

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ
ФЕДЕРАЦИИ

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ
УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ ТОМСКИЙ ПОЛИТЕХНИЧЕСКИЙ
УНИВЕРСИТЕТ»

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ
УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«ТОМСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ СИСТЕМ УПРАВЛЕНИЯ И
РАДИОЭЛЕКТРОНИКИ»

На правах рукописи

Барышева Александра Евгеньевна

**МОДЕЛЬ, МЕТОДИКА И ПРОГРАММНОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДЛЯ
ФОРМИРОВАНИЯ ПОРТФЕЛЯ ЦЕННЫХ БУМАГ В УСЛОВИЯХ
ОГРАНИЧЕННОЙ ВЫБОРКИ**

Специальность 05.13.18 «Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ»

Диссертация на соискание ученой степени кандидата технических наук

Научный руководитель:
доктор т. н., профессор,
Мицель Артур Александрович

Томск – 2021 г.

СОДЕРЖАНИЕ

ГЛОССАРИЙ	4
ВВЕДЕНИЕ	7
ГЛАВА 1. СОВРЕМЕННОЕ СОСТОЯНИЕ ПРОБЛЕМЫ ФОРМИРОВАНИЯ ПОРТФЕЛЯ ЦЕННЫХ БУМАГ	18
1.1 Задача построения оптимального портфеля	18
1.2 Задача оценки риска портфеля	33
1.3 Задача подбора вероятностного распределения	46
1.4 Выводы по главе 1	52
ГЛАВА 2. МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ И ПОДХОДЫ, ИСПОЛЬЗУЕМЫЕ ДЛЯ ФОРМИРОВАНИЯ И УПРАВЛЕНИЯ ИНВЕСТИЦИОННЫМ ПОРТФЕЛЕМ ЦЕННЫХ БУМАГ	54
2.1 Математическая модель корреляции интервальных временных рядов	54
2.1.1 Формулировка модели и ее предположений	57
2.1.2 Метод оценки параметров модели	60
2.2.2 Метод определения эффективного начального приближения	61
2.2 Методика оценки влияния нарушений предположений модели динамики базовых активов на процесс ее построения и на получаемые с ее помощью целевые показатели портфеля.....	63
2.3 Программный комплекс подбора совместного вероятностного распределения.....	66
2.3.1 Описание разработанного программного комплекса подбора совместного вероятностного распределения	66
2.3.2 Сравнение разработанного комплекса с существующими аналогами	75
2.4 Выводы по главе 2	77
ГЛАВА 3. ТЕСТИРОВАНИЕ И ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНАЯ ПРОВЕРКА	78
3.1 Результаты тестирования на синтетических данных	78
3.1.1 Тестирование метода оценки параметров модели корреляции интервальных временных рядов	78
3.1.2 Тестирование методики оценки влияния нарушений предположений модели динамики базовых активов на процесс ее построения и на получаемые с ее помощью целевые показатели	81
3.1.3 Тестирование программного комплекса	90
3.2 Результаты апробации на реальных данных	93
3.2.1 Модель корреляции интервальных временных рядов	93
3.2.2 Методика оценки влияния нарушений предположений используемой модели на процесс ее построения и на получаемые с ее помощью целевые показатели	95
3.3 Выводы по главе 3	101
ЗАКЛЮЧЕНИЕ	102

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ	105
ОСНОВНЫЕ ПУБЛИКАЦИИ ПО ТЕМЕ ДИССЕРТАЦИИ	113
СПИСОК СОКРАЩЕНИЙ И УСЛОВНЫХ ОБОЗНАЧЕНИЙ	114
Приложение А. Акт внедрения результатов диссертации в ООО «ЭКО-ТОМСК» (г. Томск)	115
Приложение Б. Акт внедрения результатов диссертации в НИ Томский политехнический университет (г. Томск)	117
Приложение В. Акт внедрения результатов диссертации в Томском государственном университете систем управления и радиоэлектроники (г. Томск)	118
Приложение Г. Свидетельство о ГР программы для ЭВМ №2020660959 от 15 сентября 2020 года	119

ГЛОССАРИЙ

1. **Случайный (стохастический) процесс** – это семейство случайных величин $\{\xi(\omega, t), \omega \in \Omega, t \in \mathbb{T}\}$, где параметр t интерпретируется как время, (Ω, \mathcal{F}, P) – некоторое вероятностное пространство, \mathbb{T} – подмножество действительной прямой.
2. **Временной ряд (x_1, \dots, x_n)** – это одна из возможных реализаций случайного процесса на некотором ограниченном промежутке индексируемого параметра (времени).
3. **Уровень временного ряда** – наблюдения x_1, \dots, x_n , из которых состоит ряд.
4. **Непрерывный временной ряд** – временной ряд с непрерывным множеством значений параметра времени t .
5. **Дискретный временной ряд** – временной ряд с дискретным множеством значений параметра времени t .
6. **Моментный дискретный временной ряд** – временной ряд, уровни которого характеризуют значения показателя по состоянию на определенные моменты времени.
7. **Интервальный временной ряд** – временной ряд, уровни которого характеризуют значение показателя за определенные периоды времени.
8. **Период интервального временного ряда τ** – период, на котором насчитаны значения показателя.
9. **Однопериодная (1-периодная) корреляция** – корреляция между интервальными временными рядами с периодом τ .
10. **n -периодная корреляция** – корреляция между интервальными временными рядами с периодом $n\tau$.
11. **Метод** — теоретически либо экспериментально обоснованная совокупность шагов, действий, которые необходимо выполнить, чтобы решить определённую задачу или достичь определённого результата.

12. **Методика** — совокупность методов, способов, алгоритмов, размещенных в определенной последовательности, в соответствии с которой достигается цель исследования.

13. **Способ** – набор вполне конкретных действий по реализации метода. Один и тот же метод может быть реализован несколькими различными последовательностями действий (способами).

Подход — совокупность способов получения новых знаний и методов решения определённой задачи.

Алгоритм — набор четких инструкций, описывающих порядок действий исполнителя для достижения результата решения задачи за конечное число действий.

14. **Модель динамики базовых активов** – математическая модель для описания эволюции цен активов, включенных в портфель

15. **Базельский комитет по банковскому надзору** – комитет органов банковского надзора, созданный в 1975 году Управляющими центральными банками Группы десяти стран. В него входят высокопоставленные представители органов банковского надзора и центральных банков из Бельгии, Канады, Франции, Германии, Италии, Японии, Люксембурга, Нидерландов, Швеции, Швейцарии, Великобритании и США. Как правило, заседания Комитета проводятся в Банке международных расчетов в Базеле, где расположен его постоянно действующий Секретариат.

16. **Value at Risk** – стоимостная мера риска. Величина, обеспечивающая покрытие потерь x с вероятностью $(1 - \alpha)$.

17. **Хеджирование** – процесс управления рисками. Процедуры, направленные на снижение, исключение и страхования определенных видов риска в портфеле.

18. **Справедливый рынок** – рынок, свободный от арбитражных возможностей, все участники которого обладают равным объемом информации и действуют как рациональные инвесторы (между двумя портфелями с одинаковой доходностью и разным уровнем риска рациональный инвестор отдаст предпочтение портфелю с меньшим риском).

19. **Справедливая цена** – цену актива на справедливом рынке, определяемая макроэкономической ситуацией, состоянием эмитента и другими объективными факторами.
20. **Диверсификация портфеля** – формирования портфеля из различных ценных бумаг с целью снижения общего риска портфеля.
21. **Эффективная граница Марковица** – верхняя граница множества возможных портфелей в системе координат «ожидаемая доходность/риск». На эффективной границе находятся портфели с максимальной доходностью, доступной для заданного уровня риска.
22. **Авторегрессионная модель** – модель временных рядов, в которой значения временного ряда в данный момент линейно зависят от предыдущих значений этого же ряда
23. **Регуляторный капитал** – уровень необходимого капитала для покрытия всех обязательств и поддержания работоспособности банка в случае наступления неблагоприятной ситуации
24. **Метод Монте-Карло** – семейство численных методов решения математических задач при помощи моделирования случайных процессов

ВВЕДЕНИЕ

Актуальность темы исследования.

Развитость финансового рынка является одним из двенадцати показателей, включенных в расчет международного индекса GCI¹, который определяет национальную конкурентоспособность страны. По результатам 2018 года [9][1], позиция России в данном рейтинге достигла 38 места из 137 участвующих стран, получив наивысший балл за последние восемь лет (по результатам рейтинга 2019 года Россия опустилась до уровня 2017 года с 43 местом из 141 участников). К числу проблемных мест, помимо высокого уровня институциональной коррупции и негибкости рынка труда, эксперты Мирового Экономического Форума (WEF) относят именно отставание в развитии финансового рынка страны (95 место в рейтинге с баллом в 55,7 из 100 [10][2]). Финансовый рынок – сложная система, требующая для своего совершенствования принятия множества решений, касающихся всех ее составляющих. В настоящее время в отношении финансового рынка действует ряд стратегий² Правительства Российской Федерации, принятых в течение последних 10 лет, целью которых является оздоровление финансового сектора страны. Введение новых регуляторных требований в части инвестиционной деятельности банков и прочих финансовых институтов, а также оптимизация регулятивной и налоговой нагрузки на участников финансового рынка привели к повышению конкурентоспособности этого сектора и к повышению доступности финансовых услуг для субъектов экономики, особенно для МСП³ и частных инвесторов. Однако, несмотря на достигнутые результаты, задача развития рынка ценных бумаг и производных финансовых активов, как значимой части финансового рынка страны, все еще остается приоритетной, согласно «Основным направлениям развития финансового рынка Российской Федерации на период 2019–2021 годов» [11] [3].

¹ Индекс глобальной конкурентоспособности – глобальное исследование и сопровождающий его рейтинг стран мира по показателю экономической конкурентоспособности по версии Всемирного экономического форума (World Economic Forum).

² Стратегия развития финансового рынка Российской Федерации на период до 2020 года (2008 год), Стратегия долгосрочного развития пенсионной системы Российской Федерации (2012 год), Стратегия развития страховой деятельности в Российской Федерации до 2020 года (2013 год), Стратегия повышения финансовой грамотности в Российской Федерации на 2017–2023 годы (2017 год), Стратегия государственной политики Российской Федерации в области защиты прав потребителей на период до 2030 года (2017 год).

³ МСП – малое и среднее предпринимательство

Формируя механизм для привлечения в экономику инвестиций, рынок ценных бумаг выступает в качестве посредника, выстраивая взаимоотношения между теми, кто испытывает потребность в дополнительных финансовых ресурсах, и теми, кто хочет инвестировать свой избыточный доход [12] [4]. Появление в последнее время альтернативных систем торговли на фондовом рынке, увеличение количества видов обращаемых финансовых активов, а также снижение транзакционных издержек привело к выходу на рынок огромного числа новых инвесторов. Самым распространенным методом инвестирования среди них является портфельное инвестирование. Однако несмотря на то, что тема портфельного инвестирования и управления портфелем не является новой и существует множество подходов к решению задачи управления портфелем (подробнее в разделе «степень исследования проблемы»), ряд особенностей российского финансового рынка либо усложняют применение существующих подходов, подразумевая их адаптацию к российским реалиям, либо вовсе делают его невозможным. Например, низкая и средняя ликвидность значительной доли финансовых активов в России требует для своего анализа наличия математических моделей способных работать в условиях ограниченного числа исторических наблюдений, а невыполнение предположений о вероятностном распределении доходностей активов на российском рынке требует модернизации традиционных способов построения оптимального портфеля.

В условиях активной государственной политики по развитию финансового сектора в стране, необходимость в разработке новых и модификации старых математических моделей, используемых для формирования и управления инвестиционным портфелем ценных бумаг с учетом специфики внутреннего рынка, является одной из актуальных проблем, стоящих перед отраслью.

Объектом исследования данной работы является российский фондовый рынок.

Предмет исследования – математические модели и подходы, используемые для формирования и управления инвестиционным портфелем ценных бумаг на российском рынке.

Степень изученности проблемы. Анализ существующей научной литературы и публикаций, посвящённых теме управления портфелем, показал, что

однозначного подхода к формированию оптимального портфеля в финансовой теории не существует [13][5]. Так как основной задачей в теории управления инвестиционным портфелем является нахождение баланса между показателями риска и доходности портфеля, в зависимости от индивидуальных инвестиционных целей, то задача формирования портфеля сводится к определению оптимальной пропорции долей распределения вкладываемой суммы между доступным набором фондовых активов. Классической, в этом направлении, считается портфельная теория Гарри Марковица, опубликованная в 1952 году [5][6], в рамках которой построение оптимального портфеля сводится к решению задачи оптимизации. В случае прямой задачи инвестор нацелен на максимизацию доходности при ограничении на возможный риск, а в случае обратной, внимание уделяется поиску такого соотношения активов в портфеле, которое минимизирует его риск при условии, что ожидаемая доходность портфеля остается на уровне не ниже заданного.

Очевидно, что эффективность управления портфелем напрямую зависит от качества математической модели, которая закладывается в основу изменения стоимости базовых активов (далее модель динамики базовых активов). Именно выбор подходящей модели данных, а также ключевых метрик, описывающих основные инвестиционные характеристики портфеля, стал отправной точкой для дальнейших исследований, посвященных разработке моделей оптимального управления инвестиционным портфелем. Так в 1990 году классическая модель портфельного управления Марковица, разработанная для дискретной модели времени, была обобщена Мертоном [14][7] на случай непрерывного времени. Большое внимание теории портфельного инвестирования уделяется в исследованиях зарубежных ученых: У.Ф. Шарпа [15] [8], Р.Ф. Энгла [16][9], Дж. Литнера [17] [10], и в работах российских ученых: Ширяева А.Н. [18][11], Пимонова А.Г. [19] [12], А.А. Борочкин [20] [13], Н.А. Клитиной [21][14], Глотовой И.И [22][15], Домбровского В.В. [23] [16] [24] [17] [25] [18] [26] [19], где автор освещает стратегии управления инвестиционным портфелем путем следования эталонному портфелю. В этих работах исследуется влияние различных типов ограничений на финансовые активы (например, модель скачкообразного

изменения цен активов) и проводятся эксперименты с различными функциями полезности. Также следует отметить более новые работы Бронштейна Е.М. [27] [20] [28] [21], Маркова А.С. [29] [22] и Мицеля А.А. [30] [23], посвященные теме портфельного инвестирования.

Актуальной проблемой в рамках портфельного управления является выбор метрик, описывающих ключевые инвестиционные характеристики портфеля. В классической портфельной теории Марковица в качестве риска выступает величина стандартного отклонения, однако существует ряд альтернативных метрик, рассмотренных, в том числе, в работах следующих авторов: Пимонова А.Г. [19] [12], McNeil A., Frey R [31] [24], Rachev, S.T [32][25], Abad P. [33] [26], Simonato J.-G. [34][27], Krokmal P [35][28], Бронштейна Е.М. [28] [21] [27] [20], Rockafellar R [36][29]. Для крупных организаций, занимающихся инвестиционной деятельностью, рыночный риск обычно оценивается с использованием метрики VaR (Value at Risk) или CVaR (Conditional VaR), рекомендуемой как мировыми регуляторами [1][30], так и ЦБ РФ [37][31]. Однако, в большинстве исследований, рассматривающих альтернативные меры риска, вводится предположение о специфичном вероятностном распределении доходностей портфеля (зачастую нормальном), что ограничивает область применения данных подходов. Более того, в случае ненормального распределения доходностей портфеля, подбор распределения проводится авторами практически вручную. Анализ существующих инструментов для подбора вероятностного распределения показал, что наиболее распространенными инструментами являются EasyFit (MathWave) [38][32], Distribution Fitter (MatLab) [39] [33] и DiscoverSim 2.1 (SigmaXL) [40] [34]. Популярность данных инструментов обусловлена понятным и простым интерфейсом, а также довольно широким набором возможных распределений. Однако, во-первых, для их использования необходимо наличие платной лицензии. Во-вторых, все из представленных инструментов предлагают подбор одномерного распределения и не позволяют оценить совместное распределение активов в портфеле. Отсутствие автоматизированного и простого в использовании инструмента, позволяющего подобрать совместное вероятностное распределение к наблюдаемым данным о доходностях активов или портфеля, является очевидным упущением, разрешение которого позволило бы сократить время, потраченное

исследователем или инвестором на выбор той или иной модели данных, которая закладывается в основу изменения стоимости базовых активов портфеля.

Второй важной особенностью портфельного управления является хеджирование рисков. Снижение риска портфеля может быть достигнуто включением в портфель безрисковых активов, как показал Д. Тобин [41][35], или производных финансовых активов, как показали Блэк Ф. и Шоулз М. [3][36] в их подходе к оценке справедливой стоимости опционов через формирование реплицирующего портфеля. Однако, наиболее понятным и простым в использовании методом снижения рисков принято считать диверсификацию портфеля с учетом существующих взаимосвязей между его базовыми активами. Успешность оценки матрицы корреляций активов портфеля, выступающей мерой взаимосвязей, определяет и успешность хеджирования рисков портфеля. Проблема оценки матрицы корреляций является не тривиальной и ей посвящено множество научных трудов в сфере финансового анализа таких ученых, как Düllmann K. [42][37], Ledoit O. [43][38], Shevlyakov G [44][39], Chin C.J. [45][40], Epps T. [46][41], Bun J. [47][42]. В классической портфельной теории Марковица [5][6] и ее расширениях матрица корреляций доходностей оценивается на исторических данных и, далее, используется для формирования оптимального портфеля с требуемыми показателями риск/доходность. Однако, такой подход не может быть применен к низко ликвидным или новым продуктам на рынке, в связи с недостаточностью исторических данных и/или их низким качеством. Также, важно заметить, что одно из свойств случайных процессов, которые укладываются в теорию Марковица, заключается в том, что корреляция приращений активов, представляемых интервальными временными рядами с периодом τ , инвариантна относительно длины выбранного периода. Благодаря этому, среднее, дисперсию и корреляцию можно оценивать на рядах с более коротким периодом, а затем масштабировать эти характеристики на период любой длины. Однако, на практике зачастую наблюдается увеличение корреляции между изменениями стоимости финансовых активов при увеличении периода τ , на котором эти изменения рассматриваются [46][41]. Нарушение предположения об инвариантности

корреляции приращений активов относительно длины периода временного ряда доходностей τ в модели данных приводит к усложнению использования существующих подходов к формированию оптимального портфеля. И, несмотря на то что данная проблема не является новой (еще в 1979 году автор [46][41] описывает разницу в полученной оценке корреляции активов в зависимости от периода интервала рядов доходностей), задача оценки корреляции интервальных временных рядов доходностей активов портфеля остается открытой.

Противоречие. В результате изучения темы исследования выявлена необходимость разрешения общего противоречия, которое заключается в отсутствии:

1. Эффективной математической модели корреляции интервальных временных рядов доходностей активов портфеля в условиях ограниченной выборки;
2. Универсальной методики оценки влияния нарушений предположений модели динамики базовых активов на процесс ее построения и на получаемые с ее помощью целевые показатели портфеля;
3. Автоматизированного и простого в использовании инструмента, позволяющего подобрать совместное вероятностное распределение к наблюдаемым данным о доходностях портфеля;

Проблема исследования. Выявленное противоречие определило проблему исследования, а именно необходимо:

1. Разработать математическую модель корреляции интервальных временных рядов доходностей активов портфеля, которая может быть использована в том числе в условиях ограниченной выборки;
2. Разработать методику оценки влияния нарушений предположений модели динамики базовых активов на процесс ее построения и на получаемые с ее помощью целевые показатели портфеля;
3. Разработать автоматизированный инструмент, позволяющий подобрать совместное вероятностное распределение к наблюдаемым данным о доходностях портфеля;

Целью исследования Улучшение качества процедуры формирования инвестиционного портфеля и подбора модели динамики базовых активов путем разработки новых математической модели, методики и комплекса программ.

Гипотеза исследования. В основе текущего исследования лежит гипотеза, согласно которой разработанный комплекс программ позволит упростить процедуру выбора математической модели, описывающей эволюцию базовых активов портфеля, а разработанные метод проверки качества выбранной модели и математическая модель корреляции интервальных временных рядов позволят сделать процесс формирования инвестиционного портфеля более эффективным.

В соответствии с обозначенной проблемой, целью и гипотезой предполагается решить следующие **задачи исследования**:

1. изучить современное состояние проблемы развития российского рынка ценных бумаг и проанализировать существующие математические модели и подходы к формированию инвестиционного портфеля;
2. разработать математическую модель корреляции интервальных временных рядов доходностей активов портфеля с возможностью ее применения в условиях ограниченной выборки;
3. предложить методику оценки влияния нарушений предположений модели динамики базовых активов на процесс ее построения и на получаемые с ее помощью целевые показатели портфеля;
4. создать комплекс программ, позволяющий подобрать совместное вероятностное распределение к наблюдаемым данным о доходностях портфеля в автоматическом режиме (с учетом оценки корреляций интервальных временных рядов доходностей активов портфеля);
5. провести апробацию разработанной математической модели и предложенной методики как на синтетических данных, полученных посредством имитационного моделирования, так и на исторических данных российского фондового рынка;

Методы. Для решения обозначенных задач исследования использовались методы теории вероятностей и случайных процессов, математической статистики, численные методы и методы имитационного моделирования.

Программные продукты. В рамках данной работы использовался язык программирования Python совместно со средой разработки Spyder, а также Microsoft Excel. Выбор языка программирования обусловлен простотой и удобством скриптовых языков, к которым относится Python, и наличием широкого выбора требуемых библиотечных решений в свободном доступе.

Научная новизна результатов исследования.

1. *Предложена* математическая модель корреляции интервальных временных рядов доходностей активов, формирующих портфель, *отличающаяся* от известных возможностью получения устойчивой оценки корреляции в условиях ограниченной выборки.
2. *Предложен* оригинальный метод определения начального приближения оценок параметров модели корреляции интервальных временных рядов при решении задачи оптимизации численным методом.
3. *Предложена* универсальная методика оценки влияния нарушений предположений модели динамики базовых активов на процесс ее построения и на получаемые с ее помощью целевые показатели портфеля.
4. *Разработан* комплекс программ, позволяющий подобрать совместное вероятностное распределение к наблюдаемым данным о доходностях портфеля, *отличающийся* от существующих инструментов возможностью моделирования корреляции интервальных временных рядов, наличием нормы L_2 как метрики сравнения распределений при подборе, возможностью расширения количества поддерживаемых распределений, а также свободным доступом. Ключевым отличием является подбор совместного вероятностного распределения.

Внедрение результатов диссертационного исследования

Разработанные математическая модель корреляции интервальных временных рядов, методика оценки влияния нарушений предположений модели динамики базовых активов на процесс ее построения и на получаемые с ее помощью целевые показатели портфеля, а также комплекс программ, позволяющий подобрать совместное вероятностное распределение к наблюдаемым данным о доходностях портфеля прошли успешное тестирование в компании ООО «ЭКО-ТОМСК», оказывающей услуги в сфере финансового консалтинга как для европейских, так и российских финансовых организаций. Результаты теоретических исследований используются в учебном процессе в НИ Томском политехническом университете и в Томском государственном университете систем управления и радиоэлектроники. Соответствующие акты внедрения прилагаются.

Достоверность результатов диссертации

Достоверность корректной работоспособности разработанной математической модели корреляции интервальных временных рядов, методика оценки влияния нарушений предположений модели динамики базовых активов на процесс ее построения и на получаемые с ее помощью целевые показатели портфеля, а также комплекса программ, позволяющего подобрать совместное вероятностное распределение к наблюдаемым данным о доходностях портфеля, подтверждается:

- результатами проведения имитационного моделирования, полученными в данной диссертационной работе,
- апробацией на исторических данных российского фондового рынка с фиксированием положительного экономического эффекта;
- проведенным тестированием в компании ООО «ЭКО-ТОМСК» с получением положительного экономического эффекта, что подтверждает соответствующий акт внедрения (Приложения А).

Достоверность научных положений подтверждается полнотой теоретических и практических исследований, а также положительной оценкой на конференциях.

Теоретическая значимость работы заключается в разработке новой математической модели корреляции интервальных временных рядов доходностей активов портфеля, способной работать в условиях ограниченного числа исторических наблюдений. Предложенная модель позволяет получить оценку n - периодной матрицы корреляций низко ликвидных активов, а также активов, являющихся новыми на рынке и не обладающими достаточной историей.

Практическая значимость работы заключается в разработанном комплексе программ (свидетельство о государственной регистрации программ для ЭВМ №2020660959 от 15 сентября 2020 года), позволяющего подбирать совместное вероятностное распределение к наблюдаемым данным о доходностях портфеля в автоматическом режиме, с учетом оценки долгосрочной корреляции активов. Предложенный метод оценки влияния нарушений предположений модели как на процесс ее построения, так и на получаемые с ее помощью результаты, позволяет оценить качество используемой модели и целесообразность ее применения.

Основные положения, выносимые на защиту

1. Математическая модель корреляции интервальных временных рядов позволяет получить оценку матрицы корреляций низко ликвидных активов, а также активов, являющихся новыми на рынке и не обладающими достаточной для анализа существующими методами историей (*соответствует п.1 паспорта специальности 05.13.18*);
2. Метод нахождения начального приближения позволяет получить эффективную начальную оценку параметров модели корреляции интервальных временных рядов, которая, в случае нормального распределения приращений активов портфеля, используется в качестве основного решения, а в общем случае – в качестве начального приближения при решении задачи оптимизации (32) (*соответствует п.4 паспорта специальности 05.13.18*).
3. Универсальная методика оценки влияния нарушений предположений модели динамики базовых активов, позволяет получить численную оценку влияния нарушений как на параметры модели, так и получаемые с ее помощью характеристики портфеля вне зависимости от вида выбранной модели (*соответствует п.6 паспорта специальности 05.13.18*);
4. Комплекс программ позволяет осуществить подбор совместного вероятностного распределения к наблюдаемым данным о доходностях портфеля в автоматическом режиме, а также получить оценку корреляции интервальных временных рядов доходностей активов (*соответствует п.4 паспорта специальности 05.13.18*);

Апробация результатов диссертационного исследования

Результаты проведенного диссертационного исследования представлены на мероприятиях российского и международного уровня:

- пленарная лекция на XIV Международной конференции студентов, аспирантов и молодых ученых «Перспективы развития фундаментальных наук» (Томск 2017)
- доклад на IV Международной научной конференция «Информационные технологии в науке, управлении, социальной сфере и медицине» (Томск 2018)

- доклад на Всероссийской научно-практической конференции студентов, аспирантов и молодых ученых «Современные технологии принятия решений в цифровой экономике» (Томск 2018)
- пленарная лекция на XVII Международная конференция студентов, аспирантов и молодых ученых «Перспективы развития фундаментальных наук» (Томск 2020)

Публикации

Результаты диссертационного исследования опубликованы в следующих изданиях:

- 4 статья в журналах, рекомендуемых ВАК;
- 1 свидетельство о государственной регистрации программ для ЭВМ;
- 1 статья в материалах конференции, индексируемой в Web of Science;
- 1 статья в сборниках трудов Международных и Всероссийских конференций.

Личный вклад автора

Все научные результаты диссертационного исследования и проведенной апробации получены автором самостоятельно. Среди публикаций, выполненных в соавторстве, личный вклад автора состоит в следующем: в [1], [2] постановка задачи, постановка и программная реализация вычислительных экспериментов, интерпретация результатов, в [2] разработка математической модели, проведение анализа качества получаемых оценок, постановка и программная реализация численных экспериментов, интерпретация результатов, в [5] постановка и реализация вычислительного эксперимента, интерпретация результатов.

Структура и объем работы

Диссертация включает в себя введение, три главы, выводы к каждой главе, заключение, список использованной литературы из 113 наименований, 4 приложений. Диссертационная работа изложена на 119 страницах, в том числе содержит 28 рисунков и 18 таблиц.

ГЛАВА 1. СОВРЕМЕННОЕ СОСТОЯНИЕ ПРОБЛЕМЫ ФОРМИРОВАНИЯ ПОРТФЕЛЯ ЦЕННЫХ БУМАГ

1.1 Задача построения оптимального портфеля

Формирование портфеля ценных бумаг, как и любой другой вид инвестиционной деятельности, с одной стороны направлен на то, чтобы сохранить капитал за счет включения в портфель условно безрисковых активов, а с другой – чтобы его приумножить посредством включения рискованных активов. В отличие от моноинвестиций, портфельное инвестирование позволяет улучшить условия вложений, придав совокупности ценных бумаг такие инвестиционные характеристики, которые недостижимы с позиции отдельно взятой ценной бумаги. Основная инвестиционная характеристика, интересующая любого инвестора, – это соотношение риска и доходности портфеля. Нахождение баланса между этими показателями, в зависимости от индивидуальных инвестиционных целей, является основной задачей в теории управления инвестиционным портфелем. При решении данной задачи предполагается, что инвестор является не склонным к риску, другими словами, при необходимости выбора между двумя портфелями с одинаковой доходностью, он предпочтет тот, у которого уровень риска ниже. Задача нахождения баланса между показателями риска и доходности портфеля сводится к определению оптимальной пропорции долей распределения вкладываемой суммы между доступным набором фондовых активов. Несмотря на то, что однозначного подхода к формированию оптимального портфеля в финансовой теории не существует [13][5], классической, в этом направлении, считается портфельная теория Гарри Марковица, опубликованная в 1952 году [5][6].

В рамках своей теории Марковиц впервые высказал идею о необходимости измерять, отслеживать и контролировать не только доходность, но и риск. В качестве количественных метрик, описывающих интересующие характеристики активов портфеля, Марковиц предложил использовать ожидаемую доходность и уровень риска, которые оцениваются на основе исторически наблюдаемых значений цен активов.

Пусть $S_{i,t}$ – цена i – ого актива портфеля в момент времени t . Тогда доходность актива i в момент времени t есть интервальный временной ряд с периодом $\tau = 1$, уровни которого рассчитаны по следующей формуле:

$$R_{i,t} = \frac{S_{i,t}}{S_{i,t-1}} - 1 \quad (1)$$

где $R_{i,t}$ – доходность i – ого актива в портфеле в момент t .

Предполагая стационарность распределения доходностей Марковиц предложил рассматривать величину ожидаемой доходности \bar{R}_i актива i как математическое ожидание наблюдаемых доходностей рассматриваемого актива за период длиной N :

$$\bar{R}_i = E(R_i) = \frac{1}{N} \sum_{t=1}^N R_{i,t} \quad (2)$$

Уровень риска для актива i в классической портфельной теории описывается величиной стандартного отклонения σ_i , рассчитываемого по следующей формуле:

$$\sigma_i = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{t=1}^N (R_{i,t} - \bar{R}_i)^2} \quad (3)$$

Ключевым аспектом теории Марковица [5][6] является не только сама идея диверсификации портфеля с целью снижения общего уровня риска, а формулировка ее количественной оценки. Диверсификация Марковица предполагает объединение в портфель тех активов, взаимосвязь между доходностями которых незначительна, что позволяет снизить общий риск портфеля без ущерба по доходности. В качестве оценки взаимосвязи Марковиц предложил использование ковариации, являющейся мерой линейной зависимости случайных величин [48] [43]:

$$Cov_{i,j} = E[(R_{i,t} - \bar{R}_i)(R_{j,t} - \bar{R}_j)] \quad (4)$$

где $Cov_{i,j}$ – ковариация активов i, j , $\bar{R}_{i(j)}$ – ожидаемая доходность $i(j)$ – ого актива в портфеле, $R_{i,t}$ – доходность актива i в момент времени t , $t = 1, \dots, T$ – рассматриваемый период времени, $E(\cdot)$ – математическое ожидание. Поделив

ковариацию на величину стандартных отклонений каждого из активов, можно получить значение коэффициента корреляции:

$$Corr_{i,j} = \frac{Cov_{i,j}}{\sigma_i \sigma_j} \quad (5)$$

где $Cov_{i,j}$ – ковариация активов i, j , $Corr_{i,j}$ – корреляция активов i, j , $\sigma_{i(j)}$ – стандартное отклонение доходностей актива $i(j)$.

В отличие от ковариации, коэффициент корреляции меняется в пределах от минус единицы до единицы, где «1» отображает идеальную положительную корреляцию (то есть активы движутся с одинаковой скоростью и в одном направлении относительно своих средних значений), а «-1» идеальную отрицательную корреляцию (активы двигаются с одинаковой скоростью, но в разных направлениях относительно своих средних значений), что позволяет сравнивать уровень взаимосвязи для разных активов [49] [44].

В рамках данных определений доходность и риск портфеля могут быть найдены следующим образом. Рассмотрим портфель P , состоящий из n активов. Обозначим долю каждого актива в портфеле через w_i . Ожидаемая доходность портфеля R_p рассчитывается как средневзвешенное значение ожидаемых доходностей активов, составляющих портфель [5] [6]:

$$R_p = \sum_{i=1}^n \bar{R}_i w_i \quad (6)$$

где \bar{R}_i – ожидаемая доходность i – ого актива в портфеле.

Дисперсию портфеля P можно найти по формуле (7):

$$Var_p = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n Cov_{i,j} w_i w_j \quad (7)$$

где Var_p – дисперсия портфеля, $Cov_{i,j}$ – ковариация активов i, j , $w_{i(j)}$ – доля $i(j)$ – ого актива в портфеле.

Прямая и обратная задачи, сформулированные Марковицем, заключаются в поиске портфелей, обеспечивающих одно из двух условий:

1. наивысшую ожидаемую доходность при заданном уровне риска;

2. минимальный риск при заданном уровне ожидаемой доходности.

Портфели, отвечающие выдвинутым требованиям, называются *эффективным множеством портфелей* Марковица или эффективной границей. Графически, эффективная граница Марковица представляет собой верхнюю границу множества возможных портфелей в системе координат «ожидаемая доходность/риск».

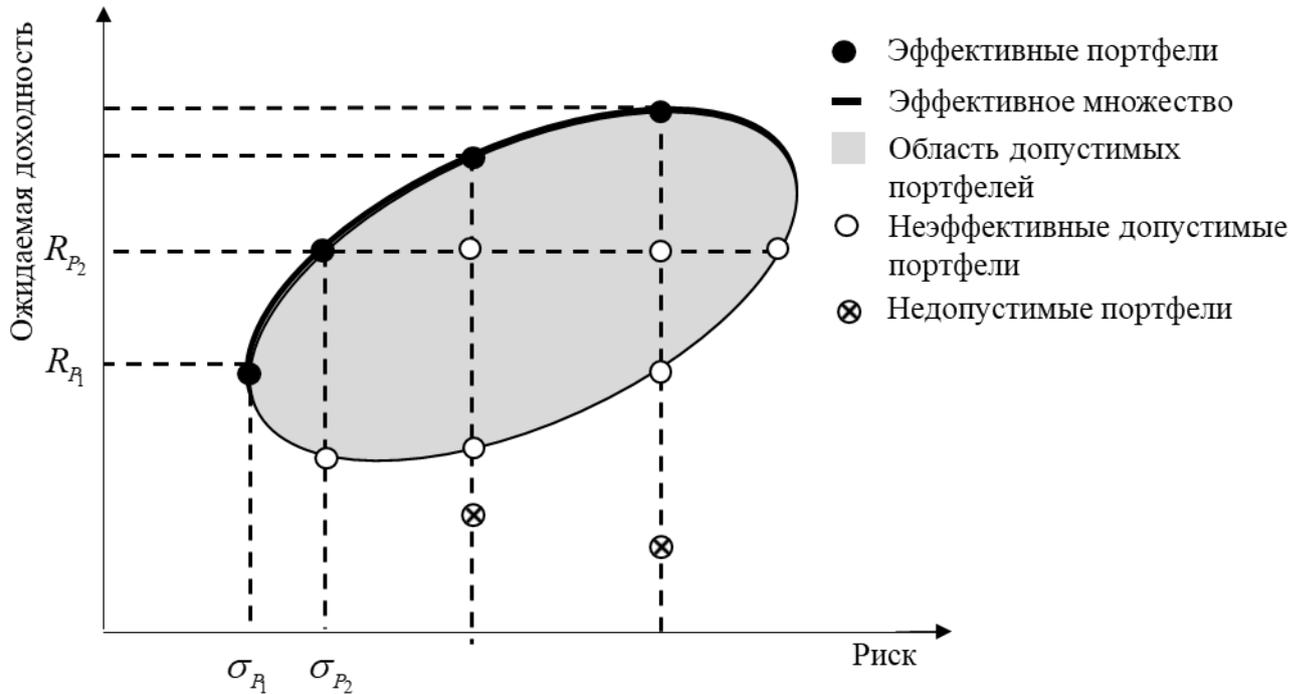


Рисунок 1. Множество допустимых портфелей и эффективная граница Марковица

Область допустимых портфелей – это множество всевозможных портфелей, полученных при варьировании значений весов активов, составляющих портфель. Портфели, находящиеся выше и левее на множестве допустимых портфелей, являются более предпочтительными, чем портфели, находящиеся правее и ниже, так как они обладают меньшим риском и большей доходностью. Нахождение эффективной границы Марковица сводится к решению оптимизационной задачи с линейными ограничениями.

Прямая задача: формирование инвестиционного портфеля максимальной ожидаемой доходности при заданном уровне риска Var_p . В матричной форме постановка задачи выглядит следующим образом:

$$\begin{aligned}
 & w - ? \\
 & R_p = w^T \bar{R} \rightarrow \max \\
 & w^T \Sigma w = \text{Var}_p \\
 & I^T w = 1, \\
 & w \geq 0
 \end{aligned} \tag{8}$$

где Σ – матрица ковариаций доходностей активов в портфеле, I – единичная матрица, $w = (w_1, w_2, \dots, w_n)^T$ – вектор долей активов в портфеле, $\bar{R} = (\bar{R}_1, \bar{R}_2, \dots, \bar{R}_n)$ – вектор ожидаемых доходностей активов в портфеле.

Обратная задача: Формирование инвестиционного портфеля с минимальным риском при заданном уровне ожидаемой доходности R_p . В матричной форме постановка задачи выглядит следующим образом:

$$\begin{aligned}
 & w - ? \\
 & \text{Var}_p = w^T \Sigma w \rightarrow \min \\
 & w^T \bar{R} = R_p \\
 & I^T w = 1 \\
 & w \geq 0
 \end{aligned} \tag{9}$$

Вектор w^* являющийся решением задачи (8)((9)) определяют оптимальную структуру портфеля среди всех возможных с уровнем риска Var_p (ожидаемой доходностью R_p).

Как и любая математическая теория, теория Марковица была сформулирована в рамках нескольких предположений, а именно:

1. Инвестор, обладающий конкретной суммой денег в момент времени $t = 0$, инвестирует всю сумму в n ценных бумаг, цена покупки которых известна, на период времени T . Другими словами, предполагается постоянство структуры портфеля на период инвестирования. После окончания периода T инвестор продает весь портфель.

2. Рынок ценных бумаг является эффективным, то есть стоимость финансового актива на рынке полностью отражает всю имеющуюся информацию о данном активе, все участники рынка обладают полной информацией, инвесторы

являются не склонными к риску и не учитываются транзакционные издержки при проведении сделок.

3. Стоимость финансовых активов на рынке является случайным процессом. В таком случае может быть применен аппарат теории вероятностей.

4. Совместное вероятностное распределение доходностей активов портфеля не меняется за время держания портфеля T .

5. Отсутствие возможности открытия коротких позиций по активам (доли активов в портфеле всегда не отрицательны).

Именно данные предположения, часть из которых либо не выполняется в реальном мире, либо очень ограничивает инвесторов при формировании портфеля, послужили причиной дальнейшего развития портфельной теории.

В том же году А.Д. Рой опубликовал схожий подход [50][45], также базирующийся на данных об ожидаемой доходности и дисперсии портфеля. Формируя свою модель, Рой руководствовался принципом «Безопасность превыше всего» («Safety First principle») [51] [46], то есть ожидаемая доходность не должна опускаться меньше заданного уровня. Под оптимальным портфелем Рой определял любой портфель, предлагающий ожидаемую доходность выше заданного уровня при фиксированном уровне риска, в то время как оптимальный портфель по Марковицу должен был обеспечивать наивысшую ожидаемую доходность для фиксированного уровня риска. Основным отличием между подходами Роя и Марковица являлось то, что, во-первых, анализ Марковица не предполагал коротких позиций (отрицательных значений весов активов), в то время как модель Роя позволяла учитывать короткие позиции при формировании портфеля. Во-вторых, в модели Марковица инвестору предлагается выбирать портфель из тех, что находятся на эффективной границе, а Рой предлагал формировать конкретный портфель под инвестора.

Общей проблемой в обоих подходах является необходимость оценки ожидаемой доходности и дисперсии рассматриваемых активов, а также их корреляционной структуры. Наиболее простым способом оценки этих моментов

является оценка на базе исторических данных [52][47]. Однако, в некоторых случаях, такой подход может привести к значительной ошибке оценивания и, как следствие, к неэффективным показателям сформированного портфеля в будущем. В [53][48] автор продемонстрировал, как при оптимизации риска портфеля происходит смещение весов в сторону активов с большей волатильностью. Также автор отметил несколько других значимых недостатков предложенного подхода, а именно:

1. В модели Марковица не учитывается ликвидность активов, используемых для формирования портфеля. В случае, если оптимальное решение требует покупки бóльшего объема ценных бумаг компании, чем представлено на рынке, то реализовать оптимальную стратегию либо не представляется возможным, либо цена данного актива будет выше ожидаемой, что приведет к смещению эффективной границы в сторону уменьшения ожидаемой доходности и/или меньшему сокращению риска за счет диверсификации. В силу того, что на российском рынке преобладают средне и низко ликвидные активы, упущение данного ограничения делает модель Марковица малоэффективной в ее классическом определении. Рисунок ниже иллюстрирует влияние дополнительного ограничения по ликвидности активов на эффективную границу.

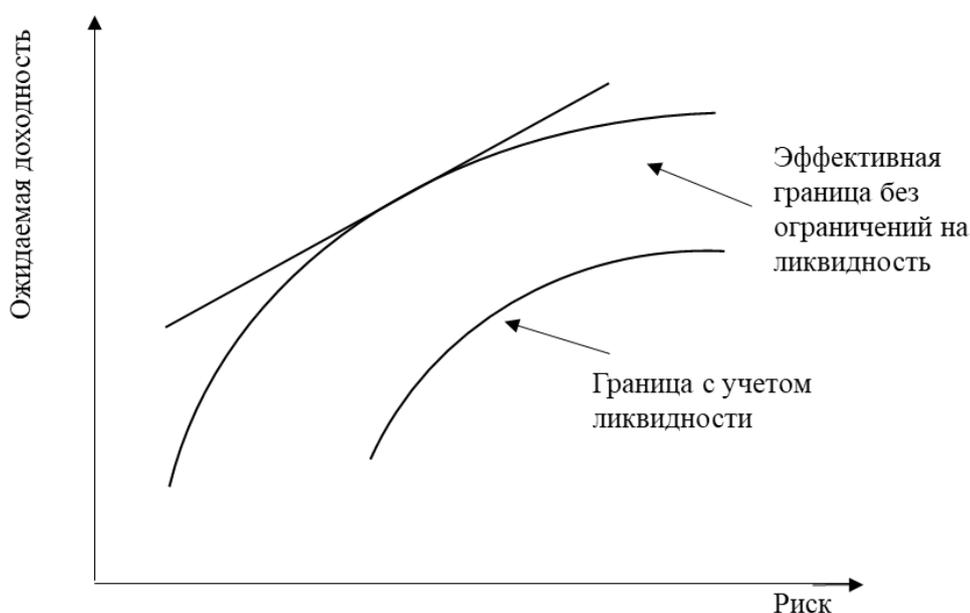


Рисунок 2. Влияние ограничения по ликвидности активов на эффективную границу [53] [48]

2. Оптимальное решение по модели Марковица в некоторых случаях крайне нестабильно. Так как для решения задачи оптимизации требуется обратная матрица к матрице ковариаций, использование плохо обусловленной ковариационной матрицы приведет к нестабильности решения. Другой причиной может являться использование параметров, оцененных на недостаточном количестве исторических данных, то есть существует сложность при работе с активами, не обладающими длинной историей.

3. В модели Марковица оптимальное решение является уникальным лишь по той причине, что входные параметры задаются без учета статистической ошибки оценивания. Если рассматривать входные параметры с учетом доверительного интервала, то для каждой из точек на эффективной границе будет присутствовать доверительная область других портфелей, статистически обладающих теми же свойствами оптимальности, но в то же время значительно (или радикально) отличающихся по своей структуре. Это схематично изображено на рисунке 3.

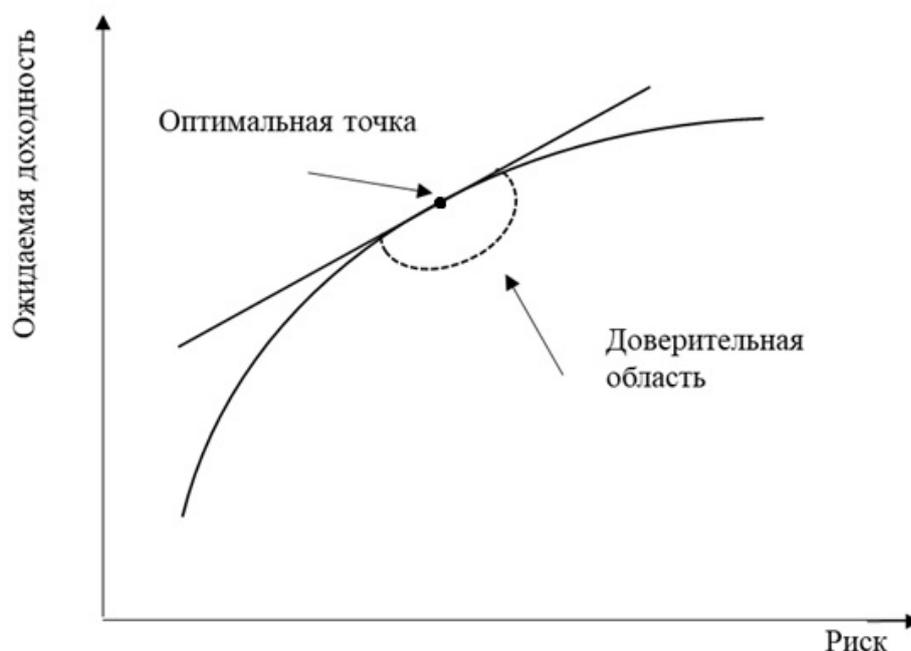


Рисунок 3. Статистически эквивалентные оптимальные портфели [53] [48]

Детальное описание и возможное решение проблем теории Марковица, подчеркнутых Ричардом О. Мичаудом [53] [48] представлены в работах В.М. Брандта [54][49] и Н. Чападоса [55][50].

Другая проблема теории Марковица – проблема ограниченности выбора активов при формировании портфеля – была решена Дж. Тобиным в 1958 году путем включения безрисковых ценных бумаг [41][35]. Это позволило консервативным инвесторам формировать портфели с более низким уровнем риска. В формулировке Тобина задача минимизации риска при заданной ожидаемой доходности приняла следующий вид:

$$\begin{aligned} w - ? \\ \text{Var}_p = w^T \Sigma w \rightarrow \min \\ w^T \bar{R} + w_0 \bar{R}_0 \geq R_p \\ I^T w + w_0 = 1 \end{aligned} \quad (10)$$

где Σ – матрица ковариаций доходностей активов в портфеле, I – единичная матрица, $w = (w_1, w_2, \dots, w_n)^T$ – вектор долей рискованных активов в портфеле, $\bar{R} = (\bar{R}_1, \bar{R}_2, \dots, \bar{R}_n)$ – вектор ожидаемых доходностей рискованных активов в портфеле, w_0 – доля безрисковых активов в портфеле с гарантированной доходностью \bar{R}_0 .

Дальнейшим развитием портфельной теории стала рыночная модель Шарпа [56] [51], в рамках которой доходность отдельной ценной бумаги связана с доходностью рынка в целом. Для измерения доходности американского рынка использовался индекс S&P500, а взаимосвязь доходности рассматриваемой акции с рынком выражалась посредством уравнения линейной регрессии вида:

$$R_i = \alpha_i + \beta_i R_m + \varepsilon_i, \quad (11)$$

где R_i – доходность ценной бумаги i за некоторый период времени, R_m – доходность рынка, α_i, β_i – коэффициенты регрессии, ε_i – случайная ошибка, распределенная нормально с нулевым средним и дисперсией $\sigma_{\varepsilon_i}^2$.

Оценки коэффициентов модели, можно получить при помощи метода наименьших квадратов по следующим формулам:

$$\beta_i = \frac{Cov_{i,m}}{\sigma_m^2}, \quad (12)$$

$$\alpha_i = E[R_i] - \beta_i \cdot E[R_m] = \bar{R}_i - \beta_i \cdot \bar{R}_m$$

где \bar{R}_i – ожидаемая доходность бумаги i , \bar{R}_m – ожидаемая доходность рынка, $Cov_{i,m}$ – ковариация между доходностями бумаги i и доходностью рыночного индекса, σ_m – стандартное отклонение рыночного индекса.

Коэффициент β_i , известный также как «бета-коэффициент», показывает, насколько рисковым является актив по отношению к рынку, а также отображает чувствительность изменения доходности актива по отношению к доходности рынка. Согласно рыночной модели, основываясь на значении бета-коэффициента, инвестор может принимать решения не только о включении отдельной акции в портфель, но и выбирать наиболее подходящий ему портфель из рассматриваемых, так как данный коэффициент может насчитываться и на уровне портфеля. Значение бета-коэффициента и его интерпретация представлены в таблице ниже.

Таблица 1. Значение бета-коэффициента и его интерпретация

Бета-коэффициент	Значение
$\beta = 1$	Рассматриваемый актив изменяется зеркально рынку. При падении/росте рынка на 1% произойдет рост/падение цены бумаги на тот же 1%
$\beta < 1$	Рассматриваемый актив является более устойчивым относительно рынка. При падении/росте рынка на 1% произойдет рост/падение цены бумаги менее, чем 1%. Бумаги, с бета-коэффициентом меньше единицы являются более предпочтительными для формирования консервативного портфеля.
$\beta > 1$	Рассматриваемый актив является менее устойчивым относительно рынка. При падении/росте рынка на 1% произойдет рост/падение цены бумаги более, чем 1%. Бумаги, с бета-коэффициентом больше единицы чаще

	используются агрессивными инвесторами, готовыми на высокий уровень риска.
--	---

Ожидаемая доходность портфеля ценных бумаг \bar{R}_p в рыночной модели Шарпа записывается в следующем виде:

$$\bar{R}_p = \alpha_p + \beta_p \cdot \bar{R}_m \quad (13)$$

где $\alpha_p = \sum_{i=1}^n w_i \alpha_i$, $\beta_p = \sum_{i=1}^n w_i \beta_i$ – портфельные коэффициенты модели, являющиеся средневзвешенными суммами соответствующих коэффициентов, \bar{R}_m – ожидаемая доходность рынка.

В своей рыночной модели Шарп выделил две составляющие риска:

1. *диверсифицируемый риск (специфический риск корпорации)* – риск портфеля, относящийся непосредственно к эмитенту. Данный риск может быть устранен путем диверсификации активов портфеля.

2. *не диверсифицируемый (рыночный) риск* – риск актива, возникающий по независимым от эмитента причинам. Данный риск не может быть устранен путем диверсификации активов портфеля.

Тогда общий риск портфеля есть сумма специфического и рыночного рисков:

$$\sigma_p^2 = \sigma_{share}^2 + \sigma_{market}^2 \quad (14)$$

где σ_p^2 – общий риск портфеля, σ_{share}^2 – специфический риск портфеля, σ_{market}^2 – рыночный риск портфеля.

Шарп показал, что, снижая уровень специфического риска путем диверсификации портфеля, можно снизить общий уровень риска портфеля. Эффект от диверсификации схематично отображает Рисунок 4.

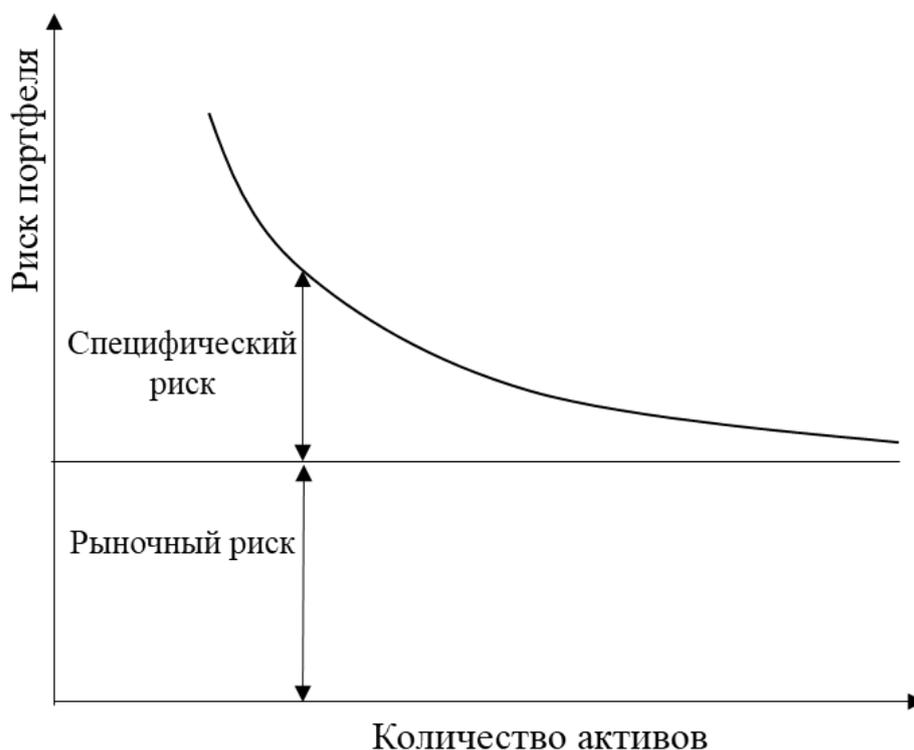


Рисунок 4. Эффект диверсификации портфеля на его общий риск

Тогда, в предположении независимости доходностей активов общий риск портфеля в рыночной модели может быть записан в виде:

$$\sigma^2_P = \beta^2_P \cdot \sigma^2_m + \sigma^2_{\varepsilon_P} \quad (15)$$

где $\beta^2_P \cdot \sigma^2_m$ — рыночный риск портфеля, $\sigma^2_{\varepsilon_P}$ — специфический (собственный) риск портфеля.

Задача нахождения оптимального портфеля в таком случае сводится к решению оптимизационной задачи вида:

$$w - ?$$

$$\text{Var}_P = \left[\sum_{i=1}^n w_i \beta_i \right]^2 \cdot \sigma^2_m + \sum_{i=1}^n w_i \sigma^2_{\varepsilon_i} \rightarrow \min$$

$$\sum_{i=1}^n w_i \bar{R}_i \geq R_P \quad (16)$$

$$\sum_{i=1}^n w_i = 1$$

Стоит отметить, что все перечисленные выше теории предполагают снижение риска оптимального портфеля за счет диверсификации активов, включаемых в этот

портфель. Диверсификация портфеля основывается на учете существующих взаимосвязей между его базовыми активами, и в качестве меры взаимосвязей на практике используют матрицу корреляций.

Успешность оценки матрицы корреляций активов портфеля определяет успешность процедуры построения оптимального портфеля и/или хеджирования рисков портфеля. Проблема оценки матрицы корреляций является не тривиальной и ей посвящено множество научных трудов в сфере финансового анализа таких ученых, как Düllmann K. [42][37], Ledoit O. [43][38], Shevlyakov G [44][39], Chin C.J. [45][40], Erpp T. [46] [41], Bun J. [47][42], A. Gabler [57][52] В классической портфельной теории Марковица [5][6] и ее расширениях матрица корреляций доходностей оценивается на исторических данных и, далее, используется для формирования оптимального портфеля с требуемыми показателями риск/доходность. Однако, как было подчеркнуто ранее, такой подход не может быть применен к низко ликвидным или новым продуктам на рынке, в связи с недостаточностью исторических данных и/или их низким качеством.

Также, важно заметить, что одно из свойств случайных процессов, которые укладываются в теорию Марковица, заключается в том, что корреляция приращений активов, представляемых интервальными временными рядами с периодом τ , инвариантна относительно длины выбранного периода. Благодаря этому, среднее, дисперсию и корреляцию можно оценивать на рядах с более коротким периодом, а затем масштабировать эти характеристики на период любой длины. Однако, на практике зачастую наблюдается увеличение корреляции между изменениями стоимости финансовых активов при увеличении периода τ , на котором эти изменения рассматриваются [46][41]. Нарушение предположения об инвариантности корреляции приращений активов относительно длины периода временного ряда доходностей τ в модели данных приводит к усложнению использования существующих подходов к формированию оптимального портфеля.

Первым ученым, обратившим внимание на зависимость корреляции от длины периода интервального ряда приращений активов был Т. Эппс [46][41], который

еще в 1979 году описал разницу в полученной оценке корреляции приращений активов в зависимости от длины периода, на котором насчитываются приращения, что в последствии приобрело в научной литературе название «эффекта Эппса» («Epps effect»). В работах, посвященных изучению данного феномена, авторы в основном пытались предложить альтернативную, улучшенную метрику для оценки взаимосвязей, чтобы исключить описываемый эффект [58][53] [59] [54] [60] [55], и только несколько работ посвящены поиску причины такого поведения корреляции и возможных решений данной проблемы. На данный момент выделяют два основных фактора, являющихся возможной причиной «эффекта Эппса»:

1. Временной лаг, возникающий между доходностями акций, преимущественно разной капитализации и/или обладающих определенной функциональной зависимостью между друг другом [61] [56] [62] [57];
2. Асинхронность в тиковых данных разных акций [63][58]. Эмпирические результаты, представленные в [59][54], показали, что, принимая к анализу только синхронные тиковые данные по акциям, удастся в большей степени избежать «эффекта Эппса».

Однако, как подчеркивают авторы в [64][59], «эффект Эппса» не может быть полностью объяснен асинхронностью наблюдаемых данных, что доказывают полученные в статье практические результаты, и основной причиной возникновения этого феномена все же выделяют поведение участников рынка или «human time scale». Действительно, с точки зрения функционирования рынка, логичным объяснением такого поведения корреляции является тот факт, что влияние активности участников рынка на изменение стоимости финансовых активов тем выше, чем меньше рассматриваемый период приращений и, как следствие, составляющая сигнала, отвечающая за свойства самого процесса просматривается не так сильно [65] [60]. Анализ существующей литературы показал, что проблема «эффекта Эппса» затрагивается лишь в задачах высокочастотного трейдинга [66][61], где производится анализ внутридневных цен активов, и никак не учитывается при формировании долгосрочного инвестиционного портфеля ценных бумаг. На данный момент, во всех классических теориях портфельного анализа предполагается инвариантность

корреляционной структуры приращений активов относительно длины периода приращений τ , и, как было показано, данное предположение не подтверждается на практике. Это, в свою очередь, приводит к неверной оценке реальных взаимосвязей внутри портфеля, и, как следствие, неоптимальному формированию его структуры и/или недооценке портфельного риска. Известно, что на российском рынке преобладают средне и низко ликвидные активы, не обладающие большим объемом исторических данных, что приводит к статистической неустойчивости эмпирической оценки корреляции. Однако, если посмотреть на «эффект Эппса» со стороны долгосрочного инвестора, то можно сформулировать обратную задачу, а именно задачу моделирования корреляции интервальных рядов доходностей с периодом $n\tau$ на базе известной корреляции интервальных рядов доходностей тех же активов с периодом τ , где $n\tau \gg \tau$. В частности, задача недостаточности исторических данных или наличия данных невысокого качества для оценки корреляции с периодом рядов доходностей $n\tau$ по активам, включаемым в инвестиционный портфель, может быть решена путем использования рядов доходностей тех же активов, построенных с использованием периода τ .

1.2 Задача оценки риска портфеля

Задача управления рисками стала наиболее востребованной после мирового кризиса 1997–1998 годов, когда стала очевидной необходимость внедрения регулятивных мер, препятствующих повторению кризисной ситуации. В 1997 году Базельским комитетом был выпущен важнейший в истории управления рисками банков и финансовых организаций документ «Основные принципы эффективного надзора» [67] [62], который в последствии был переработан в 2006 году. Основной целью данного документа являлась попытка внедрить стандартизированные принципы к расчету риска портфеля банка. В последствии Базельским комитетом было выпущено 3 основных документа, которые регламентируют финансовую деятельность, в частности оценку рисков банков в европейских странах: Базель I, Базель II и Базель III. Базель I появился в ответ на кризис ссудосберегательных учреждений США в 80-х годах прошлого столетия. Появлению Базель II, в числе прочего, способствовало развитие финансовых рынков, в том числе появление новых продуктов и развитие банковских технологий. Основным акцент в первом и втором Базельских соглашениях был сделан на кредитном риске. Третье Базельское соглашение стало реакцией на глобальный финансовый кризис 2007–2009 годов, где большое внимание было уделено рыночному риску и риску ликвидности.

В настоящий момент, практически в каждой стране существуют свои регуляторные органы, многие из которых ориентируются на Базельский комитет при составлении требований к финансовым организациям [68] [63]. Например, Центральный Банк РФ в 2015 году опубликовал указания № 3624-У [37][31] и 3883-У, где были изложены основные требования к системам управления рисками и капиталом банков и банковских групп, к их внутренним процедурам оценки достаточности капитала (ВПОДК), базирующиеся на международных стандартах Базель II. Также, в России был запланирован переход на стандарты Базеля III к середине 2020 года [69][64].

Одной из основных задач, рассматриваемых регуляторами, является расчет необходимого риск-капитала для банка [67] [62]. Согласно Базельскому комитету существует три вида капитала: регуляторный, экономический и контрциклический.

Регуляторный капитал является инструментом регулирования деятельности финансовых организаций и представляет собой уровень необходимого капитала для покрытия всех обязательств и поддержания работоспособности банка в случае наступления неблагоприятной ситуации. *Экономический капитал* несет тот же смысл, за исключением некоторой специфики, обозначенной в таблице 2. Понятие *контрциклического капитала* возникло в контексте Базеля II и представляет собой инструмент ограничения кредитного риска. Ключевые различия между понятиями регуляторного и экономического капитала детально представлены в таблице 2 [7][65]:

Таблица 2. Ключевые различия между регуляторным и экономическим капиталами [65]

Показатель	Требования к регулятивному капиталу		Требования к экономическому капиталу
Состав рисков	Включает только основные риски: <ul style="list-style-type: none"> • Кредитный • Рыночный • Операционный 		На усмотрение банка. Может включать все риски банка, основные риски или отдельные риски
Метод измерения риска	Кредитный риск	<i>Стандартизированный</i> подход и упрощенный стандартизированный подход — полностью задаются регулятором Продвинутые подходы: <i>фундаментальный</i> подход и <i>усовершенствованный</i> подход — отдельные параметры риска заемщиков и портфелей однородных ссуд оцениваются по моделям банков.	Разрабатывается банком полностью самостоятельно

Показатель	Требования к регулятивному капиталу		Требования к экономическому капиталу
		Формула расчета неожиданных потерь задается регулятором	
	Рыночный риск	<i>Стандартизированный</i> подход — полностью задается регулятором	Разрабатывается банком полностью самостоятельно
		<i>Продвинутый</i> подход — величина риска по отдельным активам по методу Value-at-Risk рассчитывается банками самостоятельно. Формула расчета неожиданных потерь задается регулятором	
	Операционный риск	Подход <i>базового индикатора</i> и <i>стандартизированный</i> подход — полностью задаются регулятором	Разрабатывается банком полностью самостоятельно
<i>Продвинутые</i> подходы — разрабатываются банком полностью самостоятельно			
Чувствительность к уровню риска	Низкая — у стандартизированных подходов, более высокая — у продвинутых подходов		Высокая (зависит от метода оценки и правильности его применения)

Как правило, для решения задачи оценки риск-капитала крупные организации, занимающиеся инвестиционной деятельностью, используют продвинутый подход, так как оценка капитала с помощью данного метода является более точной и позволяет снизить размер риск-капитала банка. Как показано в таблице 2, для

оценки рыночного риска продвинутым методом в рамках регуляторного капитала финансовые институты обязаны использовать модели VaR (Value at Risk), рекомендуемые как мировыми регуляторами [1][30], так и ЦБ РФ [37][31].

Для заданного уровня доверия $(1 - \alpha)$ и периода удержания портфеля T , VaR портфеля определяется как величина, обеспечивающая покрытие потерь x с вероятностью $(1 - \alpha)$ [1] [30]:

$$P(VaR \geq x) = (1 - \alpha) \quad (17)$$

где $P(\bullet)$ – распределение вероятностей изменения стоимости портфеля.

Существует множество подходов к оценке метрики VaR, однако все они могут быть разделены на четыре группы [70] [66]:

1. Непараметрические (метод исторического моделирования);
2. Полупараметрические (метод Монте-Карло, метод Халла-Уайта);
3. Методы, основанные на теории экстремальных значений (метод EVT);
4. Параметрические (дельта-нормальный метод, метод на основе моделей из семейства GARCH);

Метод исторического моделирования основан на предположении о стационарности временных рядов доходностей актива и предполагает расчет метрики VaR на базе оцененного по историческим данным эмпирического распределения [1] [30]. Данный метод является наиболее простым в реализации и дает довольно точные оценки метрики для уровня значимости 95%. Дополнительным плюсом данного метода является отсутствие каких-либо предположений о законе распределения активов и возможность «улавливать» толстые хвосты эмпирического распределения. Однако, метод исторического моделирования медленно реагирует на внезапные рыночные скачки и слабо отражает их в оценке метрики [71] [67]. Кроме того, для получения точных оценок метрики при помощи этого метода необходимо наличие исторических наблюдений изменения стоимости актива, что довольно часто является проблемой. Данный метод, например, не может быть использован, если в портфеле присутствуют новые

или неликвидные активы, не обладающие исторической информацией в необходимом объеме.

Полупараметрические методы [72][68] и методы, основанные на теории экстремальных значений [31][24] [73] [69], на данный момент считаются более точными, в то же время и более сложными в реализации. К этим методам прибегают крупные финансовые организации, имеющие разрешение регулятора на использование внутренних моделей оценки риска. Методы предполагают использование имитационного моделирования для построения различных возможных траекторий доходности актива с последующим анализом полученных эмпирических распределений. Полупараметрический метод Монте-Карло требует формирования предположений о рыночной структуре, стохастических процессах, взаимосвязях между факторами риска, их волатильности и других характеристик. Взаимосвязи оцениваются по ретроспективным или современным (рыночным) данным. Точность метрики в данном методе сильно зависит от выбора модели имитирования данных и количества симуляций [10]. Например, в [74][70] метод Монте-Карло, основанный на модели GARCH с предположением нормальности распределения доходностей, показал значительно лучший результат оценки метрики VaR для портфеля голландских облигаций, чем модели, основанные на предположении о распределении Стьюдента, а также превзошел по результатам метод исторического моделирования. В то же время, в [70][66] автор отмечает, что параметрические методы, использующие модели семейства GARCH с ошибками, распределенными по закону Стьюдента, дают более точные оценки метрики, чем методы с нормально распределенными ошибками.

В случае, когда в портфеле присутствуют новые или неликвидные активы, не обладающие исторической информацией в необходимом объеме, могут быть использованы параметрические методы, основанные на предположении о заданном законе распределения для доходностей актива.

Использование параметрических методов является подходящим решением для финансовых институтов, желающих сохранить баланс между точностью расчета

метрики VaR и сложностью реализации. К параметрическим методам можно отнести:

1. Дельта-нормальный метод. Предполагает нормальное распределение доходностей активов [75] [71];
2. Методы, предполагающие распределения, отличные от нормального (распределение Стьюдента, обобщенное t распределение) [76] [72];
3. Методы, предполагающие применение моделей семейства GARCH для оценки волатильности [77][73];
4. Методы, предполагающие применение моделей семейства GARCH для оценки волатильности с ошибками, отличными от нормального распределения [78] [74].

Дельта-нормальный метод является аналитическим методом, основанном на предположении о многомерном нормальном распределении доходностей активов, входящих в портфель. Основные характеристики, такие как средняя доходность, стандартное отклонение и уровень корреляции между доходностями активов, включенных в портфель, оцениваются на исторических данных. Если стоимость портфеля выражается в виде линейной зависимости от стоимостей базовых активов, то распределение доходностей всего портфеля также будет нормальным. В таком случае VaR рассчитывается путем умножения вектора первых производных стоимости портфеля относительно переменных факторов риска («дельты») на оцененную ковариационную матрицу, и, в последствии, на множитель, зависящий от квантили нормального распределения для уровня доверия α [79] [75]. Ключевым недостатком данного подхода является предположение о вероятностном распределении активов портфеля, не способном улавливать толстые хвосты распределения реальных данных, наблюдаемых на финансовом рынке, что, как следствие, приводит к недооценке риска портфеля.

Методы, предполагающие распределения, отличные от нормального, решают проблему толстых хвостов наблюдаемых распределений, тем самым улучшая качество оценки метрики VaR. Наиболее распространенными распределениями, используемыми в финансовом анализе, являются распределение Стьюдента, а

также обобщенное t распределение. Расчет метрики VaR производится аналогично дельта нормальному методу.

Основным отличием методов, предполагающих применение моделей семейства GARCH для оценки волатильности как с нормальными, так и с отличными от нормального распределения ошибками, является отсутствие предположение о постоянстве волатильности активов во времени, свойственной классическим методам оценки VaR. В рамках данного подхода волатильность активов меняется во времени, и метрика VaR рассчитывается с учетом прогнозной волатильности [80][76].

Параметрические методы оценки VaR являются наиболее используемыми на практике, так как они:

1. Соответствуют регуляторным требованиям как ЦБ, так и основных мировых регуляторов;
2. Относительно простые в реализации по сравнению с полупараметрическими методами;
3. При правильном выборе модели динамики базовых активов дают точные оценки метрики риска;
4. Могут быть применены в ряде случаев, когда использовать вариационный ряд для оценки VaR портфеля не представляется возможным.

При расчете VaR параметрическим методом изменение стоимости портфеля разбивается на составные части и представляется в следующем виде:

$$R_T = \sum_{l=1}^N w_l \times R_{T,l}, \quad (18)$$

где R_T – доходность портфеля на отрезке времени $(0, T]$, w_l – доля l -го актива в портфеле, $R_{T,l}$ – доходность l -го актива на промежутке $(0, T]$, N – общее количество активов в портфеле.

В таком представлении задача моделирования изменения стоимости портфеля сводится к моделированию динамики изменения базовых активов, для описания которых на практике широко используются модели из класса регрессионных [18]

[11], такие как авторегрессионные модели (AR), авторегрессионные модели скользящего среднего (ARMA) [81] [77], авторегрессионные модели условной гетероскедастичности (GARCH) [82] [78], и другие [83][79]. Для оценки параметров таких моделей используются два основных статистических метода: метод наименьших квадратов (МНК) и метод максимального правдоподобия (ММП) [84][80]. При выполнении предположения о нормальности распределения регрессионных остатков, задающих динамику процесса, оба метода дают точные несмещенные оценки параметров модели. Однако, согласно ряду исследований, в случае ненормального распределения остатков, оценки, полученные ММП являются более устойчивыми [29][22] [85] [81]. Кроме этого, на практике встречаются ситуации, когда при оценке параметров модели методом наименьших квадратов происходит перепараметризация модели, и полученные в последствии прогнозные значения далеки от реальных.

В задаче оценки риска портфеля предположение о вероятностном распределении активов носит критически важный характер. В [30][23] автором показано, что нарушение предположения о нормальности распределения активов приводит не только к потере в точности оценки параметров модели динамики базовых активов, но и к значительной недооценке риска портфеля. На практике, в крупных финансовых организациях проверка выполнения предположений моделей, используемых для оценки рисков портфеля, посвящается минимум треть времени, выделенного на разработку той или иной математической модели. Более того, существуют отдельные организационные структуры, которые занимаются ежегодным пересмотром качества используемых в организации моделей, так как изменение рыночной ситуации может привести к снижению качества получаемой оценки риска либо другого конечного результата. В рамках таких ежегодных проверок специалисты оценивают адекватность выдвинутых модельных предположений в текущих рыночных условиях, проводят анализ чувствительности к риск-факторам модели, проверяют качество используемых входных данных, а также оценивают эффективность работы модели в целом, в том числе путем сравнения с альтернативными подходами. Такой процесс называется валидацией

математических моделей, и в отличие от западного рынка, только набирает свою популярность среди Российских банков, что вызвано, в том числе, переходом ЦБ РФ на международные регуляторные стандарты Базель [86][82].

Процесс валидации, как непосредственная часть управления модельным риском, также регламентируется регуляторами. Базельский комитет выделяет шесть основных принципов, лежащих в основе валидации, которые представлены на рисунке 5.



Рисунок 5. Основные принципы валидации по Базелю [67][62]

В свою очередь, ЦБ РФ опубликовал Положение Банка России 483-П с изменениями от 10.03.2019, в котором прописаны требования к валидации внутренних моделей кредитного рейтинга, которые отражают ключевые принципы Базеля.

Основываясь на рекомендациях и требованиях регуляторов, банки либо самостоятельно выстраивают процесс организации валидации внутри своей системы, либо приглашают для этого сторонних консультантов. Как показывают лучшие отраслевые практики, наиболее эффективной можно назвать организацию процесса валидации, представленную на рисунке 6.



Рисунок 6. Организация процесса валидации моделей

Наиболее важными аспектами валидации являются проверка методологии модели, включающая в себя проверку всевозможных предположений модели и проверка эффективности или производительности модели. Для оценки качества общей производительности существует ряд стандартных техник, используемых специалистами по валидации, к которым относятся анализ чувствительности, бэкстестинг и анализ с помощью альтернативных моделей.

1. Анализ чувствительности.

Позволяет проанализировать насколько модель чувствительна к определенным параметрам или входным данным. Процедура проведения анализа чувствительности представлена на рисунке 7.

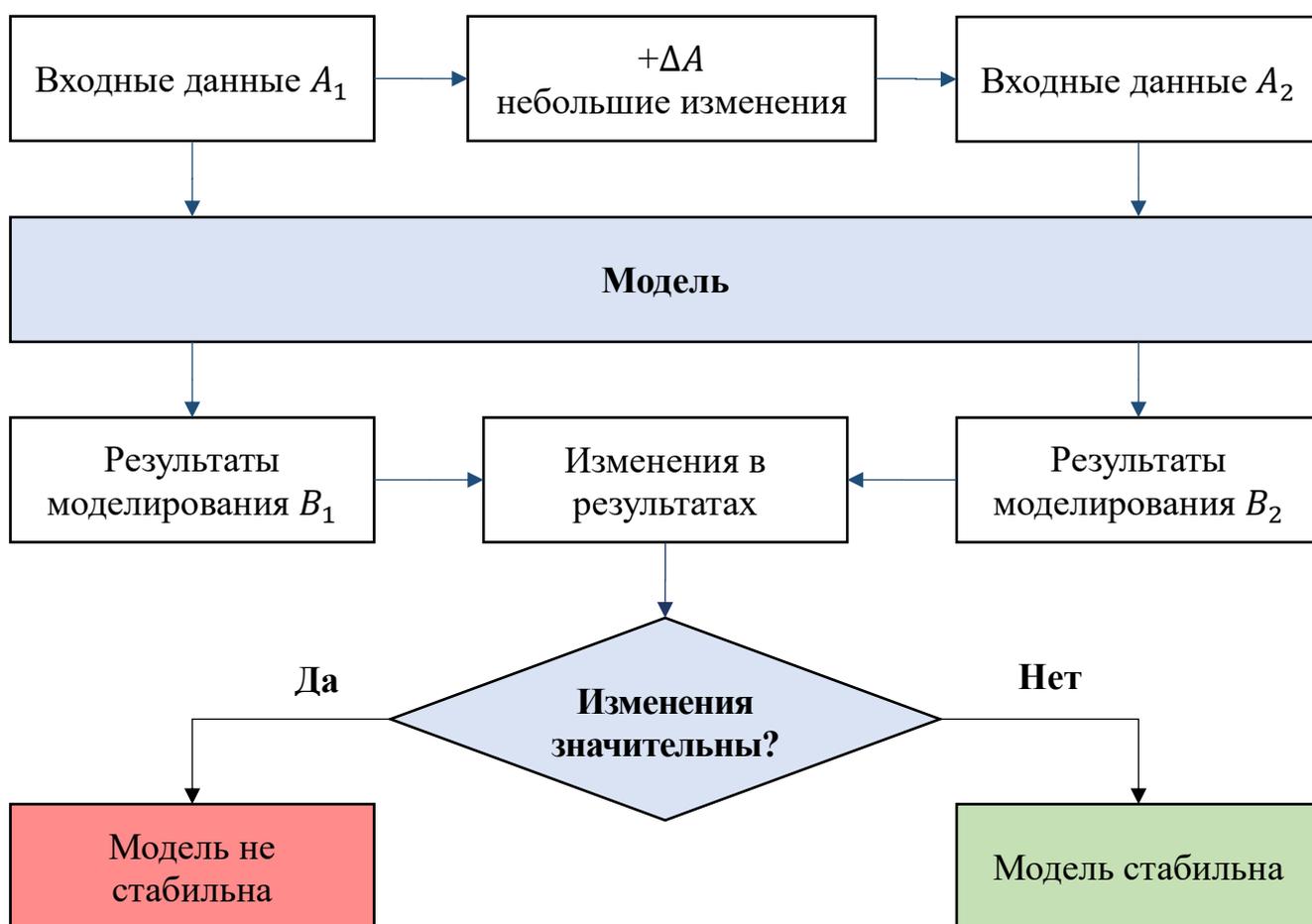


Рисунок 7. Схема проведения анализа чувствительности

Результатом проведения анализа чувствительности является заключение о стабильности модели.

2. *Процедура тестирования на исторических данных (бэктестинг)*

Бэктестинг – это наиболее известный и часто используемый количественный подход к оценке эффективности моделей, который представляет собой процедуру сравнения модельных значений с реально наблюдаемыми. На основе бэктестинга дается заключение об эффективности модели. В зависимости от типа модели подходы к бэктестингу могут отличаться. Рисунок 8 представляет краткое описание подходов к бэктестингу в зависимости от типа модели.

3. *Оценка с помощью альтернативных моделей*

Еще один подход к оценке эффективности модели, ее производительности – это сравнение с альтернативными. Следует отметить, что в случае, когда общая производительность используемой модели хуже, в сравнении с альтернативой, либо в случае обнаружения нарушений предположений модели, переход на другую, более точную модель происходит далеко не всегда. Как известно, разработка и внедрение более точной модели требует значительные финансовые и временные вложения, поэтому, прежде чем перейти от используемой модели к новой, финансовые организации стремятся оценить размер ошибки, генерируемой текущей моделью в отношении конечного результата (например, риска портфеля, уровня достаточности капитала, и пр.). В условиях, когда ошибка используемой модели минимальна, организация может продолжать ее использование, так как эффект от внедрения более точной модели будет незначителен и, как следствие, не оправдан с точки зрения требуемых финансов и трудозатрат.

Как было показано, для проверки производительности модели существуют стандартные подходы, однако, в отличие от проверки производительности, проверка предположений модели является более творческим процессом, требующим от проверяющего глубоких экспертных знаний в рассматриваемой области, а также математической статистике и теории вероятностей. Для проверки предположений моделей используются как количественный (аналитические исследования, статистический анализ), так и качественный анализы. Большой сложностью в проверке предположений модели является отсутствие универсальной методики для решения данной задачи.



Рисунок 8. Подходы к бэктестингу в зависимости от типа моделей

1.3 Задача подбора вероятностного распределения

Определение подходящего вероятностного распределения данных является одной из основополагающих задач финансового анализа. Знание распределения активов внутри портфеля дает возможность адекватно моделировать будущую стоимость портфеля, оценивать сопутствующие риски, рассчитывать риск-капитал и другие характеристики портфеля. Задача подбора распределения не является новой ни в математической статистике, ни в практическом финансовом анализе, и заключается в том, чтобы на базе наблюдаемых значений случайной величины сделать научно обоснованное заключение о распределении генеральной совокупности данных [87][83]. Классическая процедура подбора одномерного распределения к наблюдаемым данным сводится к проверке статистической гипотезы о принадлежности наблюдаемой выборки к определенному закону распределения [88][84]. Ниже приведены ключевые понятия, используемые при проверке статистических гипотез.

- *Статистический тест* – это механизм для принятия количественных решений о рассматриваемом процессе. С помощью статистического теста можно определить имеются ли основания для отклонения нулевой гипотезы, сформулированной относительно рассматриваемого процесса.
- *Нулевая гипотеза* – основное предположение о свойствах случайных величин или процессов, проверяемое по имеющимся данным.
- *Альтернативная гипотеза* – другое (не всегда строго противоположное) предположение о свойствах случайных величин или процессов, проверяемое по имеющимся данным.
- *Ошибка I рода* – ошибочное отклонение верной нулевой гипотезы.
- *Ошибка II рода* – ошибочное принятие ложной нулевой гипотезы.
- *Уровень значимости* – это вероятность ошибки первого рода при принятии решения (вероятность ошибочного отклонения нулевой гипотезы).
- *Статистика критерия* – функция от исходных данных, по значению которой проверяется нулевая гипотеза.

- *Критическая область* – совокупность значений критерия, при котором нулевую гипотезу отвергают.
- *p-значение (p-value)* – вероятность того, что статистика критерия не попадает в критическую область $P\{T_{\text{тест}} < T_{\text{крит}}\}$ или нет оснований для отклонения нулевой гипотезы.

Процедура проверки статистических гипотез представляет собой выполнение следующих шагов:

1. Формулировка нулевой H_0 и альтернативной H_1 гипотез;
2. Выбор уровня доверия α ;
3. Выбор статистики критерия T ;
4. Определение критической области значений статистики T ;
5. Оценка значение тестовой статистики $T_{\text{тест}}$ (p-значение) на имеющихся данных;
6. Проверка попадания $T_{\text{тест}}$ в критическую область значений $T_{\text{крит}}$ (превышения p-значением уровня значимости);

Если $T_{\text{тест}}$ не попадает в критическую область (p-значение меньше уровня значимости), то нет оснований отвергать нулевую гипотезу. В противном случае нулевая гипотеза отклоняется, и принимается альтернативная.

Рисунок 9 схематично отображает подход к проверке статистических гипотез с помощью тестовой статистики (слева) и p-значения (справа).

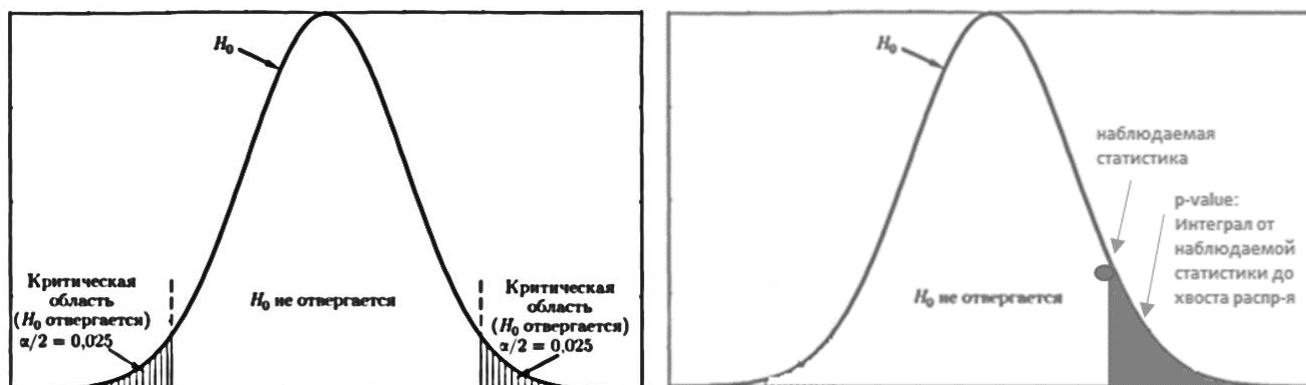


Рисунок 9. Проверка статистических гипотез с помощью тестовой статистики (слева, двусторонний тест) и p-значения (справа, односторонний тест)

В математической статистике существует широкий набор инструментов для проверки гипотез [84][80], выделяют параметрические и непараметрические критерии, критерии для независимых и зависимых выборок, а также критерии, в зависимости от количества рассматриваемых выборок. К параметрическим критериям относятся критерии, которые основаны на предположении о конкретном виде распределения генеральной совокупности данных или параметрах этой совокупности. Непараметрические критерии не предполагают конкретного вида распределения генеральной совокупности.

В случае подбора распределения к наблюдаемой выборке часто используют непараметрические критерии согласия, ключевыми из которых являются:

1. *Критерий согласия Колмогорова-Смирнова* [89] [85]

Это непараметрический тест, предназначенный для проверки простых гипотез о принадлежности анализируемой выборки некоторому полностью известному закону распределения [84][80].

Нулевая гипотеза H_0 : наблюдаемая выборка принадлежит распределению F^1 .

Альтернативная гипотеза H_1 : наблюдаемая выборка не принадлежит распределению F^1 .

Статистика критерия Колмогорова - Смирнова в таком случае определяется следующим образом:

$$D_n = \sup_x |F_n(x) - F^1(x)| \quad (19)$$

где n – количество наблюдений в выборке, $F_n(x)$ – эмпирическая функция распределения, а $F^1(x)$ – функция полностью известного закона распределения.

Если гипотеза H_0 справедлива, то предельным распределением статистики Колмогорова $\sqrt{n}D_n$ будет являться распределение Колмогорова $K(t)$, а р-значение ожидается быть не меньше заданного уровня значимости α .

2. *Критерий Пирсона, Критерий χ^2* [90] [86];

Идея теста заключается в проверке значимости расхождения эмпирических (наблюдаемых) и теоретических (ожидаемых) частот. Формулировка нулевой и альтернативной гипотез остается той же.

Нулевая гипотеза H_0 : наблюдаемая выборка принадлежит распределению F^1 .

Альтернативная гипотеза H_1 : наблюдаемая выборка не принадлежит распределению F^1 .

Статистика χ^2 определяется следующим образом:

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^n \frac{(k_i - E_i)^2}{E_i} \quad (20)$$

где n – количество непересекающихся интервалов, k_i – количество наблюдений (наблюдаемая частота) в интервале i , E_i – ожидаемое число попаданий (ожидаемая частота) в интервале i .

При выполнении гипотезы H_0 предельным распределением статистики будет распределение χ^2 с $(n-1)$ степенями свободы, а р-значение ожидается быть не меньше заданного уровня значимости α .

3. Критерий Андерсона — Дарлинга [91][87]

Данный критерий также предназначен для проверки простой гипотезы о принадлежности выборки полностью известному закону распределения.

Нулевая гипотеза H_0 : наблюдаемая выборка принадлежит распределению F^1 .

Альтернативная гипотеза H_1 : наблюдаемая выборка не принадлежит распределению F^1 .

Статистика критерия определяется следующим образом:

$$A = -n - 2 \sum_{i=1}^n \{F_n(x_i) \ln(F^1(x_i)) + F_n(x_i) \ln(1 - F^1(x_i))\} \quad (21)$$

где n – количество наблюдений в выборке, $F_n(x)$ – эмпирическая функция распределения, $F^1(x)$ – теоретическая функции распределения.

При выполнении гипотезы H_0 предельным распределением статистики будет распределение $A_2(S)$, а р-значение ожидается быть не меньше заданного уровня значимости α . [91][87]

Помимо статистических тестов для оценки качества подбора распределения иногда целесообразно использовать метрику L_2 , характеризующую расстояние между кривыми плотностей сравниваемых распределений.

В настоящее время существует широкий набор инструментов, которые позволяют провести подбор одномерного распределения к наблюдаемым данным, начиная от электронных таблиц MS Excel, заканчивая более совершенными автоматическими/полуавтоматическими программами. Анализ таких инструментов, представленных на рынке, показал, что наиболее популярными среди них являются:

1. EasyFit (MathWave) [38][32];
2. Distribution Fitter (MatLab) [39] [33];
3. DiscoverSim 2.1 (SigmaXL) [40] [34].

Популярность данных инструментов обусловлена понятным и простым интерфейсом, а также довольно широким набором возможных распределений. В таблице 3 представлено сравнение данных инструментов в разрезе ключевых функциональных групп: доступ и интерфейс, ввод данных, подбор распределения, оценка взаимосвязей.

Таблица 3. Сравнение существующих инструментов для автоматического подбора вероятностного распределения к данным. Условные обозначения: «1» - EasyFit (MathWave), «2» - Distribution Fitter (MatLab), «3» - DiscoverSim 2.1 (SigmaXL).

Критерии сравнения	1	2	3
Доступ, интерфейс			
Свободный доступ	-	-	-
Пробный бесплатный период	+	+	+
Удобный интерфейс	+	+	+
Ввод данных			
Ручной ввод данных	+	+	+
Автоматический сбор данных с сайтов	-	-	-
Подбор распределений			
Подбор распределения вручную	+	+	+
Автоматический подбор лучшего распределения	+	-	-

Критерии сравнения	1	2	3
Возможность расширения количества поддерживаемых распределений	-	-	-
Наличие статистических тестов проверки правильности подобранного распределения	+	+	+
Наличие нормы L2 как метрики сравнения распределений при подборе	-	-	-
Оценка взаимосвязей			
Оценка корреляции	-	+	-

Как видно из Таблицы 3, для использования рассматриваемых программных продуктов необходимо наличие платной лицензии. Более того, все из представленных инструментов предлагают подбор одномерного распределения и не позволяют оценить совместное распределение активов в портфеле, что делает невозможным моделирование совместного распределения активов и формирования портфеля с учетом взаимосвязей. Следует отметить, что Distribution Fitter от MatLab имеет функцию оценки матрицы ковариаций, однако она предполагается инвариантной относительно длины периода, что не выполняется на практике [45][40]. Также, помимо статистических тестов для оценки качества подбора распределения иногда целесообразно использовать метрику L2, характеризующую расстояние между кривыми плотностей сравниваемых распределений, что не реализовано ни в одном из инструментов. Очевидно, что отсутствие автоматизированного и простого в использовании инструмента, позволяющего подобрать совместное вероятностное распределение к наблюдаемым данным о доходностях активов или портфеля, является упущением, разрешение которого позволило бы сократить время, потраченное исследователем или инвестором на выбор той или иной модели данных, которая закладывается в основу изменения стоимости базовых активов портфеля.

1.4 Выводы по главе 1

В результате проведенного анализа современного состояния проблемы было выявлено следующее:

В задаче формирования инвестиционного портфеля основной проблемой является оценка взаимосвязей активов внутри портфеля, особенно в случае недостаточности исторических данных для получения статистически устойчивой эмпирической оценки, как, например, для средне и низко ликвидных активов, преобладающих на российском фондовом рынке. «Эффект Эппса», описывающий зависимость корреляции приращений активов от длины периода, на котором данные приращения рассчитываются, в литературе рассматривается лишь в контексте высокочастотного трейдинга. Однако, с точки зрения долгосрочного портфельного инвестирования, данный эффект может быть использован для моделирования корреляции интервальных рядов доходностей с периодом nt на базе известной корреляции интервальных рядов доходностей тех же активов с периодом t , где $nt \gg t$. Проведенный анализ показал необходимость разработки эффективной математической модели корреляции интервальных временных рядов доходностей активов портфеля, способной работать в условиях ограниченного числа исторических наблюдений.

1. В задаче оценки портфельных рисков рассмотрены существующие современные подходы к оценке рисков портфеля крупных финансовых организаций, в том числе мировые регуляторные требования. Также показано, что ЦБ РФ постепенно внедряет мировые стандарты регулирования деятельности финансовых организаций и в 2020 году планируется переход на стандарты Базель III. В связи с этим в России набирает популярность направление валидации математических моделей, используемых банками. Несмотря на то, что для оценки качества общей производительности математической модели существует ряд стандартных техник, таких как анализ чувствительности, процедура бэктестинга и метрики оценки качества прогноза, универсального подхода для проверки выполнения предположений модели в литературе не представлено. Поэтому, была выделена проблема отсутствия универсальной методики оценки влияния нарушений предположений модели динамики базовых активов на процесс ее построения и на получаемые с ее помощью целевые показатели портфеля.

2. Так как одним из основных предположений наиболее распространенных математических моделей является предположение о вероятностном распределении данных, был проведен обзор существующих инструментов, позволяющих вычислять вероятностное распределение к наблюдаемым данным о доходностях активов. В результате анализа были выявлены три наиболее популярных инструмента EasyFit (MathWave), Distribution Fitter (MatLab) и DiscoverSim 2.1 (SigmaXL). Популярность данных инструментов обусловлена понятным и простым интерфейсом, а также довольно широким набором возможных распределений. В результате сравнения рассматриваемых программных продуктов в разрезе ключевых функциональных групп: доступ и интерфейс, ввод данных, подбор распределения, оценка взаимосвязей, был выявлен ряд задач, не покрываемый предлагаемыми решениями, главной из которых является возможность подбора совместного распределения к данным.

ГЛАВА 2. МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ И ПОДХОДЫ, ИСПОЛЬЗУЕМЫЕ ДЛЯ ФОРМИРОВАНИЯ И УПРАВЛЕНИЯ ИНВЕСТИЦИОННЫМ ПОРТФЕЛЕМ ЦЕННЫХ БУМАГ

2.1 Математическая модель корреляции интервальных временных рядов

В рамках классической теории портфель формируется на определенный период времени держания, по истечению которого инвестор либо закрывает свою позицию, либо производит реформирование портфеля. Для того, чтобы построить оптимальный портфель на интересующий инвестора период, помимо характеристики активов необходимо оценить корреляцию интервальных временных рядов доходностей активов с требуемым инвестору периодом на исторических данных. Если количество исторических данных неограниченно, то инвестор может получить оценку корреляции для любой длины периода τ . Однако, на практике, активы имеют ограниченную историю и с ростом длины периода τ , длина получаемого временного ряда доходностей будет снижаться довольно быстро. Обозначим наименьший период, доступный для построения рядов доходностей активов как τ . Длина данного периода зачастую совпадает с частотой дискретизации наблюдаемых цен. Корреляцию, насчитанную между полученными рядами, назовем однопериодной корреляцией. На базе полученных временных рядов можно получить двух-, трех-, и n -периодные временные ряды доходностей и корреляцию между ними. Такую корреляцию будем называть двух-, трех-, и n -периодной корреляцией.

Как было показано в разделе 1.2, «Эффект Эппса», характеризующий зависимость корреляции интервальных временных рядов доходностей активов от выбранного периода при построении этих рядов, в литературе рассматривается лишь через призму высокочастотного трейдинга, и никак не применяется при решении задачи формирования долгосрочного инвестиционного портфеля. Данный раздел посвящен разработке математической модели корреляции интервальных временных рядов, которая, принимая во внимание наблюдаемый характер поведения корреляции в зависимости от выбранного периода для построения ряда

доходностей активов, способна дать оценку n -периодной корреляции в условиях ограниченности доступных исторических наблюдений. Практическая ценность данной модели обусловлена возможностью ее применения к преобладающим на российском фондовом рынке низко и средне ликвидным активам, анализ которых значительно усложняется, так как получить статистически устойчивую эмпирическую оценку n -периодной матрицы корреляций не представляется возможным. Оценка n -периодной корреляции позволяет инвесторам формировать надежный инвестиционный портфель на длительный период, способный выдержать цикличность рынка без частой процедуры реформирования самого портфеля.

Очевидно, что уход от инвариантности корреляции относительно длины периода приращений активов приведет к усложнению модели изменения стоимости базовых активов, так как в таком случае при моделировании динамики активов необходимо будет моделировать и существующую между ними взаимосвязь. Процедура моделирования корреляции, как динамической, так и меняющейся в зависимости от периода приращений, имеет ряд особенностей.

Во-первых, при моделировании матрицы корреляций необходимо соблюдение ее основных свойств – матрица должна быть положительно определена и симметрична [18][11]. В случае, когда используются аналитические подходы к моделированию корреляции [92][88] свойства матрицы корреляций не нарушаются. Однако, зачастую найти аналитическое решение такой задачи не представляется возможным, и исследователи прибегают к использованию численных методов. Как известно, использование численных методов уже не гарантирует сохранность основных свойств корреляционной матрицы и, требует применения дополнительных процедур, позволяющих привести матрицу корреляций к ее правильной структуре. Наиболее используемыми подходами в этом вопросе являются различные процедуры сглаживания [43][38], позволяющие убрать шумовую составляющую после применения численных методов, и откорректировать симметричность, положительную определенность модельной матрицы. Предпочтительным подходом к моделированию корреляции, является

аналитический подход. Модель долгосрочной корреляции, предлагаемая в данной работе сформулирована аналитически, что позволяет избежать нарушения основных свойств матрицы корреляций при ее моделировании.

Второй важной особенностью при оценке матрицы корреляций является ограниченность доступных исторических данных. Для задач длительного инвестирования важно иметь оценку корреляции, которая отражает цикличность рынка [45][40]. Для получения статистически устойчивой оценки n -периодной корреляции, например насчитанной на базе рядов доходностей активов с периодом месяц, необходим довольно длительный исторический период. Например, за десять лет наблюдений можно получить интервальный ряд доходностей с месячным периодом (на непересекающихся интервалах) размером лишь в сто двадцать точек. Если же рассматривать наблюдения с бóльшей частотой дискретизации (например, день) на таком же интервале, то число наблюдений увеличится до двух с половиной тысяч. Бесспорно, что используя меньшую длину периода для расчета доходностей, можно не только сохранить больше информации о движении стоимости активов, но и получить статистически устойчивую оценку корреляции [65] [60]. Основной вопрос, возникающий при использовании данных с более высокой частотой дискретизации для оценки n -периодной корреляции, заключается в том, как учесть существующее изменение корреляции в зависимости от периода интервального ряда доходностей. Наиболее распространенным ответом на данный вопрос является масштабирование матрицы ковариаций в предположении нормальности распределения приращений активов. Однако, как известно, реально наблюдаемые доходности на рынке не следуют нормальному закону распределения. В [30][23] автором представлены результаты проверки статистических гипотез о принадлежности доходностей акций четырех российских компаний к нормальному закону распределения и закону Джонсона SU. Показано, что гипотеза о принадлежности распределения доходностей к нормальному закону распределения может быть отвергнута, так как рассчитанные p – значения меньше заданного уровня значимости $\alpha = 0.05$. На рисунке ниже представлено сравнение эмпирической плотности распределения доходностей акций четырех российских

компаний с плотностью нормального распределения и распределения Джонсона SU [93][89].

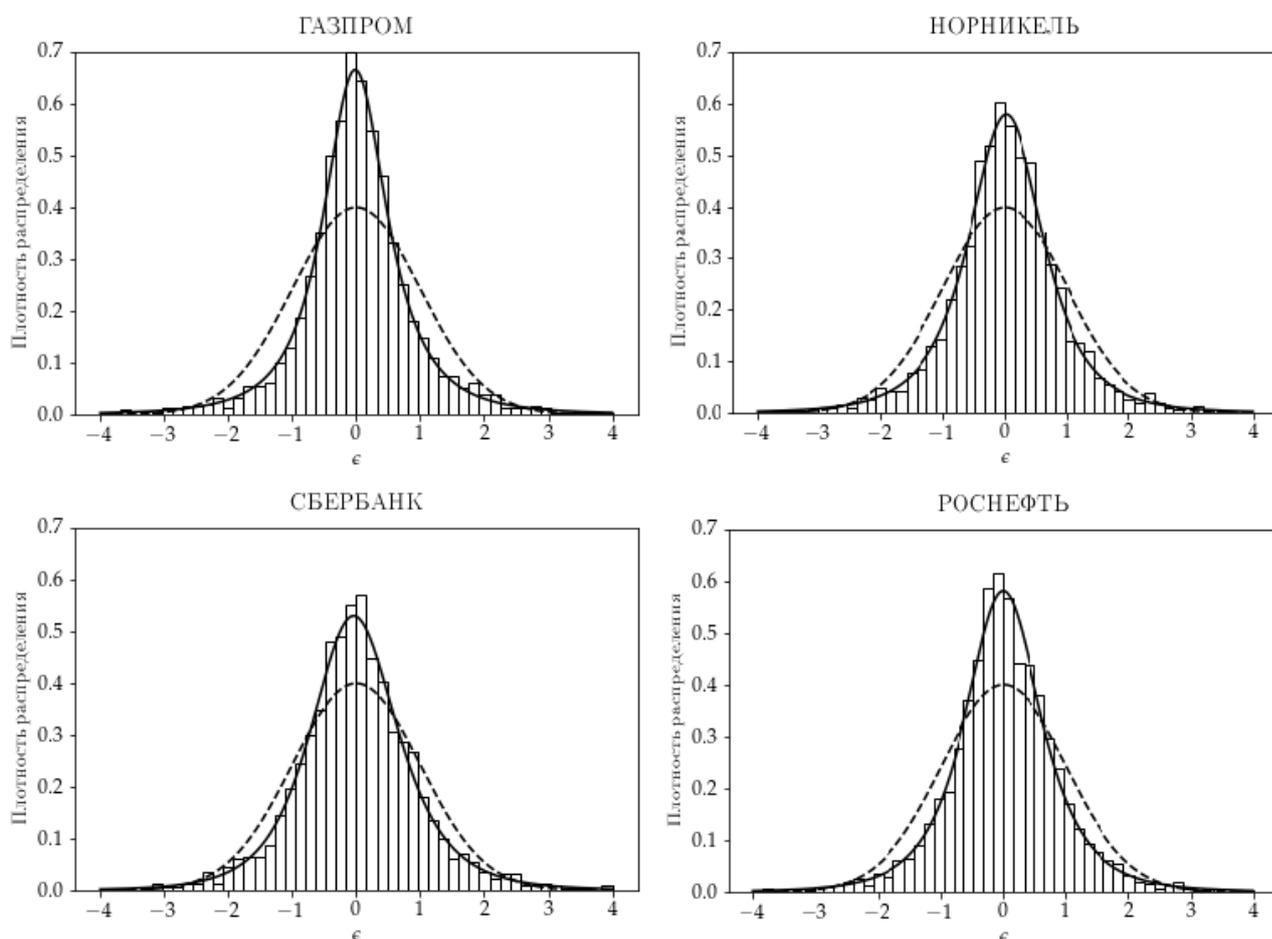


Рисунок 10. Плотность нормального стандартного распределения (пунктирная линия), теоретическая плотность распределения Джонсона SU (сплошная линия), эмпирическая плотность распределения абсолютных доходностей (столбчатые гистограммы) [30][23].

Как следствие, применение масштабирования в предположении нормальности данных для получения n -периодной матрицы ковариаций может привести к получению недостоверной ее оценки. Вместо этого предлагается применение следующей модели.

2.1.1 Формулировка модели и ее предположений

Любая модель, как ограниченное описание реальности, формулируется в рамках определенных предположений. В финансовом анализе большинство классических теорий, таких как теория определения справедливой цены опциона Блэка и Шоулз [3][36] сформулировано для применения в условиях справедливого

рынка. Понятием справедливого рынка описывают рынок, свободный от арбитражных возможностей, все участники которого обладают равным объемом информации и действуют как рациональные инвесторы (между двумя портфелями с одинаковой доходностью и разным уровнем риска рациональный инвестор отдаст предпочтение портфелю с меньшим риском). Справедливая цена, в свою очередь, отражает цену актива на справедливом рынке и определяется макроэкономической ситуацией, состоянием эмитента и другими объективными факторами. В реальности финансовый рынок не является справедливым, на нем присутствуют, как и неравенство в объеме обладаемой информации между участниками рынка, так и наличие различных спекулятивных сделок и мошенничества. Поэтому, в рамках предлагаемой модели цена актива, наблюдаемая на рынке, представляется в виде суммы двух составляющих: справедливой цены актива и рыночного шума, отвечающего за сдвиг рыночной цены относительно справедливой, в силу активности участников рынка, не связанной с объективными факторами.

Представим цену актива, наблюдаемую на рынке \hat{P}_t в следующем виде:

$$\hat{P}_t = P_t + \varepsilon_t \quad (22)$$

где P_t – справедливая цена актива, ε_t – рыночный шум.

Построим интервальный временной ряд изменения стоимости актива с периодом τ :

$$y_t(\tau) = (\hat{P}_{t+\tau} - \hat{P}_t) = (P_{t+\tau} - P_t) + (\varepsilon_{t+\tau} - \varepsilon_t) = X_t(\tau) + \eta_t(\tau) \quad (23)$$

где $y_t(\tau)$ наблюдаемое изменение стоимости актива за период τ , $X_t(\tau)$ – изменение справедливой стоимости, $\eta_t(\tau)$ – рыночный эффект (изменение стоимости, вызванное рыночным шумом).

Рассмотрим ряд предположений модели:

1. Предположим, что вне зависимости от времени, на рынке всегда присутствует активность его участников, не связанная с объективными факторами, влияющими на цену, как это и происходит в действительности. Данная активность

не имеет накопительного эффекта и всегда носит локальный характер, иными словами интенсивность рыночного шума со временем не изменяется:

$$D(\varepsilon_t) = \sigma^2(\varepsilon_t) = \text{const} \quad (24)$$

где $D(\cdot)$ – дисперсия, $\sigma(\cdot)$ – стандартное отклонение.

Из выдвинутого предположения следует, что интенсивность рыночного эффекта также не зависит от времени, то есть $D(\eta_t) = \text{const}$.

Введем функцию $\lambda(\tau)$, описывающую отношение амплитуды рыночного эффекта к амплитуде фактического изменения стоимости актива за период τ :

$$\lambda(\tau) = \frac{D(\eta_t(\tau))}{D(X_t(\tau))} = \frac{\sigma^2(\eta_t(\tau))}{\sigma^2(X_t(\tau))} \quad (25)$$

В силу того, что дисперсия изменения справедливой стоимости актива $D(X_t(\tau))$ растет с ростом τ , а неопределенность в отношении рыночного эффекта постоянна (следствие из (24)), то функция $\lambda(\tau)$ есть убывающая функция следующего вида:

$$\lambda(\tau) = \frac{\sigma^2(\eta_t(\tau))}{\sigma^2(X_t(\tau))} > \frac{\sigma^2(\eta_t(S))}{\sigma^2(X_t(S))} = \lambda(S), \quad S > \tau \quad (26)$$

2. Предположим, что интервальные временные ряды изменения справедливой стоимости актива на разных периодах имеют одинаковую корреляцию, что справедливо для процессов с независимыми приращениями:

$$r(X_t(\tau)) = r(X_t(S)), \quad \forall \tau, S \quad (27)$$

3. Предположим независимость рыночного шума ε_t и стоимости актива P_v для любых t и v .

4. Предположим, что математическое ожидание рыночного шума равно нулю, то есть рыночный шум не может задавать тренд в изменении цены актива:

$$E(\varepsilon_t(\cdot)) = 0 \quad (28)$$

В рамках сформированных предположений коэффициент корреляции между двумя активами i, j можно записать в следующем виде:

$$r_{i,j}(\tau) = \frac{E\left(\left(y_i^i(\tau) - E\left(y_i^i(\tau)\right)\right)\left(y_i^j(\tau) - E\left(y_i^j(\tau)\right)\right)\right)}{\sigma\left(y_i^i(\tau)\right)\sigma\left(y_i^j(\tau)\right)} = \frac{r_{X_{i,j}(\tau)}}{\sqrt{(1+\lambda_i(\tau))(1+\lambda_j(\tau))}} \quad (29)$$

где $E(\cdot)$ – математическое ожидание, $y_i^i(\tau)$ – приращение стоимости актива i в момент времени t за период τ , $\sigma(\cdot)$ – стандартное отклонение, $\lambda_{i/j}(\tau)$ – лямбда функция для актива i/j за период τ , $r_{X_{i,j}(\tau)}$ – корреляция между изменениями в справедливой цене активов i, j за время τ .

Далее, принимая во внимание тот факт, что влияние рыночного шума не зависит от времени, функция $\lambda_i(\tau)$ может быть представлена в следующем виде:

$$\lambda_i(\tau) = \frac{\sigma^2(\eta_t^i(\tau))}{\sigma^2(X_t^i(\tau))} = \frac{c_i}{\tau}, c_i \geq 0 \quad (30)$$

где c_i – параметр функции лямбда для актива i .

Для того, чтобы исключить неизвестный член уравнения в виде корреляции между изменениями в справедливой цене активов в формуле (29), введем понятие коэффициента отношения корреляций.

Коэффициент отношения корреляций $R(\tau)$ представляет собой коэффициент отношения корреляций временных рядов изменений стоимостей активов i, j с разными периодами τ и τ_{long} (где $\tau_{long} = n\tau > \tau$). Коэффициент отношения корреляций может быть рассчитан по следующей формуле:

$$R(\tau) = \frac{r_{i,j}(\tau)}{r_{i,j}(\tau_{long})} = \sqrt{\frac{(1+\lambda_i(\tau_{long}))(1+\lambda_j(\tau_{long}))}{(1+\lambda_i(\tau))(1+\lambda_j(\tau))}} \quad (31)$$

где $r_{i,j}(\tau)$ – корреляция, рассчитанная на временных рядах приращений активов i, j с периодом τ , $r_{i,j}(\tau_{long})$ – корреляция, рассчитанная на временных рядах приращений активов i, j с периодом $\tau_{long} = n\tau$.

2.1.2 Метод оценки параметров модели

Оценку параметров модели предлагается производить численными методами, решая задачу оптимизации. Так как ключевая практическая ценность предлагаемой

модели заключается в возможности оценивать n -периодную корреляцию на базе однопериодной, то в качестве критерия оптимизации рассматривается расстояние между эмпирическими и теоретическими отношениями корреляций всех активов для всего набора рассматриваемых периодов τ , которое сводится к минимуму, а именно:

$$\sum_{\substack{m,k \\ k < m}} \sum_{\substack{i,j \\ j < i}} \left(\frac{\hat{r}_{i,j}(\tau_k)}{\hat{r}_{i,j}(\tau_m)} - \frac{\sqrt{\left(1 + \frac{c_i}{\tau_m}\right) \left(1 + \frac{c_j}{\tau_m}\right)}}{\sqrt{\left(1 + \frac{c_i}{\tau_k}\right) \left(1 + \frac{c_j}{\tau_k}\right)}} \right)^2 \rightarrow \min, \quad (32)$$

$$k, m = 1, \dots, l$$

$$i, j = 1, \dots, n$$

где n – количество активов в портфеле, l – количество рассматриваемых периодов для расчета приращений, $\hat{r}_{i,j}$ – эмпирическая оценка корреляции.

Решением задачи оптимизации является оценка параметров модели $c_i (i=1, \dots, n)$, используя которые можно получить оценку n -периодной корреляции по формуле (31).

2.2.2 Метод определения эффективного начального приближения

Задача оптимизации (32) не имеет аналитического решения. Для нахождения параметров модели при помощи численных методов необходимо определить начальное приближение вектора параметров, используемое для решения задачи оптимизации. Следует отметить, что в виду того, что амплитуда рыночного эффекта, как и амплитуда фактического изменения стоимости актива, определяющие функцию $\lambda(\tau)$, являются неотрицательными величинами, параметры модели $c_i (i=1, \dots, n)$ также не могут быть меньше нуля.

Принимая во внимание независимость рыночного шума ε_t и стоимости актива P_v для любых t и v (предположение 3), дисперсию изменения рыночной цены актива можно представить в виде суммы дисперсий приращений справедливой цены и рыночного эффекта, а именно:

$$D(y_t(\tau)) = D(X_t(\tau)) + D(\eta_t(\tau)) \quad (33)$$

Так как неопределенность в отношении изменений справедливой цены $D(X_i(\tau))$ растет с увеличением τ , то уравнение (33) можно представить в виде уравнения линейной регрессии:

$$D(y_i(\tau)) = D(X_i(\tau)) + D(\eta_i(\tau)) = a\tau + b, \quad (34)$$

где $a, b \geq 0$ есть коэффициенты уравнения линейной регрессии.

Как было отмечено в разделе 1.2, для оценки коэффициентов такого рода моделей предпочтительно использование метода максимального правдоподобия, дающего более устойчивые оценки.

Подставляя полученные оценки параметров a, b в (30), получим уравнение:

$$\frac{b}{a} = \frac{c_i}{\tau} \quad (35)$$

Откуда, при $\tau = 1$, легко получить начальное приближение для решения задачи оптимизации.

Отметим, что при нормальном распределении приращений актива, начальная оценка, полученная предложенным методом, обладает высокой точностью и незначительно отличается от значений параметров, полученных при дальнейшем решении задачи оптимизации (результаты тестирования представлены в разделе 3.1.1), что дает возможность использовать предложенный метод оценки параметров модели в качестве основного.

2.2 Методика оценки влияния нарушений предположений модели динамики базовых активов на процесс ее построения и на получаемые с ее помощью целевые показатели

Как было отмечено в разделе 1.2, на практике финансовые организации стараются сохранить баланс между точностью используемых моделей и сложностью/возможностью их реализации. Так как использование более точной модели зачастую влечет за собой значительные финансовые вложения, то на начальном этапе целесообразно оценить размер ошибки, которую генерирует альтернативная, более простая, модель в отношении конечного результата (например, риска портфеля, уровня достаточности капитала, и пр.). В условиях, когда ошибка минимальна, финансовые организации могут продолжать использование простой модели, так как эффект от внедрения более точной модели будет незначителен и, как следствие, не оправдан с точки зрения требуемых финансов и трудозатрат. Очевидно, что подход к расчету ошибки простой модели и/или эффекта от внедрения более сложных моделей будет зависеть от конкретной решаемой практической задачи. Одним из основных источников ошибки, генерируемой моделью, является факт невыполнения ее предположений, в рамках которых модель была сформулирована. В данном разделе предлагается универсальная методика оценки влияния нарушений предположений используемой модели как на процесс ее построения, так и на получаемые с ее помощью целевые показатели портфеля, в общем виде, а также в разделах 3.1.2 и 3.2.2 показана работоспособность предлагаемой методики на примере разнородных практических задач.

Рассмотрим некую математическую модель, которая работает в рамках определенных предположений относительно данных.

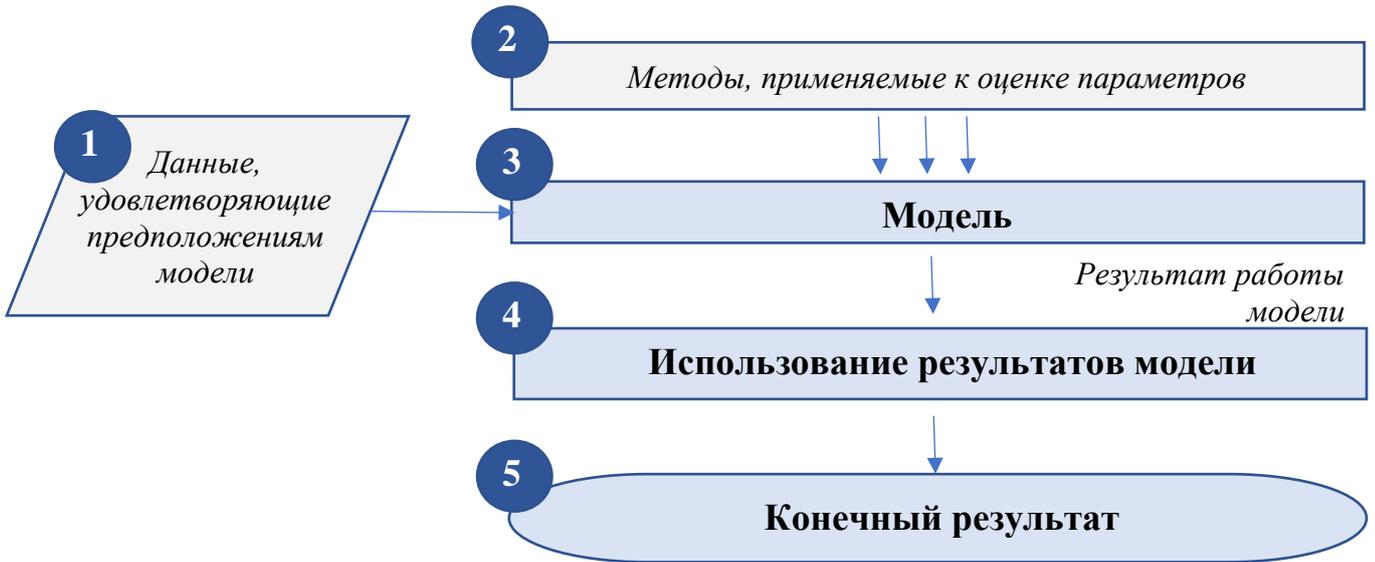


Рисунок 11. Схематичное представление модели и ее использования

Очевидно, что при попытке применения этой модели к данным, которые не удовлетворяют ее предположениям, возникнет ошибка как в оценке параметров рассматриваемой модели, так и в результатах, получаемых при помощи этой модели. Предлагаемая методика оценки размера возникающей ошибки вследствие нарушений предположений модели представляет собой совокупность последовательной реализации следующих методов:

1. *Методов генерации данных, изначально не удовлетворяющих предположениям модели.* При помощи данных методов (например, методов имитационного моделирования) производится генерация данных с известными заранее (истинными) параметрами, которые изначально не удовлетворяют предположениям модели и подаются ей на вход (шаг 1 на рисунке 11).
2. *Метод оценки параметров модели.* Стандартным для этой модели методом производится оценка ее параметров на полученных синтетических данных. На этом же шаге, если необходимо оценить влияние нарушения предположения модели на какой-либо целевой показатель портфеля, модель с полученными оценками параметров применяется для расчета интересующего целевого показателя (например риска портфеля, уровня достаточности капитала, и пр).

3. *Метод сравнительного анализа.* Для сравнения полученной оценки с известным заранее истинным значением параметров выбирается определенная метрика. Анализируя полученное значение выбранной метрики, можно понять влияние невыполнения предположений модели на процесс ее построения, а также ошибку, вносимую невыполнением предположений модели на получаемый с ее помощью целевой показатель.

Примерами практических задач, для которых может быть применена предлагаемая методика и на которых проверялась ее работоспособность в рамках данной работы являются:

1. Оценка параметров модели регрессии методом максимального правдоподобия при невыполнении предположения о вероятностном распределении данных;
2. Оценка риска портфеля с использованием метрики Value at Risk (VaR) при невыполнении предположений о вероятностном распределении активов портфеля.

Результаты апробации представлены в разделах 3.1.2 (тесты на синтетических данных) и 3.2.2 (тест на реальных данных).

2.3 Программный комплекс подбора совместного вероятностного распределения

Основываясь на результатах сравнения наиболее популярных инструментов для подбора вероятностного распределения (сравнение представлено в Таблице 3 главы 1.3) и с учетом выявленных недостатков был сформулирован список задач, которые должны быть покрыты функциональностью разрабатываемого комплекса программ, а именно:

1. Необходим простой удобный пользовательский интерфейс и бесплатный доступ;
2. Процедура ввода данных должна предусматривать как ручную загрузку файлов с данными, так и автоматический сбор данных с крупных сайтов-провайдеров, находящихся в свободном доступе;
3. Процедура подбора лучшего одномерного распределения должна предусматривать возможность принятия конечного решения о распределении данных пользователем на основании полученных и ранжированных результатов автоматического тестирования (группы статистических тестов и метрики L-2).
4. Комплекс должен поддерживать возможность добавления новых видов распределений, используемых приложением, без внесения изменений в основной код программы.
5. Комплекс должен включать процедуру оценки корреляций интервальных временных рядов.

2.3.1 Описание разработанного программного комплекса подбора совместного вероятностного распределения

Была разработана структура комплекса, представленная на рисунке 12 и состоящая из трех основных и шести вспомогательных блоков. Данная структура позволяет не только работать с каждым классом по отдельности, но также решает проблемы добавления новых законов распределения или метрик, интересующих пользователя.

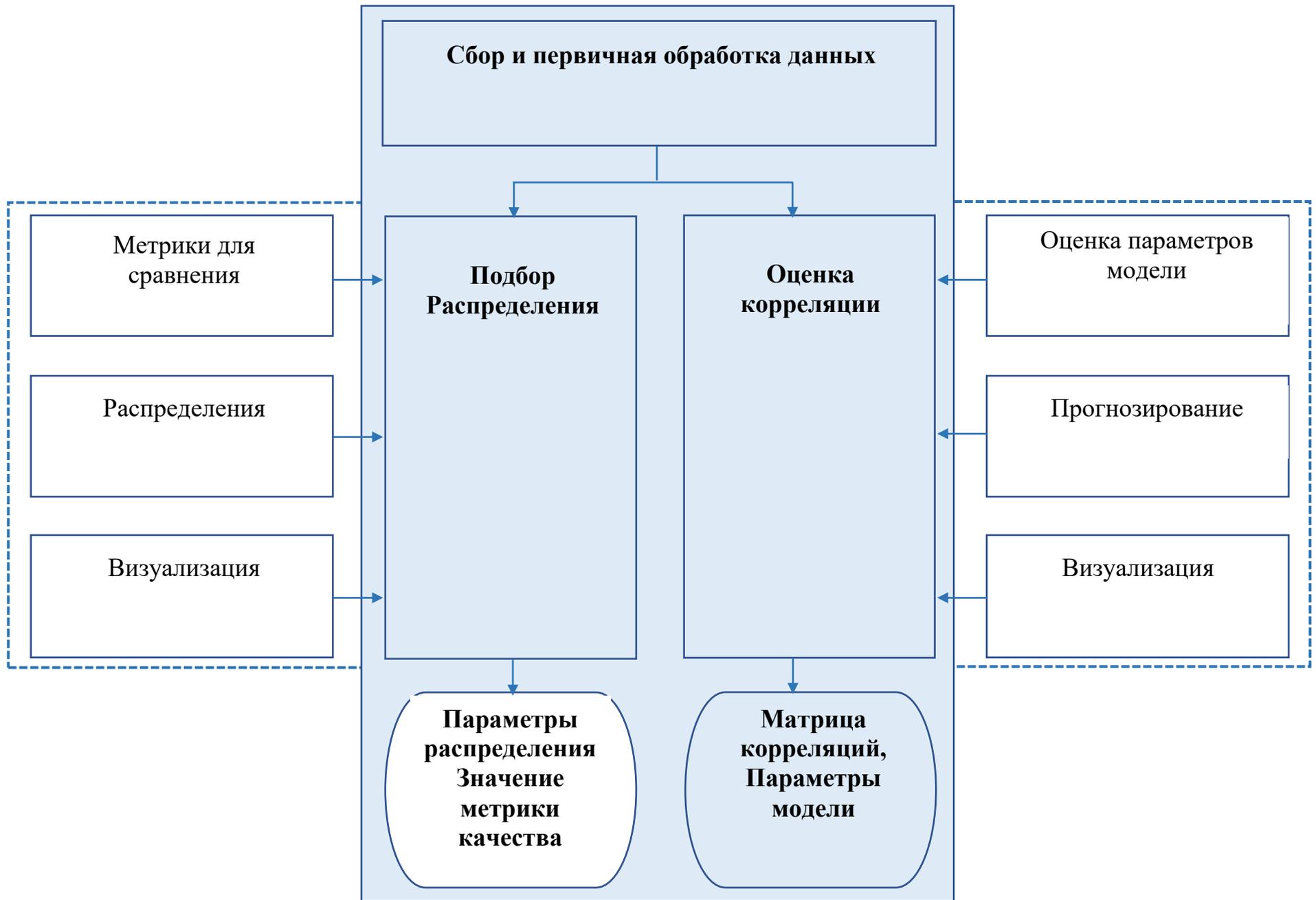


Рисунок 12. Верхнеуровневое описание структуры разработанного программного комплекса

Блок-схема комплекса программ, представлена на рисунке 13.

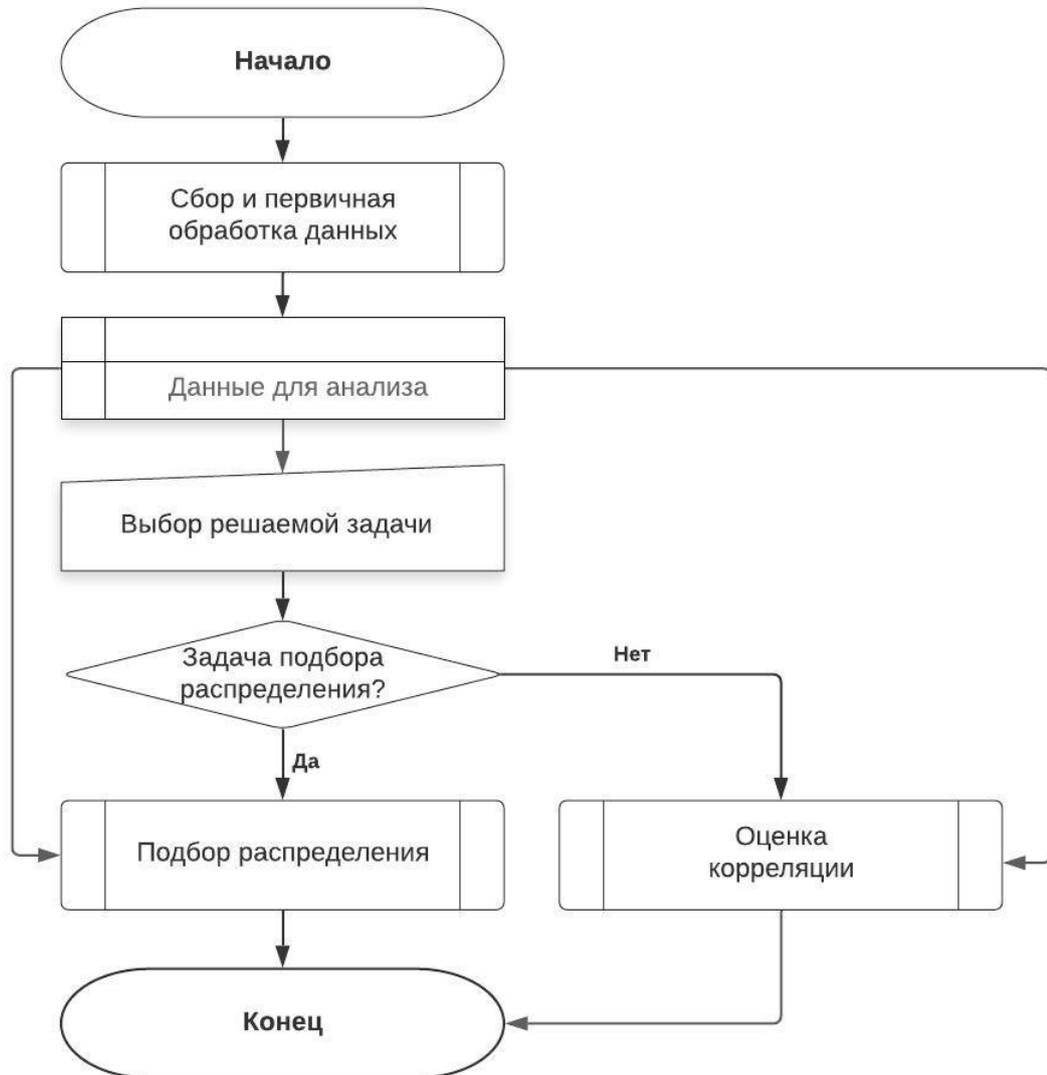


Рисунок 13. Блок-схема разработанного комплекса программ

На рисунке 14 представлена блок-схема подпрограммы «Сбор и первичная обработка данных».

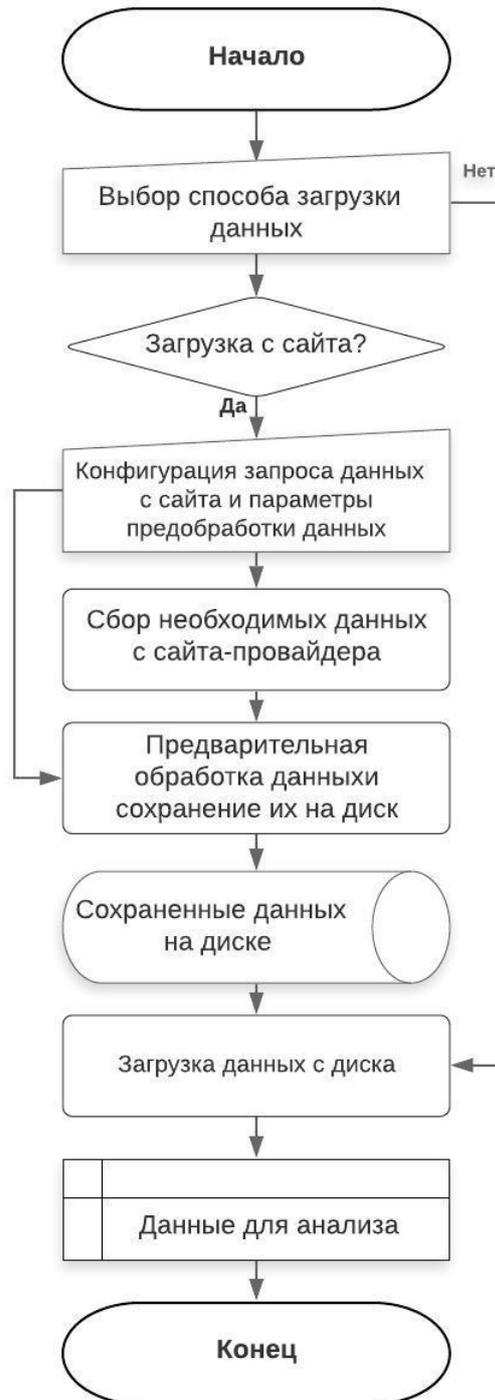


Рисунок 14. Блок-схема подпрограммы «Сбор и первичная обработка данных»

На рисунке 15 представлена блок-схемы подпрограмм «Подбор распределения» и «Оценка корреляции».

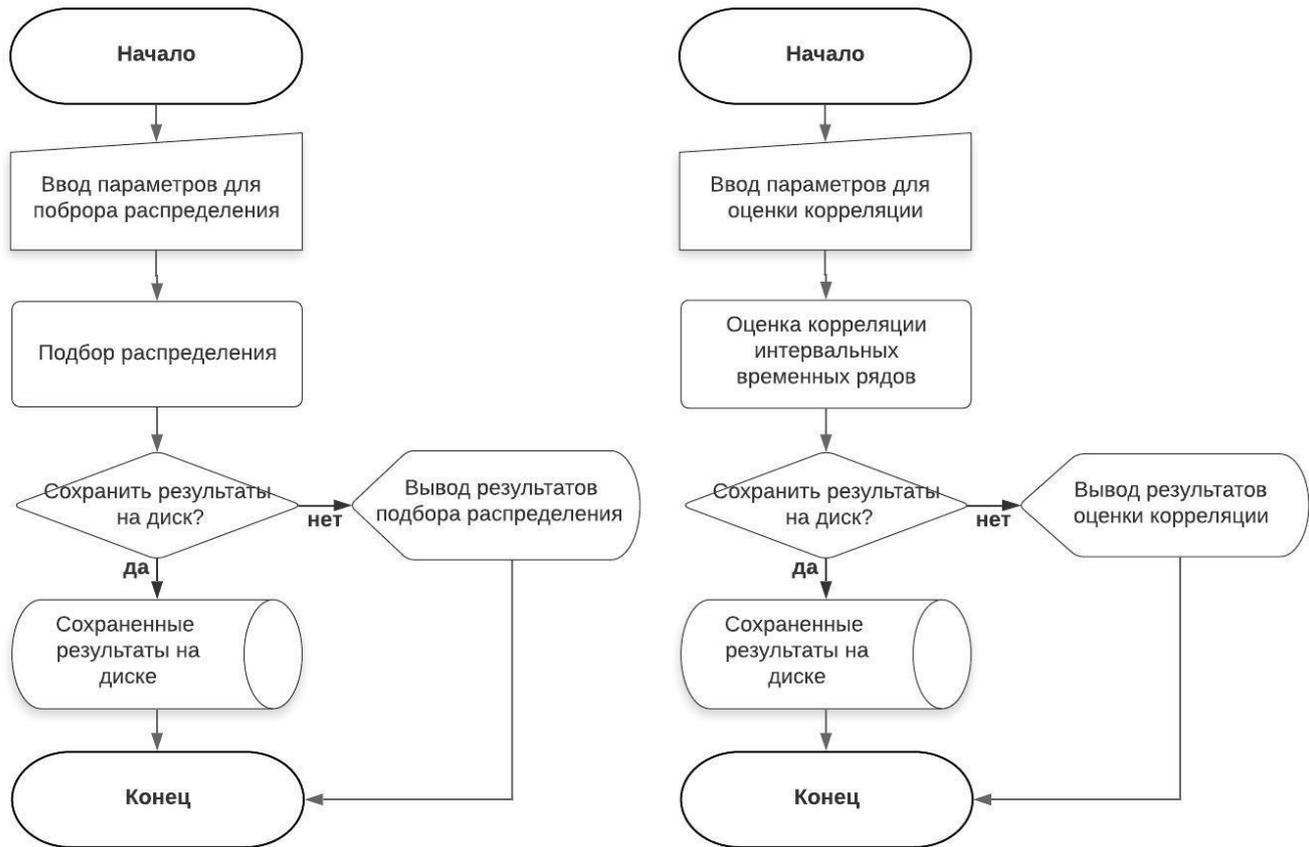


Рисунок 15. Блок-схема подпрограмм «Подбор распределения» (слева) и «Оценка корреляции» (справа)

Комплекс программ реализован на языке программирования Python 3.6 в среде разработки Spyder. Для создания пользовательского интерфейса был использован набор расширений графического фреймворка Qt для языка программирования Python, выполненный в виде расширения Python. На рисунке изображено главное окно приложения.

Загрузка данных (1)

Вручную

Выбрать файлы

Вы выбрали следующие файлы

Заполнить пропуски в данных

Загрузить данные

Загрузить с сайта (2)

Загрузить с сайта

Выберите период загрузки: 01.01.2015 - 01.01.2019

Выберите частоту данных: 30 минут

Выберите рынок: МосБиржа акции

Укажите тикеры: GAZP, SBER

Сохранить данные

Подбор распределения вероятностей (3)

Выберите распределения для анализа: Логнормальное

Использовать доходности

Нормализовать данные

Вывести графики функций распределения

Вывести таблицу сравнения распределения

Подобрать одномерное распределение

Сохранить результаты

Оценка долгосрочной матрицы корреляций (4)

Выберите длину периода: 1 месяц

Вывести параметры модели

Вывести графики прогноза

Оценить долгосрочную матрицу корреляций

Сохранить результаты

Рисунок 16. Главное окно программного комплекса подбора совместного вероятностного распределения

Для ручного ввода данных необходимо установить флаг «Вручную» и выбрать существующие файлы формата .csv или .txt при помощи нажатия кнопки «Выбрать файлы», обозначенной под номером 1 на рисунке 16. Для загрузки данных с внешних источников необходимо установить флаг «С сайта» и заполнить необходимую информацию. Например, для загрузки данных о стоимости акций компании ПАО Газпром с сайта finam.ru необходимо выбрать интересующий период, указать рынок «МосБиржа акции», тикер «GAZP» и интересующую частоту данных (от тиковых данных до месячных). Приложение также позволяет при необходимости сразу заполнять пропуски в данных несколькими способами, а именно:

1. Заполнение предыдущим значением;
2. Заполнение следующим значением;
3. Заполнение посредством линейной интерполяции.

После чего данные можно использовать для дальнейшего анализа либо сохранить на диск.

В разделе, обозначенном цифрой 3 на рисунке 16, производится подбор одномерного распределения вероятностей. Если на вход подано более одного временного ряда, то распределение подбирается к каждому. Так как в финансовом анализе анализируют приращения цен активов (или доходности), то приложением также предусмотрена опция расчета доходностей непосредственно перед подбором распределения. Поддерживаются три вида доходностей: абсолютные (или приращения), относительные и логарифмические. Для удобства работы с данными, а также для возможности визуально сравнивать плотности распределения доходностей различных активов предусмотрена опция нормирования данных. Процедура подбора распределения включает в себя оценку параметров каждого анализируемого распределения, проверку статистических гипотез, расчет метрики L2, а также визуализацию плотности распределения. На рисунке 17 представлен результат подбора распределения к доходностям акций ПАО Газпром. По всем трем критериям, а именно Колмогорова-Смирнова, Андерсона — Дарлинга и L2 метрике, распределение Джонсона SU было определено как наиболее подходящее.

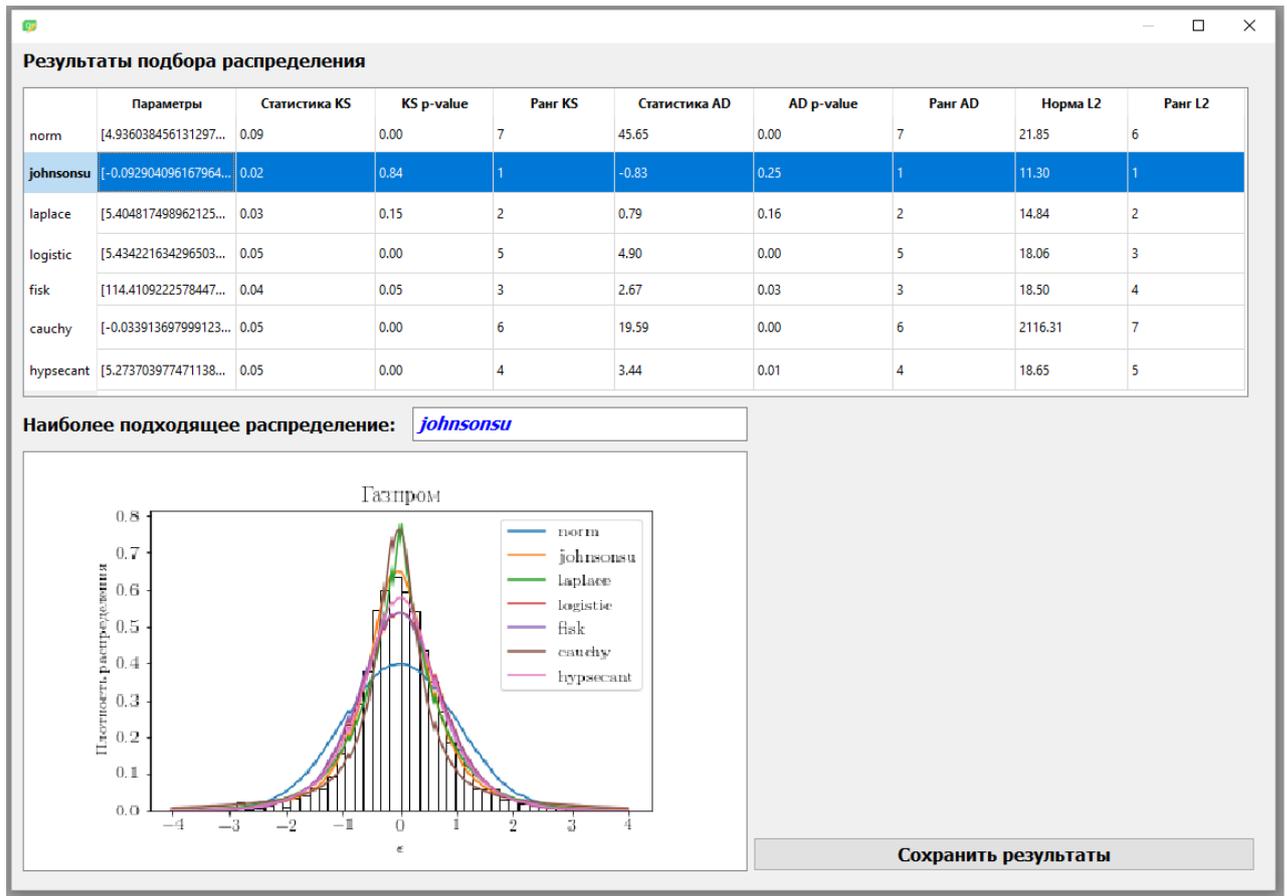


Рисунок 17. Программный комплекс подбора совместного вероятностного распределения, результат подбора

В разделе, обозначенном цифрой 4 на рисунке 16, происходит процесс оценки матрицы долгосрочной корреляции для входных данных по методологии, описанной в разделе 2.1.1. По умолчанию выводится только оценка матрицы корреляций интересующего периода доходностей, однако также можно вывести оценки параметров модели и визуальную аналитику. Пример результата работы данного раздела представлен на рисунке 18.

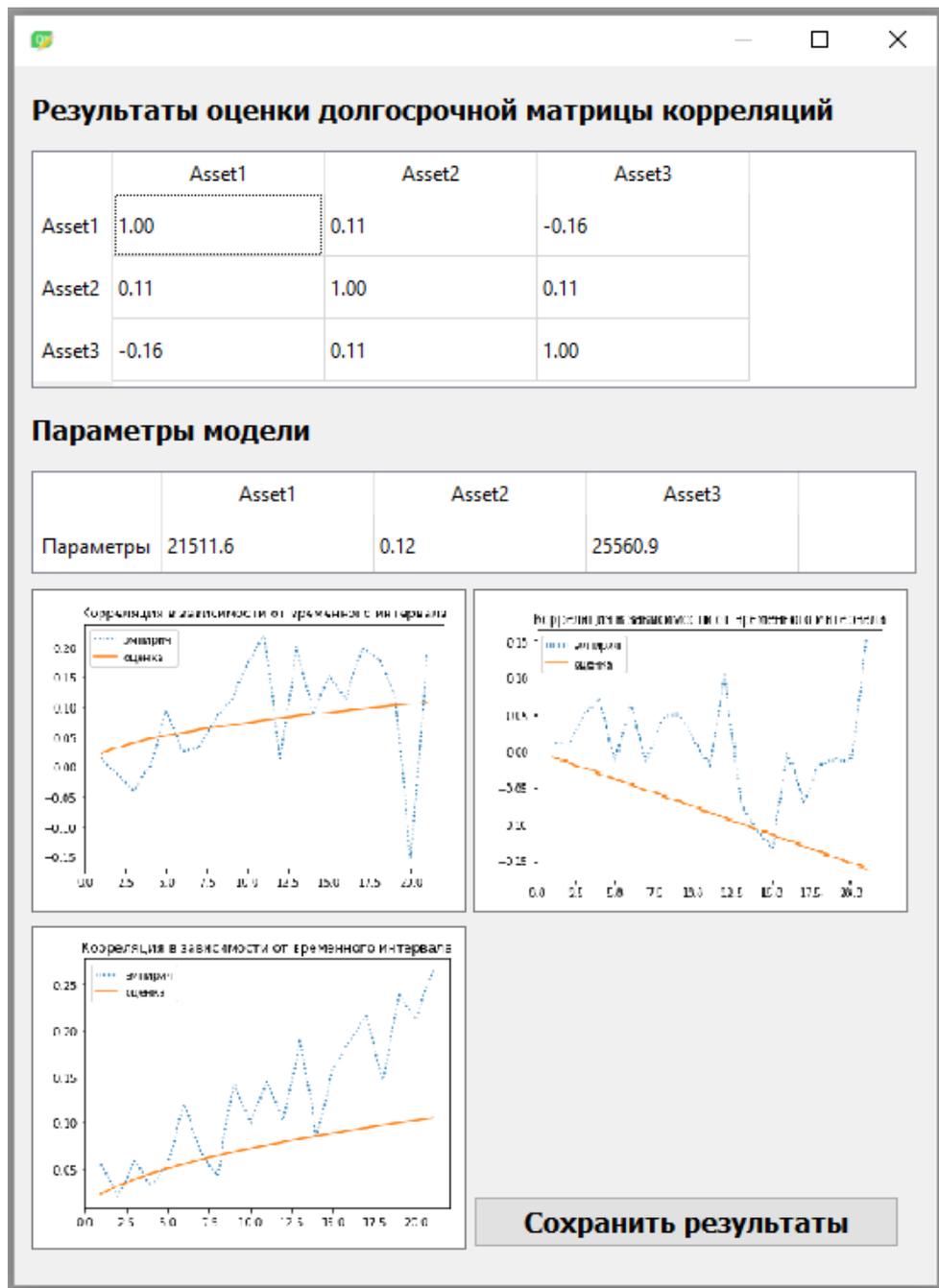


Рисунок 18. Программный комплекс подбора совместного вероятностного распределения, результат подбора

2.3.2 Сравнение разработанного комплекса с существующими аналогами

После разработки программного комплекса было проведено его сравнение с существующими инструментами в разрезе ключевых функциональных групп: доступ и интерфейс, ввод данных, подбор распределения, оценка взаимосвязей. Результаты сравнения представлены в Таблице 4, условные обозначения: «1» - Разработанный комплекс, «2» – EasyFit (MathWave), «3» - Distribution Fitter (MatLab), «4» - DiscoverSim 2.1 (SigmaXL).

Таблица 4. Сравнение разработанного комплекса программ с существующими альтернативами

Критерии сравнения	1	2	3	4
Доступ, интерфейс				
Свободный доступ	+	-	-	-
Пробный бесплатный период	+	+	+	+
Удобный интерфейс	+	+	+	+
Ввод данных				
Ручной ввод данных	+	+	+	+
Автоматический сбор данных с сайтов	+	-	-	-
Подбор распределений				
Подбор распределения вручную	+	+	+	+
Автоматический подбор лучшего распределения	+	+	-	-
Возможность расширения количества поддерживаемых распределений	+	-	-	-
Наличие статистических тестов проверки правильности подобранного распределения	+	+	+	+
Наличие нормы L2 как метрики сравнения распределений при подборе	+	-	-	-
Оценка взаимосвязей				
Оценка корреляции	+	-	+	-
Оценка долгосрочной корреляции	+	-	-	-

Ключевым преимуществом разработанного программного комплекса в отличие от существующих альтернатив является возможность подбора совместного вероятностного распределения к данным, а также:

- Свободный доступ и возможность загружать данные непосредственно с сайтов провайдеров;
- Простой и понятный пользовательский интерфейс;
- Наличие нормы L2 как метрики сравнения распределений при подборе и возможность расширения количества поддерживаемых распределений;
- Возможность моделирования корреляции интервальных временных рядов.

2.4 Выводы по главе 2

В рамках данной главы сформулированы основные теоретические результаты научного исследования, заключающиеся в следующем:

1. Разработана математическая модель корреляции интервальных временных рядов, позволяющая решить актуальную научно-техническую проблему оценки взаимосвязей активов в портфеле в условиях ограниченной выборки.
2. Предложен метод определения начального приближения параметров модели, используемый при решении задачи оптимизации.
3. Предложена универсальная методика, позволяющая получить оценку влияния нарушений предположений используемой модели как на процесс ее построения, так и на получаемые с ее помощью целевые показатели. Работоспособность предлагаемой методики показана в разделах 3.1.2 и 3.2.2.
4. Представлено описание разработанного комплекса программ, позволяющего подобрать совместное вероятностное распределение к наблюдаемым данным о доходностях портфеля, а также приведены результаты сравнения разработанного комплекса с существующими аналогами. Комплекс отличается от существующих инструментов возможностью моделирования корреляции интервальных временных рядов, наличием нормы L_2 как метрики сравнения распределений, возможностью расширения количества поддерживаемых распределений, а также простым интерфейсом и свободным доступом.

ГЛАВА 3. ТЕСТИРОВАНИЕ И ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНАЯ ПРОВЕРКА

3.1 Результаты тестирования на синтетических данных

3.1.1 Тестирование метода оценки параметров модели корреляции интервальных временных рядов

Задача оптимизации (32) не имеет аналитического решения, поэтому показать, что в теории с ростом числа наблюдений оценки параметров модели сходятся к истинным значениям, не представляется возможным. В связи с этим, для проверки сходимости предлагаемого метода калибровки был проведен численный эксперимент на синтетических данных, полученных посредством имитационного моделирования.

Эксперимент включает в себя выполнение следующих шагов:

1. Генерация приращений справедливых цен активов X_i за период τ как коррелированных винеровских процессов с матрицей корреляции

$$\Sigma = \begin{bmatrix} 1 & \rho_{X_{1,2}} & \dots & \rho_{X_{1,n}} \\ \rho_{X_{1,2}} & 1 & \dots & \rho_{X_{2,n}} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \rho_{X_{1,n}} & \rho_{X_{2,n}} & \dots & 1 \end{bmatrix},$$

нулевыми средними и стандартными отклонениями $\sigma_i (i=1,..,n)$, где n – количество активов в портфеле.

2. Генерация рыночного эффекта η_i для каждого из активов как приращения случайной гауссовой величины со стандартным отклонением σ_ε^i
3. Расчет вектора истинных параметров модели c^{theor} для каждого из активов по формуле (30).
4. Оценка параметров модели c^{estim} на синтетических данных, полученных посредством имитационного моделирования, путем решения задачи оптимизации (32).
5. Расчет погрешности оценки для каждого параметра c_i по следующей формуле:

$$\Delta c_i = \left(\frac{c_i^{theor}}{c_i^{estim}} - 1 \right) * 100\% \quad (36)$$

б. Расчет суммарной ошибки оценки матрицы корреляций месячных изменений стоимостей активов, рассчитанной на базе однодневных корреляций при использовании оценок параметров c_i^{estim} :

$$\Delta \Sigma = \sum_{\substack{i,j \\ j < i}} \frac{|r_{i,j} - \hat{r}_{i,j}|}{r_{i,j}} \quad (37)$$

где $r_{i,j}$ – истинное значение коэффициента корреляции изменения стоимости активов i, j , $\hat{r}_{i,j}$ – его оценка, N – количество активов в портфеле.

Тест был проведен для портфелей различной размерности, для наглядности, ниже представлены результаты теста для портфеля, состоящего из трех активов, приращения которых являются винеровскими с заданной матрицей корреляций Σ и с заданными параметрами процессов приращений активов. Для простоты вычислений в эксперименте предполагается нулевое математическое ожидание для приращений активов, чего легко добиться путем центрирования данных, в случае ненулевого наблюдаемого среднего значения. Эксперимент проводился на широком наборе параметров, включающем низкую, среднюю и высокую корреляцию между приращениями и различный уровень дисперсии приращений активов и рыночного шума. Критериями прохождения теста являются:

1. снижение ошибки оценки параметров модели, рассчитанной по формуле (36), при увеличении числа симуляций;
2. суммарная ошибка оценки матрицы корреляций, рассчитанная по формуле (37), менее 1%.

Для всего набора параметров были получены аналогичные результаты, подтверждающие сходимость предлагаемого метода. В таблице 3 приведен пример случая высоко коррелированных приращений активов и стандартных отклонений, близких к реально наблюдаемым на российском рынке акций. Результаты тестирования предлагаемого подхода для описанного случая представлены в таблице 6.

Таблица 5. Входные параметры для тестирования сходимости

Параметр	Значение	Параметр	Значение
σ_1	15%	σ_2	30%
σ_3	40%	σ_ε	10%
$\rho_{X_{1,2}}$	70%	$\rho_{X_{1,3}}$	80%
$\rho_{X_{2,3}}$	60%	N	10 000 000

Результаты оценки параметров представлены в таблице 6.

Таблица 6. Результаты теста на сходимость параметров модели долгосрочной корреляции

Параметр	Истинное Значение	Оценка	Ошибка	Параметр	Истинное Значение	Оценка	Ошибка
c_1	0,889	0,895	0,6%	$\rho_{1,2}$	68,42%	68,47%	0,1%
c_2	0,222	0,229	3,2%	$\rho_{1,3}$	78,36%	78,38%	0,0%
c_3	0,125	0,122	2,2%	$\rho_{2,3}$	59,59%	59,77%	0,3%

Как видно из результатов теста, предлагаемый метод дает относительно точную оценку n-периодной корреляции на базе однопериодной, суммарная ошибка оценки матрицы корреляций менее 1%. На рисунке 19 показано, что оценка параметров модели сходится к истинному значению при увеличении числа наблюдений.

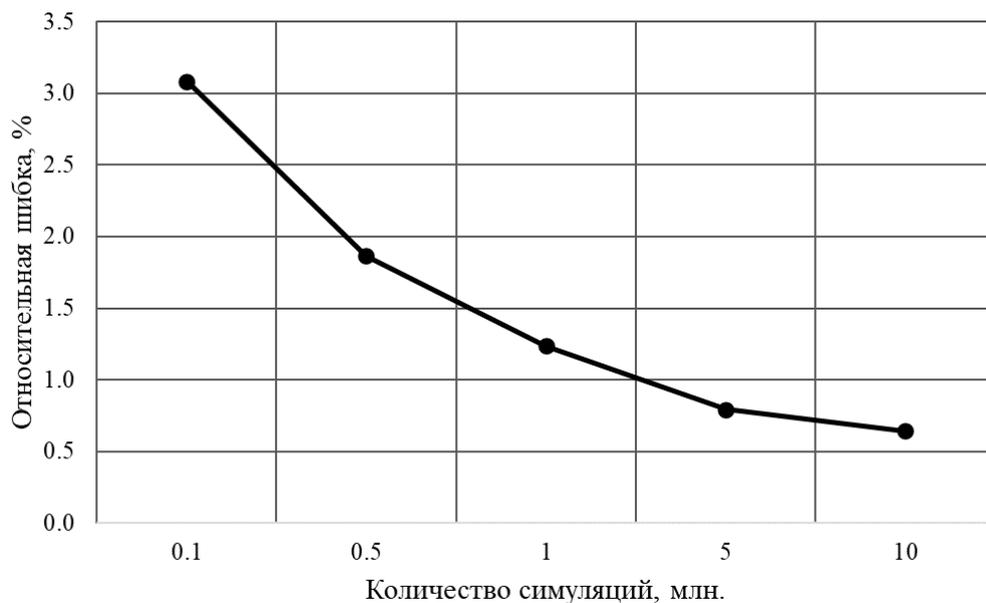
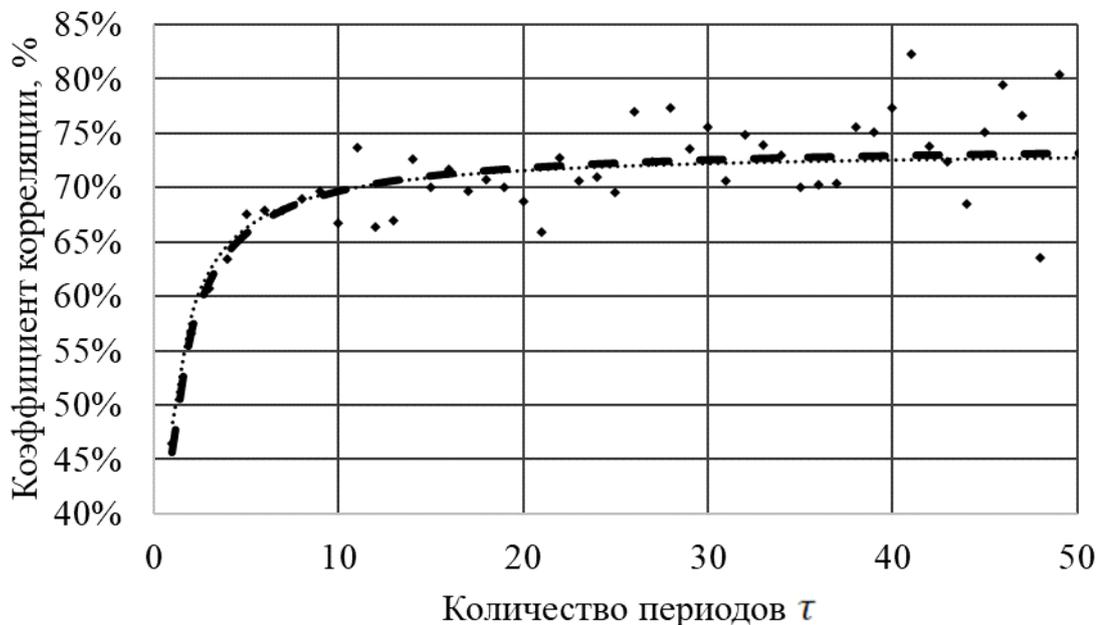


Рисунок 19. Сходимость оценки параметра модели c_1 к истинному значению при увеличении числа симуляций.

На рисунке 20 представлено сравнение траектории для корреляции активов x_1, x_2 в зависимости от количества периодов τ , рассчитанные тремя способами:

1. с использованием истинных параметров модели c^{theor} ;
2. с использованием полученной оценки параметров модели c^{estim} ;
3. эмпирически посчитанные корреляции на сгенерированных данных.

Оценка параметров и расчет корреляций производился для случая ограниченной выборки (5 лет дневных наблюдений). N-периодная корреляция, посчитанная при помощи полученной оценки параметров модели c^{estim} , полностью воспроизводит корреляцию, посчитанную с использованием истинных параметров модели c^{theor} , что говорит об отличном качестве метода оценки параметров модели. Более того, наглядно видно, что предлагаемая модель позволяет получить сглаженную кривую зависимости корреляции от числа интервалов, что является большим плюсом при дальнейшем ее использовании в различных математических моделях



••• Эмпирическая корреляция

⋯ Корреляция, посчитанная с использованием истинных параметров c^{theor} ;

- - - Корреляция, посчитанная с использованием параметров c^{estim} ;

Рисунок 20. Коэффициент корреляции для временных рядов приращений активов x_1, x_2 с разным количеством периодов τ .

3.1.2 Тестирование методики оценки влияния нарушений предположений модели динамики базовых активов на процесс ее построения и на получаемые с ее помощью целевые показатели

Предложенная методика был протестирован на двух задачах:

- Оценка параметров авторегрессии методом максимального правдоподобия;
- Оценка метрики VaR на десять дней на основе значения метрики VaR на один день.

Оценка параметров авторегрессии методом максимального правдоподобия.

Задача моделирования изменения стоимости портфеля сводится к моделированию динамики изменения базовых активов, для описания которых на практике широко используются модели из класса регрессионных [18] [11], такие как авторегрессионные модели (AR), авторегрессионные модели скользящего среднего (ARMA) [81] [77], авторегрессионные модели условной гетероскедастичности (GARCH) [82] [78], и другие [83][79]. При построении оценки ММП для модели авторегрессии зачастую используется предположение о нормальности распределения ошибок модели. В таком случае, полученная оценка обладает полезным свойством асимптотической нормальности [39], которое используется для построения доверительных интервалов. В случае, когда предположение о нормальности нарушено, но всё же используется в ММП, предельное распределение ошибки оценивания может быть отличным от нормального, что приведет к искаженной оценке доверительных интервалов.

Отметим, что для описания поведения финансовых временных рядов зачастую на практике используют гибкие распределения, имеющие более остроконечную вершину, чем нормальное распределение [33][26], [34][27]. Так большую популярность имеют так называемые устойчивые распределения [93][89], однако их использование вызывает ряд затруднений из-за бесконечной дисперсии (за исключением нормального распределения,

которое также является устойчивым), что не позволяет использовать многие полезные вероятностные/статистические методы, ведь они получены в предположении конечности дисперсии.

Другим примером гибких распределений является семейство распределений, предложенных Н. Л. Джонсоном [93][89]. В [33][26] авторами исследований было показано, что распределение Джонсона дает более точную оценку меры риска VaR в сравнении с нормальным распределением и распределением Стьюдента. Автор статьи [34][27] показал, что семейство распределений Джонсона является более предпочтительным в использовании для оценки VaR и Expected Shortfall (ES) в сравнении с аналогичными методами, также использующими метод моментов для воспроизведения эмпирического распределения доходностей портфеля.

Семейство распределений Джонсона вводится через преобразование стандартной нормально распределенной случайной величины. Пусть ξ – случайная величина, которая принадлежит семейству распределений Джонсона. В общем случае она задается выражением [22]:

$$\zeta = \gamma + \eta \times f(\xi, \varepsilon, \lambda)$$

$$\begin{aligned} -\infty < \gamma < \infty \\ \eta, \lambda > 0 \\ -\infty < \varepsilon < \infty \end{aligned} \quad (38)$$

где $\tau(\cdot)$ некоторая функция, $\gamma, \eta, \varepsilon, \lambda$ – параметры распределения, $\zeta \sim N(0,1)$

В зависимости от вида функции $f(\cdot)$ существуют три различные семейства распределений Джонсона SL, SB, SU :

$$\begin{aligned} SL: f_1(\xi, \varepsilon, \lambda) &= \ln\left(\frac{\xi - \varepsilon}{\lambda}\right), \xi \geq \varepsilon \\ SB: f_2(\xi, \varepsilon, \lambda) &= \ln\left(\frac{\xi - \varepsilon}{\lambda + \varepsilon - \xi}\right), \varepsilon \leq \xi \leq \lambda + \varepsilon \\ SU: f_3(\xi, \varepsilon, \lambda) &= \operatorname{Arsh}\left(\frac{\xi - \varepsilon}{\lambda}\right), -\infty \leq \xi \leq \infty \end{aligned} \quad (39)$$

Для выбора семейства распределения пользуются двумя способами: графическим и аналитическим. Оба способа основаны на зависимости

коэффициента эксцесса от квадрата коэффициента асимметрии [23], которые обозначаются через a_4 и a_3 , соответственно. При графическом способе используется диаграмма в плоскости эксцесс \sim асимметрия в квадрате $(a_4 \sim a_3^2)$, при аналитическом способе используется линейная зависимость в виде:

$$a_4 \sim 3 \times (1 + 0.641 \times a_3^2) \quad (40)$$

Правило выбора семейства распределения аналитическим способом сформулировано в таблице 7 [24].

Таблица 7. Условия выбора семейства распределения Джонсона

Условие	Соответствующее семейство распределений
$a_4 > 3 \times (1 + 0.641 \times a_3^2)$	<i>SU</i>
$a_4 \approx 3 \times (1 + 0.641 \times a_3^2)$	<i>SL</i>
$a_4 < 3 \times (1 + 0.641 \times a_3^2)$	<i>SB</i>
$a_4 < 1 + a_3$	Распределение Джонсона не применимо

При помощи предложенной методики в разделе 2.2 был оценен эффект от использования ММП для оценки параметров авторегрессии первого порядка при нарушении предположения о нормальности распределения, а именно в случае, когда ошибки авторегрессионной модели принадлежат распределению Джонсона.

В терминах предлагаемой методики данная задача может быть представлена в следующем виде:

- *Модель*: авторегрессионная модель первого порядка AR(1).
- *Метод оценки параметров модели*: метод максимального правдоподобия.
- *Предположение модели*: Ошибки модели распределены нормально.

Для оценки влияния нарушения предположения модели на оценку ее параметров, согласно методике, необходимо выполнить следующее:

1. *Применить метод генерации данных.* При помощи методов имитационного моделирования производится генерация n Монте-Карло траекторий (на m точек) процесса $AR(1)$ с заданным (истинным) параметром модели α_1 и параметрами распределения остатков $\gamma, \xi, \varepsilon, \lambda$.
2. *Применить метод оценки параметров модели.* Производится оценка параметра модели $\hat{\alpha}_1$ методом максимального правдоподобия на каждой траектории, в предположении, что:
 - а) остатки имеют нормальное распределение;
 - б) остатки имеют распределение Джонсона SU .
3. *Применить метод сравнительного анализа.* Производится расчет ошибки оценивания $\alpha_1 - \hat{\alpha}_1$ на каждой траектории для случаев а) и б), а также расчет выборочных стандартных отклонений $\sigma_{норм}$ и σ_{JSU} по набору полученных ошибок оценивания. Вводится метрика потери точности в оценке параметра по следующей формуле:

$$\Delta_{\sigma} = \frac{\sigma_{норм}}{\sigma_{JSU}} - 1 \quad (41)$$

Для сравнения полученных ММП оценок использовались а) стандартное отклонение ошибки оценивания б) метрика потери точности в оценке параметра, показывающая относительное изменение значения выборочного стандартного отклонения ошибки оценивания при предположении о нормальности данных.

Параметры, использованные для проведения теста, описаны в таблице 8.

Таблица 8. Входные параметры для тестирования оценки параметров авторегрессии методом максимального правдоподобия

α_1	n	m	γ	ξ	ε	λ
[-0.9;0.9]	10 000	750	-0.06	1.13	-0.05	0.68

На рисунке 21 изображена зависимость метрики потери точности в оценке параметра авторегрессии Δ_{σ} (слева) и выборочных стандартных отклонений σ (справа) от значения истинного параметра регрессии.

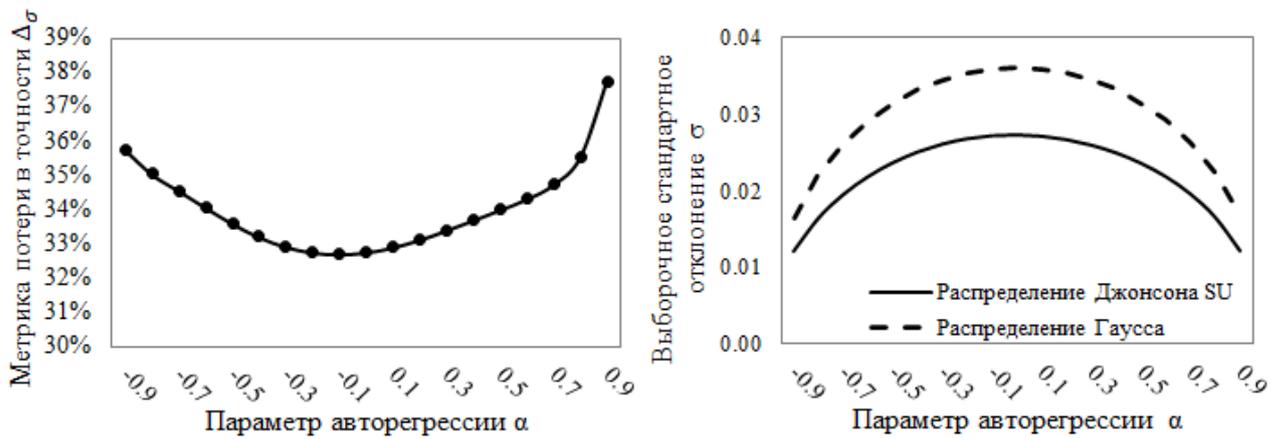


Рисунок 21. Сравнение характеристик полученных ММП оценок в зависимости от значения истинного параметра модели AR(1).

На рисунке 21 наглядно видно, что при невыполнении предположения о нормальности остатков, задающих динамику процесса, потеря в точности оценки параметров меняется в интервале от 33% до 37% при изменении параметра α_1 в интервале $[-0.9, 0.9]$.

На рисунке 22 пунктирной линией изображена скорость сходимости оценки параметра регрессии (уменьшения разброса относительно его истинного значения) в зависимости от размера выборки m в предположении нормальности распределения остатков, а сплошной – в предположении распределения Джонсона.

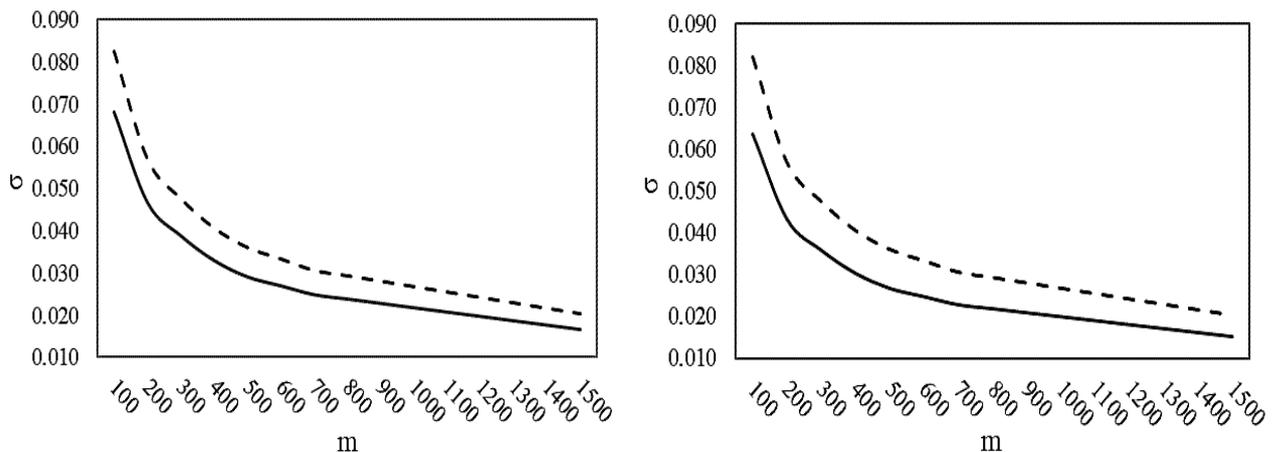


Рисунок 22. Скорость сходимости оценки параметра регрессии в зависимости от размера выборки (слева для абсолютных доходностей, справа для относительных)

Как видно из рисунка 22, стандартное отклонение ошибки оценивания в предположении, что шумы имеют распределение Джонсона быстрее стремится к нулевому значению.

Предложенная методика позволила получить точную оценку влияния нарушения предположений модели на ММП оценки параметров модели AR(1).

Оценка метрики VaR на десять дней на основе значения метрики VaR на один день

Согласно Европейским регуляторным органам, для оценки рыночного риска [продвинутым методом](#)⁴ в рамках регуляторного капитала финансовые институты обязаны рассчитывать VaR для горизонта в 1 день и 10 дней [40] на историческом окне в три года (порядка 750 наблюдений), чтобы снизить эффект от изменчивости динамики активов во времени. При этом для 10-дневного VaR независимых наблюдений получается всего 75 и хвост распределения оценивается крайне неточно, поэтому VaR на 10 дней рассчитывают из VaR на один день путём масштабирования с помощью формулы, которая выводится из предположения о нормальности доходностей активов [29]:

$$VaR_{10d} = VaR_{1d} \times \sqrt{10} \quad (42)$$

При помощи предложенной методики была произведена оценка влияния нарушения предположения о нормальном распределении активов на значение метрики VaR на 10 дней, полученную посредством масштабирования однодневного VaR.

В терминах предлагаемой методики данная задача может быть представлена в следующем виде:

- *Модель*: расчет VaR на 10 дней, посредством масштабирования однодневного VaR по формуле (42).

⁴ Продвинутое подходы: фундаментальный подход и усовершенствованный подход — отдельные параметры риска портфеля оцениваются при помощи внутренних моделей банка, а не по регуляторным моделям, как для стандартизированного подхода

- *Метод оценки VaR:* исторический метод, предполагающий расчет метрики VaR как квантиль эмпирического распределения доходностей.
- *Предположение модели:* Доходности распределены нормально.
- *Целевой показатель:* VaR на 10 дней.

Для оценки влияния смещения метрики VaR на 10 дней при нарушении предположения о нормальности, согласно методике, необходимо выполнить следующее:

1. *Применить метод генерации данных.* При помощи методов имитационного моделирования производится генерация траектории однодневных абсолютных/относительных доходностей (на 10 млн. точек), описываемых процессом $AR(1)$ с заданным параметром модели α_1 и параметрами шума $\gamma, \xi, \varepsilon, \lambda$. На полученных данных производится расчет траектории десятидневных доходностей из однодневных доходностей на непересекающемся окне в десять точек.
2. *Применить метод оценки VaR.* Производится оценка истинных значений VaR на 1 и 10 дней путем расчета квантилей уровня 1%, 5%, 95%, 99% на выборках однодневных и десятидневных доходностей. Далее рассчитывается аппроксимация квантилей уровня 1%, 5%, 95%, 99% для десятидневных доходностей по формуле (42).
3. *Применить метод сравнительного анализа.* Производится сравнение истинного и аппроксимированного значения VaR на 10 дней. В качестве метрики сравнения используется относительная ошибка.

Для проведения анализа использовались параметры распределения шума из Таблицы 9, а также коэффициент регрессии $\alpha_1 = 0.06$.

Таблица 9. Параметры распределения Джонсона SU

Параметры распределения Джонсона	Для абсолютных доходностей	Для относительных доходностей
γ	-0.03	-0.06
η	1	1
ξ	1.25	1.13
ε	-0.03	-0.05
λ	0.86	0.68

Результаты теста представлены в Таблицах 10 и 11.

Таблица 10. Оценка смещения метрики VaR на 10 дней при нарушении предположения о нормальности (параметры распределения оценены на относительных доходностях)

VaR_{10d}	Истинное значение	Аппроксимация	Ошибка
5% квантиль	-0.11	-0.11	-4%
95% квантиль	0.14	0.12	-13%
1% квантиль	-0.17	-0.21	19%
99% квантиль	0.21	0.23	6%

Таблица 11. Оценка смещения метрики VaR на 10 дней при нарушении предположения о нормальности (параметры распределения оценены на абсолютных доходностях)

VaR_{10d}	Истинное значение	Аппроксимация	Ошибка
5% квантиль	-197.03	-184.14	-7%
95% квантиль	202.98	190.21	-6%
1% квантиль	-296.48	-332.43	12%
99% квантиль	306.66	345.73	13%

Как видно из таблиц 10–11, нарушение предположения о нормальности распределения в зависимости от уровня значимости приводит как к недооценке, так и переоценке риска. Отдельно следует отметить влияние несимметричности распределения на оценку метрики на разных уровнях значимости, что может привести к различным значениям шокового значения риск фактора портфеля в зависимости от занятой позиции относительно риск фактора (покупка, продажа).

Помимо оценки смещения метрики, предложенная методика позволила получить точные интервалы плотности распределения, для которых наблюдается недооценка и переоценка риска с указанием экстремальных значений смещения метрики VaR (таблица 12 и рисунки 23–24).

Таблица 12. Интервалы и максимальные значения смещения метрики VaR на 10 дней при нарушении предположения о нормальности

Вид доходностей	Недооценка риска		Переоценка риска	
	Интервал	Мин. Значение, %	Интервал	Макс. Значение, %
Абсолютные	[2.8%; 97.2%]	-15.5	[0.1%; 2.8%) ∪ (97.2%; 99.9%]	42.3
Относительные	[3.7%, 98.4%]	-21.1	[0.1%; 3.7%) ∪ (98.4%; 99.9%]	56.6

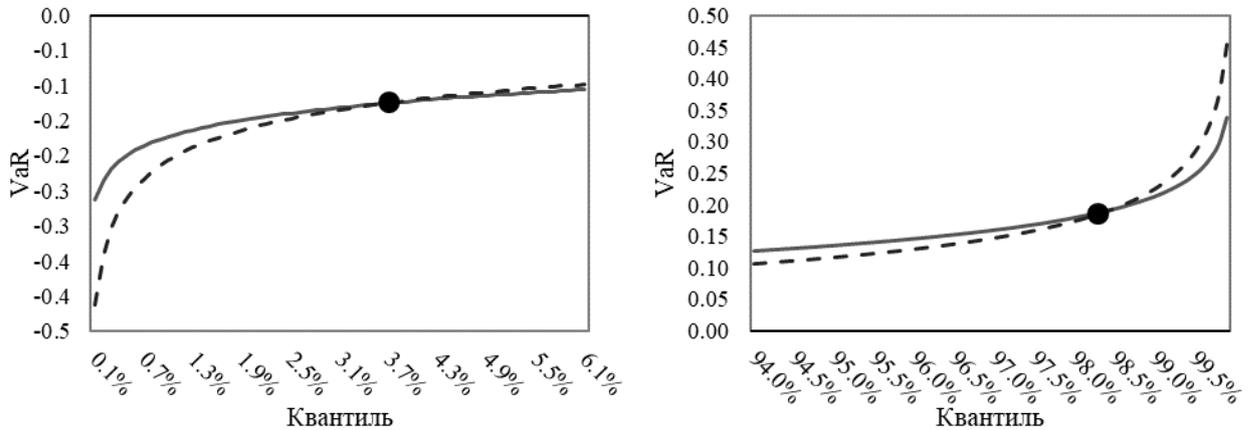


Рисунок 23. Истинное значение VaR (сплошная линия) и его аппроксимация (пунктирная линия). Параметры распределения оценены на относительных доходностях

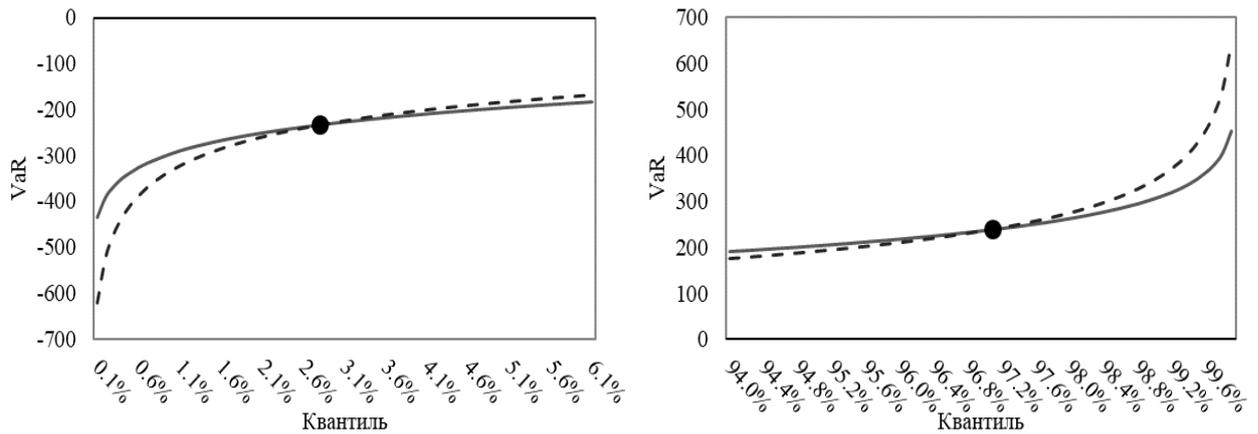


Рисунок 24. Истинное значение VaR (сплошная линия) и его аппроксимация (пунктирная линия). Параметры распределения оценены на абсолютных доходностях

3.1.3 Тестирование программного комплекса

Тестирование программного комплекса производилось на портфеле из четырех российских акций: Газпром, Норильский Никель, Роснефть, Сбербанк. Подобранные при помощи программного комплекса распределения в последствии использовались в тестировании метода оценки влияния нарушений предположений модели, закладываемой в основу поведения базовых активов на эффективность оценки портфельных характеристик (Раздел 3.2.2). В таблице 13 для каждой из акций представлены 3 наиболее подходящих вероятностных распределения, полученных в результате работы программного комплекса. На рисунке 25 изображены плотности распределения вероятностей подбираемых распределений и эмпирически наблюдаемого распределения для доходностей четырех российских акций: Газпром, Норильский Никель, Роснефть, Сбербанк. Результаты оценки долгосрочной матрицы корреляций, полученной при помощи программного комплекса представлены в разделах 3.1.1 и 3.1.2.

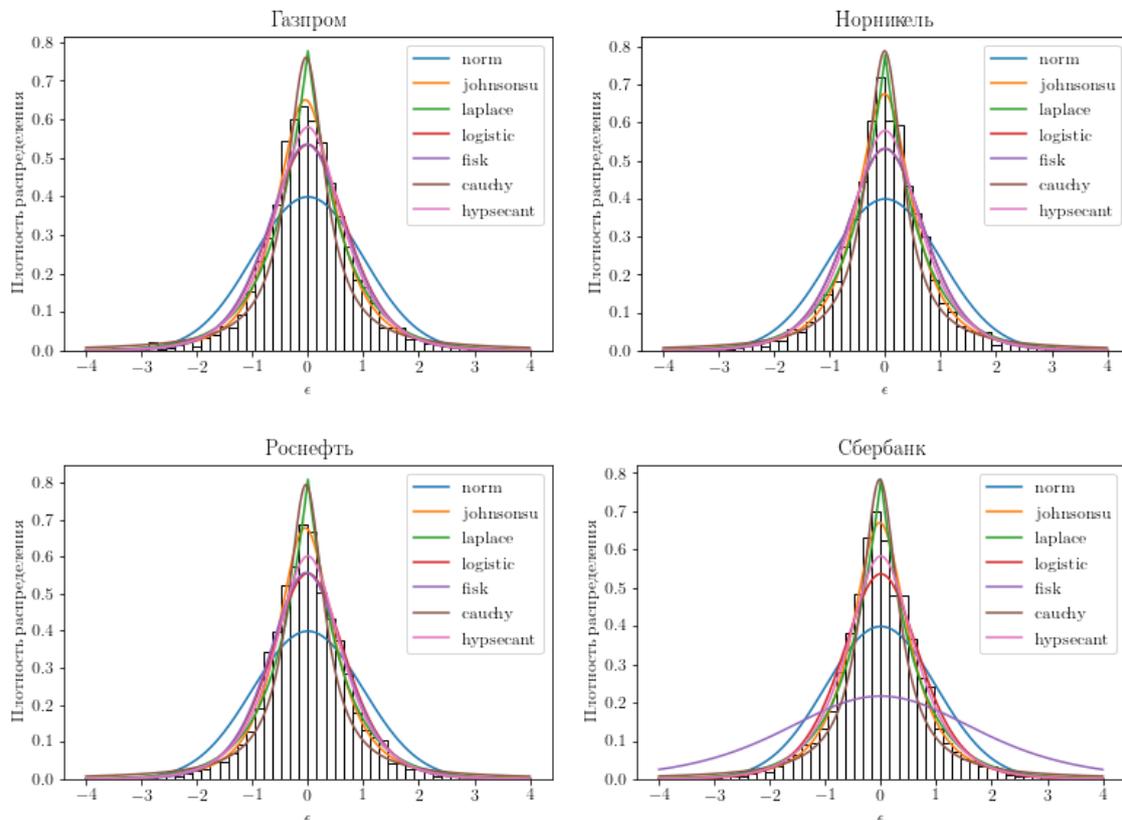


Рисунок 25. Визуализация подбора распределения к доходностям четырех российских акций

Таблица 13. Результаты подбора распределений для акций российских компаний

	Распределение	Параметры распределения	Колмогоров-Смирнов		Андерсон-Дарлинг		Хи квадрат	
			Статистика	Место	Статистика	Место	Статистика	Место
Газпром	Johnson SU	$\gamma=-0,07414 \quad \delta=1,3314$ $\lambda=2,9646 \quad \xi=-0,19472$	0,01455	1	1,0462	1	9,6317	1
	Лаплас	$\alpha=91,049 \quad \beta=139,74 \quad \gamma=-139,77$	0,02815	2	2,8632	2	46,765	4
	Лог-Логистик	$\alpha=91,049 \quad \beta=139,74 \quad \gamma=-139,77$	0,02986	3	5,4785	3	39,456	5
НорНикель	Johnson SU	$\gamma=-0,02305 \quad \delta=0,99708$ $\lambda=99,475 \quad \xi=2,2262$	0,01951	1	0,87978	1	12,505	1
	Коши	$\sigma=70,62 \quad \mu=5,5016$	0,04349	2	17,041	5	213,77	6
	Лаплас	$\lambda=0,0079 \quad \mu=6,03$	0,04488	3	12,725	3	94,75	4
Роснефть	Лаплас	$\lambda=0,52702 \quad \mu=0,0573$	0,02877	1	4,6632	1	50,258	2
	Лог-Логистик	$\alpha=5,4884E+8 \quad \beta=7,0859E+8 \quad \gamma=-$ $7,0859E+8$	0,03476	2	6,0538	3	52,877	3
	Johnson SU	$\gamma=0,22364 \quad \delta=1,0341$ $\lambda=1,567 \quad \xi=0,60252$	0,06168	3	13,422		91,999	4
Сбербанк	Лог-Логистик	$\alpha=1,2633E+8 \quad \beta=3,3429E+8 \quad \gamma=-$ $3,3429E+8$	0,02593	1	2,6623	3	24,417	1
	Гиперболическое распределение секущих	$\sigma=5,1426 \quad \mu=0,07333$	0,02705	2	2,9465	4	27,649	2
	Лаплас	$\lambda=0,275 \quad \mu=0,07333$	0,03176	3	2,6571	1	43,985	4

3.2 Результаты апробации на реальных данных

3.2.1 Модель корреляции интервальных временных рядов

В качестве примера использования модели оценки корреляции интервальных временных рядов на практике был рассмотрен процесс формирования оптимального портфеля Марковица. Для теста использовались данные о ценах акций российских компаний ПАО "Селигдар" (SELG), ПАО "Аптечная сеть 36,6" (АРТК), ПАО "ММК (MAGN) за период с января 2015 по март 2020 года. Доступные исторические данные были поделены на два интервала:

- Интервал, используемый для оценки параметров и формирования портфеля (Январь 2015 – Июнь 2019)
- Интервал для тестирования (Июнь 2019 – Март 2020).

Для рассматриваемых акций была получена оценка матрицы n -периодной корреляции тремя способами:

- Эмпирическая оценка однопериодной корреляции, отмасштабированная до n -периодной в предположении нормального распределения активов (Портфель 1);
- Эмпирическая оценка n -периодной корреляции на доступном размере выборки (Портфель 2);
- Модельная оценка n -периодной корреляции, согласно предлагаемой модели (Портфель 3).

Используя полученные матрицы корреляций, для выбранных активов были составлены три оптимальных портфеля Марковица, с минимальным возможным риском и уровнем доходности не ниже заданного (5% годовых) на конец июня 2019 года (таблица 14).

Таблица 14. Сравнение оптимальных портфелей, полученных при использовании разных матриц корреляций

Характеристики	Портфель 1	Портфель 2	Портфель 3
Стоимость, руб.	10 000	10 000	10 000
<i>в том числе:</i>			
АРТК	8 506	8 662	8 594

Характеристики	Портфель 1	Портфель 2	Портфель 3
MAGN	1 207	1 012	870
SELG	287	326	537
Доходность, %	5.8%	5.0%	5.1%
Риск, %	7.6%	6.4%	1.6%

Как видно из таблицы 14, наименьший риск портфеля при заданной доходности достигается при использовании матрицы корреляций, полученной при помощи предлагаемой модели (Портфель 3). Предполагая отсутствие процедуры реформирования портфеля, было проведено сравнение основных характеристик, которые демонстрировали портфели на протяжении времени на интервале для тестирования. На рисунке 26 представлена динамика стоимости полученных портфелей на интервале Июнь 2019 – Март 2020. Для сравнения с общей динамикой рынка в данном временном интервале были добавлены 2 монопортфеля, состоящие из индексов ММВБ и РТС.

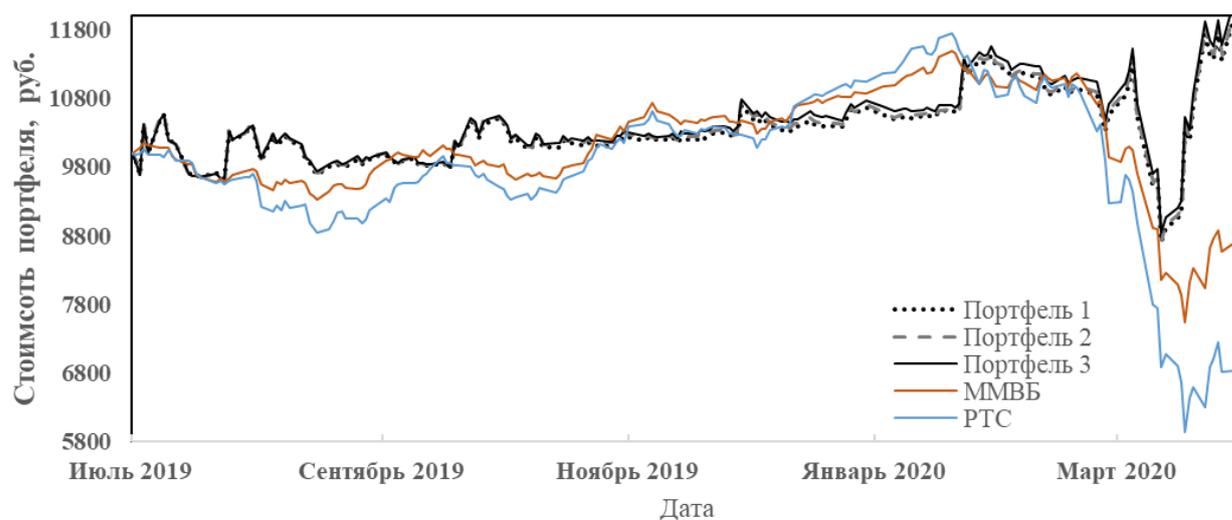


Рисунок 26. Динамика стоимости рассматриваемых портфелей, Июнь 2019 – Март 2020

Как видно из рисунка 26, Портфели 1 и 2 демонстрируют практически идентичную динамику стоимости во времени, в то время как стоимость Портфеля 3, построенного при помощи модельной оценки матрицы корреляций, увеличивается при увеличении длительности периода держания портфеля в условиях отсутствия процедуры его реформирования. Такое поведение портфеля крайне благоприятно для долгосрочных инвесторов.

В таблице 15 представлено сравнение основных характеристик, которые демонстрировали портфели на протяжении интервала для тестирования.

Таблица 15. Сравнение основных характеристик рассматриваемых портфелей, Июнь 2019 – Март 2020

Характеристики	Портфель 1	Портфель 2	Портфель 3	ММВБ	РТС
Общая доходность портфеля, %	19.5%	20.5%	22.3%	-11.7%	-29.5%
Общее изменение стоимости портфеля, руб.	1951.3	2047.7	2233.5	-1170.3	-2952.9
Среднее изменение стоимости портфеля, руб.	10.3	10.8	11.8	-6.2	-15.5
Стандартное отклонение в изменении стоимости портфеля, руб.	232.4	236.7	235.7	145.3	192.6
Стандартное отклонение в изменении стоимости портфеля, % от стоимости портфеля.	2.3%	2.4%	2.4%	1.5%	1.9%

Как видно из таблицы 15, самую высокую доходность в 22% за 10 месяцев показал Портфель 3, обогнав при практически равном риске Портфель 2 на 2%. При сравнении наблюдаемых характеристик портфелей 1–3 с портфелями, проксирующими общую динамику рынка, можно отметить, что портфели 1-3 при незначительной разнице в метрике риска, демонстрируют значительное преимущество в получаемой доходности.

3.2.2 Методика оценки влияния нарушений предположений используемой модели на процесс ее построения и на получаемые с ее помощью целевые показатели

Для тестирования методики на реальных данных была рассмотрена процедура оценки метрики VaR параметрическим методом, согласно которому выдвигается предположение о вероятностном распределении доходностей активов, после чего VaR оценивается как квантиль уровня α данного распределения. В качестве вероятностного распределения доходностей активов, на практике зачастую используется нормальное распределение.

В терминах предлагаемой методики данная задача может быть представлена в следующем виде:

- *Модель*: расчет VaR аналитическим методом.
- *Метод оценки VaR*: параметрический метод, предполагающий подбор вероятностного распределения к доходностям активов, после чего VaR оценивается как квантиль уровня α данного распределения y .
- *Предположение модели*: Доходности распределены нормально.
- *Целевой показатель*: VaR.

Для оценки практического влияния нарушения предположения о распределении доходностей активов на значение VaR, согласно методике, необходимо выполнить следующее:

1. *Применить метод генерации данных*. При помощи разработанного комплекса программ были подобраны альтернативные распределения для доходностей акций российских компаний (таблица 16), не удовлетворяющие предположению о нормальности.

Таблица 16. Результаты подбора распределений для доходностей акций российских компаний

Актив	Газпром	Нор. Никель	Роснефть	Сбербанк
Распределение	Джонсон SU	Джонсон SU	Лаплас	Лог- Логистик

2. *Применить метод оценки VaR*. Для оценки практического влияния нарушения предположения о распределении доходностей активов на значение VaR была проведена процедура бэктестинга на периоде 2009-2020 годов, предполагающая подсчет количества случаев, когда исторически наблюдаемые убытки по активу превышали прогнозные значения с использованием VaR за рассматриваемый период. Для расчета прогнозных значений однодневного VaR использовались данные о дневных доходностях активов скользящим окном в три года (согласно регуляторным требованиям [29]), а также прогнозные значения рассчитывались дважды: в предположении нормальности распределения доходностей активов и в предположении распределения из таблицы 16.

Блок-схема проведения процедуры бэктестинга представлена на рисунке 28. В рамках блок-схемы используются следующие обозначения:

- S_t – стоимость портфеля в момент времени $t, (t = 0, \dots, T, T + 1, J)$;
- r_t – доходность по портфелю в момент времени t ;
- e – количество выбросов (случаев, когда исторически наблюдаемые убытки по активу превышали прогнозные значения)

Схема процедуры скользящего окна представлена на рисунке 27.

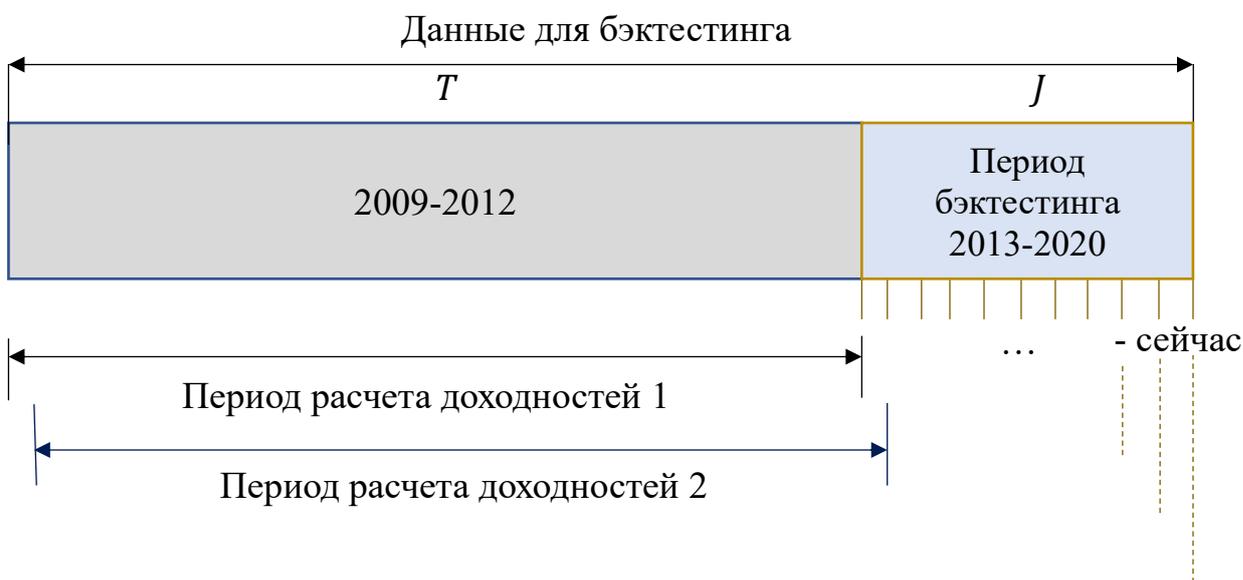


Рисунок 27. Схема процедуры использования скользящего окна при бэктестинге

3. *Применить метод сравнительного анализа.* Производится сравнение количества случаев («выбросов»), когда исторически наблюдаемые убытки по активу превышали прогнозные значения с использованием полученных значений VaR за рассматриваемый период в предположении нормального и подобранного распределения. В качестве метрики сравнения используется количество «выбросов».

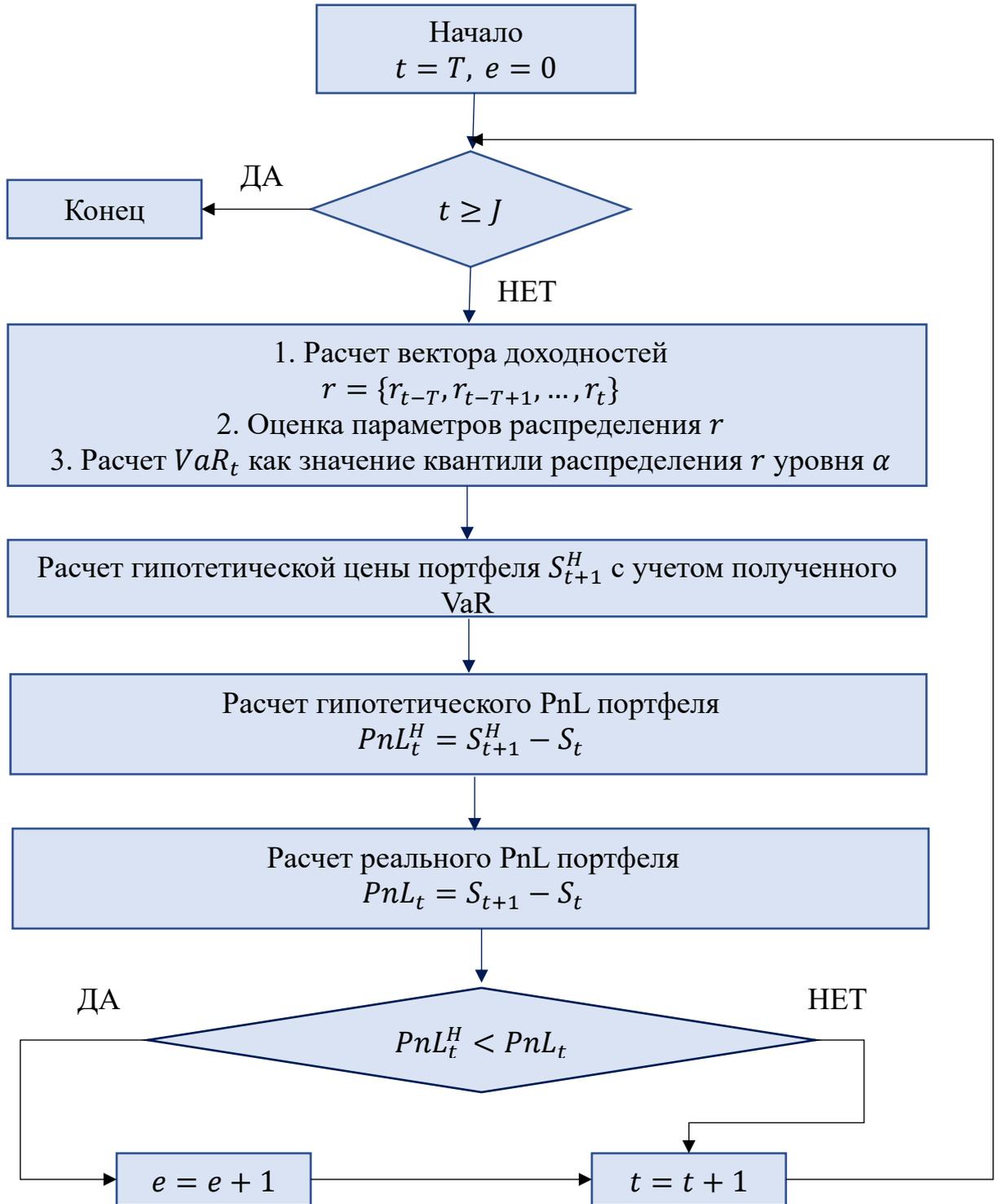


Рисунок 28. Схема процедуры использования скользящего окна при бэктестинге

Результаты процедуры бэкстестинга, проведенного на данных о ценах акций российских компаний за период 2009–2020 представлены в таблицах 17–18.

Таблица 17. Результаты процедуры бэкстестинга для акций российских компаний, абсолютные доходности

Уровень VaR	Количество выбросов, шт.		Процент выбросов, %	
	Нормальное	Подобранное	Нормальное	Подобранное
Газпром				
1% квантиль	29	28	1.4	1.4
99% квантиль	39	24	1.9	1.2
Нор. Никель				
1% квантиль	52	34	2.5	1.6
99% квантиль	55	34	2.7	1.6
Роснефть				
1% квантиль	56	32	2.7	1.5
99% квантиль	48	27	2.3	1.3
Сбербанк				
1% квантиль	39	26	1.9	1.3
99% квантиль	57	28	2.8	1.4

Таблица 18. Результаты процедуры бэкстестинга для акций российских компаний, относительные доходности

Уровень VaR	Количество выбросов, шт.		Процент выбросов, %	
	Нормальное	Подобранное	Нормальное	Подобранное
Газпром				
1% квантиль	25	19	1.2	0.9
99% квантиль	34	20	1.6	1.0
Нор. Никель				
1% квантиль	27	17	1.3	0.8
99% квантиль	30	20	1.4	1.0
Роснефть				
1% квантиль	32	16	1.5	0.8
99% квантиль	28	14	1.4	0.7
Сбербанк				
1% квантиль	29	14	1.4	0.7
99% квантиль	37	17	1.8	0.8

Из таблиц 17–18 видно, что процент случаев превышения прогнозных убытков при использовании наиболее подходящего вероятностного распределения активов значительно ниже, чем при предположении о нормальном распределении, что говорит о более точной оценке метрики. Также следует отметить тот факт, что подобранные распределения позволяют учесть несимметричность эмпирического распределения при оценке метрики, и, как следствие, количество выбросов для 1% и 99% квантили очень близко, в отличие от случая с нормальным распределением.

3.3 Выводы по главе 3

В данной главе доказана сходимость разработанного метода оценки параметров модели корреляции интервальных временных рядов. Также показана работоспособность предложенной методики оценки влияния нарушений предположений модели динамики базовых активов на процесс ее построения и на получаемые с ее помощью целевые показатели для двух практических задач: оценка параметров модели авторегрессии и оценка метрики VaR на десять дней на основе значения метрики VaR на один день.

Проведена апробация разработанной модели корреляции интервальных временных рядов на исторических данных российского фондового рынка, а именно были сформированы три оптимальных портфеля согласно теории Марковица с использованием матриц корреляций, полученных тремя возможными способами, в том числе при помощи предлагаемой модели. На этапе формирования, портфель, построенный при помощи предлагаемой модельной матрицы корреляций, показал наименьший возможный уровень риска при заданном уровне доходности (1,6% против 7.6% и 6.4% для альтернативных портфелей). При наблюдении за динамикой стоимости портфелей в предположении отсутствия процедуры его перестроения, портфель, построенный при помощи предлагаемой модельной матрицы корреляций, показал доходность на 2–4% выше при том же уровне риска.

В качестве апробации методики оценки влияния нарушений предположений модели динамики базовых активов на процесс ее построения и на получаемые с ее помощью целевые показатели портфеля была рассмотрена практическая задача оценки метрики VaR портфеля параметрическим методом. Показано, что нарушение предположения о распределении доходностей активов снижает эффективность полученной метрики VaR, а именно приводит к увеличению числа выбросов (количества случаев, когда исторически наблюдаемые убытки по портфелю превышали прогнозные значения) при проведении тестирования на исторических данных.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Главным результатом представленной работы является разработанная математическая модель корреляции интервальных временных рядов, позволяющая решить актуальную научно-техническую проблему оценки взаимосвязей активов в портфеле в условиях ограниченной выборки. Было показано, что предложенная автором модель может быть применима как к низко и средне ликвидным финансовым активам, составляющим значительную долю активов на российском фондовом рынке, так и к недавно появившимся на рынке активам, еще не обладающим достаточной историей для применения стандартных подходов на базе эмпирических корреляций.

Наряду с этим в работе были получены следующие основные результаты:

1. *Проведен* анализ текущего состояния проблемы формирования оптимального инвестиционного портфеля, а также оценки портфельных рисков. Выявлено, что ряд особенностей российского финансового рынка либо усложняет применение существующих подходов, подразумевая их адаптацию к российским реалиям, либо вовсе делает их невозможным. Проведенный анализ показал необходимость разработки эффективной математической модели корреляции интервальных временных рядов доходностей активов портфеля, способной работать в условиях ограниченного числа исторических наблюдений. В задаче оценки портфельных рисков, ключевой проблемой оказалось отсутствие универсальной методики оценки влияния нарушений предположений модели динамики базовых активов на эффективность оценки портфельных характеристик.

2. *Предложена* универсальная методика, позволяющая получить оценку влияния нарушений предположений модели динамики базовых активов на процесс ее построения и на получаемые с ее помощью характеристики портфеля. Методика сформулирована в общем виде, а также *показана* работоспособность предлагаемой методики на примере двух практических задач.

3. Разработан комплекс программ, *позволяющий* подобрать совместное вероятностное распределение к наблюдаемым данным о доходностях портфеля, *отличающийся* от существующих инструментов возможностью моделирования корреляции интервальных временных рядов, наличием нормы L2 как метрики сравнения распределений, возможностью расширения количества поддерживаемых распределений, а также свободным доступом.

4. При помощи методов имитационного моделирования *доказана* сходимость разработанного метода оценки параметров модели корреляции интервальных временных рядов. Также *показана* работоспособность методики оценки влияния нарушений предположений модели динамики базовых активов на процесс ее построения и на получаемые с ее помощью целевые показатели для двух практических задач: оценка параметров модели авторегрессии и оценка метрики VaR на десять дней на основе значения метрики VaR на один день.

5. *Проведена* апробация разработанной модели корреляции интервальных временных рядов на исторических данных российского фондового рынка, а именно были сформированы три оптимальных портфеля согласно теории Марковица с использованием матриц корреляций, полученных тремя возможными способами, в том числе при помощи предлагаемой модели. На этапе формирования, портфель, построенный при помощи предлагаемой модельной матрицы корреляций, показал наименьший возможный уровень риска при заданном уровне доходности (1,6% против 7.6% и 6.4% для альтернативных портфелей). При наблюдении за динамикой стоимости портфелей в предположении отсутствия процедуры его реформирования, портфель, построенный при помощи предлагаемой модельной матрицы корреляций, показал доходность на 2–4% выше при том же уровне риска.

В качестве апробации методики оценки влияния нарушений предположений модели динамики базовых активов на процесс ее построения и на получаемые с ее помощью целевые показатели портфеля была рассмотрена практическая задача оценки метрики VaR портфеля

параметрическим методом. Показано, что нарушение предположения о распределении доходностей активов снижает эффективность полученной метрики VaR, а именно приводит к увеличению числа выбросов (количества случаев, когда исторически наблюдаемые убытки по портфелю превышали прогнозные значения) при проведении тестирования на исторических данных.

6. Полученные выводы и численные результаты апробации подтвердили качество разработанной модели корреляции интервальных временных рядов и процедуры оценки ее параметров. Достоверность корректной работоспособности и универсальности применения методики оценки влияния нарушений предположений модели динамики базовых активов на получаемые с ее помощью характеристики портфеля подтверждается результатами апробации метода для решения нескольких практических задач.

7. Материалы диссертации внедрены и были использованы в компании ООО «ЭКО-ТОМСК», оказывающей услуги в сфере финансового консалтинга как для европейских, так и российских финансовых организаций. В результате внедрения результатов диссертации доходность трейдинговой стратегии клиента ООО «Эко-Томск» выросла на 9,6%. Результаты теоретических исследований используются в учебном процессе в НИ Томском политехническом университете и в Томском государственном университете систем управления и радиоэлектроники.

8. Практическая значимость работы заключается в разработанном комплексе программ, позволяющем подбирать совместное вероятностное распределение к наблюдаемым данным о доходностях портфеля в автоматическом режиме, с учетом оценки долгосрочной корреляции активов. Предложенная методика оценки влияния нарушений предположений модели динамики базовых активов как на процесс ее построения, так и на получаемые с ее помощью результаты, позволяет оценить качество используемой модели и целесообразность ее применения.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Schwab K. The Global Competitiveness Report 2017-2018 / K. Schwab, X. Sala-i-Martin // World Economic Forum. – 2018.
2. Schwab K. The Global Competitiveness Report // World Economic Forum. – 2019.
3. Центральный банк Российской Федерации. Основные направления развития финансового рынка российской федерации на период 2019–2021 годов [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <https://www.cbr.ru/> свободный (дата обращения: 24.01.2019).
4. Скрипниченко М.В. Портфельные инвестиции: учеб. пособие – СПб: Университет ИТМО, 2016. – С. 40.
5. Казаков В. А. Теоретические аспекты осуществления портфельных инвестиций/ А.В. Тарасов, А.Б. Зубицкий //Финансы и кредит. – 2016. – № 7(211) – С. 27-32.
6. Markowitz H. Portfolio Selection // The Journal of Finance. – 1952. – V. 7, no. 1. – P. 77–91.
7. Merton R.C. Continuous-time Finance, 1990.
8. Шарп, У. Инвестиции / У. Шарп, Г. Александер, Дж. Бэйли. // М.: Инфра-М. – 2006. – 1028 с.
9. Bollerslev T. A Capital Asset Pricing Model with Time-Varying Covariances / T. Bollerslev, R. F. Engle, J. M. Wooldridge // Journal of Political Economy. – 1988. – V. 96(1). –P. 116-131.
10. Lintner J. The valuation of risk assets and the selection of risky investments in stock portfolios and capital budgets // Review of Economics and Statistics. – 1965. – V. 47 (1) .– P. 13-37.
11. Кабанов Ю.М. Современные проблемы финансовой математики / Ю.М. Кабанов, А.Н. Ширяев // Теория вероятностей и ее применения – 2015. № 60(4). – С. 625-627.
12. Пимонов А.Г. Оптимизация состава и структуры инвестиционного портфеля на основе энтропийной меры риска и статистики Херста / А.Г. Пимонов, Р.С. Арнаутов // Инжиниринг предприятий и управление знаниями (ИП&УЗ-2018): сборник научных трудов XXI Российской научной конференции – Москва: ФГБОУ ВО «РЭУ им. Г.В. Плеханова», 2018.[– 307с.] – С. 294–299.
13. Борочкин А.А. Управление рисками волатильности фондового рынка и неопределенности экономической политики государства при международных портфельных инвестициях // Финансовая аналитика: проблемы и решения. – 2017. – Т. 10, № 7. –С. 790-804.

14. Клитина Н.А. Оптимизация инвестиционного портфеля в случае разрешимости и запрета на короткие продажи // Финансы и кредит. – 2013. – Т.8, № 536.–С. 30-34.

15. Глотова И.И. Методика формирования оптимального лизингового портфеля и его мониторинг в условиях нестабильности экономики/ И.И. Глотова, Е.П Томилина, Т.В. Косова // Финансовая аналитика: проблемы и решения. – 2015. –Т. 8, № 15. –С. 10-20.

16. Домбровский В.В. Динамическая оптимизация инвестиционного портфеля при ограничениях на объемы вложений в финансовые активы/ В.В. Домбровский, Д.В. Домбровский, Е.А. Ляшенко // Вестник Томского государственного университета. Управление, вычислительная техника и информатика. – 2008. – № 1(2). –С. 13-17.

17. Домбровский В.В. Стратегии прогнозирующего управления инвестиционным портфелем с учетом торговых издержек и ограничений на вложения в финансовые активы/ В. В. Домбровский, Т. М. Ларина // Вестник ТГУ. – 2016. – Т. 2, № 35. – С. 4-12.

18. Домбровский В. В. Динамическая модель управления инвестиционным портфелем на финансовом рынке с переключающимися режимами при ограничениях на объемы торговых операций/ В. В. Домбровский, Т. Ю. Обьедко // Вестник ТГУ. – 2010. –№ 4. –С. 5-14.

19. Гальперин В.А. Динамическое управление инвестиционным портфелем с учетом скачкообразного изменения цен финансовых активов/ В.А. Гальперин, В.В. Домбровский // Вестник Томского государственного университета. – 2003. –№ 280. –С. 112-117.

20. Бронштейн Е.М. О формировании портфелей российских ценных бумаг на основе комбинированных квантильных мер риска / Е.М. Бронштейн, Е.В. Тулупова // Аудит и финансовый анализ. – 2014. – № 3. – С. 115–120.

21. Бронштейн Е.М. Управление портфелем ценных бумаг на основе комплексных квантильных мер риска / Е.М. Бронштейн, М.М. Качкаева, Е.В. Тулупова // Известия РАН. Теория и системы управления. – 2011. – № 1. – С. 178–183.

22. Барышева А.Е. Проблема изменчивости волатильности активов в задаче динамического управления портфелем Марковица / А.Е. Барышева, А.С. Марков// труды Всероссийской научно-практической конф. студентов, аспирантов и молодых ученых «Современные технологии принятия решений в цифровой экономике, Юрга. – 2018.

23. Барышева А. Е. Оценка VaR при негауссовом распределении доходностей активов/ А.Е. Барышева, А. С. Марков, А. А. Мицель// Российский технологический журнал. – 2020. – № 8(2). – С. 67-84.

24. McNeil A. Estimation of tail-related risk measures for heteroscedastic financial time series: an extreme value approach / A. McNeil, R. Frey // *Journal of Empirical Finance*. – 2000. – no. 7. – P. 271-300.

25. Rachev S.T. Fat-Tailed and Skewed Asset Return Distributions: Implications for Risk Management: Implications for Risk Management, Portfolio Selection, and Option Pricing / S.T. Rachev, C. Menn, F.J. Fabozzi – Hoboken: Wiley, 2005. – 369 p.

26. Abad P. Evaluating the performance of the skewed distributions to forecast Value at Risk in the Global Financial Crisis / P. Abad, S. Benito, C. López // *Journal of Risk*. – 2016. – V. 19, no. 5. – P. 1–18.

27. Simonato J.G. The Performance of Johnson Distributions for Computing Value at Risk and Expected Shortfall // *The Journal of Derivatives*. – 2011. – P. 7- 24.

28. Krokmal P. Portfolio optimization with conditional value-at-risk criterion/ P. Krokmal, J. Palmquist, S. Uryasev // *Journal of Risk*. – 2002. – V. 4(2). – P. 43- 68.

29. Rockafellar R. Conditional value-at-risk for general loss distributions/ R. Rockafellar, S. Uryasev // *Journal of Banking & Finance*. – 2002. – V. 26(7). – P. 1443-1471.

30. Basel Committee on Banking Supervision. International Convergence of Capital Measurement and Capital Standards// Basel: Bank for International Settlements. – 2004. – 239 p.

31. Банк России. Указание 3624-У "О требованиях к системе управления рисками и капиталом кредитной организации и банковской группы" (с изменениями и дополнениями). – 2015.

32. EasyFit [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <http://www.mathwave.com/> свободный (дата обращения: 19.03.2020).

33. Distribution Fitter [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <https://www.mathworks.com/> свободный (дата обращения: 19.03.2020).

34. DiscoverSim™ Version 2.1 Workbook [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <https://www.sigmaxl.com/PDFs/DiscoverSim%20Version%202.1%20Workbook.pdf> свободный (дата обращения: 19.03.2020).

35. Tobin J. The Theory of Portfolio Selection // *Theory of Interest Rates*. – 1965. – P. 3-51.

36. Black, F. The pricing of options and corporate liabilities / F. Black, M. Scholes // *Journal of Political Economy*. – 1973. – Vol. 81(3). – P. 637–654.

37. Düllmann K. Estimating asset correlations from stock prices or default rates – which method is superior? / K. Düllmann, J. Küll, M. Kunisch // *Journal of Economic Dynamics and Control*. – 2010. – V. 34, no. 11. – P. 2341–2357.

38. Ledoit O. The power of (non-)linear shrinking: A review and guide to covariance matrix estimation / O. Ledoit, M. Wolf // Working Paper no. 323, Department of Economics, University of Zurich. – Zurich: University of Zurich, 2019. [– 41p.] – P. 1–41.
39. Shevlyakov G. Robust Estimation of the Correlation Coefficient: An Attempt of Survey / G. Shevlyakov, P. Smirnov // Austrian journal of statistics. – 2011. – V. 40(1&2). – P. 147–156.
40. Chin C. J. Correlations Have Personality, Too: An Analysis of Correlations between Assets [Электронный ресурс]. – Режим доступа: http://www.naaim.org/wp-content/uploads/2013/10/00L_Correlations_have_Personality_carlton_chin.pdf, свободный (дата обращения: 16.03.2020).
41. EPPS T.W. Comovements in Stock Prices in the Very Short Run // Journal of the American Statistical Association. – 1979. – V. 74, no. 366a. – P. 291-298.
42. Bun J. Cleaning correlation matrices / J. Bun, J.-P. Bouchaud, M. Potters // Risk. – 2016. [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <https://www.cfm.fr/assets/ResearchPapers/2016-Cleaning-Correlation-Matrices.pdf>, свободный (дата обращения: 16.03.2020).
43. Мельников Р.М. Эконометрика. Учебное пособие: учеб. пособие – М: "Издательство ""Прспект""". – 2014. – С. 284.
44. Frank F. Modern Portfolio Theory, Capital Market Theory, and Asset Pricing Models / F. Fabozzi and, J. Grant // – 2001. – P. 11-41.
45. Roy A. Safety First and the Holding of Assets // *Econometrica*. – 1952. V. 20 – P. 431-439.
46. Sullivan E. J. A.D. Roy: The forgotten father of portfolio theory/ E. J. Sullivan, L. V. College // Northeastern Association of Business, Economics, and Technology Proceedings. – 2008. – P. 255-260.
47. Black R. L. F. Global Portfolio Optimization. // *Financial Analysts Journal*. – 1992. V.48 – P. 28-43.
48. Michaud R. O. The Markowitz Optimization Enigma: Is Optimized Optimal? // *Financial Analysts Journal*. – 1989 V. 1, no. 45 – P. 31-42.
49. Brandt W. Portfolio Choice Problems // Elsevier B.V. – 2010. – P. 269-335.
50. Chabados N. Portfolio Choice Problems // New York: Springer-Verlag. – 2011. – V.1.
51. Sharpe W.F. Factor Models, CAPM, and The APT // *Journal of Portfolio Management*. – 1984. – V.11. –P. 21-25.
52. Gabler A. An Extension of Markowitz' Modern Portfolio Theory for Long-Term Equity Investors // SSRN – 2019. [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <https://ssrn.com/abstract=3449710>, свободный (дата обращения: 16.06.2020).

53. Precup O. A comparison of high-frequency cross-correlation measures/ O. Precup, G. Iori // *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications* – 2016. V. 344, no.1-2. – P. 252-256.
54. Renò R. A closer look at the Epps effect // *International Journal of Theoretical and Applied Finance*. –2001. – V. 06, no. 01.
55. Kwapien J. Time scales involved in emergent market coherence/J. Kwapien, S. Drozd, Speth J. // *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*. – 2004, –V. 337, no. 1, –P. 231-242.
56. Kullmann L. Time-dependent cross-correlations between different stock returns: A directed network of influence / L. Kullmann, J. Kertész, K. Kaski// *PHYSICAL REVIEW E*. – 2002, –V.66. –P. 026125.
57. Tóth B. Increasing market efficiency: Evolution of cross-correlations of stock returns/ B. Tóth, J. Kertész // *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*. – 2006, –V.360, no. 2. –P. 505-515.
58. Lo A. An econometric analysis of nonsynchronous trading/ A. Lo, C. MacKinlay// *Journal of Econometrics*. – 1990. – V.45, no 1. – P. 181-211.
59. Tóth B. The Epps effect revisited/ B. Tóth, J. Kertész // *Quantitative Finance*. – 2009. – V.9, no. 7, – P. 793-802.
60. Барышева А.Е. Модель оценки долгосрочной корреляции активов портфеля/ А.Е. Барышева, А.С. Марков, А.А. Мицель// *Доклады ТУСУР*. – 2020. – № 2.
61. Gregoriou G. N. *Handbook of High Frequency Trading*, Cambridge. // Massachusetts: Academic Press. – 2015. – 494 p.
62. Basel Committee on Banking Supervision. *Core principles for effective banking supervision* // Basel: Bank for International Settlements. – 1997.
63. Основы риск-менеджмента в Банке. [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <https://ru.coursera.org/learn/osnovy-risk-menedzhmenta-v-banke>, свободный (дата обращения: 16.03.2020).
64. Указание Банка России от 2015 г. 3624-У «О требованиях к системе управления рисками и капиталом кредитной организации и банковской группы» (с изменениями и дополнениями).
65. Карпова Е. С. Экономический и регулятивный капитал в российской банковской практике // *Universum: экономика и юриспруденция*. – 2015. – №5 (16).
66. Дробыш И. Современные методы расчета величины Value at Risk // *Труды ИСА РАН*. – 2018. № 68. –С. 51-62.
67. Bohdalová M. A comparison of Value-at-Risk methods for measurement of the financial risk 2007 [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <https://www.g-casa.com/PDF/Bohdalova.pdf> свободный (дата обращения: 21.03.2020).

68. Mentel G. Parametric or Non-Parametric Estimation of Value-At-Risk // *International Journal of Business and Management*. – 2013. – V.11, no.8. – P. 103- 112.
69. Mapa D.P. Estimating Value-at-Risk (VaR) using TiVEx-POT Models / D. S. Mapa, P. J. Cayton, M. Therese // *Munich Personal RePEc Archive*. – 2009. – P. 1- 32.
70. Vlaar P.J.G. Value at risk models for Dutch bond portfolios // *Journal of Banking & Finance*. – 2000. – V. 24, no. 7. – P. 1131-1154.
71. Castellacci G. The practice of Delta–Gamma VaR: Implementing the quadratic portfolio model / G. Castellacci, M. J. Siclari // *European Journal of Operational Research*. – 2003. – V. 150. – P. 529-545.
72. Chen J. M. Parametric VaR According to Student's t-Distribution // *Postmodern Portfolio Theory. Quantitative Perspectives on Behavioral Economics and Finance*. – 2016. – P. 261-279.
73. Angelidis T. The use of GARCH models in VaR estimation / T. Angelidis, A. Benos, S. Degiannakis // *Statistical Methodology*. – 2004. – V.21, no.1. – 105-128.
74. Rachev S. T. *Financial Econometrics: From Basics to Advanced Modeling Techniques* / S.T. Rachev, S. Mittnik, F. J. Fabozzi, S. M. Focardi, T. Jaić // Hoboken, New Jersey, USA: John Wiley & Sons. – 2007. – 560 p.
75. Jorion P. *Value at Risk: The New Benchmark for Managing Financial Risk* // Blacklick: USA:McGraw-Hill Professional Book Group. – 2000, – P. 535.
76. Nyssanov A. An empirical study in risk management: estimation of Value at Risk with GARCH family model // *UPPSALA UNIVERSITET*. – 2013.
77. Engle R.F. *Econometric Theory* / R.F Engle, Kroner K // *Multivariate Simultaneous Generalised*. – 1995. – V.11. – P. 122-150.
78. Ferenstein E. *Modelling Stock Returns with AR-GARCH Processes*/ E. Ferenstein, M. Gasowski // *SORT*. – 2004. – P. 55-68.
79. Ma J. Predictive Model Selection for forecasting product returns / J. Ma, H. M. Kim// *Journal of Mechanical Design*. – 2016. – V. 138, 2016.
80. Айвазян С.А. *Прикладная статистика и основы эконометрики* / С.А. Айвазян, В.С. Мхитарян// М: Издательство "ЮНИТИ".– 2016. – С. 40.
81. Марков А. Оценивание параметра авторегрессии с бесконечной дисперсией шума // *Автоматика и телемеханика*. – 2009. – P. 104-118.
82. You L. *Quantitative model validation techniques: New insights*/ L. You, S. Mahadevan // *Reliability Engineering & System Safety*. – 2012. –V. 111. – P. 217-231.
83. Королук В.С. *Справочник по теории вероятностей и математической статистике* / Королук В.С., Портенко Н.И., Скороход А.В., Турбин А.Ф// М: Наука. – 1985. – 640 с.

84. Тырсин А.Н. Метод подбора наилучшего закона распределения непрерывной случайной величины на основе обратного отображения // Вестник ЮУрГУ. Серия «Математика. Механика. Физика». – 2017. – Т. 9, №1. – С. 31-38.

85. Колмагоров А.Н. Теория вероятностей и математическая статистика// М: Наука. – 1986. – 535 с.

86. Pearson K. On the criterion that a given system of deviations from the probable in the case of a correlated system of variables is such that it can be reasonably supposed to have arisen from random sampling // Philosophical Magazine.– 1900. – V. 5, no. 50. – P. 157-175.

87. Anderson T. W. A Test of Goodness of Fit/ T. W. Anderson, D. A Darling// Journal of the American Statistical Association. –1954. – V.49. – P. 765-769.

88. Song P.X.K. Correlated Data Analysis: Modeling, Analytics, and Applications// Springer Series in Statistics. – 2007. –352 p.

89. Johnson N.L. Bivariate distributions based on simple translation systems // Biometrika. – 1949. – V. 36, no. 3-4. – P. 297-304.

90. Hull J. Options, Futures, and Other Derivatives// Pearson. – 2018.

91. Буренин, А.Н. Форвардные, фьючерсные и опционные рынки. / А.Н. Буренин // М.: НТО им. акад. С. И. Вавилова. – 2015.

92. Носко В.П. Эконометрика для начинающих// М: ИЭПП. – 2015. – 379 с.

93. Соболев И.М. Метод Монте-Карло // Популярные лекции по математике [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <http://mipt.jinr.ru/xdocs/sobol.pdf>, свободный (дата обращения: 16.03.2020).

94. Газетова М.А. Понятие и методы портфельного инвестирования // Научно-методический электронный журнал «Концепт». – 2016. –С. 31–35.

95. Тимиркаев Д.А. Использование моделей волатильности для оценки рыночного риска // Экономический анализ: Теория и практика. – 2010. – Т. 24, №189. –С. 44-53.

96. Gleick J. Chaos: Making a New Science// Viking Books. – 1987.

97. Glasserman P. Monte Carlo Methods in Financial Engineering // NY: Springer. – 2003.

98. Хан Г. Статистические модели в инженерных задачах/ Г. Хан, С. Шапиро // М: Наука. – 1969.

99. Телегин А. В. Применение распределения Джонсона для определения стохастических параметров дуговых замыканий/ А. В. Телегин, В. Г Сальников, Ю. М. Денчик // [Электронный ресурс]. – Режим доступа: https://elar.urfu.ru/bitstream/10995/40282/1/eksie_2016_68.pdf, свободный (дата обращения: 16.03.2020).

100. Буркатовская Ю.Б. Применение распределений Джонсона к задаче классификации аэрокосмических изображений/ Ю. Б. Буркатовская,

Н. Г. Марков, А. С. Морозов, А. П. Серых // Известия Томского политехнического университета. – 2007. – Т. 311, № 5. – С. 76-80.

101. Кинева М.О. Неприятие риска инвесторов при торговле опционами/ М.О. Кинева, О.Л. Крицкий // труды Всероссийской научно-практической конф. студентов, аспирантов и молодых ученых «Молодежь и современные информационные технологии», Томск. – 2014.

102. Приходько С. Б. Аналитическая зависимость для выбора семейства распределений Джонсона/ С. Б. Приходько, Л. Н. Макарова, А. С. Приходько // Проблемы Информационных Технологий. – 2016. – № 20. – С. 105-110.

103. Borak S. Stable distributions/ S. Borak, W.K. Härdle, R. Weron // Economic Risk. – 2005. – V. 2005-008.

104. Arltová M. Selection of Unit Root Test on the Basis of Length of the Time Series and Value of AR(1) Parameter / M. Arltová, D. Fedorová // STATISTIKA. – 2016. – V. 96, no. 3. – P. 47–64.

105. Prorokowski L. Validation of the backtesting process under the targeted review of internal models: practical recommendations for probability of default models// Journal of Risk Model Validation. – 2019. – V. 2, no. 13. – P. 109-147.

106. Stavroyiannis S. Out of Sample Value-at-Risk and Backtesting with the Standardized Pearson Type-IV Skewed Distribution / S. Stavroyiannis, L. Zarangas // PANOECOMICUS. – 2013. – V.2, no. Special Issue. – P. 231-247.

107. Sharpe W.F. A Simplified Model of Portfolio Analysis // Management Science. – 1963.

108. Sharpe W.F. Capital Asset Prices: A Theory of Market Equilibrium // Journal of Finance. – 1964. – V.19, no. 3. – P.425-442.

109. Ross S.A. The Arbitrage Theory of Capital Asset Pricing // Journal of Economic Theory. – 1976. – V.13. – P. 341-360.

110. Sharpe W.F. The Arithmetic of Active Management // Financial Analysts Journal. – 1991. – V. 47. – P. 7-9.

111. Markowitz H.M. Market Efficiency: A Theoretical Distinction- and So What? // Financial Analysts Journal. – 2005. – V. 61, no. 5. – P. 17-30.

112. Ермолова М.Д. Биномиальный тест для коррелированных бинарных случайных величин для проверки точности рейтинговой модели / М.Д. Ермолова, Г.И. Пеникас // Управление финансовыми рисками. – 2018. – № 3. – С. 174-190.

113. Tasche D. Validation of internal rating systems and PD estimates // [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <https://arxiv.org/pdf/physics/0606071.pdf>, свободный (дата обращения: 16.03.2020).

ОСНОВНЫЕ ПУБЛИКАЦИИ ПО ТЕМЕ ДИССЕРТАЦИИ

Публикации в рецензируемых журналах, включенных в перечень ВАК

1. Барышева А.Е. Оценка VaR при негауссовом распределении доходностей активов / Марков А.С., Мицель А.А.// Российский технологический журнал. 2020. – Т.8, № 2. – С. 67-84. DOI: 10.32362/2500-316X-2020-8-2-67-84
2. Барышева А. Е. Модель оценки долгосрочной корреляции активов портфеля / А. Е. Барышева, А. С. Марков, А. А. Мицель // Доклады ТУСУР. – 2020. – Т. 23, № 2. – С. 73–80. DOI: 10.21293/1818-0442-2020-23-2-73-80
3. Барышева А.Е. Учет ESG факторов при формировании инвестиционного портфеля/ Современная наука: актуальные проблемы теории и практики. Серия «Естественные и технические науки». 2021. – №4. С. – 101-116.
4. Барышева А.Е. Актуальные проблемы портфельного инвестирования/ Экономика и предпринимательство. 2020. – №10. С. – 877-882.

Публикации в сборниках трудов международных научных конференций

5. Barysheva A. SDE Simulation in One Click: Fiction or Reality?/Markov A./ IV International research conference "Information technologies in Science, Management, Social sphere and Medicine" (ITSMSSM 2017), Atlantis Press, 2017 (72), 434-437, Томск
6. Барышева А.Е. Проблема изменчивости волатильности активов в задаче динамического управления портфелем Марковица / Марков А.С./ Сборник трудов Всероссийская научно-практическая конференция студентов, аспирантов и молодых ученых «Современные технологии принятия решений в цифровой экономике», 2018, Юрга.

Свидетельства об официальной регистрации программ для ЭВМ

7. Программа для ЭВМ подбора совместного вероятностного распределения случайных величин / А.Е.Барышева. – Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ №2020660959 от 15 сентября 2020 года

СПИСОК СОКРАЩЕНИЙ И УСЛОВНЫХ ОБОЗНАЧЕНИЙ

МСП – малый и средний бизнес.

ЦБ – центральный банк

VAR (Value at risk) – стоимость под риском

GARCH (Generalized AutoRegressive Conditional Heteroscedasticity) –
Обобщённые авторегрессионные модели условной гетероскедастичности

EVT – Теория экстремальных значений (Extreme Values Theory)

AR – Авторегрессия (AutoRegressive)

ARMA – Авторегрессия скользящего среднего (AutoRegressive Moving
Average)

МНК – Метод наименьших квадратов

ММП – Метод максимального правдоподобия

MSE – Среднеквадратичная ошибка (Mean squared error)

MAE – Средняя абсолютная ошибка (Mean absolute error)

RMSE – Корень из среднеквадратичной ошибки (Root Mean Square Error,)

MAPE – Средняя абсолютная ошибка в % (Mean absolute percentage error)

TLA – Метод светофора (Traffic Light Approach)

Приложение А. Акт внедрения результатов диссертации в ООО «ЭКО-ТОМСК» (г. Томск)



Общество с ограниченной ответственностью «Эко-Томск» (ООО «Эко-Томск»)

634050, г. Томск, пр. Ленина, д. 60/1, помещение 8
Тел. (3822) 900-601, e-mail: contactUs@econophysica.com
ОКПО 71728395 ОГРН 1047000092776 ИНН/КПП 7017088648/701701001

Исх. № 86/220
От 05.03.2020 г.

УТВЕРЖДАЮ
Исполнительный директор
ООО «Эко-Томск»
Гурова Татьяна Сергеевна
05.03.2020 г.

АКТ

Об использовании результатов диссертации Барышевой Александры Евгеньевны
«Модель, методика и программное обеспечение для формирования портфеля ценных
бумаг в условиях ограниченной выборки»,
представленной на соискании ученой степени кандидата технических наук

Настоящим актом подтверждается, что результаты диссертационной работы Барышевой А.Е. были использованы ООО «Эко-Томск» как часть стратегии хеджирования процентного риска для торгового портфеля облигаций с корректировкой на инфляцию. На этапе построения модели данных для портфеля были выявлены следующие проблемы:

1. Низкая ликвидность инструментов и, как следствие, небольшой объем данных;
2. Высокая корреляция облигаций, включенных в портфель.

Модель корреляции интервальных временных рядов, представленная в работе Барышевой А.Е., позволила решить обозначенные проблемы и получить точную оценку взаимосвязи активов в портфеле, что привело к повышению качества прогноза (снижению среднеквадратичной ошибки прогноза) динамики активов портфеля на 20%. Это позволило построить улучшенную стратегию хеджирования и повысить метрику качества хеджирования риска портфеля в среднем на 32%, по результатам тестирования на ретроспективных данных в течение 12 недель.

Описание используемой метрики качества хеджирования и результаты тестирования стратегий хеджирования представлены в Приложении 1.

В результате внедрения модели, предложенной Барышевой А.Е., доходность трейдинговой стратегии клиента ООО «Эко-Томск» выросла на 9,6%.

Управляющий директор
ООО «Эко-Томск»



Гурова Татьяна Сергеевна

ПРИЛОЖЕНИЕ 1.

В качестве метрики оценки качества хеджирования риска портфеля была использована следующая метрика:

$$Q = \left(1 - \frac{\frac{1}{n} \sum_t |ExpectedHedgedPortfolioPnL_t - ObservedHedgedPortfolioPnL_t|}{\frac{1}{n} \sum_t |ExpectedHedgedPortfolioPnL_t - ObservedInitialPortfolioPnL_t|} \right) * 100\%$$

где

ExpectedHedgedPortfolioPnL_t – ожидаемые PnL захеджированного портфеля,
ObservedHedgedPortfolioPnL_t – наблюдаемые PnL захеджированного портфеля,
ObservedInitialPortfolioPnL_t – наблюдаемые PnL портфеля без хеджирования.

Числитель данной метрики описывает ожидаемую ошибку стратегии хеджирования, а знаменатель – ожидаемую ошибку в случае, когда к исходному портфелю не применяется никакая стратегия хеджирования. Метрика качества хеджирования меняется в интервале $(-\infty, 100\%]$, где значение 100% означает идеальное хеджирование, 0% - отсутствие хеджирования, отрицательное значение говорит об увеличении риска при применении стратегии хеджирования относительно начального портфеля. Чем выше значение метрики, тем лучше работает стратегия хеджирования.

В таблице 1 представлены результаты тестирования улучшенной стратегии хеджирования (Стратегия 1), построенной на основе модели динамики данных, использующей Модель долгосрочной корреляции активов портфеля, а также альтернативной стратегии хеджирования (Стратегия 2), построенной в предположении инвариантности корреляций относительного временного интервала, на котором они насчитываются.

Неделя	Период бэктестинга	Стратегия 1	Стратегия 2
Среднее значение		81%	61%
Неделя 1	07.01.2019 - 11.01.2019	35%	58%
Неделя 2	14.01.2019 - 20.01.2019	30%	-48%
Неделя 3	21.01.2019 - 27.01.2019	96%	82%
Неделя 4	28.01.2019 - 03.02.2019	95%	81%
Неделя 5	04.02.2019 - 10.02.2019	78%	64%
Неделя 6	11.02.2019 - 17.02.2019	87%	61%
Неделя 7	18.02.2019 - 24.02.2019	91%	71%
Неделя 8	25.02.2019 - 03.03.2019	88%	90%
Неделя 9	04.03.2019 - 10.03.2019	98%	87%
Неделя 10	11.03.2019 - 17.03.2019	90%	84%
Неделя 11	18.03.2019 - 24.03.2019	91%	25%
Неделя 12	25.03.2019 - 31.03.2019	92%	78%

Таблица 1. Результаты тестирования стратегий хеджирования

Приложение Б. Акт внедрения результатов диссертации в НИ Томский политехнический университет (г. Томск)



Ministry of Education and Science of the Russian Federation
Federal State Autonomous Educational Institution of Higher Education «National
Research Tomsk Polytechnic University» (TPU)
Yurga Institute of Technology (Affiliate) Federal State Autonomous Educational
Institution of Higher Education
«National Research Tomsk Polytechnic University» (YurIT TPU)
26, Leningradskaya street, Yurga, 652055, Russia
Tel: +7-38451-77767,
Fax: +7-38451-77767, e-mail: yuriti@tpu.ru, uti.tpu.ru
ОКПО (National Classification of Enterprises and Organizations):
27631421
Company Number: 10270008920168
VKT/KPP (Code of Reason for Registration)
7018007264/423002001, БИК 043207001

Министерство образования и науки Российской Федерации
федеральное государственное автономное образовательное
учреждение высшего образования
«Национальный исследовательский
Томский политехнический университет» (ТПУ)
Юргинский политехнический институт (филиал) федерального государственного
автономного образовательного учреждения высшего образования
«Национальный исследовательский
Томский политехнический университет» (ЮПИ ТПУ)
Ленинградская, ул., д.26, г. Юрга, 652055, Россия
тел: +7-38451-77767,
факс: +7-38451-77767, e-mail: yuriti@tpu.ru, uti.tpu.ru
ОКПО 27631421, ОГРН 10270008920168
ИНН/КПП 7018007264/423002001, БИК 043207001

От 30.10.2020 № 127-1/10.03.

Справка о внедрении в учебный процесс материалов диссертации на соискание ученой степени кандидата технических наук Барышевой Александры Евгеньевны

Настоящая справка подтверждает, что в Инженерной школе ядерных технологий Национального исследовательского Томского политехнического университета (ТПУ) внедрены и используются материалы диссертационной работы «Модель, методика и программное обеспечение для формирования портфеля ценных бумаг в условиях ограниченной выборки» Барышевой А.Е., а именно:

1. Основные положения диссертации в виде:
 - материалов первой главы «Современное состояние проблемы формирования портфеля ценных бумаг»;
 - материалов второй главы «Математические модели и подходы, используемые для формирования и управления инвестиционным портфелем ценных бумаг», позволяющие получить оценку матрицы корреляций низко ликвидных активов, а также активов, являющихся новыми на рынке и не обладающими достаточной для анализа историей

используются при проведении лабораторных работ по дисциплине «Финансовая математика», студентами направления 01.04.02 Прикладная математика и информатика

2. Материалы диссертации используются в научно-исследовательских работах преподавателей, аспирантов и студентов Инженерной школы ядерных технологий ТПУ.

Заведующий кафедрой – руководитель Отделения
математики и информатики на правах кафедры,
д. ф.-м. н., профессор



А.Ю. Трифонов

Подпись Трифонова А.Ю. удостоверяю

ЭКСПЕРТ
ОО ШБИП ТПУ
КАБА НОВА Н.Н.

Приложение В. Акт внедрения результатов диссертации в Томском государственном университете систем управления и радиоэлектроники (г. Томск)



УТВЕРЖДАЮ

Проректор по учебной работе ТУСУР

П.В. Сенченко

« 2 » октября 2020

Акт

внедрения в учебный процесс

результатов диссертации Барышевой Александры Евгеньевны

**МОДЕЛЬ, МЕТОДИКА И ПРОГРАММНОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДЛЯ ФОРМИРОВАНИЯ
ПОРТФЕЛЯ ЦЕННЫХ БУМАГ В УСЛОВИЯХ ОГРАНИЧЕННОЙ ВЫБОРКИ**

представленной на соискании ученой степени кандидата технических наук

Комиссия в составе:

председателя Романенко В.В. (и.о. зав. кафедрой АСУ, к.т.н.), членов комиссии Исаковой А.И. (методист каф. АСУ, к.т.н., доцент), Мицеля А.А. (профессор каф. АСУ, руководитель ОПОП магистратуры направления 09.04.01 Информатика и вычислительная техника, профиль Автоматизированные системы обработки информации и управления в экономике, д.т.н.) установила, что:

1. Результаты второй главы диссертации использовались при проведении лабораторных работ по дисциплине «Рынок ценных бумаг» для магистрантов направления 09.04.01 Информатика и вычислительная техника (профиль Автоматизированные системы обработки информации и управления в экономике)
2. Разработанная модель оценки долгосрочной корреляции применяется при проведении научно-исследовательской работы, связанной с разработкой методов управления инвестиционным портфелем.

Председатель комиссии:

Члены комиссии:

/В.В. Романенко/

/А.И. Исакова/

/А.А. Мицель/

Приложение Г. Свидетельство о ГР программы для ЭВМ
№2020660959 от 15 сентября 2020 года

РОССИЙСКАЯ ФЕДЕРАЦИЯ



СВИДЕТЕЛЬСТВО
о государственной регистрации программы для ЭВМ
№ 2020660959

«Программа для ЭВМ подбора совместного вероятностного
распределения случайных величин»

Правообладатель: *Барышева Александра Евгеньевна (RU)*

Автор: *Барышева Александра Евгеньевна (RU)*

Заявка № 2020660210
Дата поступления 06 сентября 2020 г.
Дата государственной регистрации
в Реестре программ для ЭВМ 15 сентября 2020 г.

Руководитель Федеральной службы
по интеллектуальной собственности



Г.П. Ивлиев Г.П. Ивлиев