$u_{\tau,k} = [(I_{F,k}^2 + Q_{F,k}^2) - (I_{S,k}^2 + Q_{S,k}^2)] / Sd_{FS},$$

где Sd_{FS} - крутизна этого дискриминатора.

В диссертационной работе мы используем данный частотный дискриминатор в комбинации с линейным фильтром Калмана для сравнения результирующих точностных характеристик различных архитектур СС.

Ещё раз обратим внимание на то, что для реализации *СВКФ* СС в некогерентном режиме работы в качестве нелинейных измерений мы рассматриваем *огibaющие* (3.5) автокорреляционной функции сигнала. Данные процессы имеют распределение Райса [10]. В качестве следящих фильтров мы также будем применять описанные в первой главе алгоритмы нелинейной фильтрации, рассчитанной на гауссову аппроксимацию АПРВ и функции правдоподобия: алгоритмы сигма-точечных фильтров (*UKF*, *CKF*, *CDKF*, *GHKF*, *UKF_aug*) и расширенного фильтра Калмана (*EKF*). Применение данных алгоритмов становится возможным после нашего допущения о том, что наблюдения \mathbf{z}_k (3.5), (3.11) могут быть представлены в виде суммы среднего $\bar{\mathbf{z}}_k$ и нормально распределённой случайной компоненты $\tilde{\mathbf{z}}_k$. Мы ожидаем появления дополнительных погрешностей в оценке ВС при значениях q , меньших уровня в 30 дБ-Гц, где ПРВ наблюдений становится явно несимметричной и имеет «хвост». Однако с практической точки зрения все же имеет смысл допустить данную аппроксимацию, так как, во-первых, это значительно упрощает синтез следящего фильтра и, во-вторых, распределение Райса при малых q остается унимодальным и при правильном выборе математического ожидания и дисперсии (3.7) приемлемо аппроксимируется нормальным законом распределения (Рисунок 3.2).

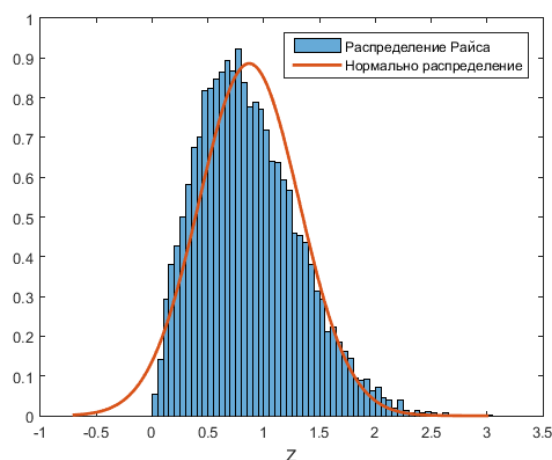


Рисунок 3.2. Аппроксимация ПРВ Райса нормальным распределением при $q=23$ дБ-Гц,
 $T=1$ мс

В этом разделе были приведены все необходимые соотношения и выражения для синтеза некогерентного алгоритма оценки РНП для «*correlation based KF tracking loop*». Также представлены типовые некогерентные дискриминаторы, которые используются в СС с линейным динамическим следящим фильтром. В следующем разделе описаны условия статистического моделирования и представлены основные результаты.

3.2 Моделирование работы схемы слежения, состоящей из корреляторов и нелинейного фильтра оценки РНП, в некогерентном режиме. Анализ результатов.

Моделирование работы рассматриваемых структур построения СС, работающих в некогерентном режиме, и получение статистических характеристик оценок РНП было произведено с использованием ранее описанного программного прототипа приёмника САН.

Ещё раз напомним, что вектор состояний некогерентной следящей системы (3.2) содержит следующие параметры: задержка, доплеровский сдвиг частоты, скорость изменения частоты и отношение сигнал/шум в дБ-Гц ($\lambda \triangleq \mathbf{x} = \{\tau \quad f_D \quad \dot{f}_D \quad q\}^T$). В качестве наблюдений \mathbf{z}_k выступают модули огибающей ((3.5), (3.11)) автокорреляционной функции $\mathbf{z}_k = \{z_{P,k} \quad z_{E,k} \quad z_{L,k}\}$, и $\mathbf{z}_k = \{z_{P,k} \quad z_{E,k} \quad z_{L,k} \quad z_{F,k} \quad z_{S,k}\}$ - для расширенного числа корреляционных каналов. В этом случае для реализации алгоритмов нелинейной фильтрации необходимо определить ковариационную матрицу шумов наблюдений $\mathbf{R}_z \triangleq \mathbf{R}_w$, которая будет отличаться от ковариационной матрицы флуктуационных компонент на выходах корреляторов $\mathbf{K}_{\tilde{Q}}$. В случае, когда в качестве наблюдений выступают огибающие от точной, ранней и поздней корреляционных компонент, ковариационная матрица эквивалентных аддитивных шумов наблюдений \mathbf{R}_w , необходимая для вычисления ковариационной матрицы невязок и коэффициента усиления следящего фильтра, имеет вид:

$$\mathbf{R}_w = \sigma_Z^2 \begin{bmatrix} 1 & R_{|P||E|} & R_{|P||L|} \\ R_{|P||E|} & 1 & 0 \\ R_{|P||L|} & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad (3.14)$$

где σ_Z^2 – дисперсия (3.7) эквивалентного шума на выходе детектора огибающей (3.6), $R_{|P||E|} = R_{|P||L|}$ – коэффициенты корреляции модулей корреляционных интегралов P и E -компонент и P и L -компонент. Отметим, что для расчета матрицы \mathbf{R}_w вычисление σ_Z^2 возможно упростить: при определении величины $A_k \approx 10^{q_k/10} \cdot 2T$ можно опустить зависимость от $(\varepsilon_\tau, \varepsilon_\omega)$. В случае, когда добавляются дополнительные корреляционные каналы – быстрый и медленный, ковариационная матрица принимает вид:

$$\mathbf{R}_{w,FS} = \sigma_Z^2 \begin{bmatrix} 1 & R_{|P||E|} & R_{|P||L|} & R_{|P||S|} & R_{|P||F|} \\ R_{|P||E|} & 1 & 0 & 0 & 0 \\ R_{|P||L|} & 0 & 1 & 0 & 0 \\ R_{|P||S|} & 0 & 0 & 1 & 0 \\ R_{|P||F|} & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad (3.15)$$

где $R_{|P||S|} = R_{|P||F|}$ – коэффициенты корреляции модулей корреляционных интегралов P и S -компонент и P и F -компонент. Отметим, что аналитическое вычисление данных коэффициентов $R_{|P||E|} = R_{|P||L|}$ и $R_{|P||S|} = R_{|P||F|}$ весьма затруднительно. В связи с этим, их значения были получены методом статистического моделирования. Вид этой зависимости коэффициентов корреляции от C/N_0 представлен на Рисунок 3.3. Кроме того, несмотря на наличие корреляции между квадратурами E/L и S/F (3.12), результирующее значение коэффициентов $R_{|E||L||S|} = R_{|E||L||F|}$ близко к нулю. При $f_{FS} = 1/(2T)$ корреляция между исходными квадратурами S и F также близка к 0, следовательно, и огибающие не будут коррелированы.

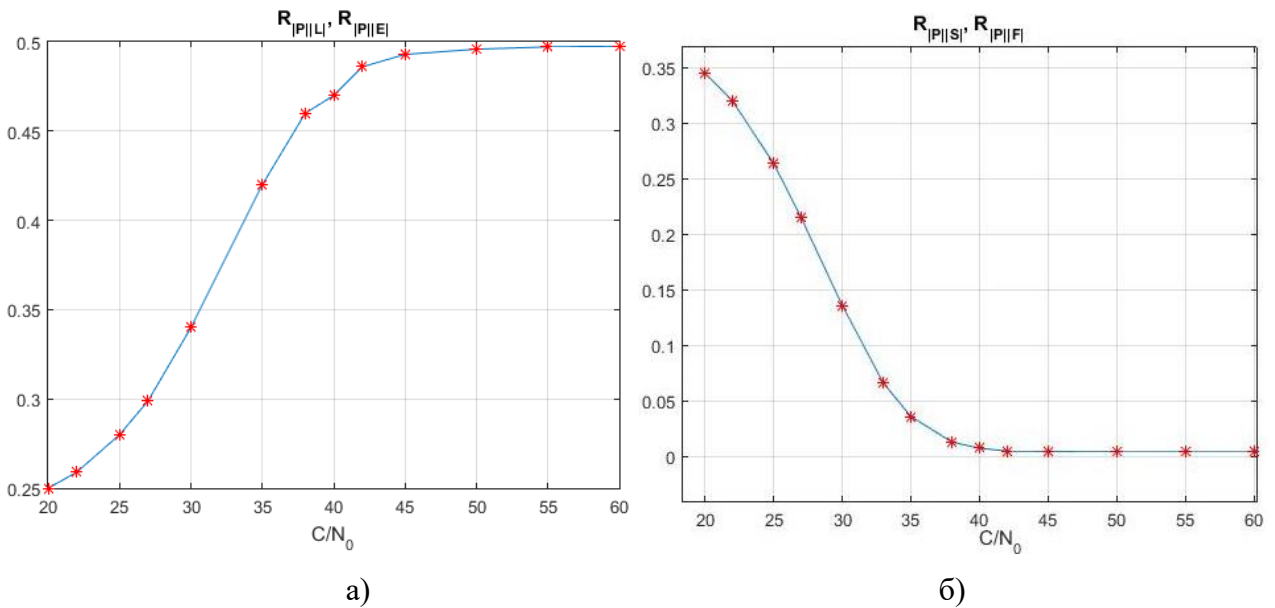


Рисунок 3.3. . Зависимость коэффициентов корреляции наблюдений \mathbf{z}_k от C/N_0 : а)

$$R_{|P||E|} = R_{|P||L|} ; \text{ б) } R_{|P||F|} = R_{|P||S|} .$$

Моделирование работы и вычисление статистических характеристик исследуемых архитектур построения следящих контуров, работающих в некогерентном режиме, происходило при следующих предположениях, допущениях и условиях:

1) Нестабильность частоты и фазы опорного генератора не моделировалась. Это допущение связано с тем, что СС не производит оценку фазы, а нестабильность частоты во много раз меньше погрешностей оценок, получаемых в этом режиме слежения.

2) В целях исследования параметр q менялся в диапазоне от 19 до 40 дБ-Гц (энергетика, характерная для ГСО и ВЭО). При этом на всём интервале моделирования ОСШ оставалось неизменным. Для СС, содержащей дискриминаторы РНП и линейный следящий фильтр, предполагается, что *точные* значения \hat{q} формируются внешним алгоритмом оценивания.

3) При моделировании рассматривалось несколько интервалов накопления T . В первую

очередь значение времени накопления T полагалось брать равным 1 мс (длительность ПСП в сигналах GPS и ГЛОНАСС с BPSK модуляцией), так как допускаем отсутствие синхронизации границы бита ЦИ. После чего предполагается использовать некогерентное накопление (сложение модулей огибающих АКФ) на произвольном интервале (Рисунок 3.4). Этот способ накопления мы будем обозначать как «способ А». Ожидаемо, что при таком способе накопления точность оценки РНП не увеличится, так как она зависит от времени когерентного накопления, но это позволит сократить нагрузку на вычислитель. Во втором случае предполагается увеличить T до 5 мс, после чего производить вычисление огибающей («способ В») (Рисунок 3.1). Даже при отсутствии битовой синхронизации небольшое время когерентного накопления должно способствовать повышению точности оценок РНП.

4) При моделировании с помощью датчика случайных чисел генерировались начальные условия вектора состояния, порождающие и измерительные шумы. Исходные данные для работы дискриминаторной СС и СС с применением нелинейных фильтров: $\sigma_{x1(0)} = 0.2 T_{chip}$; $\sigma_{x2(0)} = \Delta F_D / 3$ Гц; $\sigma_{x3(0)} = 5$ Гц/с; $\sigma_{x4(0)} = 0.7$ дБ-Гц, где $T_{chip} = 1.9569$ мкс – длительность чипа ПСП дальномерного кода ГЛОНАСС; $Sn_v = 0.5$ Гц²/с³ [31]; $Sn_q = 0.1$ (дБ-Гц)²/с. При этом случайный вектор \mathbf{x}_0 имел компоненты с равномерным распределением вероятностей в интервалах: $\Delta\tau = \pm 0.5 T_{chip}$ по задержке; $\Delta F_D = \pm 333/167/67$ Гц по частоте; $\Delta \dot{f}_D = \pm 15$ Гц/с; $\Delta q = \pm 3$ дБ-Гц. При моделировании рассогласование по начальной фазе φ_0 рассматривалось как случайное, равномерно распределённое в диапазоне от 0 до 2π рад. Середины интервалов равны значениям параметров, которые определены орбитой КА. Интервал моделирования равен 140 с, число реализаций для вычисления статистических оценок – 100.

5) Все параметры нелинейных фильтров для СС в некогерентном режиме остались такими же, как и при работе в когерентном режиме (см. главу 2).

б) Так же, как и при моделировании когерентного режима, для всех вариантов схем слежения (с нелинейными фильтрами, с дискриминаторами и линейным фильтром) начальные условия и шумовые реализации были одинаковыми.

На Рисунок 3.5 и Рисунок 3.6 приведены погрешности оценок частоты и задержки для всех вариантов построения некогерентной СС при 1 мс когерентного накопления. На Рисунок 3.7 приведена зависимость вероятности вхождения в режим слежения при обработке данных на 1 мс, при котором ошибка по частоте не будет превышать 20 Гц и начальном рассогласовании по частоте $\Delta F_D = \pm 333$ Гц.

На Рисунок 3.8 - Рисунок 3.10 представлены аналогичные статистические характеристики для случая, когда время обработки увеличено до 5 мс. При этом из нелинейных алгоритмов

оценки исследовался только сигма-точечный фильтр на основе *UT*. В этом случае исследовались два варианта накопления: некогерентное «А» и когерентное с последующим выделением огибающей «В». Также в этом случае для варианта «В» с первичным когерентным накоплением диапазон неопределённости по частоте был уменьшен до 67 и 167 Гц. Точностные характеристики рассчитаны для $\Delta F_D = \pm 67$ Гц, вероятностные - для обоих диапазонов. Для варианта накопления «А» диапазон неопределённости по частоте - $\Delta F_D = \pm 333$ Гц.

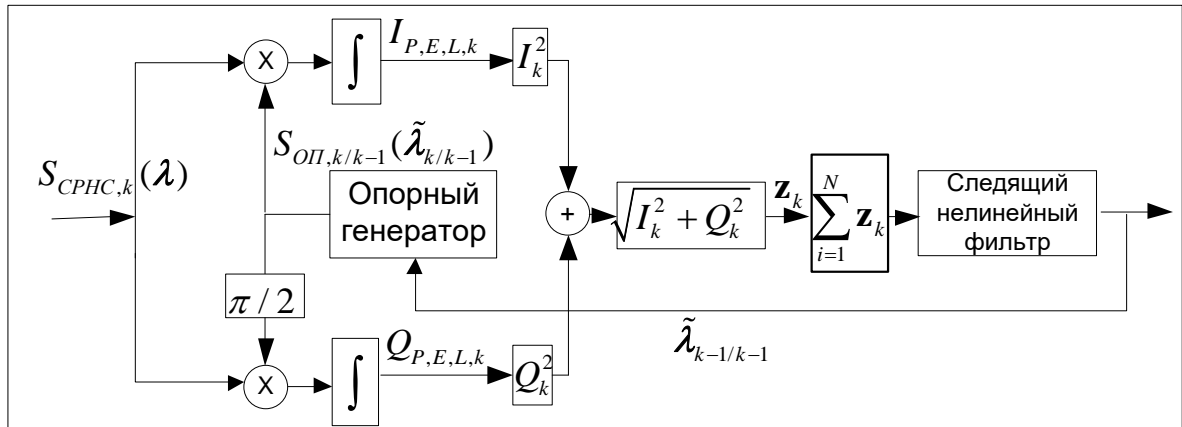


Рисунок 3.4. Структурная схема *CBKF* СС с некогерентным накоплением (*Tun* «А»)

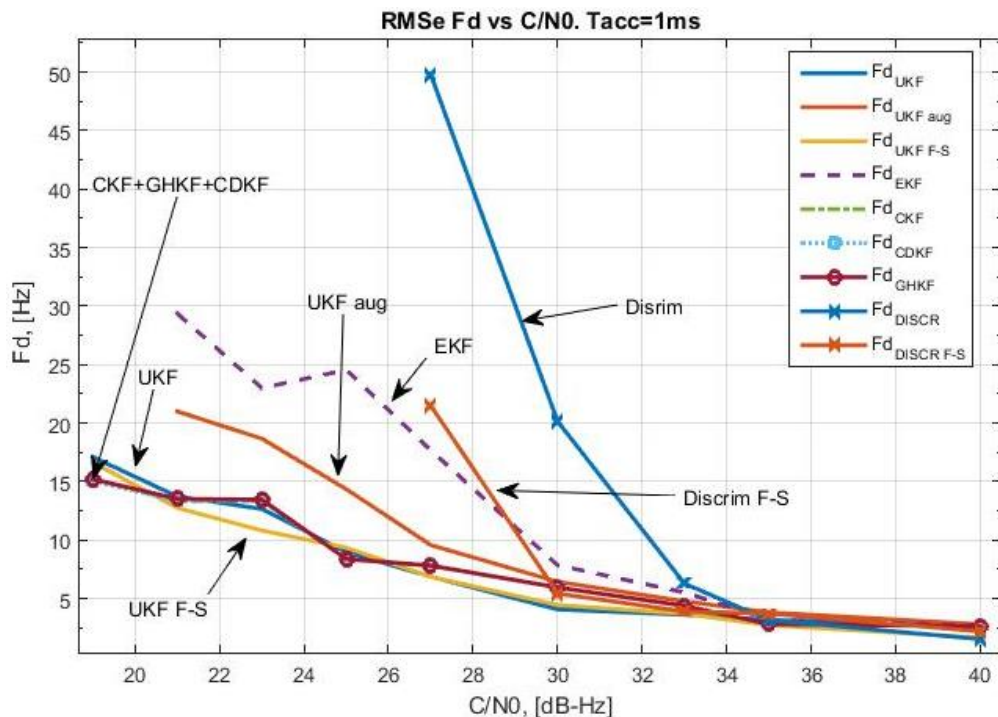


Рисунок 3.5. Зависимость СКП оценки \hat{f}_D от C/N_0 для разных архитектур организации СС при $T = 1$ мс.

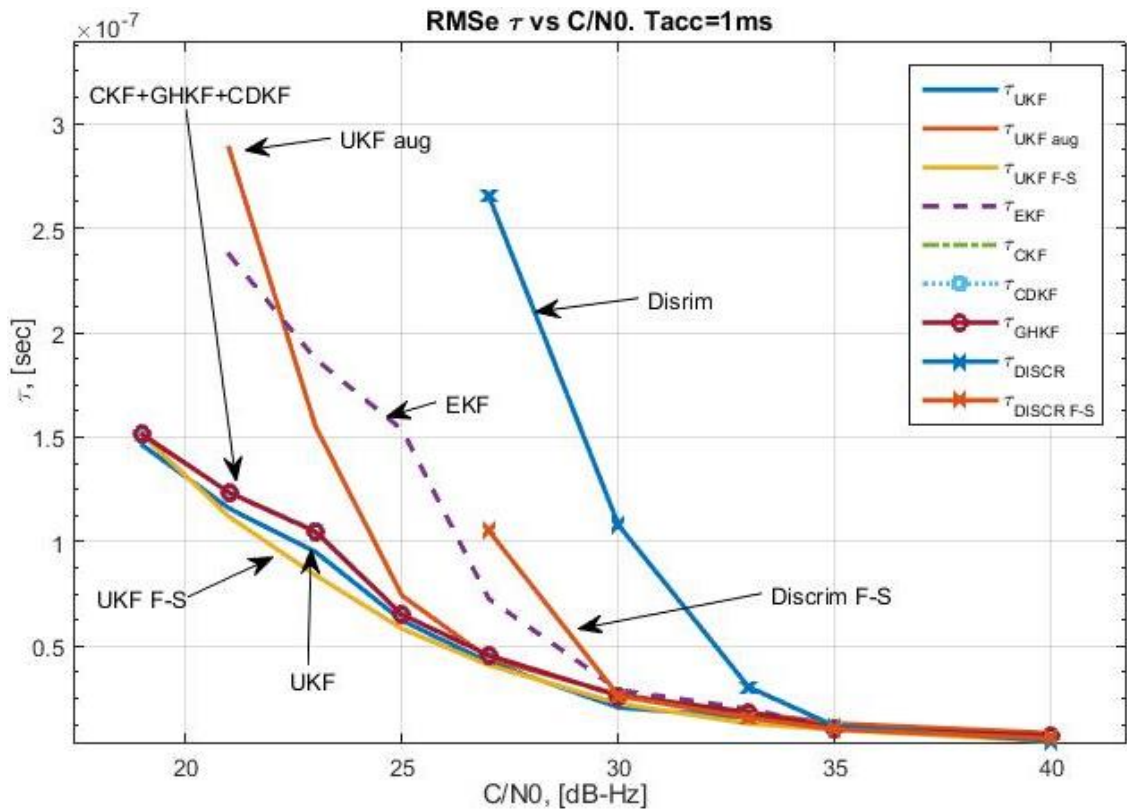


Рисунок 3.6 Зависимость СКП оценки $\hat{\tau}$ от C/N_0 для двух разных архитектур организации СС при $T = 1$ мс.

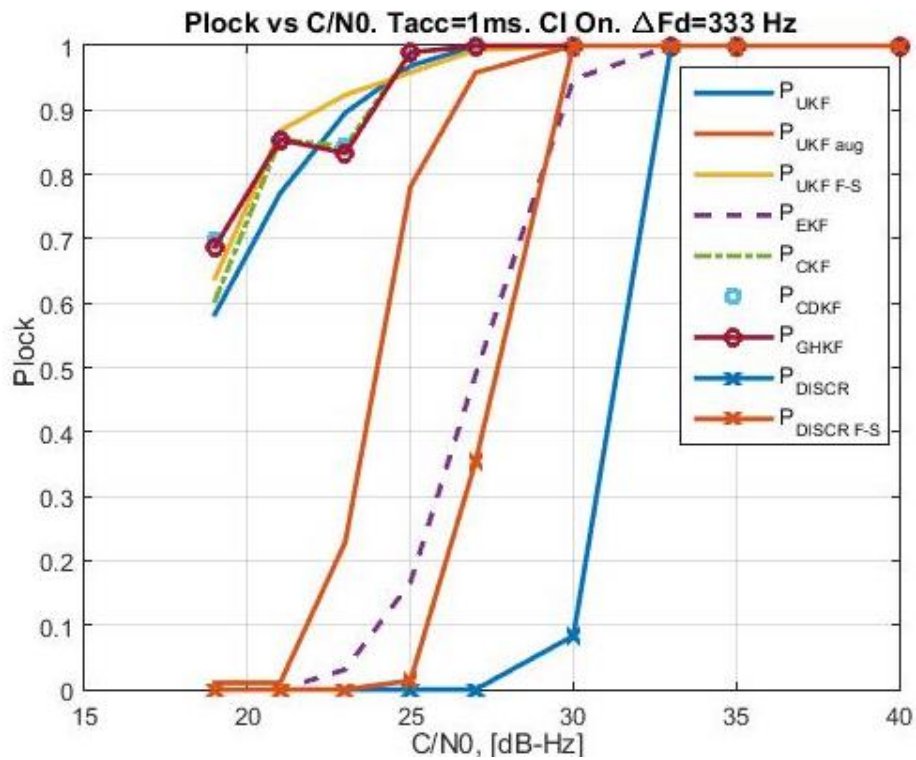


Рисунок 3.7 Зависимость Plock от C/N_0 для разных вариантов построения некогерентной СС при $T = 1$ мс.

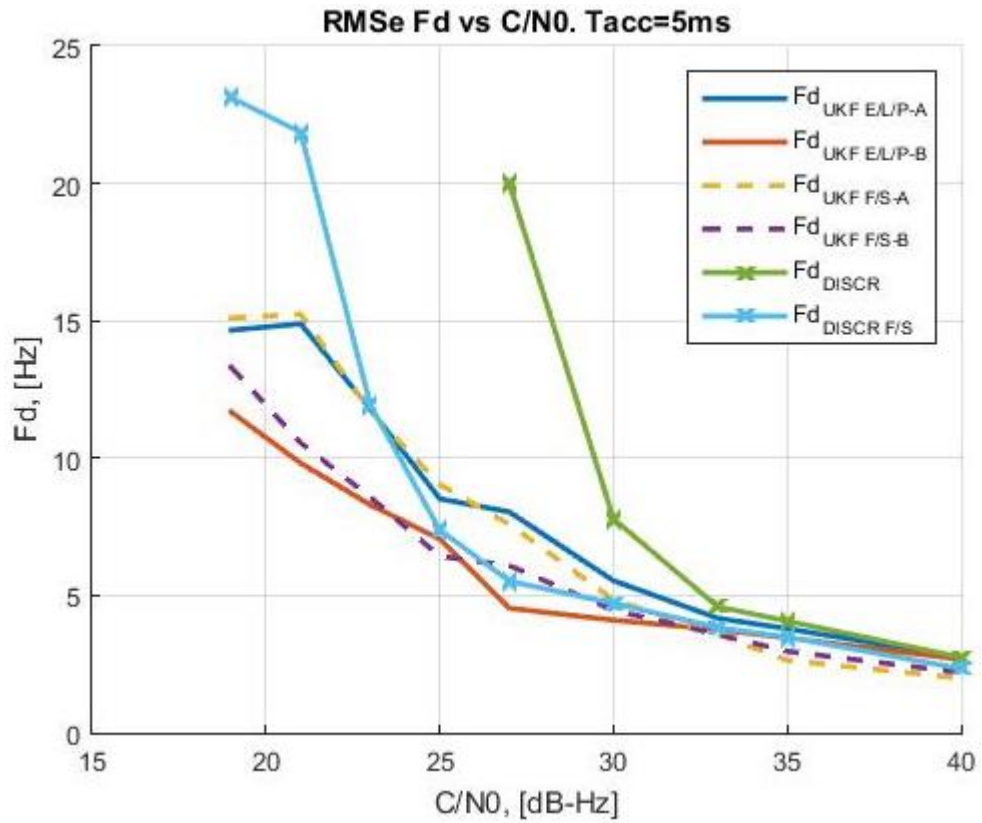


Рисунок 3.8. Зависимость СКП оценки \hat{f}_D от C/N_0 для разных архитектур организации СС при $T = 5$ мс.

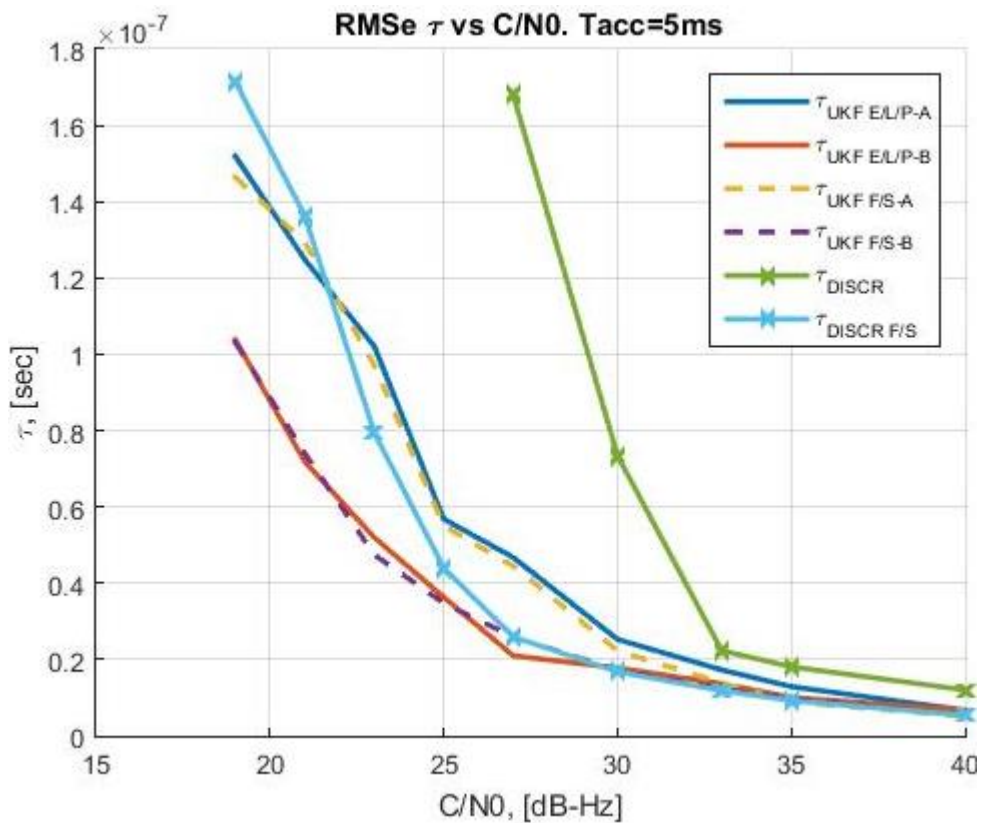


Рисунок 3.9 Зависимость СКП оценки $\hat{\tau}$ от C/N_0 для двух разных архитектур

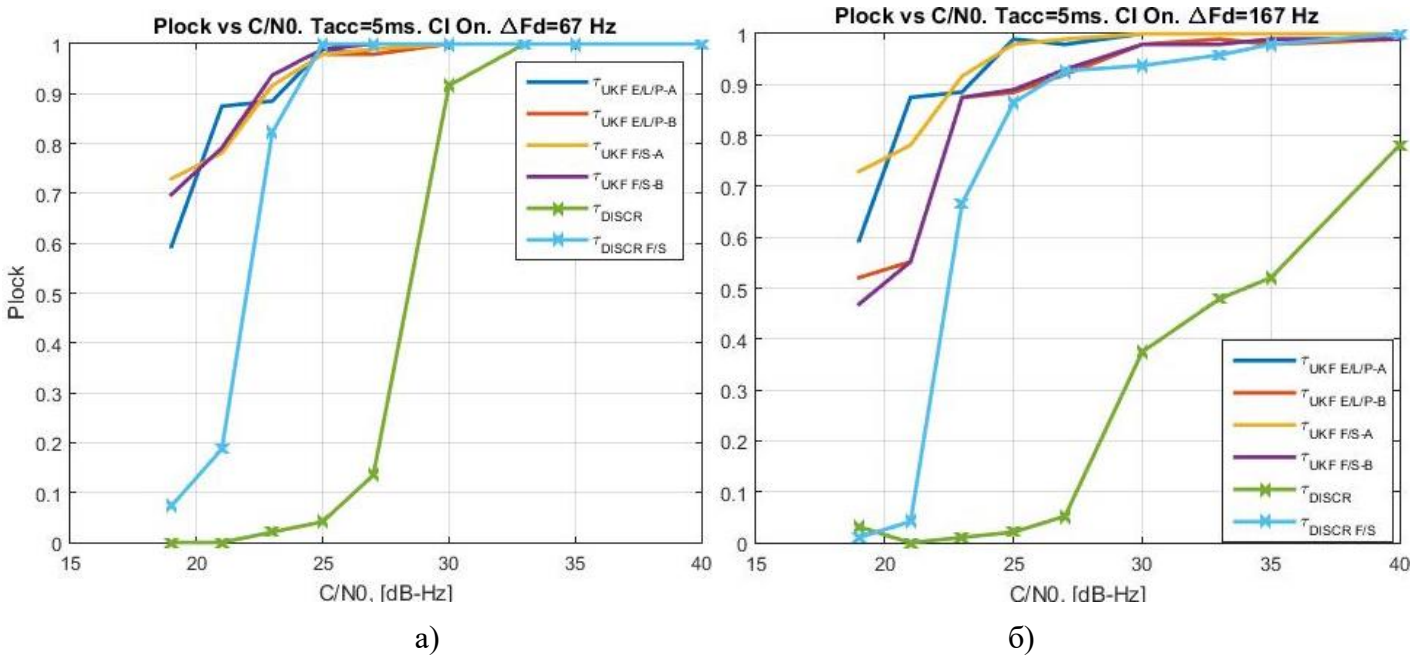


Рисунок 3.10. Зависимость P_{lock} от C/N_0 для разных вариантов построения некогерентной СС при $T = 5$ мс и для: а) $\Delta F_d = \pm 67$ Гц; б) $\Delta F_d = \pm 167$ Гц.

На Рисунок 3.11 представлены реализации процессов схождения ошибок оценок фильтрации доплеровского смещения частоты к нулю при *некогерентном* накоплении огибающих на 5 мс при $q = 23$ дБ-Гц и для разных наборов огибающих $E/L/P$ и $E/L/P/F/S$.

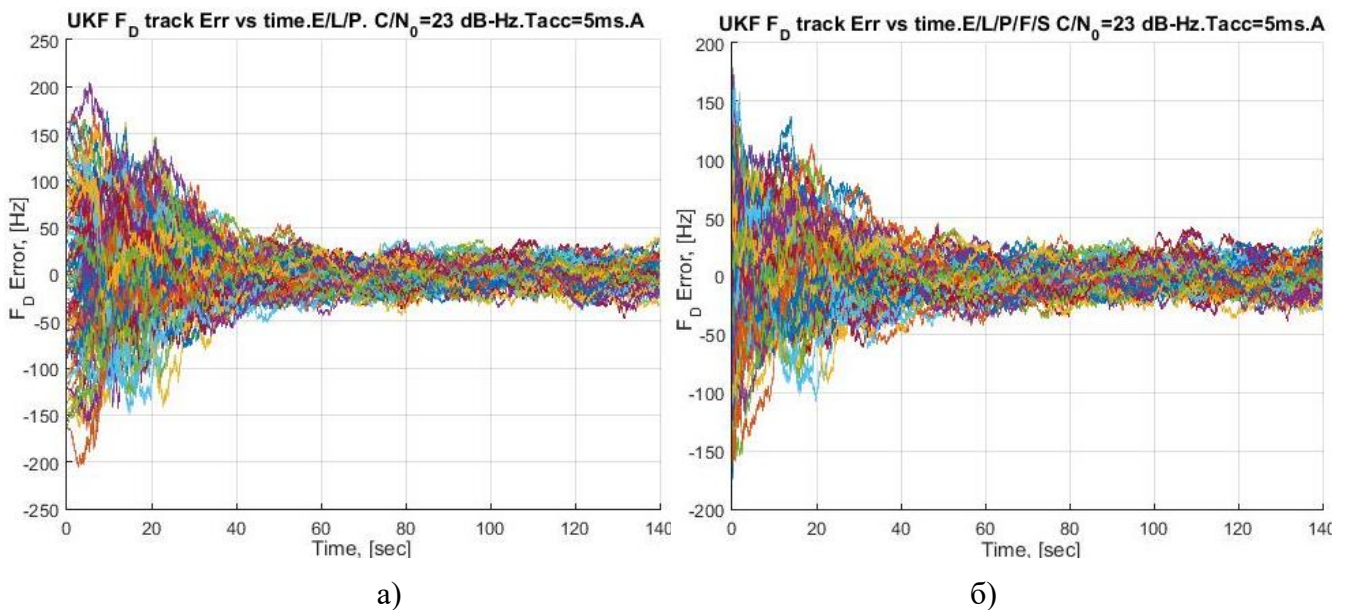
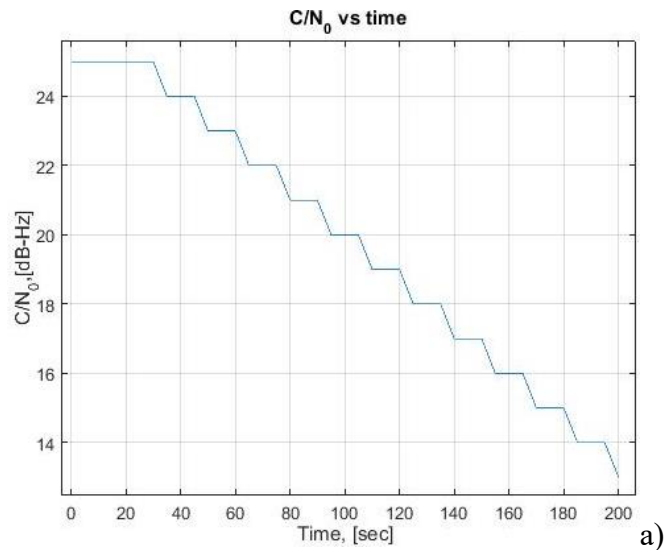
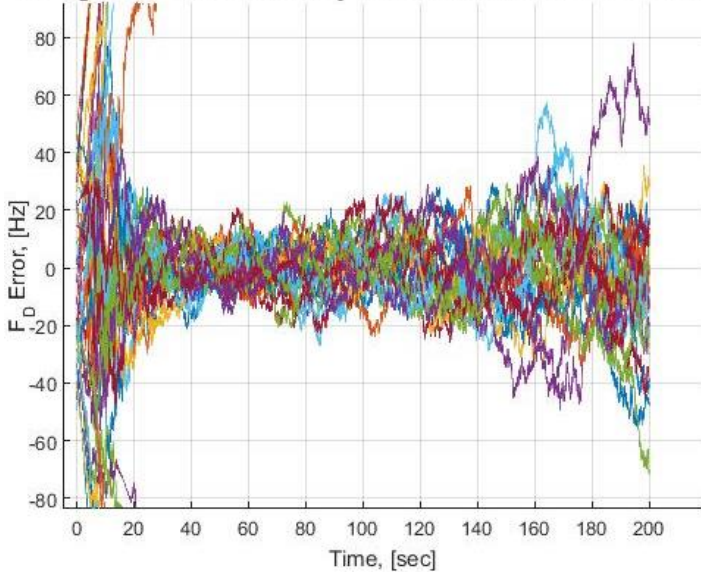


Рисунок 3.11. Реализации сходимости оценок частоты для «бездискриминаторной» некогерентной СС при $T = 5$ мс, $\Delta F_d = \pm 167$ Гц и для квадратур: а) $E/L/P$; б) $E/L/P/F/S$.

На Рисунок 3.12 представлены реализации процессов схождения ошибок оценок фильтрации РНП к нулю при *когерентном* накоплении квадратур на 10 мс при снижении ОСШ с 25 до 13 дБ-Гц и для расширенного набора огибающих ($E/L/P/F/S$).

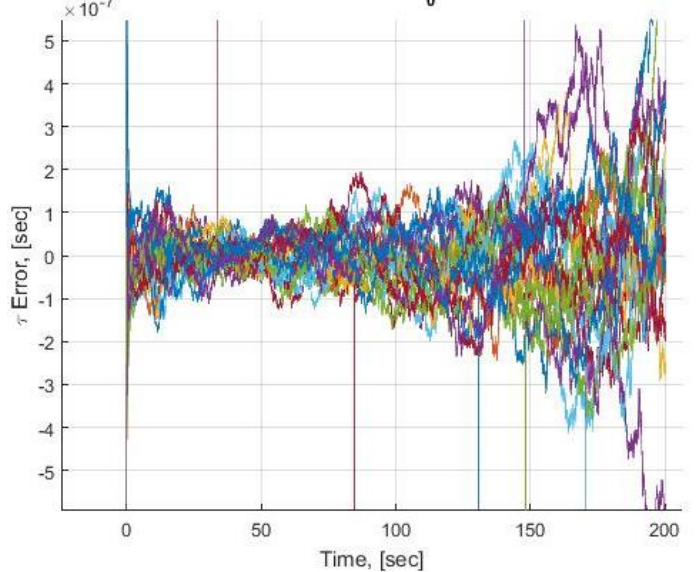


UKF F_D track Error vs time. $C/N_0=25-13\text{dB-Hz}$. $E/L/P/F/S$. $T_{acc}=0.01\text{B}$



б)

UKF τ track Err vs time. $E/L/P/F/S$. $C/N_0=25-13\text{dB-Hz}$. $T_{acc}=0.01\text{B}$



в)

Рисунок 3.12. Поведение оценок б) частоты и в) задержки при уменьшении а) ОСШ в режиме «В» при $T = 10$ мс и наблюдении пяти огибающих $E/L/P/F/S$ в $CBKF$ некогерентной СС

3.3 Выводы

В главе рассмотрен вариант построения некогерентной схемы оценки РНП для «*correlation based KF*» на основе нелинейных фильтров Калмана. Получены статистические характеристики предлагаемого варианта построения СС. Из полученных результатов можно сделать следующие выводы:

1) Все сигма-точечные фильтры в данной схеме обладают схожими характеристиками. Расширенный фильтр Калмана уступает в точности нелинейным фильтрам из семейства *SPKF*. Применение сигма-точечного фильтра Калмана на основе *UT* с расширенным шумами измерений (\mathbf{K}_{i0}), вектором состояний (*UKF_aug*, см. первую главу) приводит к ухудшению точностных характеристик по сравнению с *SPKF*, работа которых основана на используемой нами аппроксимации (3.6).

2) Предлагаемая некогерентная схема слежения имеет широкий диапазон захвата по всем параметрам при малом времени накопления. При увеличении количества отсчётов некогерентного накопления (вариант «А») точность оценки РНП, формируемых в *нелинейном* фильтре слежения, не меняется (крутизны частотной и временной корреляционных функций остаются неизменными). В этом случае лишь уменьшается частота поступления данных в нелинейный фильтр, что способствует уменьшению вычислительной нагрузки. При этом диапазон неопределённости по частоте остаётся прежним $|\Delta F_D| \leq 333$ Гц. В случае увеличения времени когерентного накопления (вариант «В») повышается точность оценки РНП. При этом необходимо сужать диапазон неопределённости по частоте, а также желательно иметь уточнённые оценки \hat{f}_D , чтобы обеспечить большую вероятность вхождения цепи в режим слежения. Кроме того, в режиме «В» необходимо осуществлять битовую синхронизацию при времени накопления $T = 10$ мс и более.

3) Использование дополнительных корреляционных каналов быстрого (*F*) и медленного (*S*) не повышает точность оценок частоты в некогерентном режиме работы схемы слежения за РНП, состоящей из корреляторов и *нелинейного* фильтра Калмана. Однако обработка этих корреляционных каналов поспособствовала увеличению скорости сходимости оценок к установившемуся значению. Использование частотно-разнесённых корреляционных каналов видится перспективным для построения некогерентных СС на основе *F-S* дискриминаторов и линейного следящего фильтра, при возможности выполнять когерентное накопление на интервале $T \geq 5$ мс и наличии точных оценок ОСШ.

4) При снижении ОСШ «*correlation based KF*» способна формировать некогерентную оценку РНП при $T = 10$ мс и $\hat{f}_D \leq 20$ Гц до уровня $q_{\min} = 17-18$ дБ-Гц. Стоит отметить, что вплоть до 15 дБ-Гц схема не теряет слежения, однако качество оценок частоты значительно ухудшается. Всё же остаётся возможным получать приемлемые в данных условиях оценки

задержки. Увеличение времени когерентного накопления способствует уменьшению предельного значения ОСШ, при котором возможно осуществлять слежение с допустимой точностью оценки параметров. Кроме того, для уменьшения этого предельного значения q_{\min} возможно применение подхода, описанного в [106], – когерентное накопление по 20 мс, после чего использовать некогерентное суммирование.

5) Вариант некогерентной СС на основе измерений корреляторов и нелинейного фильтра может быть использована в САН для уточнения первичных оценок РНП при ОСШ меньше 30 дБ-Гц или в случае отсутствия битовой синхронизации (режим «А» с некогерентным накоплением). Некогерентная СС с когерентным накоплением на интервале T может быть использована, к примеру, после потери слежения за фазой в когерентном режиме слежения, но при наличии достаточно точных оценок частоты.

ГЛАВА 4. Экспериментальные исследования

В предыдущих главах был описан и исследован «*correlation based KF*» - способ построения схемы слежения за РНП «второго типа» и рассмотрены два режима работы СС - *когерентный* и *некогерентный*. Для подтверждения результатов статистического моделирования, а также для проверки возможности практической реализации синтезированных структур следящих систем был проведен ряд натурных испытаний. В данной главе приводятся основные результаты, полученные по итогам обработки данных *ключевых* экспериментов.

В качестве приемника был взят одночастотный *GPS/Galileo* навигационный приемник [109, 110]. Фотография данного модуля вместе с приёмной антенной *GPS/Glonass* представлена на Рисунок 4.1. *GPS/Galileo* приемник состоит из двух частей: высокочастотный (ВЧ) тракт и блок программной обработки. На выходе ВЧ тракта формируются дискретные отсчеты группового сигнала ГНСС на ПЧ $IF = 4.092$ МГц с частотой дискретизации 16.368 МГц. Программная часть реализована в среде Matlab. Поставляемая вместе с приёмником программная часть представляет собой приёмник с двухэтапной обработкой сигналов СРНС (Рисунок 1.3) и состоит из следующих блоков:

- 1) Блок «грубого» поиска сигналов СРНС с последующим уточнением с помощью быстрого преобразования Фурье (БПФ);
- 2) Блок слежения, выполненный по «традиционной» схеме, реализующей *когерентную* обработка. Схема содержит фазовый, временной дискриминаторы и цифровой фильтр второго порядка;
- 3) Блок декодирования навигационного сообщения;
- 4) Блок навигационного вычислителя, реализующий алгоритм итеративного метода наименьших квадратов (МНК);
- 5) Блок отображения результатов слежения и навигационного решения.

Автором работы в исходный программный код приёмника были добавлены исследуемые алгоритмы слежения: с дискриминаторами и линейным фильтром Калмана и «бездискриминаторный» вариант СС с сигма-точечным фильтром Калмана на основе *UT*. Добавленные алгоритмы могут функционировать в *когерентном* и *некогерентном* режимах. Для схемы слежения с линейным фильтром Калмана были взяты дискриминаторы типа (2.16) для *когерентного* режима и (3.8) - для *некогерентного*. Также был доработан основной код приёмника для интеграции реализованных алгоритмов. При обработке данных время когерентного накопления варьировалось от 1 мс до 20 мс. *Битовая синхронизация* осуществлялась отдельным блоком.

Проверка качества работы схем слежения проводилась сравнением оценок РНП в исследуемой СС при произвольных величинах q и «опорных» значений параметров, в качестве которых использовались оценки РНП, полученные при высоком отношении сигнал/шум. В экспериментах, где можно было получить навигационное решение, результаты слежения сравнивались на *качественном* уровне путём сравнения результирующей траектории.

Следует особо отметить, что именно при такой постановке экспериментов, все внешние погрешности, обусловленные влиянием тропосферы, ионосферы, а так же инструментальные погрешности высокочастотной части приёмника (до АЦП) были тождественными, включая шумовую составляющую.

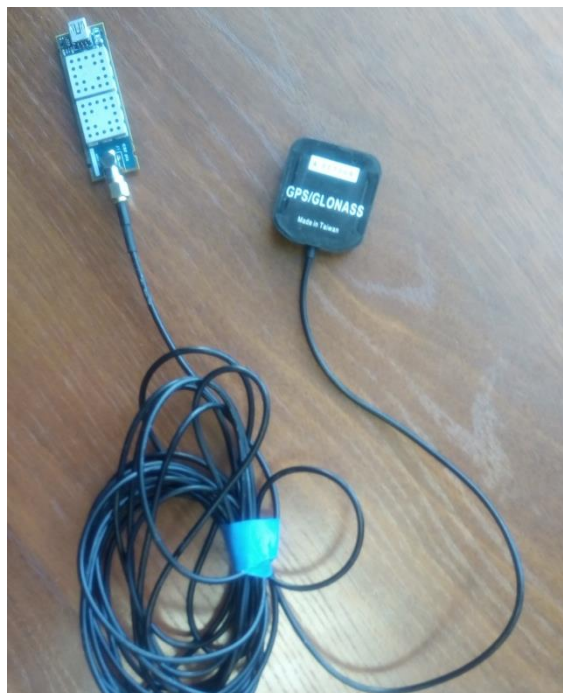


Рисунок 4.1. Используемый приёмник навигационных сигналов и GPS/Galileo с подключённой антенной

4.1 Эксперимент 1 с использованием генератора СРНС сигнала.

Контролируемый лабораторный эксперимент проводился с использованием генератора фирмы Keysight [111] с пакетом ПО для формирования ГНСС сигналов в реальном времени. Цель эксперимента состояла в сравнении работоспособности двух типов следящих систем («традиционный» и СС с нелинейным фильтром Калмана) на *качественном* уровне. Необходимость данного эксперимента обусловлена желанием проверить работоспособность исследуемых СС и подтвердить идентичность свойств оценок при большом отношении сигнал/шум на *качественном* уровне. Это позволило в дальнейшем при уменьшении ОСШ

контролировать устойчивость и работоспособность обеих схем слежения. Отметим, что количественное различие статистических свойств оценок РНП было установлено путём прямого вероятностного моделирования алгоритмов обработки на ЦВМ (метод Монте-Карло).

На Рисунок 4.2 представлена фотография генератора и подключенного к нему *GPS*-приёмника. С помощью этого макета была проверена работа исследуемых алгоритмов слежения в разных режимах. В когерентном режиме:

- слежение за РНП при известном отношении сигнал/шум;
- захват на сопровождение с применением *адаптации* по частоте/фазе
- слежение при уменьшающейся мощности генерируемого сигнала.

В некогерентном режиме – слежение за РНП при фиксированном ОСШ и проверка полосы захвата по частоте.



Рисунок 4.2. Вид экспериментального лабораторного макета: генератор навигационных сигналов и GPS/Galileo приемник

Методика проведения эксперимента.

Генератор формировал два навигационных сигнала GPS с ПСП номер 1 и 2. Сигнал ПСП 1 генерировался с высокой энергетикой $q_{dBW} = -150$ дБВт ($q \approx 49$ дБ-Гц). По этому сигналу определялись «точные» оценки \hat{t} и \hat{f}_D , которые выступали в роли опорных. Исследуемый сигнал ПСП 2 формировался с параметром $q_{dBW} \approx -175$ дБВт ($q \approx 24$ дБ-Гц). Этот сигнал имел такое же значение частоты f_D , как и сигнал с ПСП 1, но был смещен по задержке на 20 чипов ПСП. В качестве навигационного сообщения использовался меандровый сигнал с длительностью бита 20 мс.

При проверке работы СС в *когерентном* режиме при фиксированном ОСШ время накопления полагалось равным $T = 10$ мс. Качественная проверка влияния пониженных (до уровня $q \approx 15$ дБ-Гц) ОСШ на устойчивость слежения выполнялась при $T = 20$ мс. При исследовании процесса захвата на сопровождение в *когерентном* режиме неопределённость по частоте составляла $\Delta F_D \leq 20$ Гц. В *некогерентном* режиме - $T = 1; 2$ мс, поскольку предполагалась большая неопределённость по частоте $\Delta F_D = 300$ Гц.

Отметим, что неточность в знании параметра C/N_0 существенно влияет на свойства оценок РНП. Что касается работы СС с дискриминаторами и линейным фильтром Калмана, то оценки \hat{q} формировались с помощью алгоритмов, представленных в [95]. Для их реализации требуется накопление квадратур на интервале 1 сек с последующим вычислением в когерентном и некогерентном режиме оценки C/N_0 методом моментов (ММ). Возможны и другие способы формирования оценок [95], в частности, метод Beaulieu (BL), который применим только в когерентном режиме. Оба указанных алгоритма были реализованы при обработке экспериментальных данных.

На Рисунок 4.3 - Рисунок 4.4 представлены результаты слежения за задержкой и частотой, вид синфазной точной квадратуры (I_P) и оценки параметра \hat{q} , полученные в когерентном режиме слежения для обеих исследуемы архитектур при высоком ОСШ. Из этих рисунков можно сделать вывод, что СС обоих типов осуществляют слежение за параметрами сигнала, и формируют одинаковые оценки этих параметров.

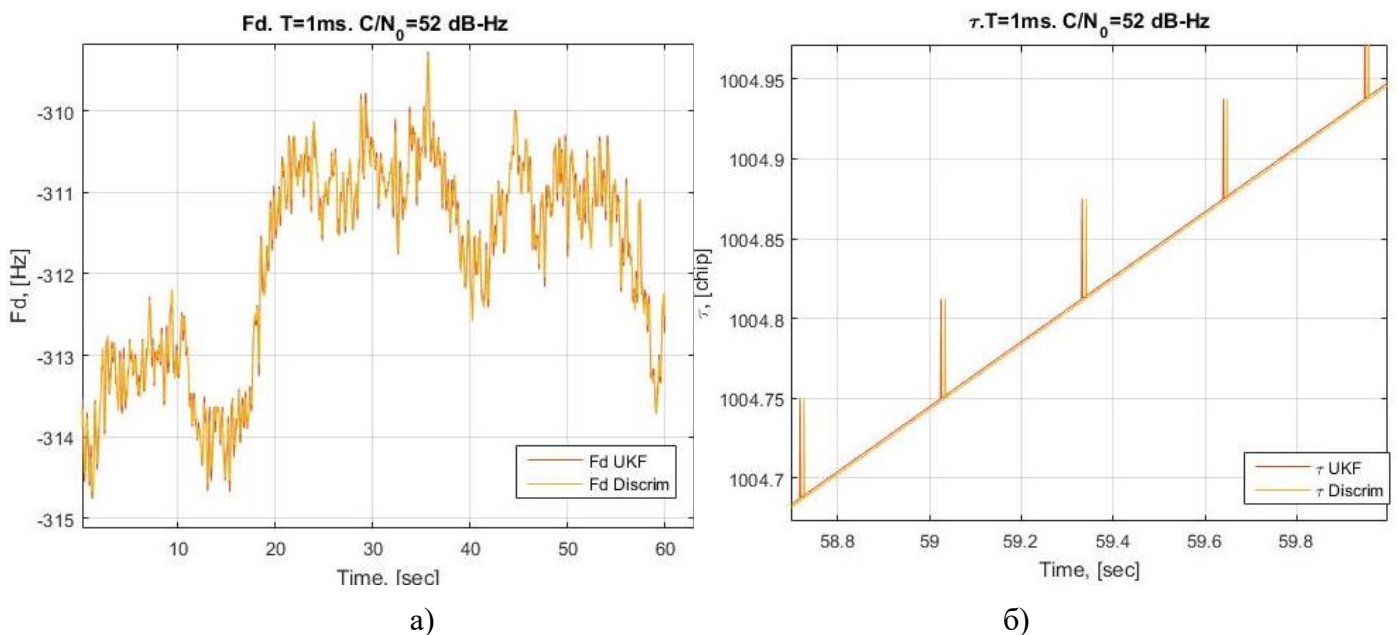


Рисунок 4.3.. Эксперимент 1. Оценки РНП при фиксированном C/N_0 для двух разных архитектур

организации СС в когерентном режиме при $T = 1$ мс: а) \hat{f}_D ; б) $\hat{\tau}$.

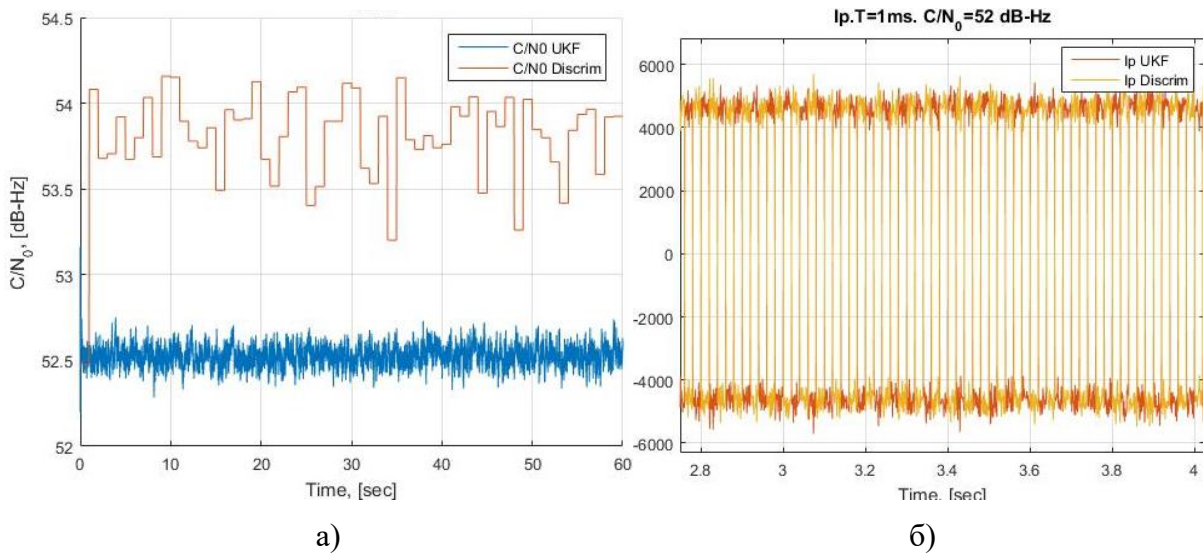


Рисунок 4.4. Эксперимент 1. а) Оценки параметра \hat{q} для двух разных архитектур СС; б) Вид синфазной точной квадратур (I_p) для обеих типов СС.

На Рисунок 4.5 представлены результаты работы когерентных следящих схем при захвате на сопровождение по частоте с использованием адаптации по начальной фазе (нескольких парциальных фильтров) в условиях низкого $\hat{q} \approx 23$ дБ-Гц и $T = 10$ мс. При этом для дискриминаторной схемы оценка ОСШ бралась из нелинейного фильтра (то есть предполагается точная оценка).

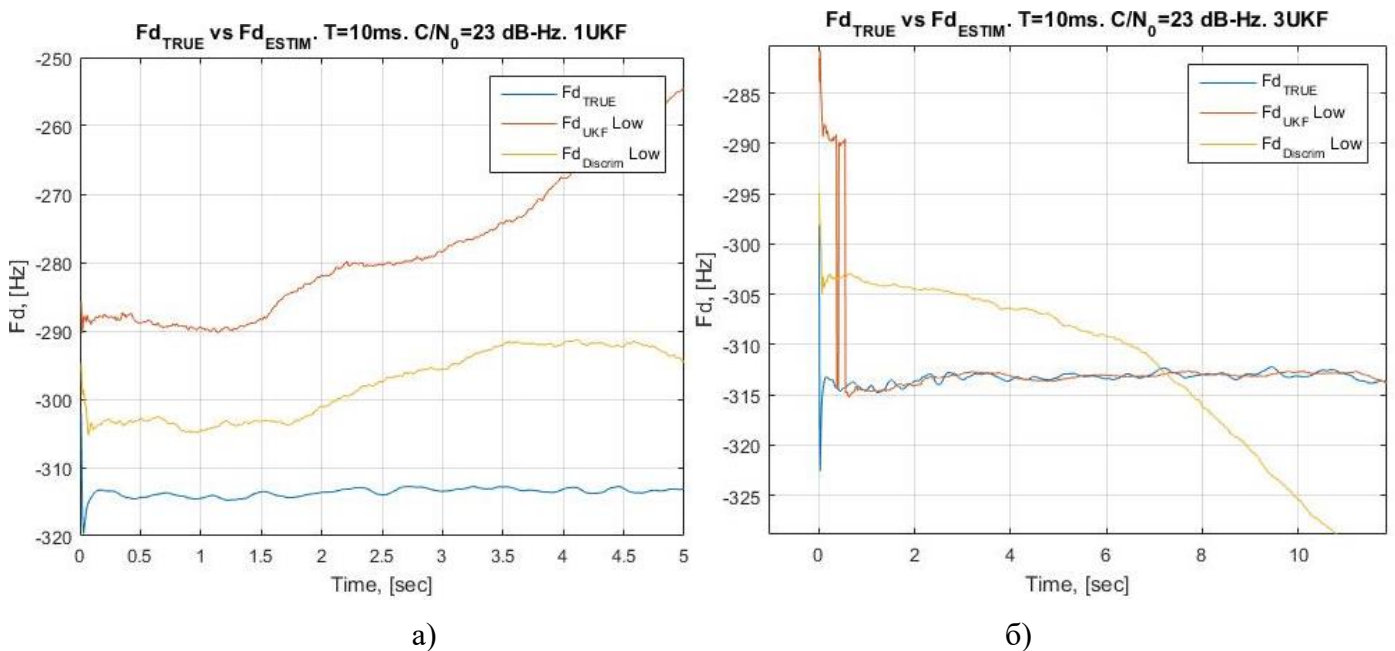


Рисунок 4.5. Эксперимент 1. Захват на сопровождение по \hat{f}_D в когерентном режиме с

использованием адаптации по частоте при $\Delta F_D \approx 20$ Гц и $\hat{q} \approx 23$ дБ-Гц и $T = 10$ мс для обоих типов архитектур: а) 1 UKF; б) 3 UKF.

На Рисунок 4.6 представлено дальнейшее слежение за частотой и задержкой при низком значении ОСШ ($\hat{q} \approx 23$ дБ-Гц и $T = 10$ мс) и сравнение с истинным (опорным) значением частоты. На Рисунок 4.7 представлена оценка \hat{q} для этого случая. Представленные иллюстрации демонстрируют эффективность применения *адаптации* по начальным параметрам в схеме слежения с *нелинейным* фильтром Калмана.

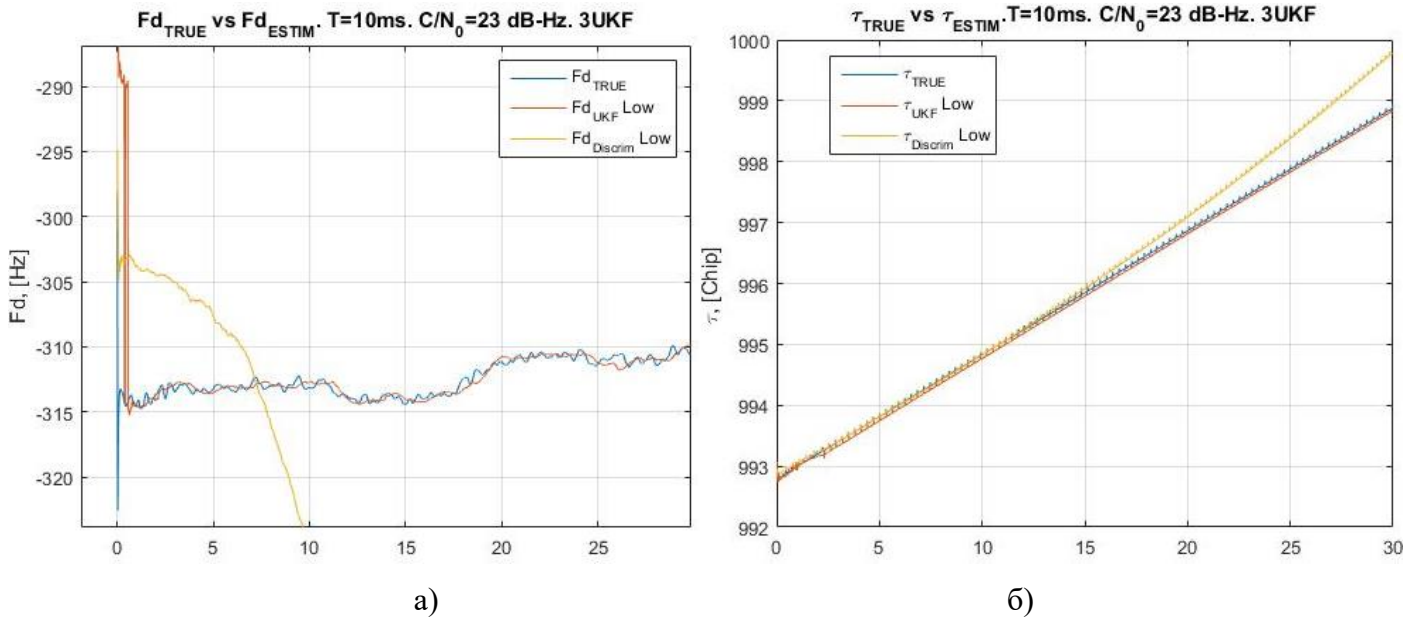


Рисунок 4.6. Эксперимент 1. Слежение за РНП при низком ОСШ и сравнение с истинными значениями а) \hat{f}_D ; б) $\hat{\tau}$.

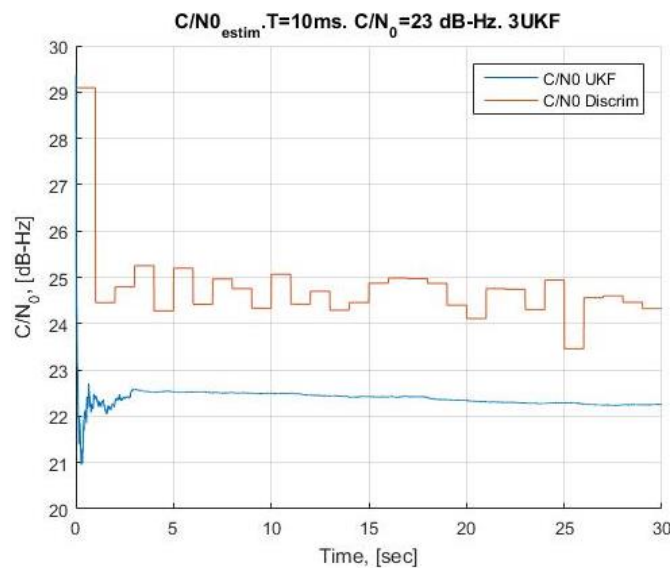


Рисунок 4.7. Эксперимент 1. Оценка C/N₀.

На Рисунок 4.8 представлен захват на сопровождение и дальнейшее слежение за РНП для обеих архитектур СС в некогерентном режиме при низком ОСШ. Условия проведения опыта: начальная оценка по частоте смещена от истинного значения на $\Delta F_D = 300$ Гц, $\hat{q} \approx 23$ дБ-Гц и $T = 2$ мс. Данные рисунки подтверждают результаты, полученные в ходе статистического моделирования работы СС «второго типа» в некогерентном режиме, в частности, - захват на сопровождение при низком ОСШ и большом начальном рассогласовании по $f_{D,0}$.

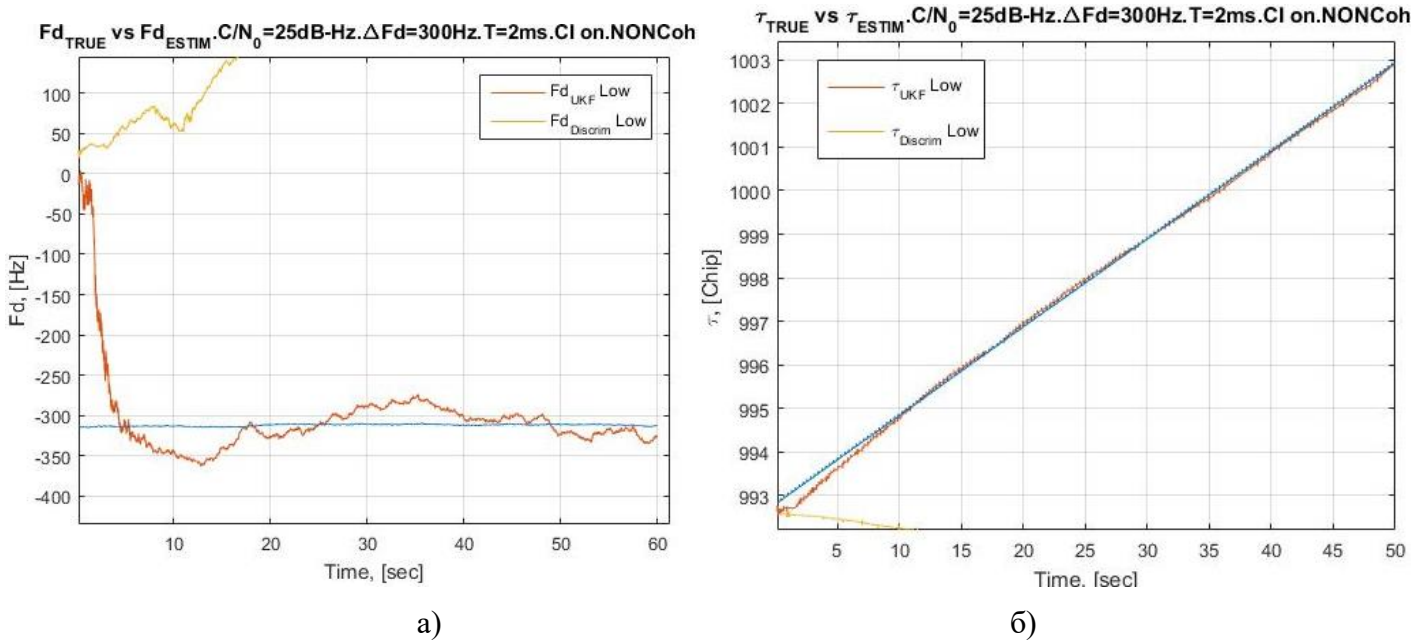
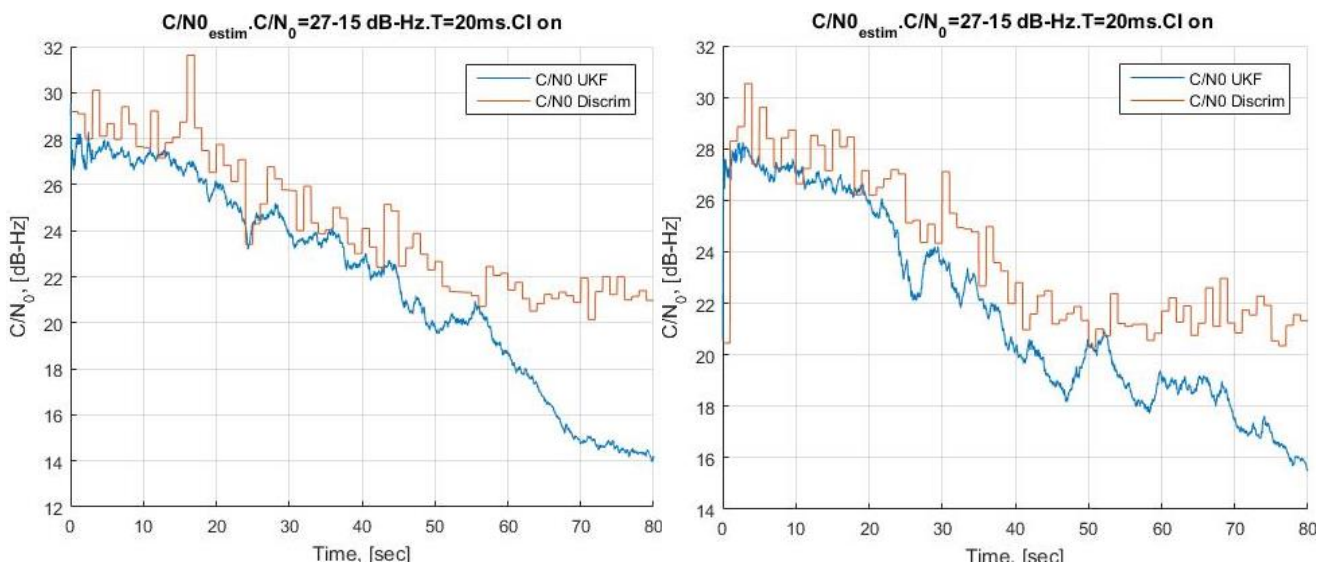


Рисунок 4.8. Эксперимент 1. Захват на сопровождение в некогерентном режиме при $\Delta F_D = 300$ Гц и $\hat{q} \approx 23$ дБ-Гц и $T = 2$ мс для обоих типов архитектур: а) \hat{f}_D ; б) $\hat{\tau}$.

На Рисунок 4.9 представлены оценки РНП для двух экспериментов, демонстрирующие слежение в когерентном режиме при снижающемся ОСШ и $T = 20$ мс. На представленном



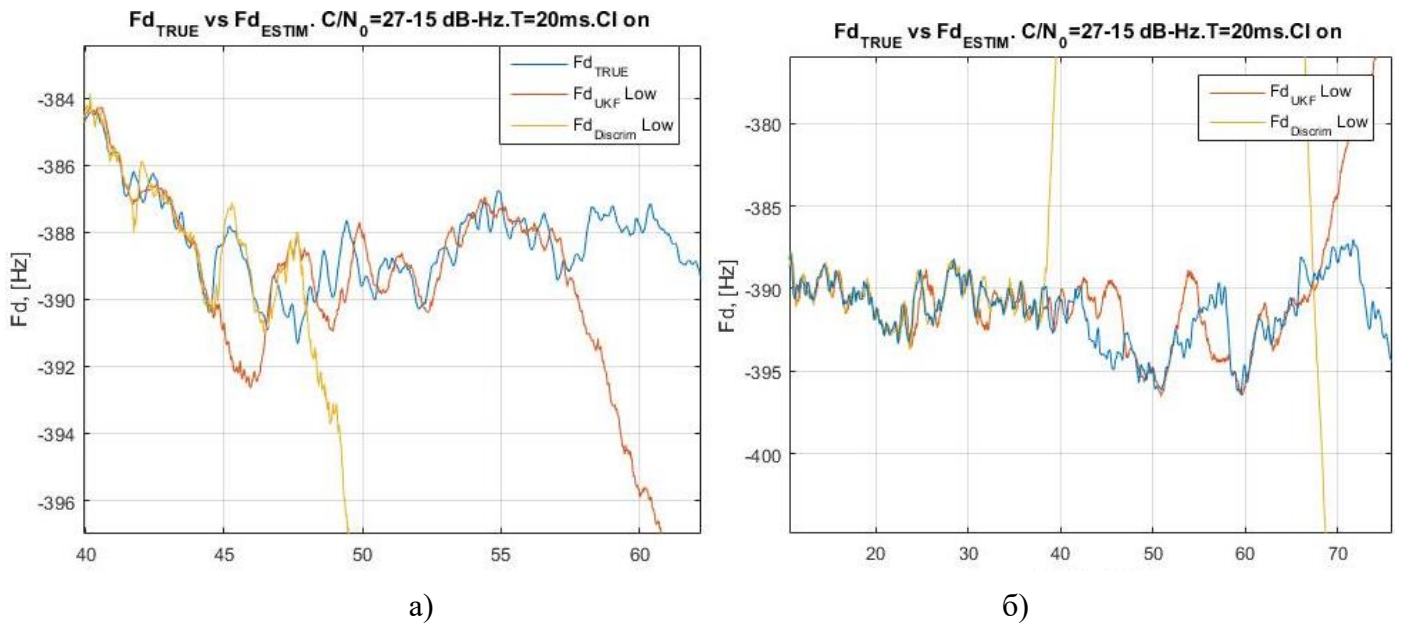
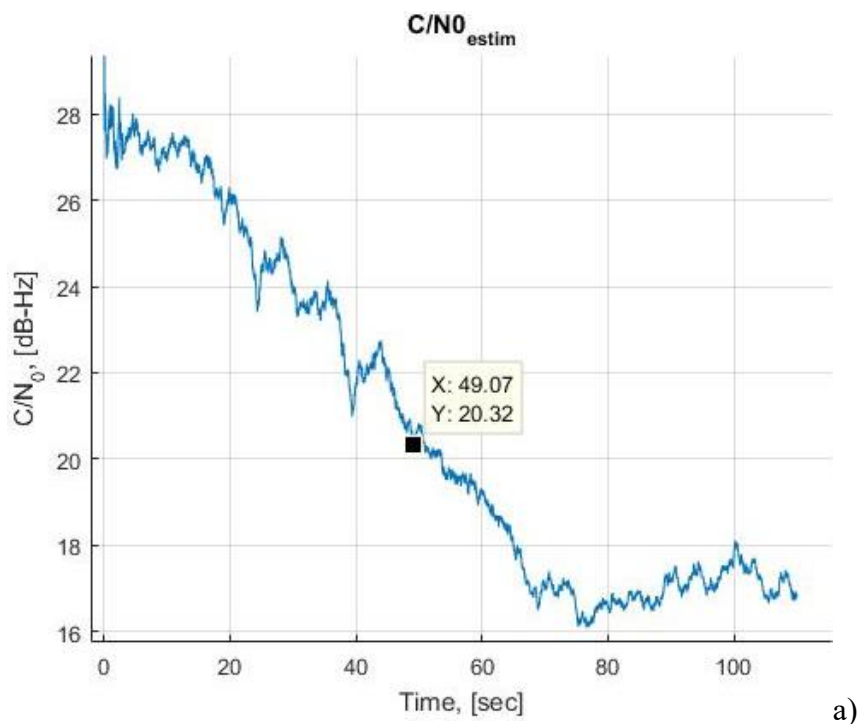


Рисунок 4.9. Эксперимент 1. Слежение за частотой при снижении ОСШ в когерентном режиме для обеих архитектур СС при $T = 20$ мс. а) эксперимент 1; б) эксперимент 2.

графическом материале видно, что схема слежение «второго типа» формирует оценки частоты доплера при величине параметра \hat{q} примерно на 2 дБ ниже, чем значение этого же параметра, при котором происходит срыв слежения схемы с дискриминаторами и линейным фильтром Калмана. Что подтверждает результаты моделирования (раздел 2).

Результаты, приведённые на Рисунок 4.10, соответствуют работе СС в некогерентном режиме при снижении ОСШ и $T = 10$ мс.



а)

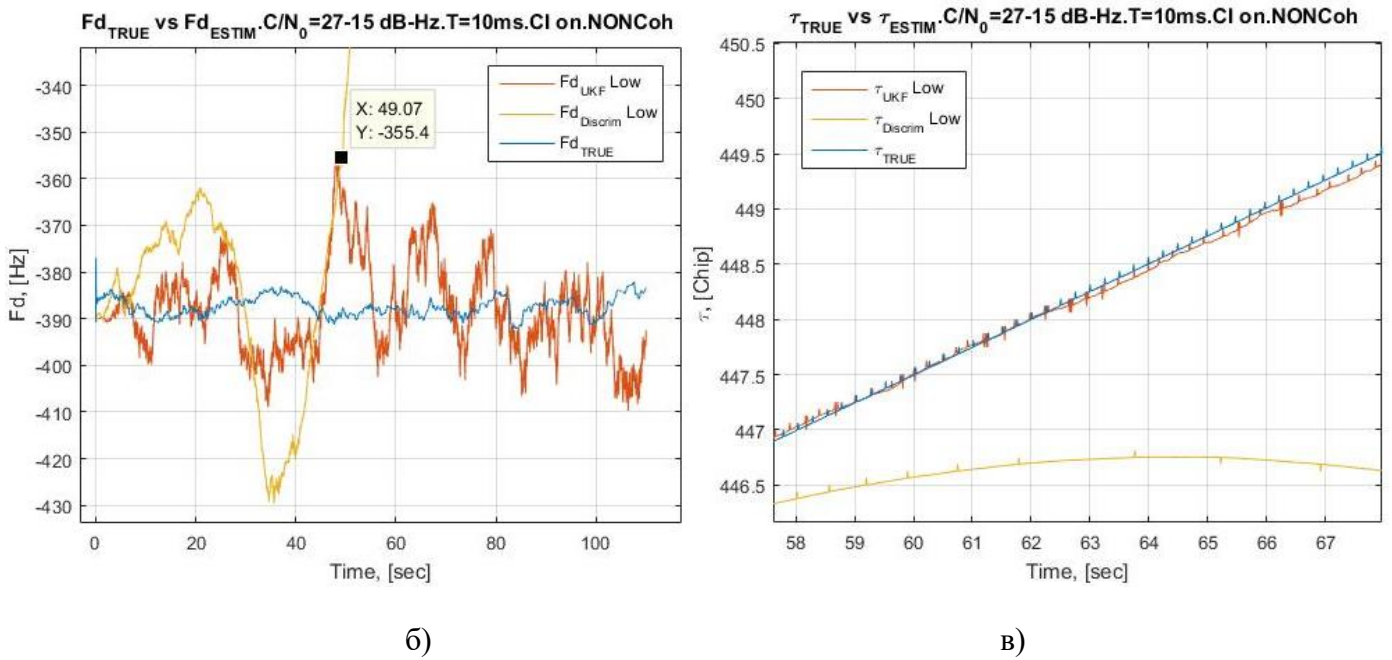


Рисунок 4.10. Эксперимент 1. Слежение за частотой при снижении ОСШ в некогерентном режиме для обеих архитектур СС при $T = 10$ мс. а) оценка C/N_0 ; б) оценка \hat{f}_D ; в) оценка $\hat{\tau}$.

После того, как алгоритмы были отработаны на данных с генератора, было проведено несколько натуральных экспериментов. Целью натуральных экспериментов была проверка влияния оценок РНП, получаемых от различных архитектур следящих систем, на конечное навигационное решение.

4.2 Эксперимент 2. Приём сигнала на неподвижную антенну под открытым небом.

В эксперименте 2 сравнивалась работа двух типов следящих систем неподвижного навигационного приёмника, расположенного под открытым небом. Приёмная антенна была установлена на крышу НИИ РТС ТУСУР по адресу г. Томск, ул. Вершинина, 72. Был записан сигнал СРНС *GPS* длительностью 1 мин.

На Рисунок 4.11 - Рисунок 4.13 представлены оценка ОСШ, вид синфазных точных квадратур для обоих вариантов построения СС, результаты навигационного решения для каждой из архитектур. Время накопления $T = 10$ мс.

На Рисунок 4.12 - Рисунок 4.13 представлены ошибка координат относительно среднего значения для северного, восточного направления и по вертикали, трёхмерные оценки координат и их среднее значение, карта неба в полярной системе координат. Отметим, что, так как объект навигации неподвижен, то это позволяет оценить СКО оценок координат, полученных по

результатам работы СС обоих типов. Таким образом, верхний график на Рисунок 4.12 и Рисунок 4.13. демонстрирует, что СКО результирующих координат идентичны для оценок РНП от обоих типов СС. Данный результат является следствием того, что при высоких значениях параметра C/N_0 точности оценок РНП в обеих схемах одинаковые (см. главу 2).

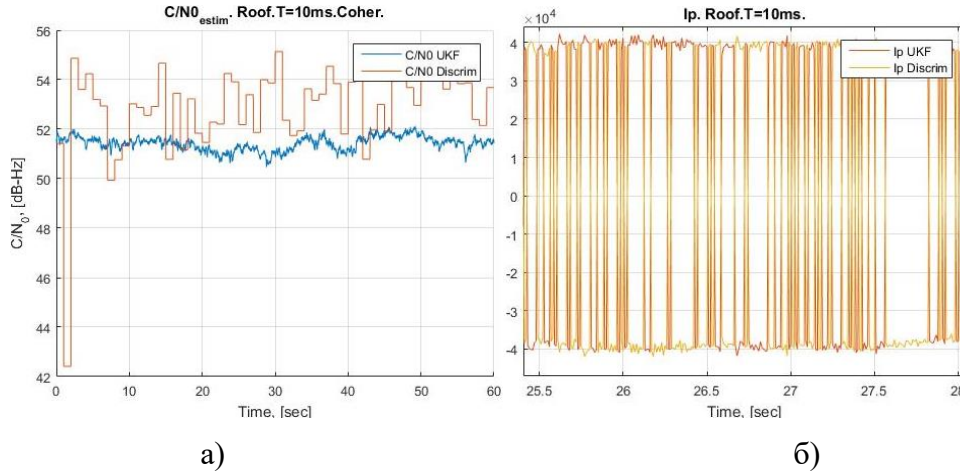


Рисунок 4.11. Эксперимент 2. Слежение в когерентном режиме в неподвижном приёмнике под открытым небом. а) оценка C/N_0 ; б) синфазной точной квадратур (I_p) для обеих типов СС.

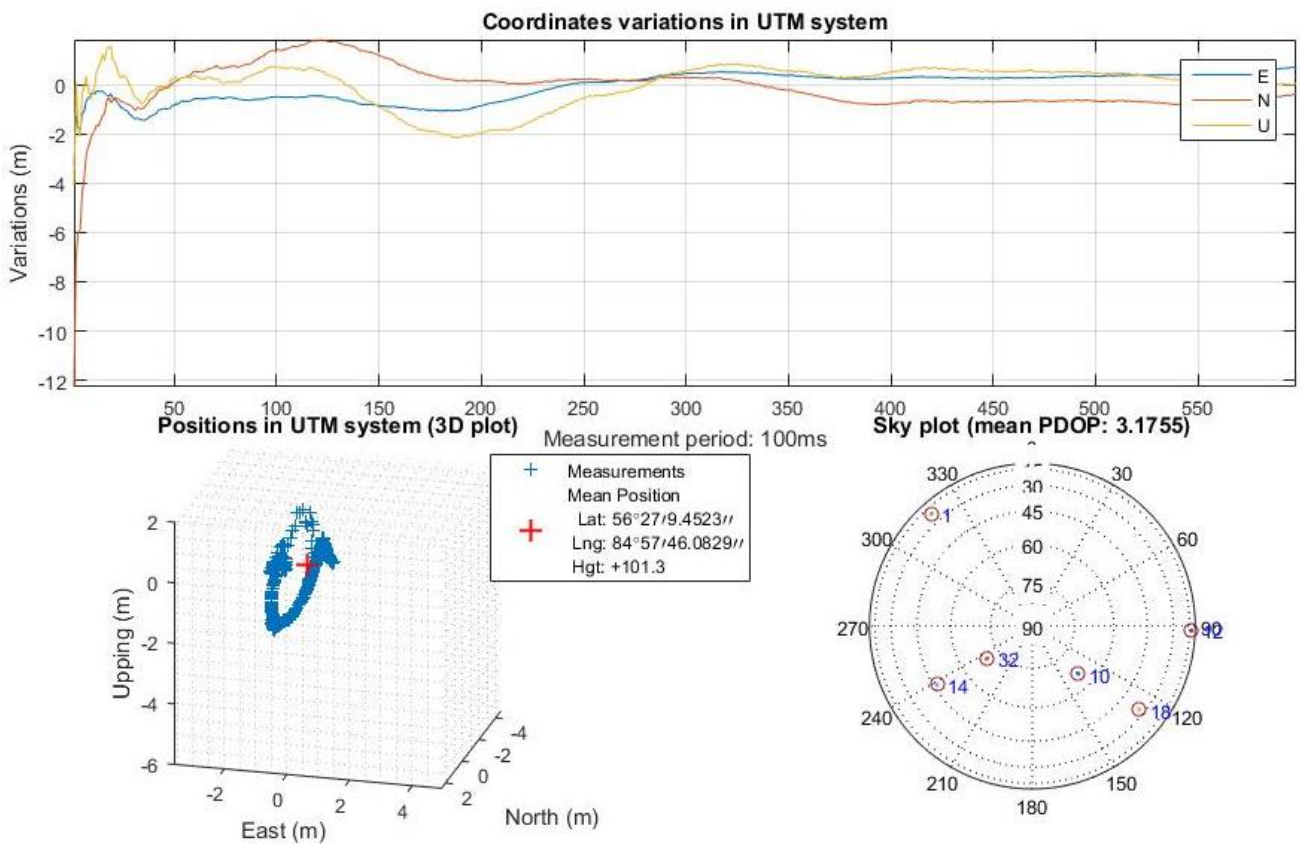


Рисунок 4.12. Эксперимент 2. Результат навигационного решения по оценкам РНП, полученным с дискриминаторной СС для неподвижного объекта.

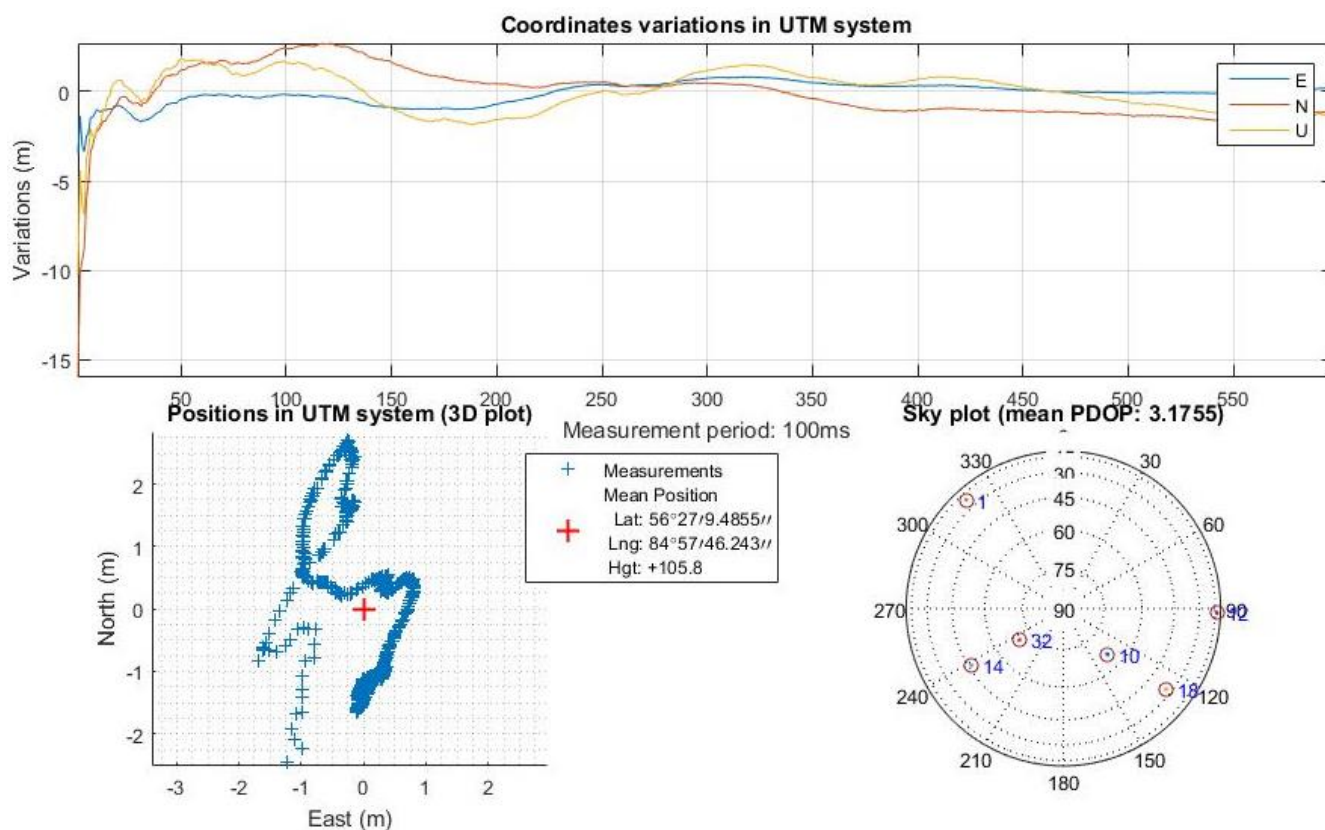


Рисунок 4.13. Эксперимент 2. Результат навигационного решения по оценкам РНП, полученным с *CBKF* СС для неподвижного объекта.

4.3 Эксперимент 3. Приём сигнала на движущемся автомобиле.

В ходе эксперимента 3 антенна *GPS*-приемника была установлена на крышу автомобиля, и был осуществлен проезд по автомобильной развязке, расположенной в г. Томск на ул. Пушкина. Схематично траектория движения изображена на карте местности (Рисунок 4.14). Во время эксперимента автомобиль два раза заезжал под эстакаду и два раза под надземные пешеходные переходы. Таким образом, имелись кратковременные (до двух сек) пропадания *GPS*-сигналов. В эксперименте время когерентного накопления полагалось $T = 10$ мс.

Так как объект навигации подвижный, а получить истинные координаты намеченной траектории для каждого момента времени не представляется возможным, то и построить графики истинной ошибки оценки координат так же невозможно. В связи с этим сравнение качества работы СС проводилось косвенно – по результатам навигационного решения в программной части приемника. Результат навигационного решения сравнивался с опорной траекторией в двумерной плоскости (северная и восточная координаты), после чего проверялось наличие ошибок по высотному профилю. Данная оценка работоспособности СС является субъективной, но за неимением альтернатив и для упрощения процедуры верификации результатов может быть принята (с учётом погрешности).

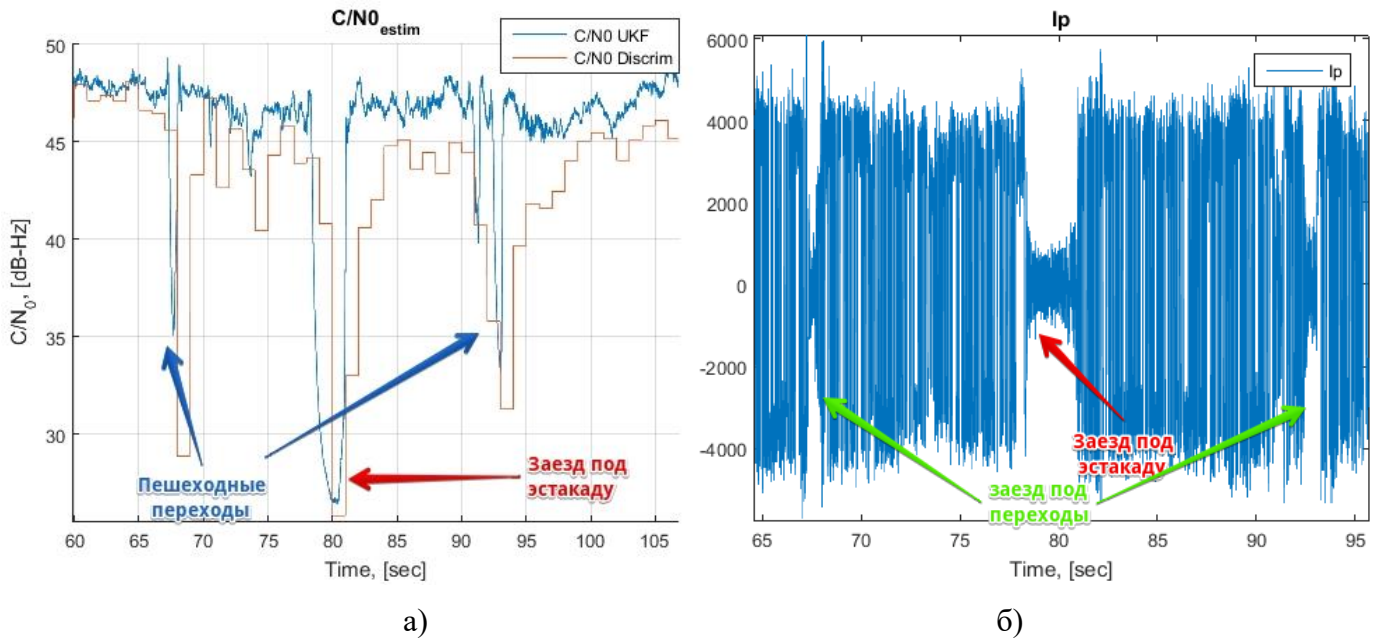


Рисунок 4.15. Эксперимент 3. Слежение в когерентном режиме за сигналом с ПСП №28 при движении автомобиля. а) Оценка C/N_0 ; б) синфазная точная квадратура (I_p)

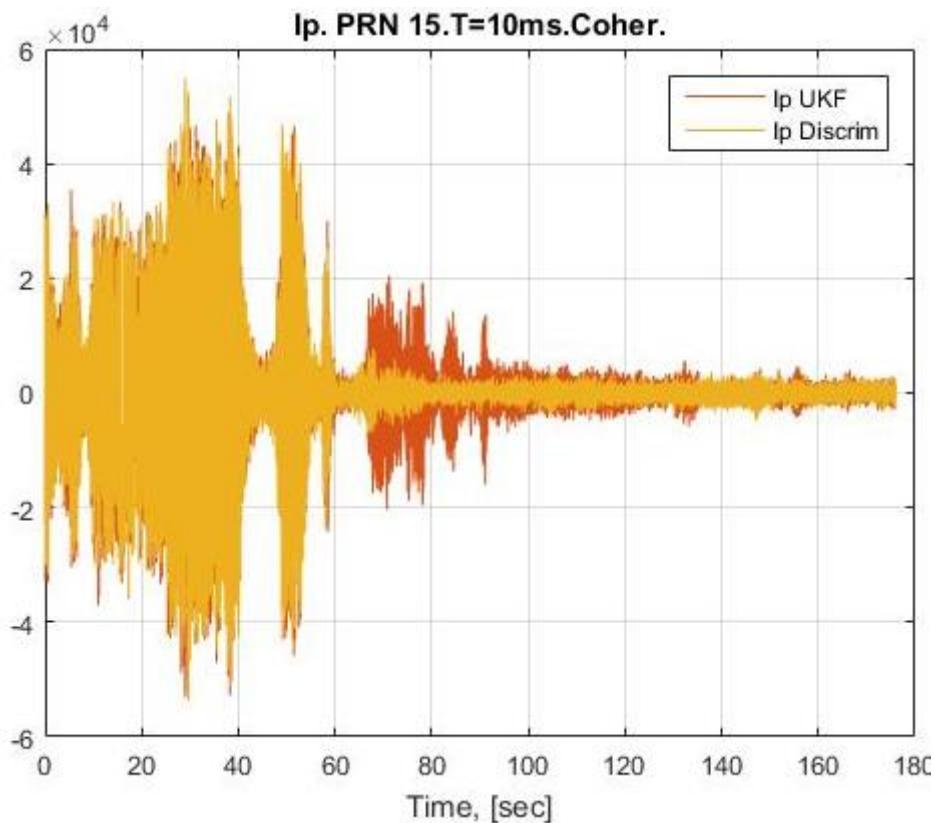


Рисунок 4.16. Эксперимент 3. Квадратуры I_p для обоих типов СС. Потеря слежения за НКА с ПСП 15.

На Рисунок 4.17, Рисунок 4.18 и Рисунок 4.20 - Рисунок 4.21 показаны результаты навигационного решения, полученные по оценкам РНП от обоих типов схем слежения,

работающих в *когерентном* режиме, для случаев наличия точных оценок ОСШ для дискриминаторной схемы (*BL* метод) и при неточных оценках C/N_0 (*MM*).

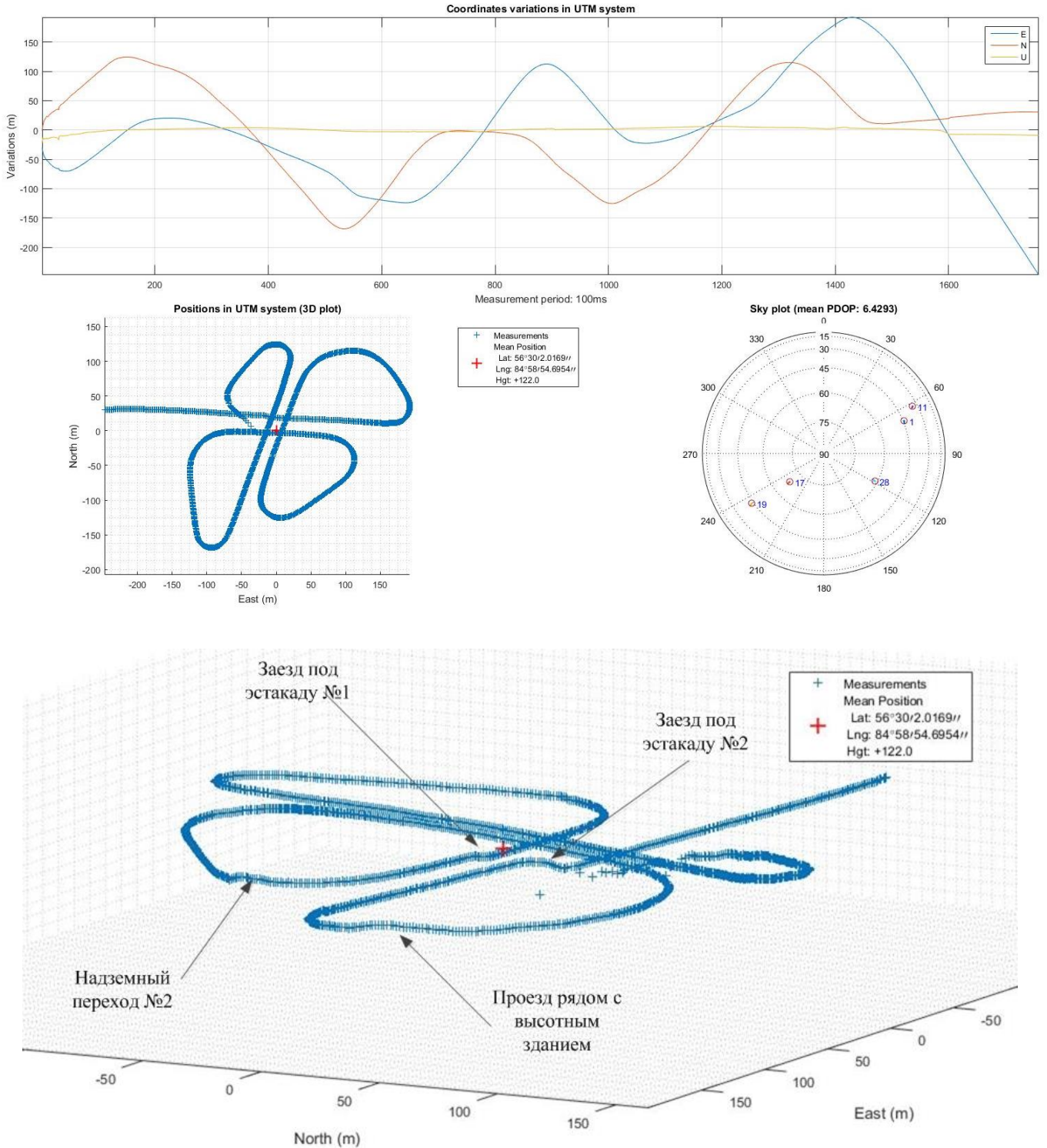


Рисунок 4.17. Эксперимент 3. Результат навигационного решения для подвижного автомобиля, полученного по оценкам РНП «*correlation based Kalman filter*» СС (5 НКА).

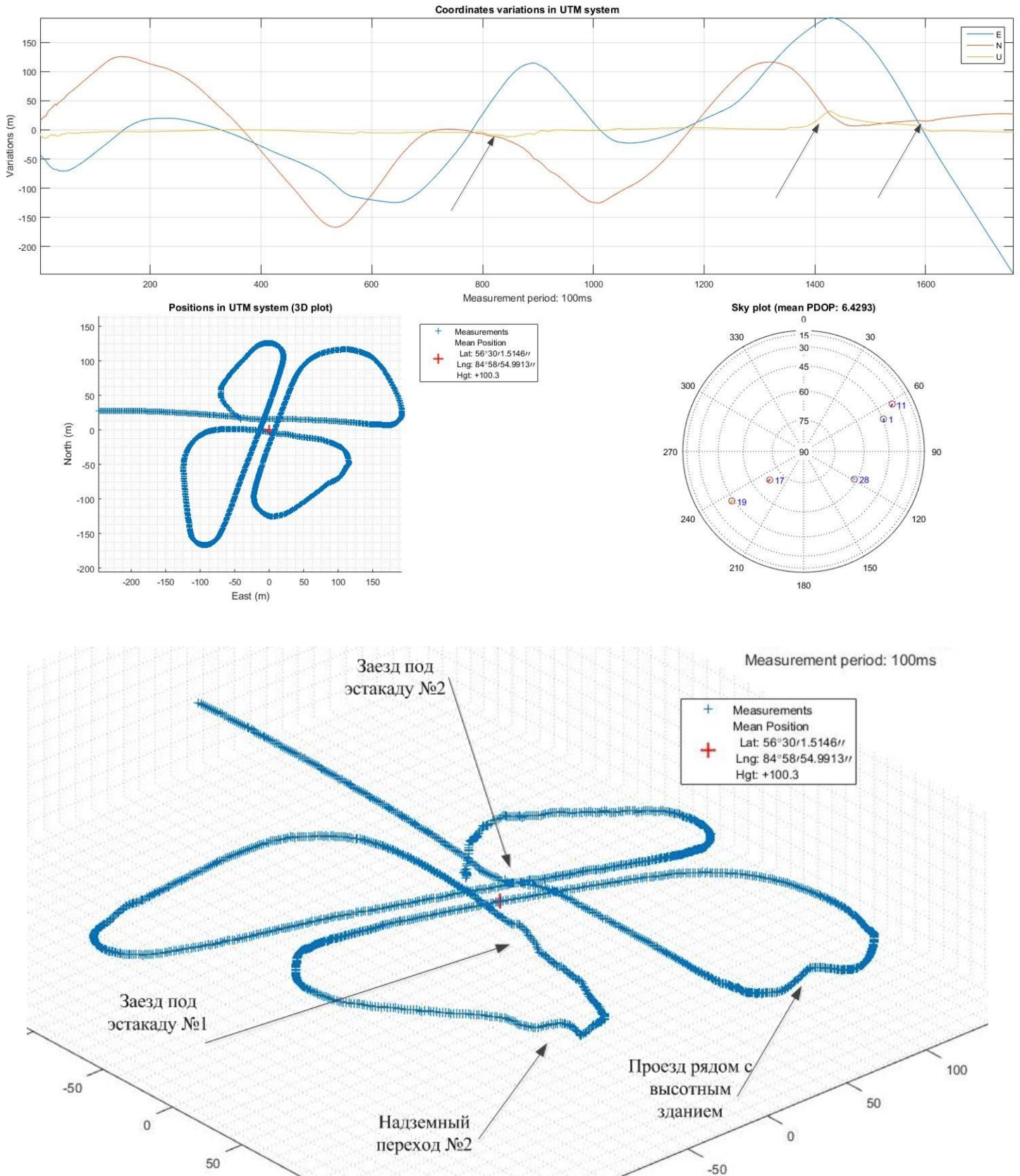


Рисунок 4.18. Эксперимент 3. Результат навигационного решения для подвижного автомобиля, полученного по оценкам РНП с дискриминаторной СС при наличии точной оценки \hat{q} (5 НКА).

В случае, когда для получения значения ОСШ для дискриминаторной схемы использовался

ММ [95], оценки C/N_0 могли значительно отличаться от «условного» истинного значения (Рисунок 4.15,а). В этой ситуации качество работы данного типа следящей схемы ухудшается. Это ухудшение проявляется, прежде всего, в появлении дополнительных срывов слежения. Так при неточных оценках ОСШ дискриминаторная схема теряет слежение за НКА с ПСП №11 (Рисунок 4.19). Для дальнейшего релевантного сравнения навигационного решения в «*correlation based KF tracking loop*» также «отключим» оценки РНП от НКА с ПСП №11.

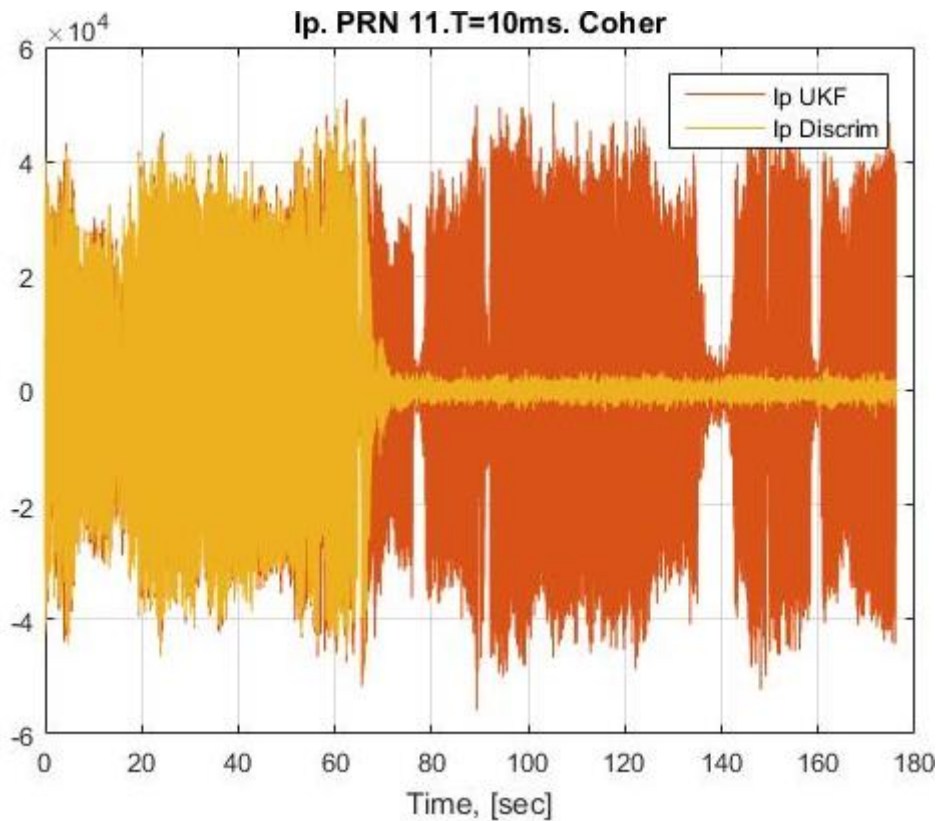


Рисунок 4.19. Эксперимент 3. Квадратуры I_p для обеих типов СС. Потеря слежения дискриминаторной СС при неточных оценках \hat{q} за НКА с ПСП №11.

На Рисунок 4.22 - Рисунок 4.24 показаны результаты навигационного решения, полученные по оценкам РНП от обоих типов схем слежения, работающих в *НЕкогерентном* режиме, для случаев наличия точных оценок ОСШ для дискриминаторной схемы и при неточных оценках C/N_0 (ММ). Для получения навигационного решения в некогерентном режиме СС навигационное сообщение от каждого НКА было взято из результатов слежения в когерентном режиме.

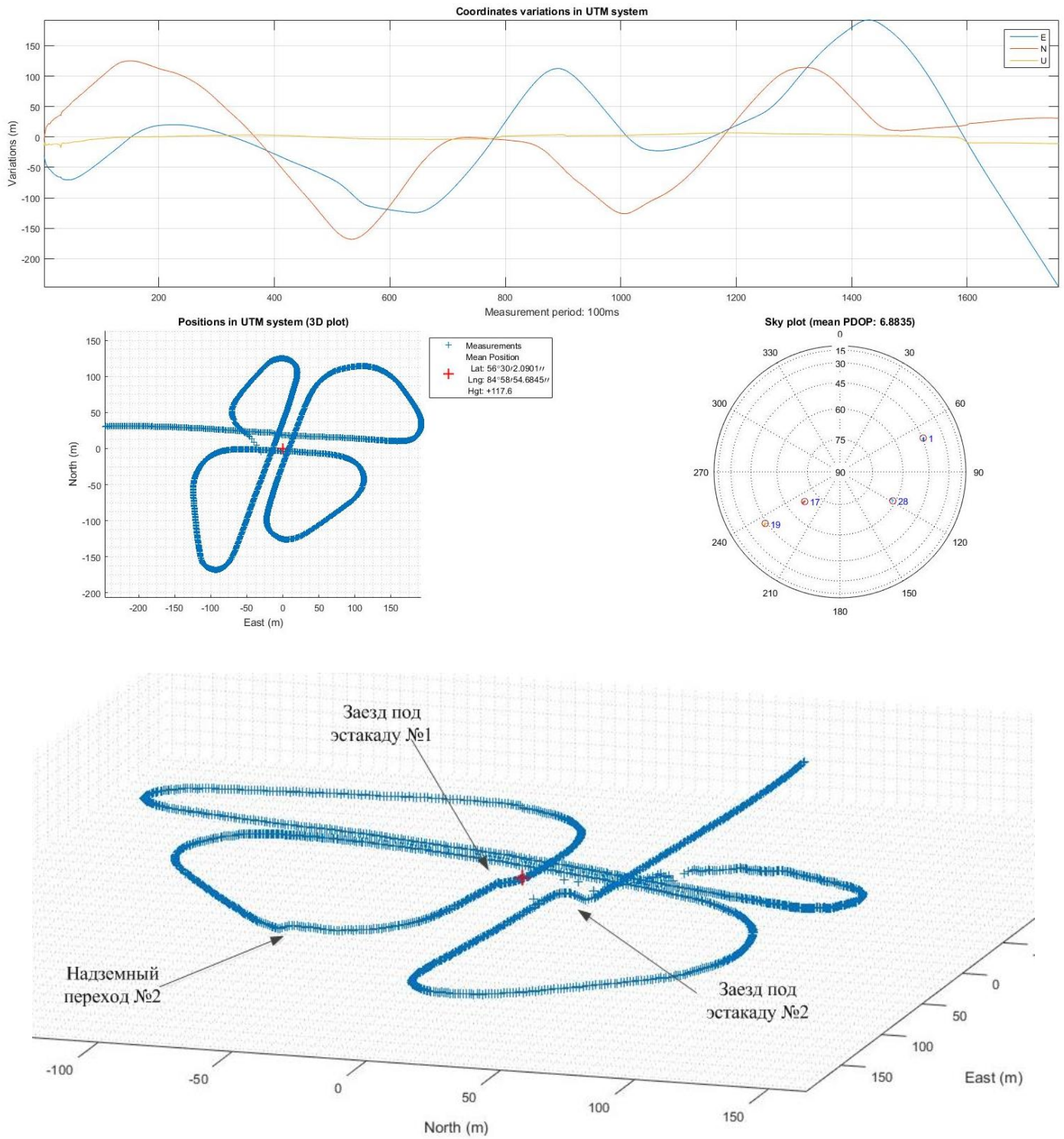


Рисунок 4.20. Эксперимент 3. Результат навигационного решения для подвижного автомобиля, полученного по оценкам РНП «*correlation based Kalman filter*» СС (4 НКА).

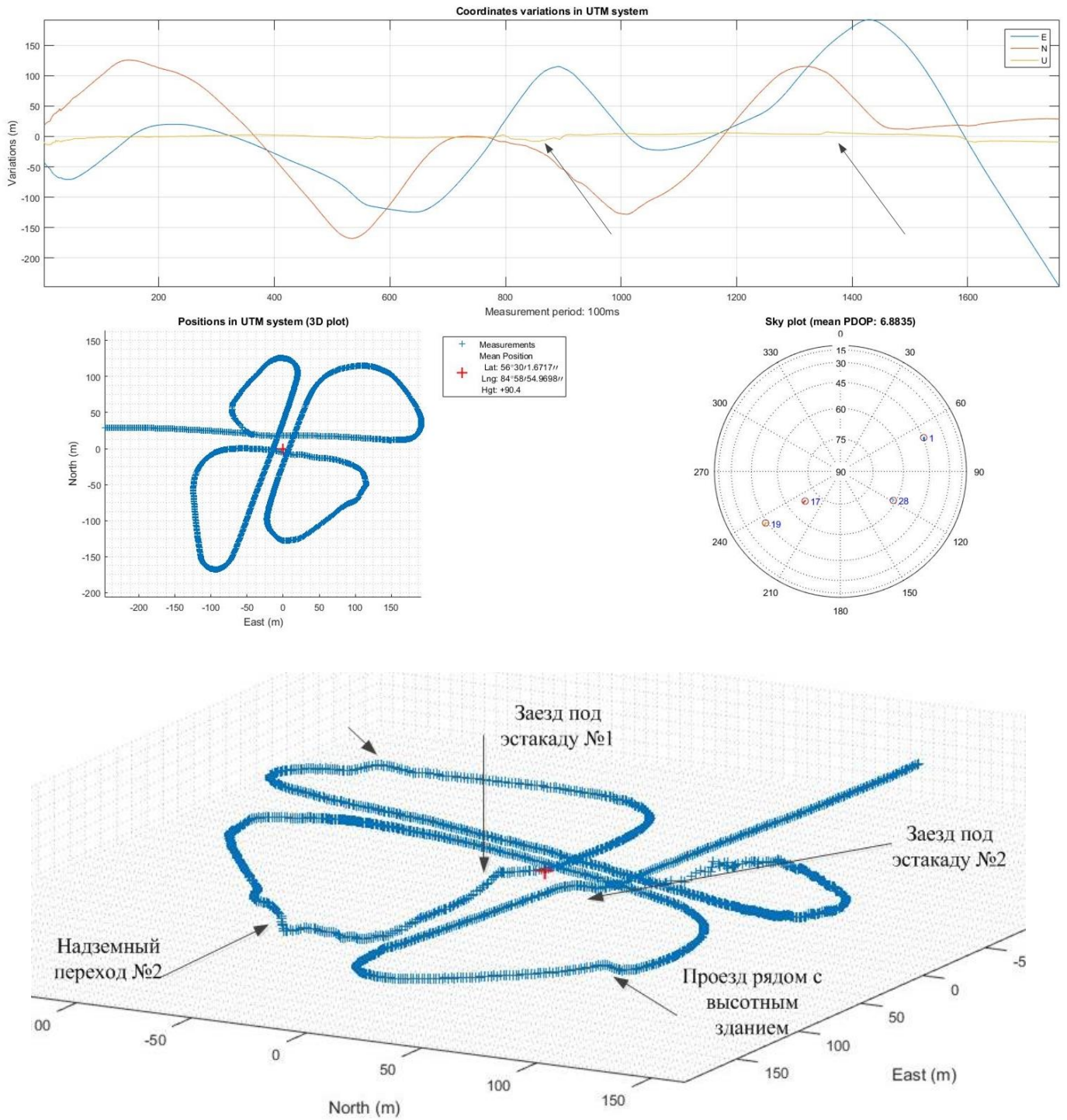


Рисунок 4.21. Эксперимент 3. Результат навигационного решения для подвижного автомобиля, полученного по оценкам РНП дискриминаторной СС (4 НКА).

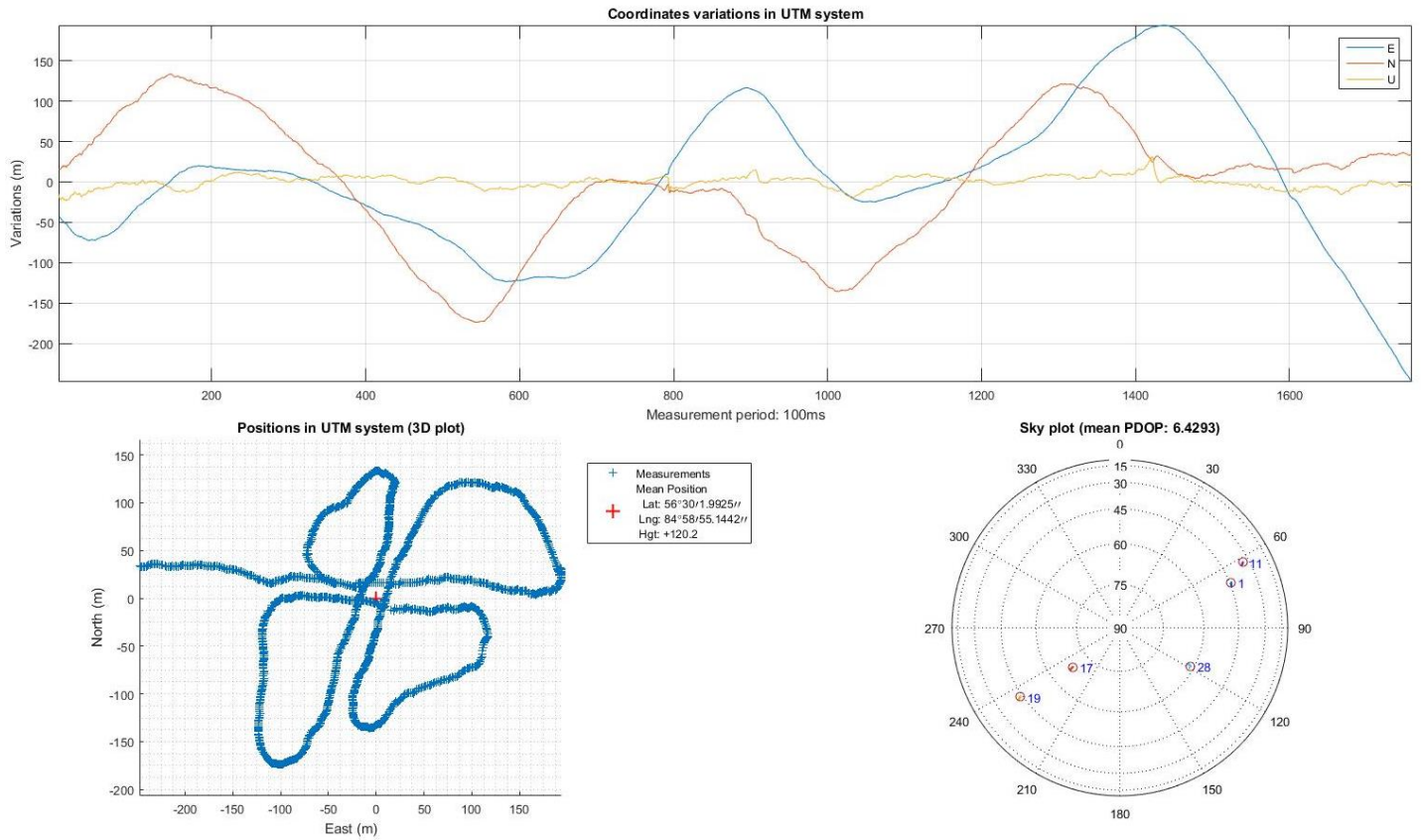


Рисунок 4.22. Эксперимент 3. Результат навигационного решения для подвижного автомобиля, полученного по оценкам РНП «*correlation based Kalman filter*» СС.

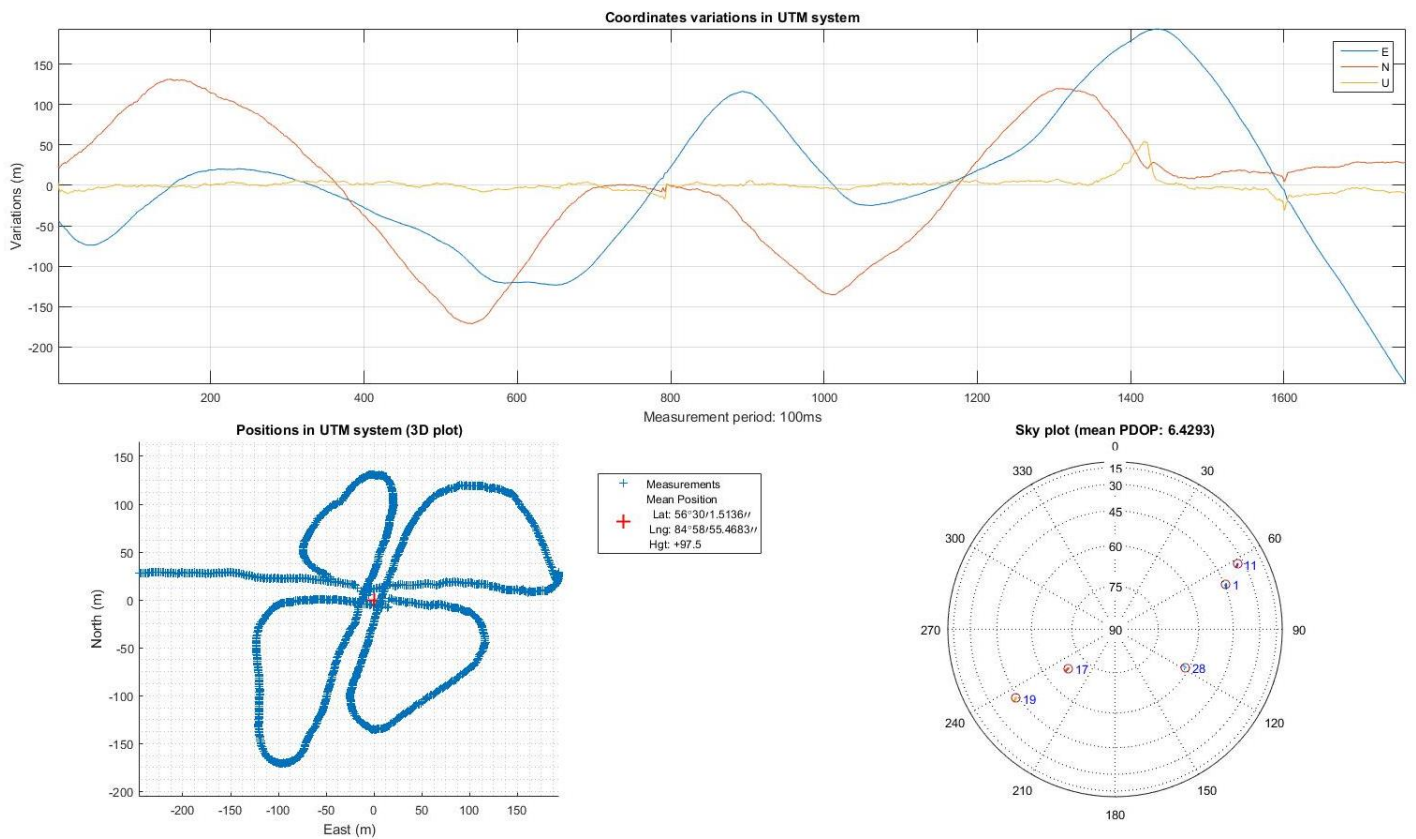


Рисунок 4.23. Эксперимент 3. Результат навигационного решения для подвижного автомобиля, полученного по оценкам РНП дискриминаторной СС при наличии точной оценки \hat{q} .

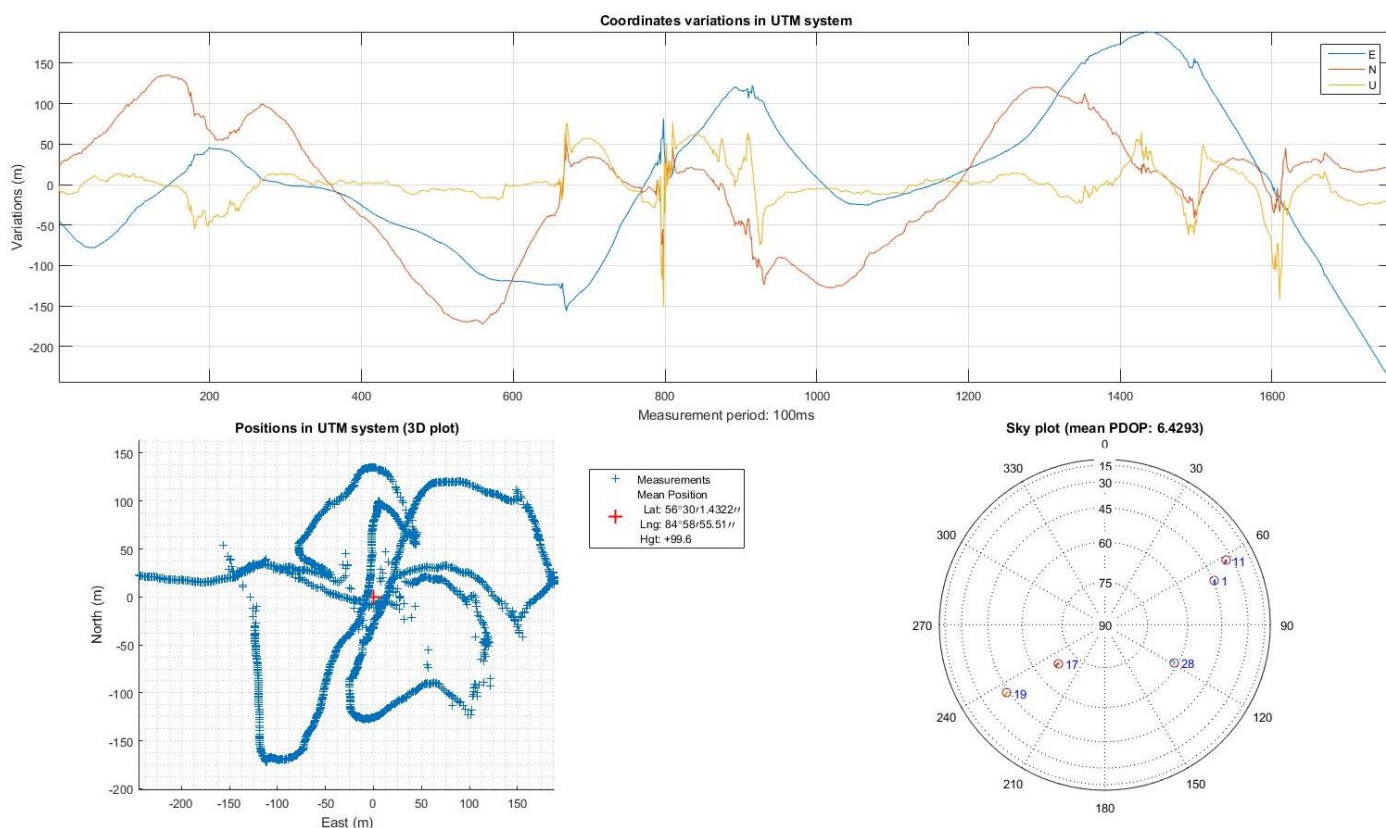


Рисунок 4.24. Эксперимент 3. Результат навигационного решения для подвижного автомобиля, полученного по оценкам РНП дискриминаторной СС при неточных оценках \hat{q} .

При наличии точных оценок ОСШ решения навигационной задачи, полученные по оценкам РНП при работе СС в некогерентном режиме, получаются практически одинаковыми. На качественном уровне можно сказать, что оценки РНП дискриминаторной схемы в некогерентном режиме обладают меньшими СКП по сравнению с оценками «*correlation based KF tracking loop*». Однако для них характерны большие смещения при ухудшении условий приёма сигналов.

4.4 Эксперимент 4. Слежение за РНП внутри помещения.

Заключительным экспериментом было исследование поведения оценок РНП, формируемых двумя типами схем слежения внутри помещения. В этом случае *нет прямой видимости между приёмником и НКА*, ОСШ может опускаться до уровня $C/N_0 \leq 15$ дБ-Гц. Из анализа литературы и проведённого статистического моделирования можно сделать вывод, что

исследуемые схемы слежения за РНП не способны поддерживать слежение при навигации внутри помещения без использования специальных техник и вспомогательного оборудования [11, 12, 106]: увеличение времени накопления до 100 мс и более, обработка информации от инерциальных датчиков и т.д. Однако автором работы всё же было решено провести эксперимент для проверки поведения схем слежения в «сложных» условиях на качественном уровне. Кроме того, выполнение данного эксперимента не требовало дополнительных ресурсозатрат, а полученные данные, по мнению автора, должны были дополнить картину исследования качества работы рассматриваемых СС.

Приёмная антенна помещалась на карнизе с внешней стороны окна второго этажа двухэтажного здания НИИ РТС ТУСУР. После 40 секунд записи сигналов антенна была занесена во внутрь здания и помещена в лаборатории на расстоянии примерно трёх метров от окна. Запись сигналов внутри здания продолжалась на протяжении приблизительно 30 секунд. Время когерентного накопления $T = 20$ мс. Данный эксперимент был повторён два раза.

На Рисунок 4.25 - Рисунок 4.27 представлены результаты навигационного решения для исследуемых архитектур построения схем слежения, полученные по данным от первого проведённого эксперимента, а также оценки РНП для двух сигналов с ПСП №27 и №8.

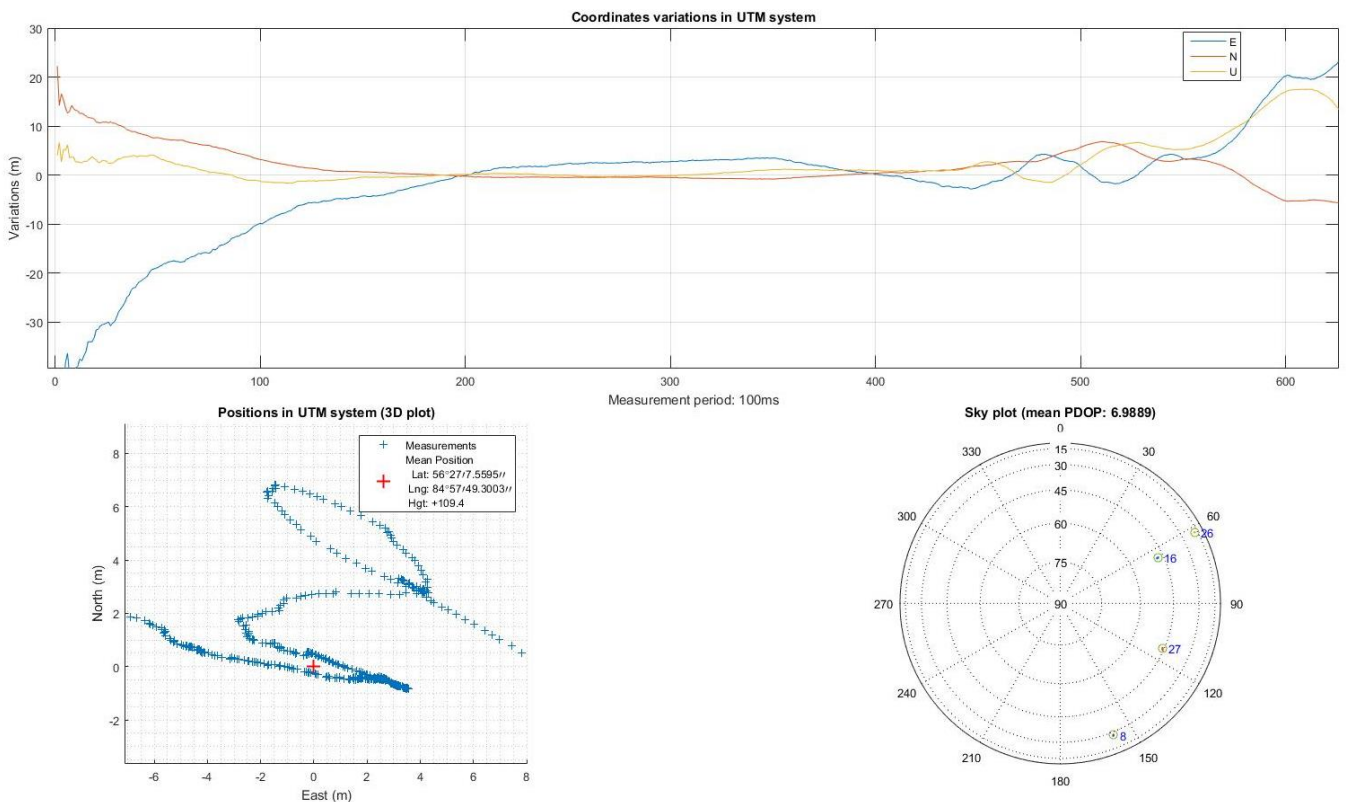


Рисунок 4.25. Эксперимент 4.1. Результат навигационного решения для навигации внутри помещения, полученного по оценкам РНП «бездискриминаторной» СС.

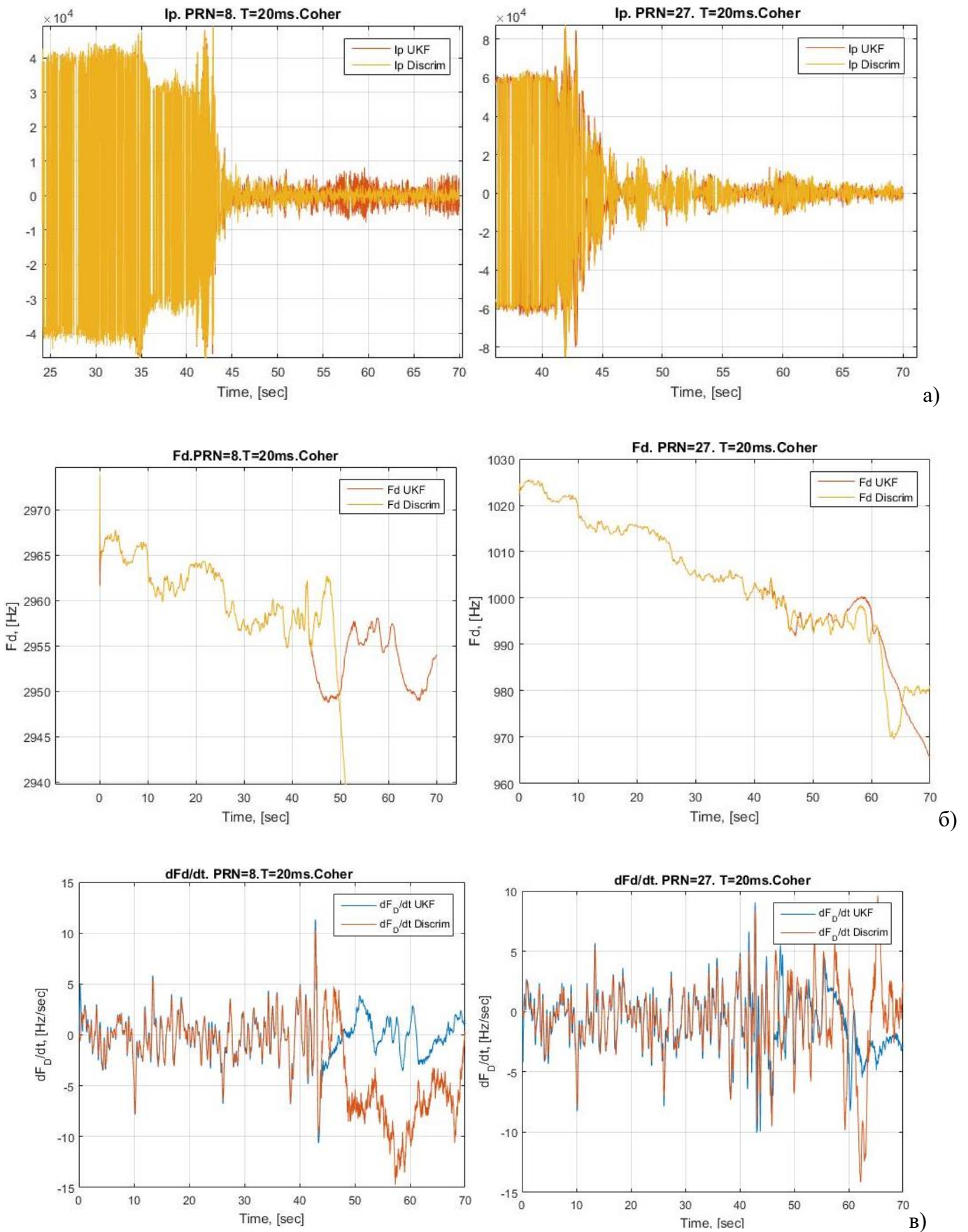


Рисунок 4.26. Эксперимент 4.1 Слежение в когерентном режиме за сигналом с ПСП №27 и ПСП

№8: а) синфазная точная квадратуры (I_P) для обоих типов СС; б) оценки частоты \hat{f}_D для двух типов схем слежения; в) оценки \hat{f}_D для каждого типа СС.

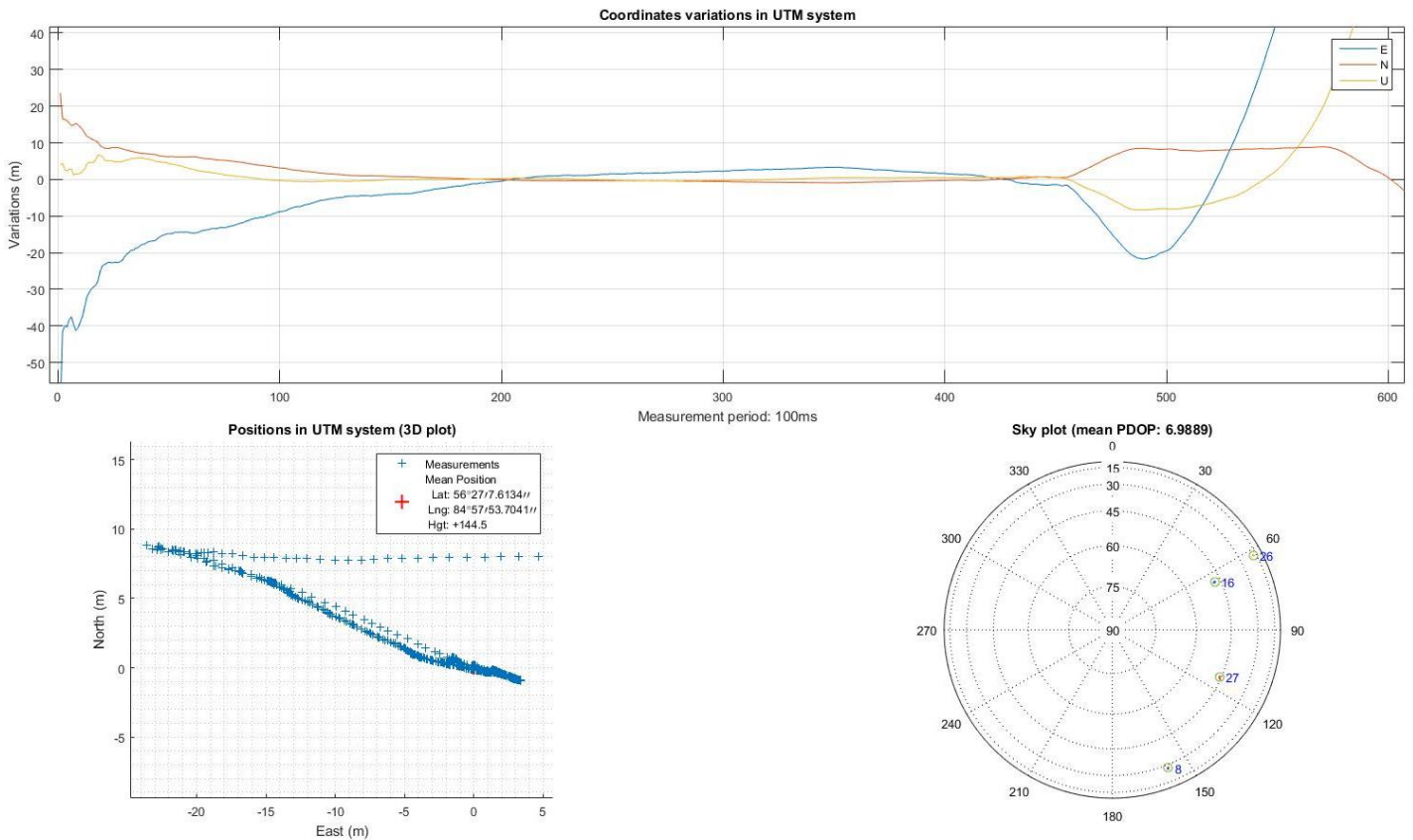


Рисунок 4.27. Эксперимент 4.1. Результат навигационного решения для навигации внутри помещения, полученного по оценкам РНП СС с дискриминаторами и линейным фильтром Калмана.

На Рисунок 4.28 представлены результаты оценки РНП для двух сигналов с ПСП №27 и №16, полученные по данным от второго проведённого эксперимента. В этой записи сигналов СРНС блоком поиска были найдены только три НКА, то есть сформировать навигационное решение методом наименьших квадратов не представлялось возможным. Вследствие чего качественному сравнению могут быть подвергнуты только оценки РНП, полученные от исследуемых СС.

По результатам работы СС обоих типов в условиях проведения эксперимента можно сделать вывод, что при пропадании НКА из прямой видимости срыв слежения неизбежен. При этом схема слежения, в которой отсутствуют дискриминаторы РНП, теряет слежение (экстраполяцию параметров) позже на несколько сек, по сравнению с «традиционной» СС. Данный факт подтверждает выводы, полученные по результатам статистического моделирования (глава 2).

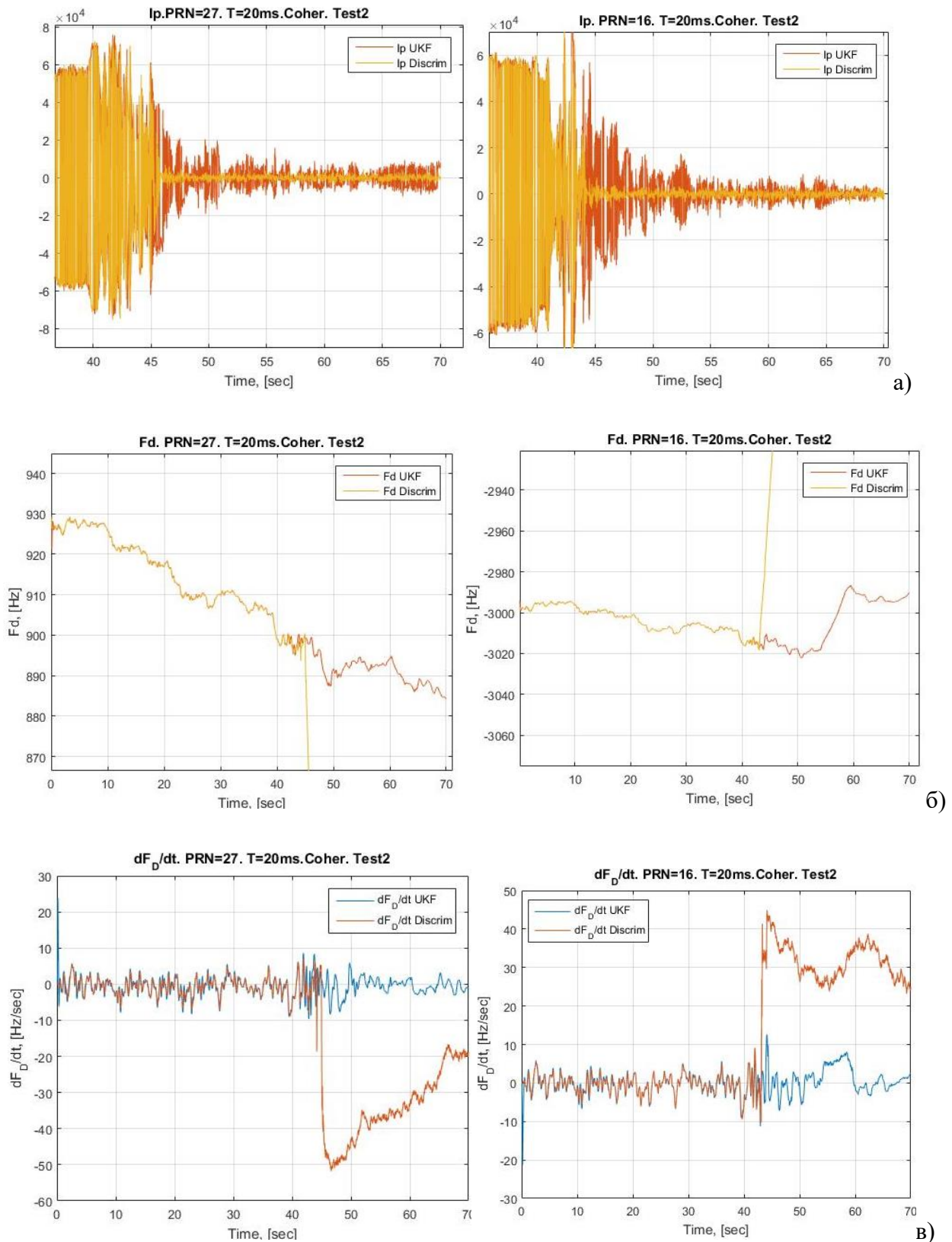


Рисунок 4.28. Эксперимент 4.2 Слежение в когерентном режиме за сигналом с ПСП №27 и ПСП №16: а) синфазная точная квадратуры (I_p) для обоих типов СС; б) оценки частоты \hat{f}_D для двух типов схем слежения; в) оценки \hat{f}_D для каждого типа СС.

4.5 Выводы.

Проведённые экспериментальные исследования подтверждают возможность и эффективность применения исследуемых схем слежения в бортовом приёмнике САН. Все полученные при статистическом моделировании данные подтверждены с помощью натуральных экспериментов. По результатам проведения всех вышеописанных экспериментов можно сделать следующие выводы:

1) Результаты экспериментов подтверждают, что в когерентном режиме и снижении мощности принимаемого сигнала до величин $q = 18 - 20$ дБ-Гц СС «второго типа» имеет запас (до появления события «срыв слежения») до 2 дБ по сравнению со СС с дискриминаторами и линейным фильтром. В случае временного пропадания прямого сигнала СРНС оценки РНП, формируемые в «*correlation based Kalman filter tracking loop*», показали лучшую стабильность по сравнению оценками РНП в СС «первого типа».

2) Экспериментально подтверждена возможность и эффективность применения адаптации к неизвестным начальным условиям по фазе и частоте в схеме слежения «второго типа» с *нелинейным* фильтром Калмана.

3) Экспериментально показано, что в случае точного знания параметра C / N_0 и достаточно большого значения ОСШ (величина qT) оба типа следящих систем в когерентном режиме имеют схожие результаты по точности оценок РНП. При неточных оценках C / N_0 решение навигационной задачи, полученное по результатам работы СС «первого типа», имеет явное качественное ухудшение по сравнению с навигационным решением при точных данных об ОСШ. Наиболее значимо данные различия проявляются в некогерентном режиме работы «традиционной» схемы слежения. Это объясняется неоптимальным значением коэффициентов усиления фильтра Калмана при неточных оценках \hat{q} , а, следовательно, приводит и к неточностям формирования оценок РНП.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Диссертационная работа посвящена синтезу алгоритмов слежения за радионавигационными параметрами сигналов СРНС для системы автономной навигации космического аппарата, располагающегося на геостационарной и высокоэллиптической орбитах. В результате выполнения работы получены следующие результаты:

1) Проведено моделирование навигационного поля, принимаемого системой автономной навигации космического аппарата, находящегося на ГСО и ВЭО. В ходе исследования условий функционирования САН установлено следующее: для КА на ГСО в **80%** времени наблюдения для СРНС ГЛОНАСС и в **70%** для *GPS* отношение мощности принимаемых сигналов к спектральной плотности мощности собственного шума приёмника в полосе 1 Гц (ОСШ) не превышает 30 дБ-Гц; для КА на ВЭО с высотой апогея 80000 км ОСШ, не превышающее 30 дБ-Гц, наблюдается в **70%** времени моделирования для СРНС ГЛОНАСС и *GPS*. Для исследуемых типов орбит параметры \dot{f}_D изменяются в диапазоне ± 15 Гц/с, что соответствует малодинамичному потребителю. В ходе проведённого анализа литературы установлено, что для получения оценок РНП в этих условиях необходимо применять схемы слежения (СС), содержащие динамические фильтры (фильтры Калмана) и учитывающие модель изменения параметров. В работе была подробно исследована архитектура следящего контура, обрабатывающая в *нелинейном* фильтре Калмана непосредственно выходы корреляторов (схема слежения за РНП «второго типа»/ «*correlation based KF tracking loop*»/ «бездискриминаторная» СС).

2) Определены статистические характеристики оценок РНП и вероятностные характеристики событий «захват на сопровождение» (P_{lock}) и «срыв слежения» (P_{loss}) схемы слежения за РНП «второго типа», формирующей *совместные* оценки вектора состояния $\mathbf{x} = \{\varphi \quad f_D \quad \dot{f}_D \quad q \quad \tau\}^T$, где φ - начальная фаза принимаемого сигнала, f_D - доплеровский сдвиг частоты, \dot{f}_D - скорость изменения частоты Доплера, q - ОСШ в дБ-Гц, τ - задержка принимаемого сигнала СРНС. Приведено сравнение этих характеристик с результатами работы следящей схемы, содержащей типовые дискриминаторы РНП (фазовый, частотный и временной) и *линейный* фильтр Калмана, формирующий *совместные* оценки вектора состояния $\mathbf{x} = \{\varphi \quad f_D \quad \dot{f}_D \quad \tau\}^T$ при условии, что ОСШ точно известно.

В работе показано, что при ОСШ большим 23 дБ-Гц и временем когерентного накопления $T = 10$ мс точности оценок РНП в обеих архитектурах построения СС одинаковы. Однако,

точность оценок РНП, формируемых в следящем контуре с дискриминаторами и *линейным* фильтром Калмана, уступает точности оценок РНП в «*correlation based Kalman filter*» схеме в интервале значений параметра q от 15 до 23 дБ-Гц.

Показано, что при известном знаке ЦИ и $T = 20$ мс СС, обрабатывающая сигналы с выходов корреляторов в *нелинейном* фильтре Калмана, может сохранять слежение за РНП до ОСШ в **10** дБ-Гц. При неизвестном знаке ЦИ, $T = 20$ мс и стабильном опорном генераторе слежение за частотой и задержкой может быть осуществлено при снижении ОСШ до **16** дБ-Гц при наличии перескоков по фазе (*cycle slip*) и до **17** дБ-Гц без фазовых перескоков. При моделировании частотной нестабильности опорного генератора «*correlation based Kalman filter*» СС может формировать оценки РНП при $q = 17$ дБ-Гц и $T = 20$ мс и наличии фазовых перескоков, при $q = 21$ дБ-Гц без скачков фазы. Формирование РНП при ОСШ $q = 21$ дБ-Гц позволяет обеспечить неразрывность навигационного поля при работе по *одной* из СРНС ГЛОНАСС или *GPS*. При этом число радиовидимых НКА на интервале восьми суток для КА на ГСО в среднем составляет для СРНС ГЛОНАСС - 9 аппаратов, для *GPS* – 13, для КА на ВЭО-80000, для СРНС ГЛОНАСС и *GPS* - по 12 аппаратов.

3) Алгоритм слежения, использующий *нелинейный* фильтр Калмана для обработки корреляционных отсчётов, был применён для слежения за перспективными сигналами СРНС ГЛОНАСС с модуляцией *BOC(1,1)* (*pilot*-компоненты сигналов).

Показано, что при накоплении на длительности одного периода ПСП дальномерного кода $T = 8$ мс, схема слежения за РНП, синтезированная в один этап и использующая *нелинейный* фильтр Калмана, способна формировать оценки РНП при снижении ОСШ до **10** дБ-Гц. Из-за многомодальности временной АКФ при использовании «*correlation based Kalman filter*» СС, высока вероятность попадания оценок по задержке сигнала в локальный корреляционный максимум, что существенно влияет на работу контура слежения и приводит к неверным оценкам задержки сигнала. Для разрешения неоднозначности временных измерений необходимо применять вспомогательные техники. Данный вопрос подлежит дальнейшему исследованию.

4) Предложена схема построения «*correlation based KF tracking loop*» с адаптацией по неизвестным начальным параметрам. Применение следящей схемы с многоальтернативным подходом позволяет значительно повысить P_{lock} для «бездискриминаторной» архитектуры. При адаптации по *фазе* при фиксированном значении q вероятность P_{lock} повышается на **10-20%** или при фиксированной вероятности захвата на сопровождение P_{lock} позволяет расширить диапазон работы СС ОСШ на **2-4** дБ. При большом рассогласовании по частоте больший

прирост по характеристикам вероятности захвата (до **30%**) достигается за счёт применения адаптации по частоте.

При слежении за *pilot*-компонентами перспективных сигналов ГЛОНАСС с модуляцией *BOC(1,1)* применение подхода с адаптацией по фазе позволяет повысить вероятности P_{lock} - попадание в глобальном максимуме по задержке на **30%** при $C/N_0 \geq 21$ дБ-Гц.

5) Представлен вариант построения некогерентного следящего контура за РНП с применением *нелинейного* фильтра Калмана для обработки выходных сигналов корреляторов. Данная структура построения схемы слежения может быть применена для уточнения первичных оценок РНП при ОСШ меньших 30 дБ-Гц, а также в случае отсутствия битовой синхронизации (при некогерентном накоплении огибающих корреляционных интегралов, полученных на 1 мс когерентного накопления). Также некогерентная СС с когерентным накоплением на интервале $T > 2$ мс может быть использована, к примеру, после потери слежения за фазой в когерентном режиме слежения, но при наличии достаточно точных оценок частоты.

Показано, что в этом случае схема может осуществить захват на сопровождение с $P_{lock} \geq 0.7$ при $T = 1$ мс $|\Delta F_D| \leq 333$ Гц, $|\Delta \tau| \leq 0.5 T_{chip}$, $|\Delta \dot{f}_D| \leq 15$ Гц/с и $C/N_0 \geq 20$ дБ-Гц. Также показано, что СС «второго типа», работающая в некогерентном режиме, способна формировать оценки задержки при ОСШ в 16 дБ-Гц с СКП 70 нс и СКП по частоте – 13 Гц.

6) Выполнен сравнительный анализ алгоритмов оценивания РНП в «*correlation based KF tracking loop*» с применением современных алгоритмов нелинейной фильтрации. В частности рассматривались следующие нелинейные фильтры: расширенный фильтр Калмана (*EKF*); сигма-точечный фильтр Калмана на основе *unscented*-преобразования (*UKF*); сигма-точечный фильтр Калмана на основе *unscented*-преобразования с расширением вектора состояния шумами наблюдений (*augmented UKF*); сигма-точечный фильтр Калмана на основе интерполяционной формулы Стирлинга (*CDKF*); сигма-точечный фильтр Калмана на основе кубатурного правила вычисления интегралов (*CKF*); сигма-точечный фильтр Калмана, основанный на вычислении интегралов с помощью квадратур Гаусса-Эрмита (*GHKF*).

Показано, что в когерентном режиме работы СС все нелинейные алгоритмы оценивания демонстрируют схожие точности. Исключением является расширенный фильтр Калмана, оценки задержки распространения сигнала СРНС \hat{t} в котором ухудшаются с увеличением T . Наибольшими вычислительными затратами при одинаковой точности оценок РНП обладает *GHKF*. При этом данный алгоритм обладает наилучшей вероятностью захвата на

сопровождение. Установлено, что при одинаковой точности оценок РНП кубатурный фильтр (*CKF*) обладает наихудшей вероятностью P_{lock} .

В качестве рекомендации для проектирования «*correlation based KF tracking loop*» в когерентном режиме предлагается использовать либо *CDKF*, либо *UKF* с коэффициентом $\alpha = 0.7$, так как эти алгоритмы обладают оптимальными точностными и вероятностными характеристиками.

Установлено, что качество оценок РНП, получаемое в некогерентном режиме работы СС обрабатывающей квадратуры сигнала в расширенном фильтре Калмана, значительно уступает оценкам сигма-точечных фильтров. В некогерентном режиме работы «*correlation based Kalman filter tracking loop*» также рекомендуется использовать сигма-точечные фильтры *CDKF*, либо *UKF* с коэффициентом $\alpha = 0.7$.

7) Представлены результаты ряда экспериментальных исследований, подтверждающие данные статистического моделирования. При проведении экспериментов в лабораторных условиях с помощью генератора сигналов СРНС были смоделированы условия, характерные для работы системы САН КА на геостационарных и высокоэллиптических орбитах. Также проведены эксперименты, демонстрирующие работу «*correlation based KF tracking loop*» в условиях временного пропадания сигналов СРНС в сложных условиях функционирования навигационной аппаратуры.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. ГЛОНАСС принципы построения и функционирования / под ред. А.И. Перова, В.Н. Харисова. М.: Радиотехника, 2010. 800 с.
2. Understanding GPS: principles and applications / edit. E. Kaplan, C. Hegarty. Artech House, 2006. 2nd ed. 723p.
3. Михайлов Н.В. Автономная навигация космических аппаратов при помощи спутниковых радионавигационных систем. – СПб.: Политехника, 2014. 362 с.
4. Тучин Д. А. Автономное определение параметров движения околоземного космического аппарата по измерениям спутниковых навигационных систем: дис. ... канд. физ.-мат. наук: 01.02.01/ Тучин Денис Андреевич. М., 2004. – 111 с.
5. Бартенев В. А., Гречкосеев А. К., Марарескул Д. И. Применение ГЛОНАСС и GPS для навигации космических аппаратов на геостационарных и высокоэллиптических орбитах. Методы навигации, построение аппаратуры и технология испытаний / Космонавтика и ракетостроение. 2007. Вып. 3 (48).
6. Filimonov V.A., Shavrin V.V., Tislenko V.I., Kravets A.P., Lebedev V.Yu., Shkolniy V.N. Coordinate and time-frequency support of a spacecraft flight by means of autonomic navigation using sigma-point Kalman filter algorithm / Журнал Сибирского федерального университета. Серия: Математика и физика, 2015. Т. 8. № 4. С. 385-393.
7. Марарескул Д.И. Способ повышения доступности навигационного обеспечения высокоорбитальных космических аппаратов по ГЛОНАСС / Вестник Сибирского государственного аэрокосмического университета им. академика М.Ф. Решетнева, 2013. № 6 (52). С. 82-88.
8. Перов А. И. Методы и алгоритмы оптимального приема сигналов в аппаратуре потребителей спутниковых радионавигационных систем. — М.: Радиотехника, 2012. — 240 с.
9. Перов А.И. Статистическая теория радиотехнических систем. – М.: Радиотехника, 2003. – 400 с.
10. Тихонов В.И., Харисов В.Н. Статистический анализ и синтез радиотехнических устройств и систем. — М.: Радио и связь, 2004. 608 с.
11. Petovello M.G., O’Driscoll C., Lachapelle G. Carrier Phase Tracking of Weak Signals Using Different Receiver Architectures / Department of Geomatics Engineering, Alberta: The University of Calgary, Canada, 2008. - 11p.
12. Lin T. Contributions to a Context-Aware High Sensitivity GNSS Software Receiver – PhD Thesis. Calgary, 2013. 256 p.

13. Brewer J. J. The differential vector phase-locked loop for global navigation satellite system signal tracking. PhD Thesis. Air Force Institute of Technology, 2014. 125p.
14. Харисов В.Н., Горев А.П. Исследования одноэтапного алгоритма навигационно-временных определений для приемника СРНС/ Радиотехника. Радиосистемы, 2001. №4. с. 49—58.
15. Болденков Е.Н. Разработка и исследование оптимальных алгоритмов обработки сигналов в аппаратуре спутниковой навигации: диссертация ... кандидата технических наук: 05.12.14 / Болденков Евгений Николаевич. – М., 2007. - 226 с.
16. Болденков Е.Н. Перов А.И., Перов А.А. Статистический анализ комбинированной схемы слежения за фазой сигнала в приемниках спутниковой навигации / Радиотехника, 2004. №7. сс 97-103.
17. Болденков Е.Н. Перов А.И. Синтез алгоритмов слежения за параметрами сигналов в бортовой аппаратуре межспутниковых измерений / Радиотехника, 2005. №7. сс. 15-20.
18. Перов А. И., Шатилов А. Ю. Комбинированный одноэтапно-двухэтапный алгоритм когерентной обработки сигналов в приемнике СРНС / Радиотехника, 2007. № 7. сс. 3-9
19. Шатилов А.Ю. Использование критерия срыва слежения при оценке помехоустойчивости следящих систем / Радиотехника, 2010. №11. сс 29 – 33.
20. Болденков Е.Н., Шатилов А.Ю. Влияние фазовых шумов несущей частоты сигналов СРНС ГЛОАСС и GPS на чувствительность и помехоустойчивость системы ФАП / Радиотехника, 2009. №7. сс 116 – 120.
21. Корогодина И.В., Днепров В.В. Совмещение систем слежения за частотой и фазой в навигационной аппаратуре потребителей спутниковых радионавигационных систем / Радиотехника, 2014. №9. сс 106 – 112
22. Корогодина И.В., Днепров В.В. Совмещение когерентного и некогерентного режимов работы НАП СРНС / Радионавигационные технологии – М.: Радиотехника, 2015. №4. сс 16 – 19
23. Перов А. И., Захарова Е. В., Шатилов А. Ю. Анализ точности оценки задержки навигационного сигнала с модуляцией ВОС(1,1) для различных типов дискриминаторов задержки / Радиотехника, 2011. № 6. сс. 25-30.
24. Перов, А. И., Захарова, Е. В., Корогодина, И. В., Перов, А. А. Синтез и анализ некогерентного алгоритма слежения за задержкой пилотной компоненты сигнала L1OC ГЛОНАСС / Радиотехника, 2013. № 7. сс. 90-96.
25. Захарова Е.В. Разработка и исследование алгоритмов слежения за перспективными навигационными радиосигналами СРНС ГЛОНАСС с модуляцией на поднесущих частотах: диссертация ... кандидата технических наук: 05.12.14 / Захарова Елена Владимировна. – М., 2016. - 264 с.

26. Ефименко В.С., Ворончихин Д.Н. Сравнение алгоритмов нелинейной фильтрации радиосигналов в приемниках ГНСС / Радиотехника, 2011. № 7. С. 59 - 64.
27. Ефименко В.С., Харисов В.Н. Алгоритмы траекторной фильтрации в задаче сопровождения несущей радиосигналов и их характеристики / Радиотехника, 2013. № 7. С. 126 - 131.
28. Корогодин И.В. Потенциальные характеристики оценивания частоты в некогерентном приёме / Радиотехника, 2013. №7. сс 109 – 115.
29. Болденков Е.Н. Совместное слежение за задержкой и несущей сигнала методами оптимальной траекторной фильтрации / Радиотехника, 2013. №10. сс 103-106.
30. Болденков Е.Н. Оптимальная траекторная фильтрация в задаче восстановления слежения / Теоретические вопросы спутниковой навигации, – М.: Радиотехника, 2013. сс 21 – 24.
31. Перов А.И. Сравнительный анализ двух алгоритмов фильтрации параметров навигационного радиосигнала малой мощности / Радионавигационные технологии – М.: Радиотехника, 2019. №8. сс 9 – 19.
32. Psiaki M.L., Jung H. Extended Kalman Filter Methods for Tracking Weak GPS Signals / ION GPS, Portland, USA. 2002. pp. 2539 – 2553.
33. Ziedan N. I., Garrison J. L. Bit Synchronization and Doppler Frequency Removal at Very Low Carrier to Noise Ratio Using a Combination of the Viterbi Algorithm with an Extended Kalman Filter / ION GPS/GNSS, Portland, USA. 2003. 12p.
34. Ziedan N. I., Garrison J. L. Extended Kalman Filter-Based Tracking of Weak GPS Signals under High Dynamic Conditions / ION GNSS 17th International Technical Meeting of the Satellite Division, USA. 2004. 12p.
35. Ziedan N. I. GNSS Receivers for Weak Signals – Artech House, Inc. 2006. p. 235.
36. Ding J., Zhang G., Zhao L. Urban and Indoor Weak Signal Tracking Using an Array Tracker with MVA and Nonlinear Filtering / Journal of Applied Mathematics. 2014, № 6. 10p.
37. Im S., Song J., Jee G., Park C. Comparison of GPS Tracking Loop Performance in High Dynamic Condition with Nonlinear Filtering Techniques / ION GNSS 21st International Technical Meeting of Satellite Division. 2008. pp 2351 - 2360.
38. Rodriguez F. PhD Thesis: Development of Code and Phase Tracking Algorithms for GNSS signals in low C/N and high dynamics scenarios / Università di Roma, Sapienza. 2010. 252p.
39. Chiang K. Q.Z., Psiaki M. L. GNSS Signal Tracking Using a Bank of Correlators / Proceedings of ION GNSS, Portland OR, 2010. pp 2359 – 2553.
40. Tang X., Falco G., Falletti E., Lo Presti L. Practical Implementation and Performance Assessment of an Extended Kalman Filter-based Signal Tracking Loop, 2013. 6p.

41. Wei Yu. Selected GPS Receiver Enhancements for Weak Signal Acquisition and Tracking. Ph.D. Thesis, University of Calgary, February 2007. 188p.
42. Стратонович Р.Л. Условные марковские процессы и их применение к теории оптимального управления. – М.: МГУ, 1966. – 319 с.
43. Kalman R.E. A new approach to linear filtering and prediction problems / Trans. ASME, J. Basic Engineering, 1960, v. 82D, March. pp. 34 – 45.
44. Логинов В.П. Приближенные алгоритмы нелинейной фильтрации. Часть I / Зарубежная радиоэлектроника. – 1975. – № 2. – с. 28.
45. Левин Б.Р. Теоретические основы статистической радиотехники. Книга первая. Изд. 2-е, перераб. и доп. – М.: «Сов. радио», 1974. – 552 с.
46. Левин Б.Р. Теоретические основы статистической радиотехники. В трех книгах. Книга вторая. Изд. 2-е, перераб. и доп. – М.: «Сов. радио», 1975. – 392 с.
47. Левин Б.Р. Теоретические основы статистической радиотехники. В трех книгах. Книга третья. – М., «Сов. радио», 1976. – 288 с.
48. Тихонов В.И., Миронов М.А. Марковские процессы. М.: Сов. радио, 1977 – 488 с.: ил.
49. Ярлыков М.С. Статистическая теория радионавигации. – М.: Радио и связь, 1985. – 344 с., ил.
50. Ярлыков М.С. Применение марковской теории нелинейной фильтрации в радиотехнике. – М.: Сов. радио, 1980. – 358 с.
51. Ярлыков М.С., Миронов М.А. Марковская теория оценивания случайных сигналов. – М.: Радио и связь, 1993.
52. Ярлыков М.С., и др. Марковская теория оценивания в радиотехнике. Москва, 2004.
53. Тихонов В.И., Кульман Н.К. Нелинейная фильтрация и квазикогерентный прием сигналов. – М.: Сов. радио, 1975. – 704 с.
54. Сосулин Ю.Г. Теория обнаружения и оценивания сигналов. – М.: Сов. радио, 1978. – 320 с.
55. Первачев С.В., Перов А.И. Адаптивная фильтрация сообщений. – М.: Радио и связь, 1991.
56. Первачев С.В., Валуев А.А., Чиликин В.М. Статистическая динамика радиотехнических следящих систем. М.: «Сов. радио», 1973 – 488 с.
57. Степанов О.А. Основы теории оценивания с приложениями к задачам обработки навигационной информации. Ч. 1. Введение в теорию оценивания / Изд. 2-е, испр. и доп. – СПб.: ГНЦ РФ ОАО «Концерн «ЦНИИ «Электронприбор», 2010.- 509 с.

58. Степанов О.А. Основы теории оценивания с приложениями к задачам обработки навигационной информации. Ч. 2. Введение в теорию фильтрации – СПб.: ГНЦ РФ ОАО «Концерн «ЦНИИ «Электроприбор», 2012.- 417 с.
59. Сейдж Э., Мелс Дж. Теория оценивания и ее применение в связи и управлении. Пер. с англ. под ред. проф. Б.Р. Левина М.: Связь, 1976 – 496 с.: ил.
60. Candy J. V. Bayesian signal processing. Classical, Modern, and Particle Filtering Methods. JohnWiley & Sons, Inc. 2009. 446 p.
61. Sarkka S. Bayesian Filtering and Smoothing. Cambridge University Press. 2013. 254 p.
62. Merwe R. Sigma-Point Kalman Filters for Probabilistic Inference in Dynamic State-Space Models. PhD Thesis. 2004. 397p.
63. Simandl M. Lecture notes on state estimation of nonlinear non-Gaussian stochastic systems / University of West Bohemia, Pilsen. 2006. 155 p.
64. Julier, S. J. and Uhlmann, J. K. A General Method of Approximating Nonlinear Transformations of Probability Distributions. Tech. rept. Robotics Research Group, Department of Engineering Science, University of Oxford. 1995.
65. Julier S.J., Uhlman J.K. A New Extension of the Kalman Filter to Nonlinear Systems. Proc. of AeroSense // The 11th Intern. Symp. On Aerospace/Defence Sensing, Simulation and Controls, Orlando FL, USA. 1997.
66. Julier S.J. and Uhlmann J.K. Unscented Filtering and Nonlinear Estimation / Proceedings of the IEEE. 2004, №3 (92). pp. 401 – 422.
67. Arasaratnam I., Haykin S. Cubature Kalman Filters. 2009. p.16
68. Arasaratnam I., Haykin S., Hued T. R. Cubature Kalman filtering for continuous-discrete systems: Theory and simulations / IEEE Transactions on Signal Processing. 2010, № 10 (58). pp. 4977-4993.
69. Shi Y., Che L., Ge Q., Zhou X. Adaptive High-degree Cubature Kalman Filter with Unknown Noise Statistics / Journal of Information & Computational Science. 2014, №11 (18). pp. 6703-6712.
70. K. Ito, K. Xiong, Gaussian filters for nonlinear filtering problems / IEEE Transactions on Automatic Control. 2000, № 5 (45). pp. 910-927
71. Arasaratnam I., Haykin S., Elliott R. J. Discrete-Time Nonlinear Filtering Algorithms Using Gauss–Hermite Quadrature / Proceedings of the IEEE. 2007, №5 (95). pp. 953–977.
72. Jia B., Xin M., Cheng Y. Sparse Gauss–Hermite Quadrature Filter with Application to Spacecraft Attitude Estimation / Journal Of Guidance, Control and Dynamics. 2011, № 2 (34). pp. 367-379.
73. Eric A. Wan and R. van der Merwe Kalman Filtering and Neural Networks, chap. Chapter 7: The Unscented Kalman Filter / Wiley Publishing, Egs. S. Haykin, 2001

74. Doucet, A. Monte Carlo Methods for Bayesian Estimation of Hidden Markov Models. Application to Radiation Signals / PhD. Thesis, Univ. Paris-Sud, Orsay, 1997.
75. Doucet A., Johansen A. M. A Tutorial on Particle Filtering and Smoothing: Fifteen years later. 2008. 39p.
76. Шаврин В.В., Филимонов В.А., Лебедев В.Ю., Тисленко В.И., Кравец А.П., Конаков А.С. Квазиоптимальная оценка параметров сигналов ГНСС в режиме когерентного приёма с использованием алгоритма сигма-точечного фильтра Калмана / Гироскопия и навигация. 2016, № 3 (94). сс. 26-37.
77. Shavrin V.V., Tislenko V.I., Lebedev V.Y., Konakov A.S., Filimonov V.A., Kravets A.P. Quasioptimal estimation of gnss signal parameters in coherent reception mode using sigma-point kalman filter // Gyroscopy and navigation. 2017. № 1 (8). pp. 24-30.
78. Шаврин В.В., Филимонов В.А., Тисленко В.И., Кравец А.П., Конаков А.С. Задача совместной оценки радионавигационных Параметров и энергетического параметра сигнала СРНС в когерентном режиме. // Материалы докладов Всероссийской научно-технической конференции студентов, аспирантов и молодых ученых (Томск). – 2016: – Ч. 1.– С. 65–68.
79. Shavrin V.V., Tislenko V.I., Filimonov V.A., Kravec A.P., Konakov A.S. Analyzing a joint adaptive algorithm in coherent mode for filtering radio-navigation parameters of gnss signals in an autonomous space navigation system // 23rd Saint Petersburg International Conference on Integrated Navigation Systems - Saint Petersburg. - 2016 - pp 527 - 531.
80. Шаврин В.В., Филимонов В.А., Лебедев В.Ю., Тисленко В.И. Оценка радионавигационных параметров сигналов ГНСС в режиме когерентного адаптивного приёма с использованием алгоритма сигма-точечного фильтра Калмана // Научно-технический журнал Ракетно-космическое приборостроение и информационные системы. 2016. Т. 3, № 4. с 16 – 21.
81. Шаврин В.В., Филимонов В.А., Тисленко В.И., Кравец А.П., Конаков А.С. Адаптивный Алгоритм Совместной Когерентной Фильтрации Параметров Сигнала В Системе Автономной Космической Навигации // Материалы XVIII конференции молодых ученых «Навигация и управление движением», 2016 г.
82. Шаврин В.В., Филимонов В.А., Лебедев В.Ю., Тисленко В.И., Конаков А.С. Сигма-точечный алгоритм фильтра Калмана в задаче оценки параметров сигналов ГНСС в некогерентном режиме слежения в аппаратуре автономной навигации космических аппаратов // Гироскопия и навигация. 2018, № 3 (102). сс. 23-39.
83. Shavrin V.V., Tislenko V.I., Lebedev V.Y., Konakov A.S., Filimonov V.A., Sigma-Point Kalman Filter Algorithm in the Problem of GNSS Signal Parameters Estimation in Non-Coherent Tracking Mode in Spacecraft Autonomous Navigation Equipment // Gyroscopy and navigation. 2018. № 4 (9). pp. 255-266.

84. Интерфейсный контрольный документ ГЛОНАСС. Общее описание системы с кодовым разделением сигналов. Ред. 1.0. М. 2016 г. 133 с.
85. K. D. McDonald. A Future GNSS Concern on the Modernization of GPS and the Evolution of Galileo/ ION GPS 2001, 11-14 September 2001, Salt Lake City, UT. — P.2804-2809.
86. Тисленко В.И. Статистические методы обработки сигналов в радиотехнических системах. – Томск: Томск. гос. ун-т систем упр. и радиоэлектроники, 2007. 245 с.
87. Krasner, N. Method for Open Loop Tracking GPS Signals, U.S. Patent No. 6633255 B2, Filed On 22 October, 2001, Issued on 14 October, 2003.
88. Van Graas F., Soloviev A., Uijt de Haag M., Gunawardena S., Braasch M. Comparison of Two Approaches for GNSS Receiver Algorithms: Batch Processing and Sequential Processing Considerations / Proceedings of GNSS ITM05, ION. 2005. pp 200-211.
89. Wang W., Chen X., Shuai H., Meng W., Zhang Y. Unscented Kalman Filter with Open-Loop Compensation for High Dynamic GNSS Carrier Tracking / Proc. of SPIE. 2010, Vol. 7651. 7p.
90. Эльясберг П.Е. Введение в теорию полётов искусственных спутников земли. М., 1965 г. 540 с.
91. Отчёты по ОКР «Разработка принципов построения и элементов системы автономной навигации с применением отечественной специализированной элементной базы на основе наногетероструктурной технологии для космических аппаратов всех типов орбит» в рамках 218 постановления правительства РФ. Исполнитель - ФГБОУ ВО ТУСУР. Руководитель проекта от ТУСУР - Ю.А. Шиняков. Заказчик — АО «ИСС» , 2013 г., 2014 г., 2015 г.
92. Соболев С.Л., Васкевич В.Л. Кубатурные формулы. М.: Издательство института математики, 1996, 471 с.
93. Смоляк С. А. Квадратурные и интерполяционные формулы на тензорных произведениях некоторых классов функций. Докл. АН СССР. 1963, № 5 (148). С. 1042–1045
94. Перов А.И., Корогодин И.В. Синтез и анализ алгоритмов оценивания мощности полезной и шумовой составляющей на выходе коррелятора / Радиотехника. 2011, №7. сс 76 – 82.
95. Falletti E., Pini M., Lo Presti L. GNSS solutions: Carrier-to-noise algorithms / Inside GNSS. 2010, jan/feb. pp. 20 – 27.
96. Lainiotis D.G. Partitioning: A Unifying Framework for Adaptive Systems, I: Estimation / Proceedings of the IEEE Vol 64, №. 8, Aug 1976. – pp 1126 – 1140.
97. Отчёты по теме «Создание перспективных программных прототипов, аппаратно-программного комплекса и компонентов ГНСС-приёмников нового поколения на основе собственного арсенид-галлиевого производства для повышения автономности функционирования компонент Национальной информационной спутниковой системы» в

рамках ФЦП «Исследования и разработки по приоритетным направлениям развития научно-технического комплекса России на 2014-2020 годы». Исполнитель - ФГБОУ ВО ТУСУР. Руководитель проекта от ТУСУР - Ю.А. Шиняков. 2014 г., 2015 г., 2016 г.

98. Ren T., Petovello M. G., Basnayake C. Requirements Analysis for Bit Synchronization and Decoding in a Standalone High-Sensitivity GNSS Receiver / Proceeding of Ubiquitous Positioning Indoor Navigation and Location Based Service (UPINLBS), Helsinki, Finland. 2012. 9p.

99. Ren T., A Standalone Approach for High-Sensitivity GNSS Receivers – PhD Thesis. Calgary, 2014. 206 p.

100. Bitzer S. UKF. Chapter 1: The UKF exposed: How it works, when it works and when it's better to sample. 2016. 54 p.

101. Soloviev A., van Grass F., Gunawardena S. Decoding Navigation Data Messages from Weak GPS Signals / IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems. 2009, № 3 (45). pp 660-666.

102. Дмитриев С.П., Степанов О.А. Многоальтернативная фильтрация в задачах обработки навигационной информации / Радиотехника. 2004. № 7. С. 11-17.

103. Кошаев Д.А. Многоальтернативный метод обнаружения и оценки нарушений на основе расширенного фильтра Калмана / Автоматика и телемеханика. 2010. № 5. С. 70-83.

104. Тисленко В.И. Статистический синтез и исследование алгоритмов оценки траекторий движения излучающих объектов пассивными радиолокационными системами: дис. ... д-ра тех. наук: 05.12.14 / Тисленко Владимир Ильич. – Томск, 2009. – 407 с.

105. Borio, D., Lachapelle G. A Non-Coherent Architecture for GNSS Digital Tracking Loops / in Annals of Telecommunications, Vol. 64, Issue 9-10, pp. 601-614.

106. Borio, D., Satyanarayana S., Lachapelle G. A Non-Coherent Block Processing Architecture for Standalone GNSS Weak Signal Tracking / ION GNSS, Portland, OR, 2011 – 9p.

107. Гоноровский И. С. Радиотехнические цепи и сигналы: Учебник для вузов. 4-е изд., перераб. и доп. М.: Радио и связь. 1986. 512 с.

108. Juang J.-C., Chen Y.-H. Phase/Frequency Tracking in a GNSS Software Receiver / IEEE Journal Of Selected Topics In Signal Processing. 2009, № 3 (4). pp 651 – 660.

109. SiGe GN3S Sampler v3 [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <https://www.sparkfun.com/products/10981>, свободный.

110. Borre K. Akos D. M., Bertelsen N., Rinder P., Jensen S. H. A Software-Defined GPS and Galileo Receiver. A Single-Frequency Approach / Birkhauser Boston. 2007. 176p.

111. Datasheet Keysight Technologies MXG X-Series Signal Generators N5181B Analog & N5182B Vector

ПРИЛОЖЕНИЕ А1



Акционерное общество
«Научно-производственная фирма «Микран»
(АО «НПФ «Микран»)
пр-т Кирова, 51д, г. Томск, Россия, 634041
+7 3822 90-00-29 | +7 3822 42-36-15 факс
mic@micran.ru | www.micran.ru

ОКПО 24627413 | ОГРН 1087017011113
код по ОКОНХ 14760; 80400; 95300
ИНН/КПП 7017211757/701701001
Расчетный счет № 40702810964010121550
в Томском отделении
№ 8616 Сбербанка России ПАО,
к/с 30101810800000000606

Генеральный директор
АО «НПФ «Микран»

 В.Ю. Парамонова

2019 г.



АКТ ВНЕДРЕНИЯ

результатов диссертационной работы
на соискание ученой степени кандидата
по специальности 05.12.14 – «радиолокация и радионавигация»
мл. н. с. НИИ РТС ТУСУР Шаврина Вячеслава Владимировича,
аспиранта кафедры радиотехнических систем


Настоящий акт подтверждает, что результаты диссертационной работы В.В. Шаврина внедрены в АО «НПФ «Микран» при выполнении федеральной целевой программы «Исследования и разработки по приоритетным направлениям развития научно-технического комплекса России на 2014-2020 годы» по теме:

«Создание перспективных программных прототипов, аппаратно-программного комплекса и компонентов ГНСС-приёмников нового поколения на основе собственного арсенид-галлиевого производства для повышения автономности функционирования компонент Национальной информационной спутниковой системы» (соглашение № 14.574.21.0101, уникальный идентификатор RFMEFI57414X0101).

В вышеуказанном государственном проекте использованы следующие полученные в диссертации результаты:

1. В программном прототипе ГНСС-приёмника использовался «бездискриминаторный» способ построения схемы слежения за РНП, реализующий совместное оценивание фазы, частоты, задержки и энергетики сигнала в когерентном режиме.
2. Реализован алгоритм адаптации к неизвестной начальной фазе сигнала в когерентном режиме слежения, что позволило расширить область применимости «бездискриминаторного» алгоритма слежения в плане снижения мощности принимаемых сигналов ГНСС.
3. В программном прототипе ГНСС-приёмника использовался «бездискриминаторный» способ построения схемы слежения за РНП, реализующий совместное оценивание частоты, задержки и энергетики сигнала в некогерентном режиме

Директор Департамента СВЧ электроники

 Д.А. Руссков

ПРИЛОЖЕНИЕ А2

УТВЕРЖДАЮ

Ректор Томского государственного
университета систем управления и
радиоэлектроникид.т.н., профессор
А.А. Шелупанов

АКТ
о внедрении в учебный процесс результатов кандидатской диссертации
В.В. Шаврина в Томском государственном университете систем управления и
радиоэлектроники

Комиссия в составе:

Заведующий кафедрой РТС д.т.н., профессор С.В. Мелихов
д.т.н., профессор каф. РТС В.И. Тисленко

составила настоящий АКТ о внедрении результатов диссертационной работы м.н.с. НИИ РТС ТУСУР Шаврина В.В. в учебный процесс.

Вид внедрения: использование результатов диссертационной работы при преподавании курса «Системы глобального позиционирования GPS» специальности 11.05.01 «Радиоэлектронные системы и комплексы», профиль «Радиоэлектронные системы космических комплексов».

Конкретные результаты внедрения

Перечень программ и алгоритмов, разработанных и реализованных Шавриным В.В. в ходе выполнения диссертационной работы, используемых при выполнении лабораторных работ по курсу «Системы глобального позиционирования GPS»:

1. Программа имитации движения космического аппарата по разным типам орбит; имитатор движения выбранной группировки навигационных космических аппаратов;
2. Программа расчёта радионавигационных параметров сигналов выбранной СРНС; программа расчёта геометрической видимости и радиовидимости навигационных космических аппаратов;
3. Имитатор навигационных сигналов выбранной СРНС с радионавигационными параметрами, характерными для движения космического аппарата по выбранной орбите;
4. Алгоритмы формирования оценок радионавигационных параметров сигналов СРНС: с использованием типовых дискриминаторов/ без использования типовых дискриминаторов в когерентном и некогерентном режимах слежения.

Заведующий кафедрой РТС
д.т.н., профессор
д.т.н., профессор каф. РТС

 С.В. Мелихов
 В.И. Тисленко

