

**ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«ТОМСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ СИСТЕМ
УПРАВЛЕНИЯ И РАДИОЭЛЕКТРОНИКИ»**

На правах рукописи



Цавнин Алексей Владимирович

**СИНТЕЗ РОБАСТНЫХ РЕГУЛЯТОРОВ ДЛЯ СИСТЕМ С
ИНТЕРВАЛЬНО-ОПРЕДЕЛЕННЫМИ ПАРАМЕТРАМИ,
ГАРАНТИРУЮЩИХ НУЛЕВОЕ ЗНАЧЕНИЕ ПЕРЕРЕГУЛИРОВАНИЯ**

05.13.05 – Элементы и устройства вычислительной техники и систем
управления

ДИССЕРТАЦИЯ
на соискание ученой степени
кандидата технических наук

Научный руководитель
кандидат технических наук, доцент
Замятин Сергей Владимирович

Томск – 2021

ОГЛАВЛЕНИЕ

ВВЕДЕНИЕ.....	6
ГЛАВА 1. АНАЛИЗ ПРЕДМЕТНОЙ ОБЛАСТИ.....	16
1.1. Проблема перерегулирования в системах управления технологическими процессами.....	16
1.2. Параметрическая неопределенность в реальных технических системах	18
1.3. Существующие методы синтеза регуляторов для устранения перерегулирования.....	22
1.4. Применение ПИД-регуляторов	25
1.5. Выводы по главе 1	31
ГЛАВА 2. СИНТЕЗ РЕГУЛЯТОРА ДЛЯ ОБЕСПЕЧЕНИЯ НУЛЕВОГО ПЕРЕРЕГУЛИРОВАНИЯ В КЛАССЕ ЛИНЕЙНЫХ СТАЦИОНАРНЫХ СИСТЕМ	33
2.1. Постановка задачи	33
2.2. Обеспечение вещественности полюсов ПФ ЗС.....	34
2.3. Аналитическое выражение для полюсов ПФ ЗС	42
2.4. Условия обеспечения нулевого перерегулирования системы управления	48
2.6. Обеспечение нулевого перерегулирования с применением ПИ- регулятора	61
2.7. Выводы по главе 2	68
ГЛАВА 3. СИНТЕЗ РЕГУЛЯТОРА ДЛЯ ОБЕСПЕЧЕНИЯ НУЛЕВОГО ПЕРЕРЕГУЛИРОВАНИЯ ДЛЯ КЛАССА СИСТЕМ С ИНТЕРВАЛЬНО- ОПРЕДЕЛЕННЫМИ ПАРАМЕТРАМИ	70

3.1. Формирование отображения МИКГ на плоскость параметров регулятора	70
3.2. Учет влияния интервально-заданного числителя ПФ ОУ на отображение МИКГ в плоскости параметров регулятора	72
3.3. Определение области допустимых значений настроечных коэффициентов регулятора, удовлетворяющей всем членам интервального семейства ПФ ЗС	75
3.4. Параметры ПФ ОУ при интервальном типе неопределенности	78
3.5. Определение значений настроечных коэффициентов ПИД-регулятора	83
3.6. Синтез ПИ-регулятора для ОУ с интервально-определенными параметрами	91
3.7. Методика синтеза регуляторов для систем с интервально-определенными параметрами	99
3.8. Выводы по главе 3	102
ГЛАВА 4. ПРАКТИЧЕСКОЕ ПРИМЕНЕНИЕ РАЗРАБОТАННОЙ МЕТОДИКИ НАСТРОЙКИ ПИД-РЕГУЛЯТОРА В УСЛОВИЯХ ИНТЕРВАЛЬНО-ОПРЕДЕЛЕННЫХ ПАРАМЕТРОВ	103
4.1. Описание роботизированной установки ультразвукового контроля	103
4.2. Анализ исследовательской установки физического подобию и синтез регулятора	106
4.3. Выводы по главе 4	116
ЗАКЛЮЧЕНИЕ	117
ЛИТЕРАТУРА	118
ПРИЛОЖЕНИЕ А	135
ПРИЛОЖЕНИЕ Б	136

ПРИЛОЖЕНИЕ В	137
ПРИЛОЖЕНИЕ Г	140
ПРИЛОЖЕНИЕ Д	142
ПРИЛОЖЕНИЕ Е	143
ПРИЛОЖЕНИЕ Ж	144

СПИСОК ИСПОЛЬЗУЕМЫХ СОКРАЩЕНИЙ

АСУ – автоматизированная система управления

САУ – система автоматического управления

ПФ – передаточная функция

ОУ – объект управления

ЗС – замкнутая система

МИКГ – многопараметрический интервальный корневой годограф

ППП – пакет прикладных программ

ВВЕДЕНИЕ

С точки зрения решения производственных задач системы управления технологическими процессами должны обеспечивать необходимое качество управления с учетом необходимости оптимизации расходов сырья, энергетических ресурсов и безопасности. Качество процесса управления принято оценивать, в частности, по параметрам переходной характеристики: время переходного процесса и перерегулирование. В ряде технологических процессов в химической промышленности, металлообработке, металлургии и др. повышенные требования предъявляются именно к перерегулированию, характеризующему величину превышения уставки управляемой переменной.

Необходимость учета величины перерегулирования обусловлена в ряде случаев негативным влиянием на различные технологические объекты: конвейерные линии, системы управления перемещением и позиционированием, а также некоторые химические и гидравлические процессы [92, 101, 104, 109]. Влияние перерегулирования на качество управления для ряда процессов может быть существенным в такой мере, чтобы основным требованием к качеству регулирования являлось нулевое значение перерегулирования. Требования по нулевому значению перерегулирования предъявляются к процессам обработки материалов в станках с числовым программным управлением (ЧПУ), где даже малое значение перерегулирования может привести к производственному браку, порче сырья и, соответственно, к экономическим потерям. Помимо отрасли машиностроения и обработки материалов, важно отметить, что некоторые производственные системы управления технологическими процессами не имеют функции реверсивного управления и в случае превышения управляемой величины заданной уставки отсутствует возможность принять меры по уменьшению значения управляемой величины. Примерами могут служить системы автоматического регулирования температурой без обратного управления, где в случае перегрева невозможно оказать прямое воздействие

для охлаждения за исключением полного отключения нагревательного элемента. Несмотря на естественное теплоотведение, для ряда химических процессов даже незначительный перегрев может привести либо к снижению качества конечной продукции, либо к сокращению срока эксплуатации технологического оборудования. Таким образом, перерегулирование является существенным фактором влияния на качество регулирования, готовой продукции и безопасности персонала и, соответственно, требует детального изучения и формирования способов его устранения.

Значительное количество работ в области управления посвящено исследованию способов математической формализации проблемы перерегулирования и подходам к его минимизации и устранения. Первые работы в этой области, опубликованные в 60-80-ые года XX века, сформулировали условия расположения нулей и полюсов ПФ, обеспечивающего нулевое значение перерегулирования [18, 22, 47, 79]. В первых работах в области синтеза регуляторов и корректирующих устройств в составе систем управления преобладающими были методы коррекции, основанные на взаимной компенсации нулями регулятора полюсов неизменяемой части системы, которыми обусловлена нежелательная динамика системы управления.

В последующих работах [39, 43], с получением более полного представления о взаимосвязи качества регулирования и расположения нулей и полюсов на корневой плоскости, были сформулированы необходимые и достаточные условия обеспечения нулевого перерегулирования с применением различных подходов к анализу, а также условия монотонности переходных процессов, в т.ч. для случая кратных полюсов.

Несмотря на множество работ в области анализа систем, вопрос синтеза систем управления, обеспечивающих отсутствие перерегулирования, оставался открытым. Варианты решения задачи обеспечения нулевого перерегулирования были представлены в работах [5, 27, 29, 30, 31, 42, 43, 48,

50, 57, 58, 66, 102]. Стоит отметить, что большинство методов синтеза, направленных на обеспечение нулевого перерегулирования построены на основе компенсации полюсов неизменяемой части системы, которые придают системе нежелательную динамику, нулями регулятора.

Немаловажно отметить, что в классической теории автоматического управления параметры моделей технологических объектов и систем управления выражены вещественными фиксированными значениями, однако на практике точное значение параметров и коэффициентов неизвестно и может быть представлено как некоторый допустимый интервал изменения значений того или иного параметра. Изменение параметров системы обусловлено факторами окружающей среды, технологическим износом, погрешностью измерения, а также, в ряде случаев, аспектами функционирования. В том числе, к таким объектам относятся электромеханические системы (ЭМС) с упругими связями. Соответственно, в данном представлении, значения нулей и полюсов ПФ объектов и систем управления представляют собой не точечные фиксированные значения, а некоторые области локализации, имеющие определенные границы. Такие системы относятся к классу систем с интервально-определенными параметрами. Для таких систем методы синтеза, основанные на взаимной компенсации полюсов и нулей ПФ, будут неприменимы для обеспечения робастного управления, т.к. с учетом изменяющихся значений нулей и полюсов ПФ системы взаимная компенсация будет обеспечена частично и, соответственно, в определенных условиях привнесет в систему нежелательную динамику, которая, в свою очередь, скажется на качестве управления.

В условиях параметрической неопределенности ОУ для обеспечения заданных показателей качества управления, применимы два ключевых подхода к синтезу: робастный и адаптивный. В рамках данной диссертационной работы рассматривается робастный подход, т.е. такой,

который позволяет синтезировать регулятор, обеспечивающий устойчивость и заданное качество управления в условиях изменяющихся параметров замкнутой системы без перестройки структуры и параметров регулятора.

Основными существующими подходами к синтезу робастного управления являются методы на основе линейных матричных неравенств (LMI, Linear Matrix Inequalities), синтез на основе H_2 , H_∞ -теорий, робастное оптимальное управление на основе минимаксного подхода, LQ-оптимизации и уравнений Ляпунова, а также μ -синтез и l_1 -подход [86, 100, 102, 103, 116, 117, 118]. Одним из ключевых недостатков синтеза на основе представленных подходов является порядок синтезированного регулятора, который, в большинстве случаев, может существенно превышать порядок ПФ ОУ и, следовательно, существенно усложнять техническую реализацию контура управления.

Другим подходом к анализу и синтезу САУ с параметрической неопределенностью является подход, построенный на основе интервальной математики. Данный подход направлен на формирование таких коэффициентов числителя и знаменателя ПФ ЗС, которые обеспечат устойчивость и нахождение прямых показателей качества регулирования в заданных пределах на всем диапазоне варьирования интервально-определенных параметров.

В работах [2, 3, 13, 14, 15, 16, 35, 62, 64, 75, 85, 97, 99, 107, 110, 111, 114, 115, 133, 124] поставлены и решены задачи исследования интервальных систем на основе корневого и частотного подходов. В более поздних работах [4, 6, 8, 9, 10, 21, 23, 24, 26, 49, 53, 55, 56, 67, 68, 69, 77, 78, 82, 87, 88, 89, 90, 91, 94, 95, 96, 98, 105, 125, 127] рассмотрено влияние полюсов объекта на качество переходных процессов, а также правила описания внешней границы области локализации полюсов ПФ с интервально-определенными параметрами при различных видах неопределенности. На основе сформулированных правил и закономерностей миграции и локализации нулей

и полюсов ПФ с интервально-определенными параметрами были представлены подходы к синтезу ПИД-регуляторов для обеспечения устойчивости.

Работы, посвященные синтезу ПИД-регулятора для систем с интервально-определенными параметрами, уделяют особое внимание вопросам стабилизации, т.е. обеспечения устойчивости на всем диапазоне изменения параметров системы и обеспечения желаемого значения степени устойчивости на основе теоремы Харитонова [17, 19, 33, 52, 59, 60, 70, 74, 119, 120]. В контексте прямых показателей качества регулирования, в частности, перерегулирования, в работах [22, 46] показаны подходы и методы обеспечения лишь некоторого допустимого значения, однако не полного его устранения.

Цель и задачи исследования. Цель диссертационной работы состоит в разработке методики параметрического синтеза регуляторов в составе систем управления с интервально-определенными параметрами, обеспечивающих нулевое перерегулирование на всем диапазоне изменения параметров системы.

Поставленная цель предопределяет решение следующих задач:

- в классе линейных стационарных систем управления сформулировать аналитические ограничения на область допустимых значений настроечных коэффициентов регулятора, гарантирующего нулевое перерегулирование ЗС;
- на основе сформулированных ограничений на значения настроечных коэффициентов регулятора для линейных стационарных систем управления произвести масштабирование математического аппарата для систем управления с интервально-определенными параметрами;
- сформулировать параметрическую методику синтеза регуляторов в составе систем управления с интервально-определенными параметрами, обеспечивающих нулевое значение перерегулирования.

Объектом диссертационного исследования являются системы управления с интервально-определенными параметрами.

Предметом диссертационного исследования является синтез регуляторов для систем управления с интервально-определенными параметрами, обеспечивающих нулевое перерегулирование.

Методы исследования. Реализация сформулированных задач и достижение поставленной цели диссертационной работы осуществлялись на основе анализа существующих теоретических и практических разработок, имеющих отношение к исследуемой области. Для получения теоретических результатов применялись методы теории автоматического управления, дифференциального исчисления, математическое моделирование в среде Simulink. Для разработки ПО для автоматизации методики параметрического синтеза был использован ППП Matlab 2019b. Отдельные теоретические результаты были подтверждены экспериментально на лабораторной и производственной установках.

Научная новизна

- Получены математические соотношения значений настроечных коэффициентов регуляторов, гарантирующих нулевое значение перерегулирования для линейных стационарных систем управления, отличающиеся аналитическим построением границ областей значений настроечных коэффициентов регуляторов, обеспечивающих нулевое значение перерегулирования.
- Предложена методика отображения многопараметрического интервального корневого годографа (МИКГ) на плоскости зависимостей значений настроечных коэффициентов регуляторов, отличающаяся аналитическим построением границ областей настроечных коэффициентов регуляторов, за счет использования только двух передаточных функций из интервального семейства, обеспечивающих отсутствие выхода управляемой величины за величину уставки.

– Разработан алгоритм параметрического синтеза регуляторов для систем управления с интервально-определенными параметрами, отличающийся гарантией обеспечения нулевого значения перерегулирования в системе управления на всем диапазоне значений интервально-определенных параметров объектов управления.

Защищаемые положения:

– Математические соотношения значений настроечных коэффициентов регуляторов, которые позволяют аналитически получить ограниченные области значений настроечных коэффициентов регуляторов, гарантирующих нулевое значение перерегулирования в линейных стационарных системах управления.

Соответствует пункту 1 паспорта специальности: Разработка научных основ создания и исследования общих свойств и принципов функционирования элементов, схем и устройств вычислительной техники и систем управления.

– Методика отображения МИКГ на плоскости параметров регуляторов, которая позволяет построить области настроечных коэффициентов регуляторов, за счет использования только двух передаточных функций из интервального семейства, обеспечивающих отсутствие выхода управляемой величины за величину уставки. Соответствует пункту 1 паспорта специальности: Разработка научных основ создания и исследования общих свойств и принципов функционирования элементов, схем и устройств вычислительной техники и систем управления.

– Алгоритм параметрического синтеза регуляторов для систем управления с интервально-определенными параметрами, позволяющих обеспечить нулевое значение перерегулирования в системе управления при изменении значений параметров ОУ в пределах определенных интервалов. Соответствует пункту 2 паспорта специальности: Теоретический анализ и экспериментальное исследование функционирования элементов и устройств вычислительной техники и систем управления в нормальных и специальных

условиях с целью улучшения технико-экономических и эксплуатационных характеристик.

Достоверность полученных результатов

Достоверность результатов и выводов работы обеспечивается строгостью используемых математических методов, непротиворечивостью результатов и выводов с ранее полученными данными исследований, а также результатами натурного эксперимента на лабораторной и производственной установках.

Практическая значимость диссертационного исследования

Полученные в ходе исследования результаты позволяют устранить перерегулирование в различных системах управления с интервально-определенными параметрами технологическими процессами. Разработанная методика синтеза регуляторов реализована в виде зарегистрированного программного приложения, позволяющего инженерам осуществлять необходимые расчеты.

Полученные результаты применены в задаче устранения перерегулирования в системе управления уровнем жидкости в установке неразрушающего контроля (АО НИИЭФА, г. Санкт-Петербург). Кроме того, результаты внедрены в учебный процесс Отделения автоматизации и робототехники Томского политехнического университета (ОАР ТПУ) в рамках дисциплины «Моделирование систем управления» для изучения и апробации различных методов и подходов к синтезу регуляторов в составе систем управления. Кроме того, результаты диссертации использованы в ФГБОУ ВО «ГУСУР» при выполнении государственного задания Министерства науки и высшего образования РФ, проект FEWM-2020-0036 «Методическое и инструментальное обеспечение принятия решений в задачах управления социально-экономическими системами и процессами в гетерогенной информационной среде».

Внедрение

Полученные результаты внедрены в АО НИИЭФА им. Д.В. Ефремова (г. Санкт-Петербург), а также в учебный процесс Национального исследовательского Томского политехнического университета. Представленные внедрения подтверждаются соответствующими актами.

Апробация

Научные результаты докладывались на следующих российских и международных научно-практических конференциях: XIX Всероссийская конференция молодых учёных по математическому моделированию и информационным технологиям (Кемерово 2018), Всероссийская научно-практической конференции студентов, аспирантов и молодых ученых «Х Камские чтения» (Набережные Челны 2018), Международная научно-практическая конференция «Электронные средства и системы управления» (Томск 2018), XVI Международная научно-практическая конференция студентов, аспирантов и молодых учёных «Молодежь и современные информационные технологии», 3-7 декабря 2018 (Томск 2018), 14th International Forum on Strategic Technology (IFOST-2019), October 14-17 2019 (Tomsk, Russia), The 11th International Congress On Ultra Modern Telecommunications And Control Systems 2019 October 28-30 2019, (Dublin, Ireland).

Публикации

Основные результаты по теме диссертации изложены в 11 печатных публикациях. 3 публикации изданы в журналах, рекомендованных ВАК, 4 тезиса докладов на русском языке, 3 публикации, проиндексированные в базе Scopus, в том числе статья в журнале второго квартиля (Q2), а также свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ.

Личный вклад автора

Автором сформулированы аналитические ограничения на значения настроечных коэффициентов регуляторов в составе линейных стационарных

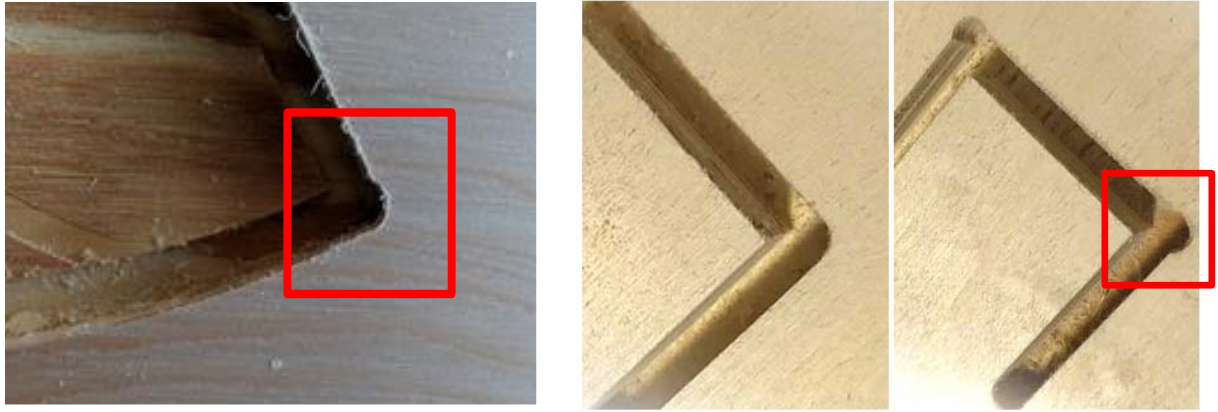
систем управления для ОУ с ПФ второго порядка, гарантирующие вещественные значения полюсов ПФ ЗС, а также аналитические ограничения на значения настроечных коэффициентов регуляторов, обеспечивающие отсутствие перерегулирования. Полученные результаты в общем виде расширены на класс систем управления с интервально-определенными параметрами, сформулированы дополнительные ограничения, обусловленные интервальным характером параметров ОУ. С учетом полученных результатов разработана методика расчета настроечных коэффициентов регуляторов, обеспечивающего нулевое перерегулирование для систем управления с интервально-определенными параметрами. Автором разработано ПО для автоматизации сформулированной методики.

ГЛАВА 1. АНАЛИЗ ПРЕДМЕТНОЙ ОБЛАСТИ

В данной главе диссертационного исследования приводится литературный обзор методов и подходов к устранению перерегулирования в системах управления, рассмотрены недостатки и несовершенства существующих решений. Кроме того, рассматривается класс систем с интервально-определенными параметрами вместе с существующими для них подходами и методами управления.

1.1. Проблема перерегулирования в системах управления технологическими процессами

Для ряда технологических процессов наиболее приоритетным по требованиям к качеству управления является значение перерегулирования. Перерегулирование может оказывать отрицательный эффект на качество изготовленной продукции и уровень безопасности. В системах управления перемещения режущего инструмента в станках с численно-программным управлением (ЧПУ) [92, 101, 109] не допускается ненулевое значение перерегулирования, т.к. даже малое значение перерегулирования приводит к нарушению технологии изготовления и к производственным дефектам, а, следовательно, к экономическим потерям для производства. На рисунке 1.1.1. представлены примеры, демонстрирующие отрицательный эффект наличия перерегулирования в системе управления перемещения режущего инструмента во фрезерных станках, что приводит к характерным дефектам



а)

б)

в)

Рис. 1.1.1 – Примеры производственных дефектов, вызванных наличием перерегулирования во фрезерных станках

На рисунке 1.1.1.а видно, что перерегулирование в системе перемещения при резке паза привело к характерному выступающему закруглению, не предусмотренному техническим заданием. Рисунки 1.1.1.б и 1.1.1.в также демонстрируют результат резки паза без перерегулирования и при его наличии.

Другими примерами систем управления, в которых наличие перерегулирования может привести к нарушению технологии, являются системы автоматического управления дозированием в различных отраслях промышленного производства, включая пищевую, водоочистную, производство ДСП и прочие. Особенностью подобных систем является отсутствие возможности реверсивного управления, для которых справедливо:

$$\exists U(t) \forall t > 0 : U(t) > 0,$$

где $U(t)$ – сигнал управления.

У такого рода систем управления отсутствует возможность изменения знака сигнала управления $U(t)$ для уменьшения значения выходной величины. В данном случае, превышение уставки приводит к ненулевому

значению статической ошибки и далее к нарушению технологий изготовления или к аварийным ситуациям. Примером таких систем могут быть контуры автоматического регулирования уровня по притоку, функциональная схема которого приведена на рисунке 1.1.2.

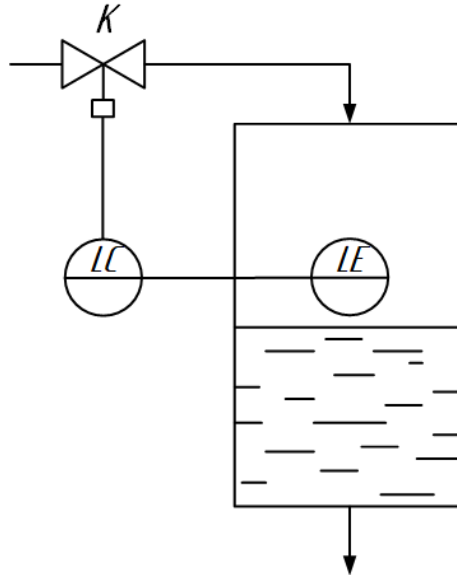


Рис. 1.1.2 – Функциональная схема управления уровнем по притоку

На рисунке 1.1.2: К – регулирующий клапан, LE – измеритель уровня, LC – регулятор.

Таким образом, можно сказать, что проблема устранения перерегулирования в системах автоматического управления является важной для ряда технологических процессов и производств.

1.2. Параметрическая неопределенность в реальных технических системах

Для систем управления технологическими процессами характерно наличие параметрической неопределенности ОУ и, соответственно, для задач

синтеза регулятора разработчику необходимо иметь количественные оценки интервалов варьирования данных параметров.

Наиболее явно варьирование параметров ОУ наблюдается в различного рода электромеханических системах с упругими тросовыми связями, транспортерах для полотен различного материала (бумага, ткань, пленки и т.п.). Кроме того, параметрическая неопределенность в ОУ проявляется в условиях перепадов температуры, влажности, давления и иных изменяющихся параметров окружающей среды, механического износа технологического оборудования, а также различных шумов аддитивного характера [2, 3, 14, 84, 85, 86, 113]. Кроме того, параметрическая неопределенность проявляется в виду неточного знания модели ОУ, что вызвано погрешностями при идентификации модели, понижением порядка модели для упрощения процедуры синтеза системы управления, а также аппроксимацией различных видов нелинейностей, например, гистерезиса, сухого трения и т.д.

Одним из наиболее наглядных и распространенных методов представления систем с параметрической неопределенностью являются системы с интервально-определенными параметрами, в которых значения коэффициентов передаточной функции представлены не точечными значениями, а некоторым интервалом, в пределах которого имеет место быть изменение параметров системы [1, 2, 3]. Согласно [14,16, 107 113], в разделе теории автоматического управления, посвященному анализу и синтезу систем с параметрической неопределенностью, выделяется 4 ключевых типа неопределенности.

1) *Интервальная неопределенность*. При данном типе неопределенности интервально-заданными параметрами являются непосредственно коэффициенты при степенях полиномов числителя и знаменателя ПФ системы. Общий вид ПФ при данном типе неопределенности может быть представлен в виде

$$W(s) = \frac{N(s)}{D(s)} = \frac{\sum_i^m [b_i] s^i}{\sum_j^n [a_j] s^j},$$

где $\underline{a}_j \leq a_j \leq \overline{a}_j$, $\underline{b}_j \leq b_j \leq \overline{b}_j$, $m \leq n$, $N(s)$, $D(s)$ – числитель и знаменатель ПФ.

С одной стороны, интервальная неопределенность, на практике, встречается редко в силу того, что непосредственно коэффициенты при степенях не имеют физического смысла, с другой стороны, в случае подхода к получению математической модели систем и объектов по принципу «черный ящик», при котором получение модели осуществляет по реакции на некоторое известное воздействие (ступенчатое, синусоидальное и т. д.), подобное представление ПФ вполне обосновано.

2) *Аффинная неопределенность.* Данный тип неопределенности позволяет учитывать влияние сразу нескольких интервальных параметров на коэффициенты полинома. Пусть заданы интервальные параметры q_i , $i = \overline{1, k}$. Общий вид ПФ при аффинной неопределенности может быть представлен как

$$W(s) = \frac{N(s)}{D(s)} = \frac{\sum_i^m b_i(q) s^i}{\sum_j^n a_j(q) s^j}, \quad b_i(q) = \sum_{l=1}^k C_l q_l, \quad a_j(q) = \sum_{l=1}^k C_l q_l,$$

где C_l – некоторые вещественные коэффициенты, среди которых хотя бы один не равен нулю. Иными словами, коэффициент при степени s представляет собой линейную комбинацию интервальных параметров.

3) *Полилинейная неопределенность.* Данный тип неопределенности также позволяет учитывать влияние сразу нескольких интервальных параметров на коэффициенты полинома, но в отличие от аффинной неопределенности,

допускает произведение интервальных параметров и полиномов первой степени относительно одного из интервальных параметров при фиксированном значении других параметров.

4) *Полиномиальная неопределенность*. Данный тип неопределенности подразумевает полиномиальную зависимость хотя бы одного из интервальных параметров, т.е. общий вид ПФ при полиномиальной неопределенности может быть представлен как

$$W(s) = \frac{N(s)}{D(s)} = \frac{\sum_i^m b_i(q) s^i}{\sum_j^n b_j(q) s^j},$$

где $b_i(q)$, $a_j(q)$ – произвольные функции от интервальных параметров q_i , $i = \overline{1, k}$.

В ряде случаев для задач синтеза, а также некоторых задач анализа, сложные типы неопределенности (полилинейная и полиномиальная) сводятся к более простым видам: интервальная и аффинная, с применением правил интервальной арифметики. В контексте некоторых практических задач, где структура ОУ имеет неопределенность, получение математической модели осуществляется на основе активной идентификации [71], т.е. вычисление коэффициентов при степенях ПФ ОУ осуществляется по реакции на известное входное воздействие. В данном случае при структуре ОУ любой сложности, параметрическая неопределенность его модели будет иметь интервальный характер.

1.3. Существующие методы синтеза регуляторов для устранения перерегулирования

Проблеме минимизации и устранения перерегулирования посвящен целый ряд научно-исследовательских работ как зарубежных, так и отечественных ученых [27, 28, 29, 30, 31, 32, 34, 36, 39, 43, 47]. Одним из ключевых подходов является определение конфигурации взаимного расположения нулей и полюсов ПФ системы, обеспечивающей требуемые прямые показатели качества переходного процесса. В работе [47] показаны общие тенденции изменения показателей качества управления при движении нулей и полюсов ПФ системы управления.

Дальнейшие исследования [39] позволили обобщить правила взаимного расположения нулей и полюсов, обеспечивающего нулевое значение перерегулирования.

1. Каждому вещественному нулю z_i должен быть сопоставлен вещественный полюс λ_i такой, что $\lambda_i > z_i$.
2. Каждой паре комплексно-сопряженных нулей $-\alpha \pm j\omega$, располагающихся в отрицательной комплексной полуплоскости, требуется три отрицательных вещественных полюса λ_1, λ_2 и λ_3 , удовлетворяющих условиям $-\alpha - |\omega| < \lambda_2 < -\alpha + |\omega|$, $\lambda_1 - \lambda_2 = \lambda_2 - \lambda_3$, или два отрицательных вещественных полюса λ_1 и λ_2 , для которых справедливо, что $\lambda_1 + \lambda_2 > 2\alpha$.
3. Оставшиеся полюсы принимаются отрицательными и вещественными и располагаются произвольно в отрицательной комплексной полуплоскости.

На основе данных результатов в работе [43] для системы с ПФ третьего порядка в общем виде были получены необходимые и достаточные условия расположения нулей и полюсов для обеспечения нулевого перерегулирования

при всех возможных сочетаниях полюсов ПФ, включая кратность, в том числе, для обеспечения монотонного характера переходной характеристики.

Несмотря на наличие обоснованных формулировок правил взаимного расположения нулей и полюсов ПФ системы управления, авторами упомянутых выше работ не были рассмотрены задачи синтеза корректирующих устройств, которые обеспечивают конфигурацию нулей и полюсов ПФ СУ, обеспечивающих нулевое перерегулирование. В ряде последующих работ основным предметом исследования являлся синтез регулятора, обеспечивающего нулевое значение перерегулирования. В частности, в [32, 34, 36] обсуждается выбор нулей регулятора с учетом наличия внешних возмущений, однако представленный подход приводит к синтезу регулятора высокого порядка, в ряде случаев превышающий порядок ПФ ОУ, что усложняет структуру системы управления, делает ее более чувствительной к различного рода возмущениям и усиливает влияние изменения параметров системы на показатели качества регулирования.

Иные варианты решения задачи обеспечения нулевого перерегулирования также представлены в серии работ [27, 28, 29, 30, 31], где авторами предложен способ расчета коэффициентов числителя регулятора на основании выражения импульсной характеристики. В этих работах стоит отметить существенный недостаток, обусловленный результатами процедуры синтеза, которые обеспечивают взаимную компенсацию нулей и полюсов ПФ СУ. Однако с учетом неточностей моделирования, а также изменяющихся технологических условий функционирования имеет место миграция нулей и полюсов ПФ системы, что уже не будет гарантировать взаимную компенсацию, а наоборот, привнесит в систему дополнительную динамику, которая, в свою очередь, может негативно сказаться на качестве управления.

Другим решением проблемы перерегулирования является подбор корректирующего устройства с постоянной времени, значительно превышающей постоянную времени ОУ, в частности, использование

статических регуляторов. Подобный подход повышает робастность системы и обеспечивает монотонный переходный процесс, однако переходная характеристика будет иметь ненулевое значение статической ошибки, а также существенные потери в плане быстродействия. Стоит отметить, что задачи минимизации перерегулирования и повышения быстродействия системы управления являются компромиссными задачами, т.е. повышение степени робастности увеличивает время отклика выходной управляемой величины. В работе [46] был представлен подход к настройке аperiodического регулятора, минимизирующего перерегулирование на основе аффинной минимаксной задачи с учетом времени переходного процесса для дискретизированной модели. В данном исследовании, с помощью методов линейного программирования продемонстрировано, что с уменьшением значения перерегулирования имеет место линейный рост времени переходного процесса. Стоит отметить, что представленный подход не гарантирует обеспечение нулевого значения перерегулирования, а также в ряде случаев, результатом синтеза является регулятор высокого порядка. Кроме того, следует упомянуть о результатах, представленных в работе [32], где авторами предложен подход к синтезу астатического регулятора для минимально-фазовой линейной системы, гарантирующего нулевое значение перерегулирования.

Говоря о проблемах и задачах робастного синтеза, современная наука об управлении отличается широтой различных методик. Робастное управление обеспечивает в системах устойчивость, заданный режим функционирования, а также требуемые показатели качества при параметрической неопределенности различной природы (неточность измерения, износ, внешние факторы) при их различной скорости изменения [20, 61, 70, 113].

Метод *LMI (Linear Matrix Inequality)*, основанный на решении линейных матричных неравенств, предполагает описание объекта на основе модели в пространстве состояний и задании областей возможных изменений

параметров системы [83, 113]. Отметим, что для заданных областей не может гарантироваться нахождение регулятора, удовлетворяющего требованиям робастности и заданным показателям качества (быстродействие, точность, энергозатраты) системы.

Получившие развитие методы робастного оптимального управления, которые основаны на минимаксном подходе, уравнениях Ляпунова [65, 102, 113,] могут быть реализованы как при описании объекта соотношениями «вход-выход», так и в пространстве состояний. Попытки учета требований робастности при синтезе САУ в рамках H_2 , H_∞ -теорий, μ -синтеза, LMI- и l_1 -подходов [99, 100, 102, 112, 116, 117, 118] могут приводить к нерациональным техническим решениям в виде избыточных регуляторов с собственной повышенной чувствительностью и предпочтительной настройкой на определенные виды возмущений.

На основании обзора существующих методов и подходов к синтезу управления в условиях параметрической неопределенности справедливо заключить, что применение сложных комплексных методов теории автоматического управления (адаптивное управление и методы робастного управления) для разработчиков систем управления в большинстве случаев является менее предпочтительным.

Соответственно, актуальным является расширение перечня подходов к синтезу регуляторов типовой структуры, в частности, пропорционально-интегральной (ПИ) и пропорционально-интегро-дифференциальной (ПИД).

1.4. Применение ПИД-регуляторов

Попытки учета требований робастности при синтезе САУ с применением усовершенствованных методов и подходов, упомянутых ранее, могут приводить к нерациональным техническим решениям, характеризваемым появлением избыточных регуляторов с размерностью,

превышающих размерность объекта управления, и повышенной чувствительностью системы к вариациям уже собственных параметров управляющего устройства. Это заставляет специалистов либо ориентироваться на еще более сложные алгоритмы адаптивного управления, либо использовать для управления реальными объектами типовые регуляторы, синтезируя их традиционными инженерными методами с теми или иными модификациями.

Наиболее распространенным и наименее сложным в плане разработки являются ПИД-регулятор с его различными модификациями. В настоящее время существует ряд различных методов и подходов к синтезу ПИД-регулятора [12, 63, 71, 76]. Регуляторы данной структуры позволяют обеспечить соответствие системы управления заданным показателям качества, в т.ч. время переходного процесса, величина перерегулирования, запасы устойчивости и т.д.

Общеизвестные типовые методы настройки регулятора такие, как Циглера-Никольса с его модификациями, Коэна-Куна, Шубладзе, Астрёма-Хагглюнда, Чена-Хронеса-Ресвика и ряд других, как правило, обеспечивают лишь устойчивое начальное приближение для настроечных коэффициентов регулятора и для обеспечения требуемых показателей качества требуется дополнительная подстройка коэффициентов либо с использованием дополнительных методик, либо итеративно.

Одним из первых и наиболее распространенных методов настройки регулятора является метод Циглера-Никольса. На основании значений параметров ПФ ОУ $W(s)$ вида

$$W(s) = \frac{K}{Ts + 1} e^{-\tau s},$$

где T – постоянная времени ОУ, K – коэффициент усиления ОУ, τ – время запаздывания, согласно таблице 1.4.1, осуществляется расчет значений настроечных коэффициентов П-, ПИ- и ПИД-регуляторов.

Таблица 1.4.1 – Расчетные формулы для настроечных коэффициентов регуляторов согласно методу Циглера-Никольса

	K	I	D
П-регулятор	$\frac{T}{k\tau}$		
ПИ-регулятор	$\frac{0,9T}{k\tau}$	$\frac{0,3T}{k\tau^2}$	
ПИД-регулятор	$\frac{1,2T}{k\tau}$	$\frac{0,6T}{k\tau^2}$	$\frac{0,6T}{k}$

Стоит отметить, что представленный метод позволяет сформировать лишь некоторое устойчивое начальное состояние системы управления, характеризуемое высоким значением перерегулирования и степенью колебательности, а ЗС характеризуется повышенной чувствительностью к вариации параметров. Соответственно, для обеспечения необходимых показателей качества требуется дополнительная подстройка коэффициентов либо с использованием дополнительных методик, либо итеративно. Более поздние модификации методов настройки регуляторов, в т.ч. уточненный метод Циглера-Никольса, метод Коэна-Куна, Чена-Хронеса-Ресвика, позволяют получить более точный результат, однако, в большинстве случаев требуют дополнительной подстройки и применяются для синтеза систем управления, которым не предъявляются высокие требования к прямым показателям качества. Для обеспечения более высокого качества управления часто применяются методы синтеза на основе численной оптимизации [7, 37, 51, 54]. В основе данной категории методов расчета значений коэффициентов ПИД-регулятора лежит задача минимизации интеграла квадрата ошибки регулирования (интегральная квадратичная оценка (ISE, *Integral Square*

Error)) или взвешенной по времени интегральной оценке (ИТАЕ, *Integral Time Absolute Error*) [7, 37, 51, 54], определяемым как

$$ISE = \int_0^{\infty} (\varepsilon(t))^2 dt, \quad ITAE = \int_0^{\infty} t |\varepsilon(t)| dt,$$

где $\varepsilon(t)$ – ошибка регулирования, t – время.

Взвешенная по времени оценка применяется в силу того, что начальное значение рассогласования при ступенчатом воздействии достаточно велико и для ряда задач управления разумно использовать в расчетах взвешенное значение. В работах [7, 37, 51, 54] представлены методы и подходы к синтезу регуляторов типовой структуры, построенные на основе минимизации интегральных критериев качества.

Другими методами синтеза регулятора на основе решения задач оптимизации являются методы модульного и симметричного оптимума. В частности, для достижения критерия модульного оптимума в работах [41, 72, 73] предложен подход на основе многократного интегрирования или метод моментов. Пусть ПФ ОУ имеет вид

$$W_{OY}(s) = K \frac{\sum_{i=1}^m b_i s^i + 1}{\sum_{j=1}^n a_j s^j + 1} e^{-\theta s}.$$

Интегрируя переходную характеристику разомкнутой системы при ступенчатом воздействии $\Delta U(t)$, получим значения вспомогательных переменных для расчета коэффициентов регулятора

$$K = y_0(\infty);$$

$$A_1 = y_1(\infty);$$

$$A_2 = y_2(\infty);$$

$$A_2 = y_2(\infty);$$

....

$$y_0 = \frac{y(t) - y(0)}{\Delta U};$$

$$y_i = \int_0^t [A_{i-1} - y_{i-1}(\tau)] d\tau.$$

Для системы управления будет достигнут модульный оптимум с регулятором, настройки которого получены на основании формул вида

$$P = \frac{A_3}{2(A_1 A_2 - A_3 K - T_D A_1^2)};$$

$$T_I = \frac{A_3}{A_2 - T_D A_1};$$

$$T_D = \frac{A_3 A_4 - A_2 A_5}{A_3^2 - A_1 A_5},$$

где P , T_I и T_D – коэффициенты пропорциональности, интегрирования и дифференцирования ПИД-регулятора, соответственно. В случае использования ПИ-регулятора параметр T_D принимается равным нулю.

В целом, можно выделить методы синтеза ПИД-регулятора на основе формирования функции чувствительности и комплементарной функции чувствительности исходя из требований к показателям качества, а также к подавлению шума измерений и внешних возмущений; методы синтеза на базе H_∞ с ограничением на структуры регулятора и ряд других. На сегодняшний день насчитывается более сотни патентов на программные и аппаратные

реализации методов автоматической и полуавтоматической настройки ПИД-регулятора [76].

Отдельный пласт исследований в области систем управления посвящен синтезу робастных ПИД-регуляторов, которые, помимо гарантированной устойчивости, обеспечивают также и робастность по заданным показателям качества регулирования. Анализируя работы отечественных и зарубежных исследователей по данной тематике, можно заметить, что большая часть работ посвящена именно задаче стабилизации системы управления во всех режимах при всем разбросе параметров.

Одним из способов представления объектов и систем управления, учитывающих разброс параметров, является интервальное представление [35, 113, 133, 134]., т.е. коэффициенты ПФ определяются как некоторый известный вещественный интервал [134, 135]. Интервалом называется замкнутый отрезок вещественной оси, а интервальная неопределённость — это состояние неполного (частичного) знания об интересующей величине, когда известна лишь её принадлежность некоторому интервалу, т. е. когда возможно указать лишь границы возможных значений этой величины или, иными словами, пределы ее изменения [134, 135]. Запись интервалов имеет вид: $[\underline{a}; \bar{a}]$, где \underline{a} и \bar{a} – нижняя и верхняя границы интервала изменения некоторого параметра a [113, 133, 134].

Для класса систем с интервально-определенными параметрами одним из наиболее известных подходов является стабилизация вершинных характеристических полиномов, которые являются полиномами Харитонова [113]. Согласно теореме Харитонова [123], для обеспечения устойчивости *интервального семейства полиномов* необходимо и достаточно обеспечить устойчивость 4 полиномов вида:

$$P_1(s) = \underline{a}_0 + \underline{a}_1 s + \overline{a}_2 s^2 + \overline{a}_3 s^3 + \dots$$

$$P_2(s) = \overline{a}_0 + \underline{a}_1 s + \underline{a}_2 s^2 + \overline{a}_3 s^3 + \dots$$

$$P_3(s) = \overline{a}_0 + \overline{a}_1 s + \underline{a}_2 s^2 + \underline{a}_3 s^3 + \dots$$

$$P_4(s) = \underline{a}_0 + \overline{a}_1 s + \overline{a}_2 s^2 + \underline{a}_3 s^3 + \dots$$

Говоря о корневых показателях качества регулирования, т.е. степени устойчивости и степени колебательности, в работах [16, 21, 23, 24, 26, 49, 67, 87, 88, 98, 108, 114, 115, 119, 120] сформулированы методики синтеза П-, ПИ- и ПИД-регуляторов, обеспечивающих заданные корневые показатели качества, а также гарантировали аperiodический вид переходной характеристики системы управления. Представлены подходы к максимизации степени робастной устойчивости [81, 82], в т.ч. в условиях наличия интервальной неопределенности в звене запаздывания. Результаты, представленные в [21, 59, 60, 68, 69, 94, 95], были посвящены прямым показателям качества регулирования, а именно быстродействию и перерегулированию. Используя взаимное расположение нулей и полюсов ПФ ЗС, были сформулированы методы гарантирующие с некоторой точностью значения времени переходного процесса и значения перерегулирования, которые не превышают значения данных параметров, заданных требованиями.

В целом, несмотря на достаточно большое количество работ в области синтеза интервальных систем управления, не представлено методов синтеза, гарантирующих нулевое значение перерегулирования в условиях параметрической неопределенности.

1.5. Выводы по главе 1

1. Для ряда технологических процессов значение перерегулирования является критически важным прямым показателем качества и его ненулевое значение приводит к нарушению производственной технологии, а также

может вывести систему на предельные режимы, близкие к аварийным. Следовательно, для ряда САУ наличие перерегулирования является недопустимым, что должно быть учтено разработчиком при синтезе системы управления.

2. Одной из наиболее существенных проблем систем управления является наличие параметрической неопределенности, которое обусловлено целым рядом факторов, в т.ч. условиями функционирования, погрешностями идентификации и, соответственно, неточным знанием математической модели ОУ. Данная проблематика актуализирует необходимость применения расширенных методов теории управления, в данном случае робастных подходов к синтезу регуляторов в составе систем управления.

3. Анализ методов и подходов к синтезу регуляторов показывает, что в рамках задачи обеспечения нулевого перерегулирования представлено достаточное множество вариантов. Однако, большинство из них не может быть применено в контексте робастного синтеза по причине использования в своей основе механизма взаимной компенсации нулей и полюсов, что в условиях переменных параметров не только не обеспечит выполнение требований по показателям качества, но и внесет в систему нежелательную динамику. С другой стороны, также существуют методы и подходы к синтезу, которые, напротив, гарантируют робастность по тем или иным критериям, но, в свою очередь, приводят к сложным с технической точки зрения решениям, в т.ч. к структурным изменениям в системе управления и применению регуляторов высоких порядков.

Таким образом, несмотря на множество различных методов и подходов к синтезу регуляторов, которые обеспечивают выполнение различных показателей качества и определенную степень робастности, существует необходимость в синтезе регуляторов типовой структуры, гарантирующих нулевое значение перерегулирования в системе управления в условиях параметрической неопределенности.

ГЛАВА 2. СИНТЕЗ РЕГУЛЯТОРА ДЛЯ ОБЕСПЕЧЕНИЯ НУЛЕВОГО ПЕРЕРЕГУЛИРОВАНИЯ В КЛАССЕ ЛИНЕЙНЫХ СТАЦИОНАРНЫХ СИСТЕМ

В данной главе диссертационного исследования рассматривается формулировка ограничений, накладываемых на значения настроечных коэффициентов регуляторов линейных стационарных САУ на основе обобщенных условий нулевого перерегулирования с соответствующими численными примерами, подтверждающими теоретические результаты.

2.1. Постановка задачи

Пусть задана типовая структура системы управления, состоящая из регулятора, ОУ и измерителя, представленная на рис. 2.1.1.

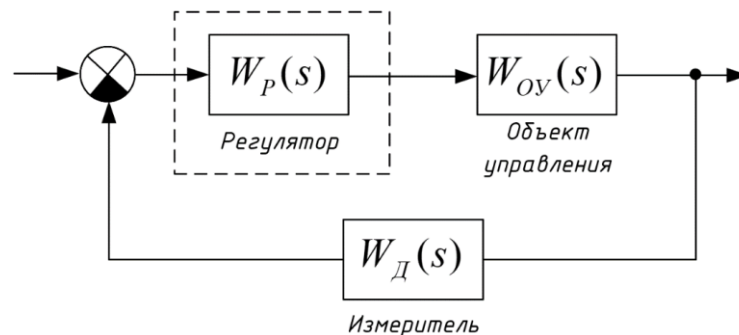


Рис. 2.1.1 – Структурная схема системы управления

На рис. 2.1.1. $W_P(s) = \frac{Ds^2 + Ks + I}{s}$ – ПФ классического ПИД-регулятора,

$W_{OY}(s)$ – ПФ ОУ, $W_D(s)$ – ПФ датчика в обратной связи.

Одним из ключевых составных элементов типовой системы управления является регулятор, представляющий собой программный алгоритм управления, реализованный на программируемых логических контроллерах

(ПЛК) или иных вычислительных системах для воздействия на различные исполнительные механизмы и, соответственно, на технологический процесс с целью обеспечения требуемых показателей качества управления.

Пусть объект управления имеет вид

$$W(s) = \frac{K_p}{s^2 + 2\alpha s + \alpha^2 + \omega^2}, \quad (2.1.1)$$

где α , ω – действительная и мнимая составляющая комплексно-сопряженных полюсов объекта управления, K_p – коэффициент усиления объекта управления.

Необходимо определить настроечные параметры ПИД-регулятора, обеспечивающие отсутствие перерегулирования в переходной характеристике системы управления.

2.2. Обеспечение вещественности полюсов ПФ ЗС

На основе ключевых теоретических исследований, сформировавших условия нулевого перерегулирования [39], можно сделать вывод о том, что одним из путей решения задачи устранения перерегулирования является обеспечение вещественности полюсов ПФ ЗС. Следовательно, сформируем аналитические ограничения на значения коэффициентов регулятора такие, которые гарантировано обеспечат вещественность полюсов ПФ ЗС.

С учетом вида ПФ ОУ (2.1.1), а также вида ПФ ПИД-регулятора, ПФ замкнутой системы примет вид:

$$W_{CL}(s) = \frac{DK_p s^2 + KK_p s + IK_p}{s^3 + (2\alpha + DK_p)s^2 + (\alpha^2 + \omega^2 + KK_p)s + IK_p}. \quad (2.2.1)$$

Запишем характеристическое уравнение замкнутой системы

$$s^3 + (2\alpha + DK_p)s^2 + (\alpha^2 + \omega^2 + KK_p)s + IK_p = 0 \quad (2.2.2)$$

Для удобства дальнейшего исследования введем в рассмотрение приведенные настроечные коэффициенты D' , K' и I' , полученные путем замены вида $DK_p = D'$, $KK_p = K'$ и $IK_p = I'$. Настроечные коэффициенты регулятора принимаем вещественными положительными значениями. Перепишем (2.2.2) с учетом замены и получим

$$s^3 + (2\alpha + D')s^2 + (\alpha^2 + \omega^2 + K')s + I' = 0. \quad (2.2.3)$$

Характеристическое уравнение замкнутой системы представляет собой кубическое уравнение. Известно, что для того, чтобы корни уравнения принимали вещественные значения, необходимо, чтобы дискриминант уравнения был больше нуля [40]. Запишем выражение для дискриминанта характеристического уравнения (2.2.3) в матричной форме [40]. В общем виде, дискриминант многочлена вида

$$p(x) = x^n + a_{n-1}x^{n-1} + \dots + a_1x + a_0$$

будет определяться как определитель матрицы вида

$$\begin{pmatrix} 1 & a_{n-1} & a_{n-2} & \dots & a_0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 1 & a_{n-1} & \dots & a_1 & a_0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \dots & a_2 & a_1 & a_0 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 1 & a_{n-1} & a_{n-2} & a_{n-3} & a_{n-4} & \dots & a_0 \\ n & (n-1)a_{n-1} & (n-2)a_{n-2} & \dots & a_2 & a_1 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & n & (n-1)a_{n-1} & \dots & a_3 & a_2 & a_1 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & n & \dots & a_4 & a_3 & a_2 & a_1 & 0 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & n & (n-1)a_{n-1} & (n-2)a_{n-2} & (n-2)a_{n-2} & \dots & a_1 \end{pmatrix}$$

Для уравнения (2.2.3) порядка $n=3$, дискриминант D_S будет определяться как определитель матрицы размерностью $2n-1=5$

$$D_S = \begin{vmatrix} 1 & 2\alpha + D' & \alpha^2 + \omega^2 + K' & I' & 0 \\ 0 & 1 & 2\alpha + D' & \alpha^2 + \omega^2 + K' & I' \\ 0 & 0 & 3 & 2(2\alpha + D') & \alpha^2 + \omega^2 + K' \\ 0 & 3 & 2(2\alpha + D') & \alpha^2 + \omega^2 + K' & 0 \\ 3 & 2(2\alpha + D') & \alpha^2 + \omega^2 + K' & 0 & 0 \end{vmatrix}, \quad (2.2.4)$$

Непосредственно выражение для расчета значения дискриминанта будет определяться как определитель матрицы (2.2.4) и, соответственно, примет вид

$$D_S(\alpha, \omega, K', I', D') = (2\alpha + D')^2 (\omega^2 + \alpha^2 + K')^2 - 27I'^2 - 4I'(2\alpha + D')^3 - 4(\omega^2 + \alpha^2 + K')^3 + I'(36\alpha + 18D')(\omega^2 + \alpha^2 + K'). \quad (2.2.5)$$

Даже с учетом того, что параметры α и ω являются известными константами, данная функция имеет три независимые переменные, что усложняет дальнейшее исследование.

Придадим параметрам α , ω и K' произвольные вещественные положительные значения. Следовательно, функция (2.2.5) станет функцией двух переменных D' и I' , для которой можно построить поверхность при $D' > 0$, $I' > 0$. Также в этих же координатных осях проведем плоскость $I' - D' - 0$, чтобы наглядно оценить, где дискриминант принимает положительные значения (рис. 2.2.1)

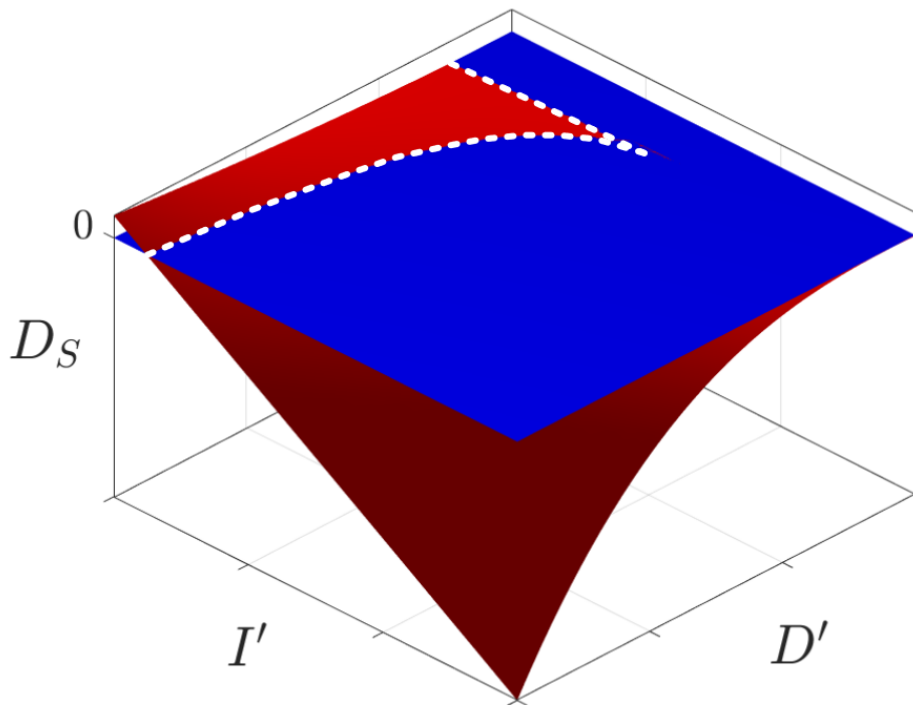


Рис. 2.2.1 – Поверхность второго порядка функции дискриминанта D_S и нулевая плоскость $I' - D' - 0$

Из рисунка 2.2.1 видно, что область положительных значений дискриминанта, при положительных значениях настроечных коэффициентов, ограничена двумя кривыми (выделено белой пунктирной линией). Рассмотрим проекцию положительной части поверхности функции (2.2.5) на плоскость $D' - I'$. Обозначим полученную ограниченную область как Ω . (рис. 2.2.2).

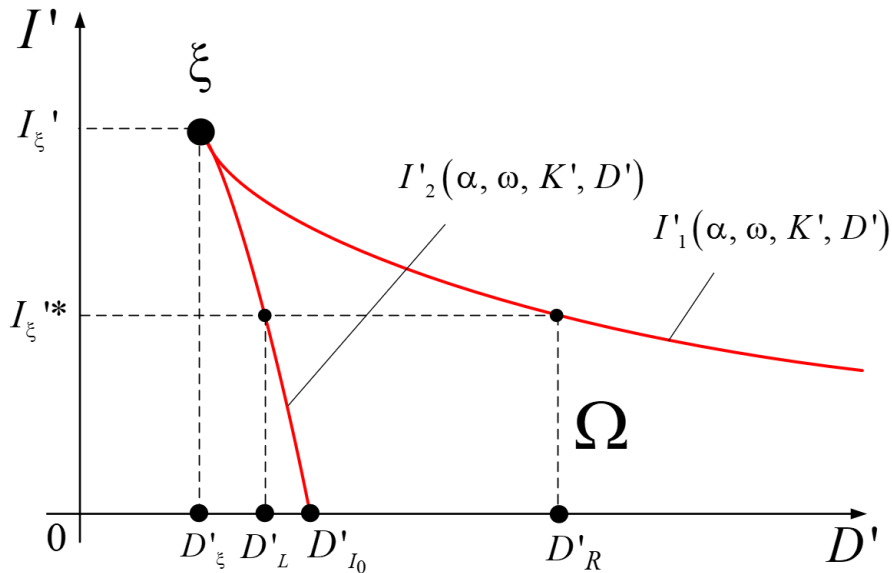


Рис. 2.2.2 – Проекция области положительных значений дискриминанта Ω на плоскость $D'-I'$

Необходимо определить аналитические выражения кривых, ограничивающих область Ω . Выразим из (2.2.5) приведенный коэффициент интегрирования I' . В итоге, получим решение в общем виде, как две функции четырех переменных вида:

$$\begin{aligned}
 I'_1(\alpha, \omega, K', D') = & \frac{18\alpha K' + 9D'K'}{27} + \frac{2\sqrt{(\alpha^2 - 3\omega^2 + 4\alpha D' + D'^2 - 3K')^3}}{27} + \\
 & + \frac{18\omega^2\alpha + 9\omega^2 D' - 12\alpha D'^2}{27} - \frac{15\alpha^2 D' + 2\alpha^3 - 2D'}{27}; \\
 I'_2(\alpha, \omega, K', D') = & \frac{18\alpha K' + 9D'K'}{27} - \frac{2\sqrt{(\alpha^2 - 3\omega^2 + 4\alpha D' + D'^2 - 3K')^3}}{27} + \\
 & + \frac{18\omega^2\alpha + 9\omega^2 D' - 12\alpha D'^2}{27} - \frac{15\alpha^2 D' + 2\alpha^3 - 2D'}{27}.
 \end{aligned} \tag{2.2.6}$$

Из рисунка 2.2.2 видно, что область имеет особую точку, которую обозначим как ξ . Координатами точки ξ являются максимально допустимое значение приведенного коэффициента интегрирования I' и минимально допустимое значение приведенного коэффициента дифференцирования D' при фиксированном приведенном коэффициенте пропорциональности K' для данного ОУ. Смысл данного значения $\xi(D'_\xi, I'_\xi)$ состоит в том, что для того, чтобы обеспечить вещественные значения для полюсов замкнутой системы ОУ второго порядка, приведенный коэффициент интегрирования не должен превышать некоторого значения I'_ξ , а приведенный коэффициент дифференцирования должен быть больше некоторого значения D'_ξ .

Определим координаты точки ξ в общем виде для произвольного объекта управления второго порядка. Для этого приравняем первое и второе выражение в (2.2.6) и выразим из них приведенный коэффициент дифференцирования D' . В результате получим пару функций вида

$$D'_\xi(\alpha, \omega, K') = \begin{cases} -2\alpha + \sqrt{3(\alpha^2 + \omega^2 + K')}; \\ -2\alpha - \sqrt{3(\alpha^2 + \omega^2 + K')}. \end{cases} \quad (2.2.7)$$

Условие сохранения значения приведенного коэффициента дифференцирования D' больше нуля выполняется только для первого выражения в (2.2.7). Подставив полученное выражение в (2.2.6), получим максимально допустимое значения приведенного коэффициент интегрирования I' для заданного ОУ и выбранного приведенного коэффициента пропорциональности K' , которое бы обеспечивало вещественные значения полюсов ПФ ЗС

$$I'_{\xi}(\alpha, \omega, K') = \frac{\sqrt{3(\alpha^2 + \omega^2 + K')^3}}{9}. \quad (2.2.8)$$

Помимо координат точки ξ , другим важным значением будет являться значение приведенного коэффициента дифференцирования, соответствующего $I' = 0$. Приравняв выражение функции $I'_2(\alpha, \omega, K', D')$ к нулю и выразив D' , получим

$$D'_{I_0}(\alpha, \omega, K') = -2\alpha + 2\sqrt{(\alpha^2 + \omega^2 + K')}. \quad (2.2.9)$$

Определив координаты точки ξ для области Ω , можно сказать, что ее координаты, помимо параметров объекта, определяются также выбранным коэффициентом пропорциональности регулятора. В силу того, что было решено выбирать значения коэффициентов положительными, можно сделать выводы о влиянии выбранного приведенного коэффициента пропорциональности K' и, далее, наложить ограничения на его значения таким образом, чтобы область допустимых настроечных параметров Ω для выбранного ОУ лежала в положительной полуплоскости.

Рассматривая аналитическую зависимость для максимально допустимого значения коэффициента интегрирования, можно сказать, что с ростом приведенного коэффициента пропорциональности K' , предельно допустимое значение приведенного коэффициента интегрирования I' также будет расти. Однако, рассматривая аналитическое выражение для минимально допустимого значения приведенного коэффициента дифференцирования вида:

$$D'_{\xi} = -2\alpha + \sqrt{3(\alpha^2 + \omega^2 + K')}, \quad (2.2.10)$$

можно заметить, что с ростом приведенного коэффициента пропорциональности K' минимально допустимое значение приведенного коэффициента дифференцирования D'_ξ , которое гарантирует вещественность полюсов ПФ ЗС, может принимать отрицательные значения. Определим значение K' такое, при котором минимально допустимое значение приведенного коэффициента дифференцирования будет больше нуля, т.е. $D'_\xi > 0$. Получим,

$$K' > \frac{\alpha^2 - 3\omega^2}{3}. \quad (2.2.11)$$

Очевидно, что значение приведенного коэффициента пропорциональности ограничено снизу параметрами ОУ, причем, если $\alpha < \sqrt{3}\omega$, то нижнее ограничение принимает отрицательные значения, а следовательно, значение приведенного коэффициента пропорциональности K' может быть любым положительным числом. В том случае, если $\alpha > \sqrt{3}\omega$, то выбранное значение коэффициента пропорциональности должно удовлетворять условию (2.2.11).

Стоит заметить, что любому выбранному значению приведенного коэффициента интегрирования I'^* из диапазона $(0; I'_\xi)$, соответствует множество допустимых значений коэффициента дифференцирования (рис. 2.2.2). Необходимо найти аналитические выражения, которые позволят однозначно определить границы интервала допустимых значений приведенного коэффициента дифференцирования D' . Найдем обратную функцию от функций (1.3.4) чтобы определить значения параметра D' при выбранном значении I' . Для расчетов был применён инструмент символьных расчетов Maple. Таким образом, по итогам расчетной процедуры были получены левая и правая границы интервала допустимых значений

приведенного коэффициента дифференцирования D'_L и D'_R при выбранном значении I' :

$$\left\{ \begin{aligned} D'_L(A, B, C, E, F, I') &= -\frac{1}{24} \frac{\sqrt[3]{24\sqrt{3}A - B - C}}{I'} - \frac{1}{24} \frac{E}{I' \sqrt[3]{24\sqrt{3}A - B - C}} + \frac{1}{12} \frac{F}{I'} - \\ &- \frac{1}{2} i \sqrt{3} \left(\frac{1}{12} \frac{\sqrt[3]{24\sqrt{3}A - B - C}}{I'} - \frac{1}{12} \frac{E}{I' \sqrt[3]{24\sqrt{3}A - B - C}} \right); \\ D'_R(A, B, C, E, F, I') &= \frac{1}{12} \frac{\sqrt[3]{24\sqrt{3}A - B - C}}{I'} + \frac{E}{I' \sqrt[3]{24\sqrt{3}A - B - C}} + \frac{1}{12} \frac{F}{I'}. \end{aligned} \right. \quad (2.2.12)$$

В (2.2.12) выражения A , B , C , E , F являются функциями аргументов α , ω , K' и I' [126, 127, 129, 130]. Развернутая запись для выражений A , B , C , E , F представлена в Приложении А.

Таким образом, получены аналитические выражения, определяющие область значений настроечных коэффициентов регулятора, обеспечивающих вещественные значения полюсов ПФ ЗС в рамках решения задачи обеспечения нулевого значения перерегулирования.

2.3. Аналитические выражение для полюсов ПФ ЗС

Определение области настроечных коэффициентов регулятора, которые гарантируют вещественные значения полюсов для системы вида (2.2.1) является лишь частью решения задачи обеспечения нулевого перерегулирования. Для уточнения области допустимых значений настроечных параметров, а также для учета прямых показателей качества, необходимо формализовать расположения полюсов ПФ ЗС, в частности, расположение доминирующего полюса ПФ ЗС, т.к. его расположение в большей степени определяет динамику системы управления [95, 98].

Рассмотрим характеристическое уравнение замкнутой системы для объекта с ПФ второго порядка и классического ПИД-регулятора (2.2.3). Заменяя коэффициенты в (2.2.3) на $a_0 \dots a_3$ при соответствующих степенях, в общем виде характеристический полином примет вид

$$\Delta(s) = a_3 s^3 + a_2 s^2 + a_1 s + a_0. \quad (2.3.1)$$

Известно, что корни кубического уравнения аналитически могут быть найдены по формуле Кардано [40]. Формула Кардано дает решение кубического уравнения вида

$$y^3 + py + q = 0. \quad (2.3.2)$$

Для приведения исходного характеристического уравнения системы (2.3.1) к виду (2.3.2) получим набор коэффициентов

$$b_{n-j+1} = \frac{a_{j-1}}{a_n}, j = \overline{1, n},$$

где n – порядок характеристического полинома системы (2.3.1). Значения p и q будут, соответственно, равны

$$p = -\frac{b_1^2}{3} + b_2; \quad q = \frac{2b_1^3}{27} - \frac{b_1 b_2}{3} + b_3.$$

Далее подставим полученные значения p и q в формулу Кардано [40]

$$y = \sqrt[3]{-\frac{q}{2} + \sqrt{\frac{q^2}{4} + \frac{p^3}{27}}} + \sqrt[3]{-\frac{q}{2} - \sqrt{\frac{q^2}{4} + \frac{p^3}{27}}}.$$

С учетом замены $s = y - \frac{a_2}{3a_3}$ получим

$$s_{1,2,3}(a_3, a_2, a_1, a_0) = \begin{cases} (u(a_3, a_2, a_1, a_0) + v(a_3, a_2, a_1, a_0)) - \frac{a_2}{3a_3}; \\ (u(a_3, a_2, a_1, a_0)e_2 + v(a_3, a_2, a_1, a_0)e_1) - \frac{a_2}{3a_3}; \\ (u(a_3, a_2, a_1, a_0)e_1 + v(a_3, a_2, a_1, a_0)e_2) - \frac{a_2}{3a_3}, \end{cases} \quad (2.3.3)$$

где

$$u(a_3, a_2, a_1, a_0) = \sqrt[3]{\left(\frac{9a_3a_2a_1 - 27a_0a_3^2 - 2a_2^3 + r(a_0, a_1, a_2, a_3)}{54a_3^3}\right)}; \quad (2.3.4)$$

$$v(a_3, a_2, a_1, a_0) = \sqrt[3]{\left(\frac{9a_3a_2a_1 - 27a_0a_3^2 - 2a_2^3 - r(a_0, a_1, a_2, a_3)}{54a_3^3}\right)}, \quad (2.3.5)$$

где

$$r(a_0, a_1, a_2, a_3) = \sqrt{\left(27a_0a_3^2 - 9a_3a_2a_1 + 2a_2^3\right)^2 + 4\left(3a_1 - a_2^2\right)^3},$$

$$\begin{aligned} e_1 &= -\frac{1}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2}; \\ e_2 &= -\frac{1}{2} - i\frac{\sqrt{3}}{2}. \end{aligned} \quad (2.3.6)$$

Пользуясь свойством $e_1^2 = e_2$ и $e_2^2 = e_1$, выражение для корней уравнения может быть переписано как

$$s_k(a_3, a_2, a_1, a_0) = \left(u(a_3, a_2, a_1, a_0)e_1^k + v(a_3, a_2, a_1, a_0)e_2^k \right) - \frac{a_2}{3a_3}, \quad (2.3.7)$$

$$k = \{0, 1, 2\}.$$

Кроме того, конфигурацию полюсов будет определять значение дискриминанта уравнения (2.3.2), выражение для которого имеет вид

$$Q = \frac{q^2}{4} + \frac{p^3}{27}. \quad (2.3.8)$$

В том случае, если значение $Q < 0$, то все значения (2.3.7) будут различными вещественными числами. В данном случае, наименьшее по модулю значение (2.3.7), а, соответственно и значение доминирующего полюса будет достигаться при $k=0$. С учетом вида характеристического уравнения ПФ ЗС (2.2.1) и рассматриваемого кубического уравнения (2.3.1), произведем замену: $a_3 = 1$, $a_2 = 2\alpha + D'$, $a_1 = \alpha^2 + \omega^2 + K'$, $a_0 = I'$. Тогда выражение (2.3.7) при $k=0$ обозначим, как $S_{DOM}(\alpha, \omega, K', D', I')$, где оно будет являться выражением для вычисления значения доминирующего полюса ПФ ЗС как функции от параметров ОУ и приведенных настроечных коэффициентов регулятора [131]. Развернутая запись $S_{DOM}(\alpha, \omega, K', D', I')$ приведена в Приложении Б.

Далее, зная аналитические выражения, ограничивающие область приведенных настроечных коэффициентов D' и I' при выбранном значении коэффициента пропорциональности регулятора, можно сделать выводы о влиянии приведенных настроечных коэффициентов на его значение и, следовательно, на степень устойчивости ЗС.

Для формирования начальной гипотезы о влиянии приведенных настроечных параметров регулятора, построим поверхность функции

$S_{DOM}(\alpha, \omega, K', D', I')$ относительно некоторых известных значений α , ω и K' (рис. 2.3.1).

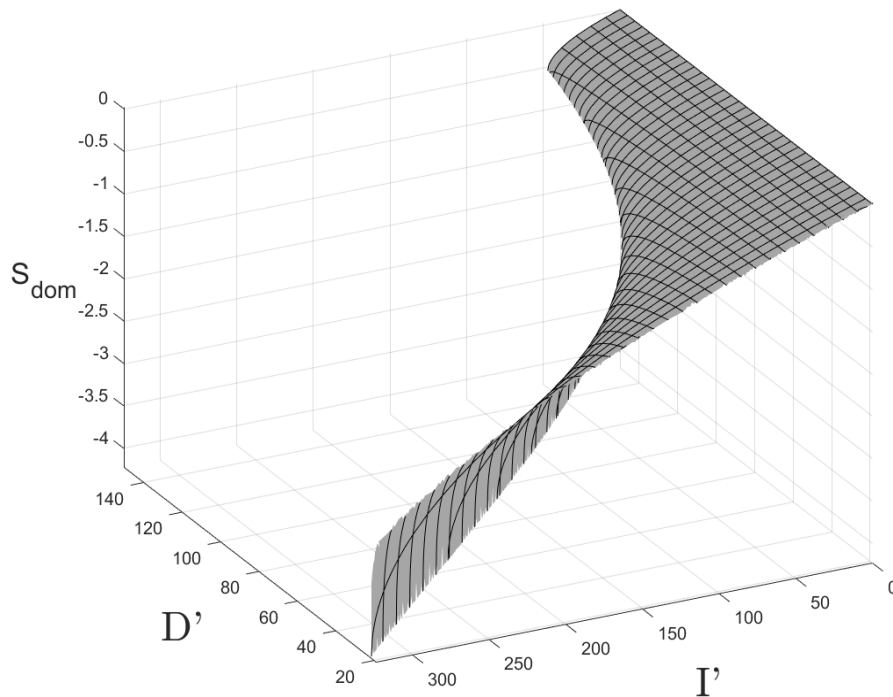


Рис. 2.3.1. Поверхность функции $S_{DOM}(\alpha, \omega, K', D', I')$ при фиксированных значениях α , ω , K'

Из рисунка 2.3.1 видно, что с уменьшением приведенного коэффициента интегрирования I' , доминирующий полюс ПФ ЗС и, соответственно, степень устойчивости, стремятся к нулю. Продифференцируем функцию $S_{DOM}(\alpha, \omega, K', D', I')$ по переменной I' для проверки на возрастание или убывание, а также для поиска точек экстремума. Решая уравнение $\frac{\partial S_{DOM}(\alpha, \omega, K', D', I')}{\partial I'} = 0$ относительно приведенного коэффициента дифференцирования D' получим, что выражение частной производной функции доминирующего полюса ПФ ЗС по приведенному коэффициенту интегрирования обращается в ноль при $D'_{\xi} = -2\alpha + \sqrt{3(\alpha^2 + \omega^2 + K')}$, что

соответствует точке ξ для данной области Ω , т.е. в ее предельном значении. Данный факт говорит о монотонном характере функции $S_{DOM}(\alpha, \omega, K', D', I')$ по координате I' на промежутке $(0; I'_\xi)$. Подставив произвольные численные значения $I'^*_1 \in (0; I'_\xi)$ и $I'^*_2 \in (0; I'_\xi)$ получим, что функции $S_{DOM}(\alpha, \omega, K', D', I')$ носит монотонный убывающий характер по данной координате на промежутке $(0; I'_\xi)$. Аналогично, для $\frac{\partial S_{DOM}(\alpha, \omega, K', D', I')}{\partial D'} = 0$ получим, что минимальное значение доминирующего полюса ПФ ЗС будет получено в точке ξ . Таким образом, функция $\eta(\alpha, \omega, K', I', D') = |S_{DOM}(\alpha, \omega, K', D', I')|$, определяющая значение степени устойчивости, будет иметь монотонно возрастающий характер и для полученной области Ω максимальная степень устойчивости будет достигнута в точке с координатами D'_ξ и I'_ξ . Подставив координаты точки ξ , т.е. (2.2.8) и (2.2.10) в $S_{DOM}(\alpha, \omega, K', D', I')$ получим, что максимальная степень устойчивости для ЗС вида (2.2.1) с учетом гарантии вещественности полюсов ее ПФ, будет определяться выражением вида

$$\eta_{\xi MAX}(\alpha, \omega, K') = \frac{\sqrt{3(\alpha^2 + \omega^2 + K')}}{3}. \quad (2.3.9)$$

Кроме того, стоит заметить, что при выборе значений приведенных настроечных параметров D'_ξ и I'_ξ для ПФ ЗС (2.2.1) будет получен полюс тройной кратности.

Таким образом, на основе формулы Кардано получены аналитические выражения для полюсов ПФ ЗС (2.2.1), в частности для доминирующего полюса, что позволяет более точно формализовать расположения полюсов и, соответственно, дальнейшую процедуру синтеза.

2.4. Условия обеспечения нулевого перерегулирования системы управления

Для обобщения правила взаимного расположения нулей и полюсов ПФ ЗС на перерегулирование введем в рассмотрение ПФ третьего порядка с тремя различными вещественными полюсами вида:

$$W_{CL}(s) = K_{CL} \frac{bs^2 + as + 1}{(T_1s + 1)(T_2s + 1)(T_3s + 1)}, \quad (2.4.1)$$

где T_1 , T_2 и T_3 – постоянные времена, соответствующие полюсам ПФ, такие, что $T_1 > T_2 > T_3$ [43]. Система с ПФ вида (2.4.1) полагается устойчивой.

В работе [43] авторами получены необходимые и достаточные условия отсутствия перерегулирования для системы вида (2.4.1), которые рассмотрим далее.

Переходная характеристика ПФ не имеет перерегулирования тогда и только тогда, когда функция ошибки регулирования $\varepsilon(t)$ не меняет знак, т.е. $\varepsilon(t) = 1 - h(t) \geq 0, \forall t \geq 0$. Запишем выражение для функции ошибки для случая трех различных вещественных полюсов

$$\varepsilon(t) = \alpha_1 e^{-\frac{t}{T_1}} + \alpha_2 e^{-\frac{t}{T_2}} + \alpha_3 e^{-\frac{t}{T_3}},$$

где

$$\alpha_1 = \frac{T_1^3 - \frac{K'}{I'} T_1^2 + T_1 \frac{D'}{I'}}{[T_1(T_1 - T_2)(T_1 - T_3)]};$$

$$\alpha_2 = \frac{-T_2^3 + \frac{K'}{I'} T_2^2 - T_2 \frac{D'}{I'}}{[T_2(T_1 - T_2)(T_2 - T_3)]};$$

$$\alpha_3 = \frac{T_3^3 - \frac{K'}{I'}T_3^2 + T_3 \frac{D'}{I'}}{[T_3(T_1 - T_3)(T_2 - T_3)]}.$$

Кроме того, необходимым условием является то, что начальное значение переходной характеристики должно быть меньше статического коэффициента передачи системы, т.е. $y(0^+) \leq K_O$. Используя теорему о начальном значении [1, 43, 121], получим следующие условия нулевого перерегулирования в системе.

$$T_1 T_2 T_3 > 0; \tag{2.4.2}$$

$$\begin{cases} T_1^2 \left(\frac{K'}{I'} - T_1 \right) - T_1 \frac{D'}{I'} \leq 0; \\ T_2^2 \left(\frac{K'}{I'} - T_2 \right) - T_2 \frac{D'}{I'} \geq 0; \end{cases} \tag{2.4.3}$$

$$\begin{cases} T_2^2 \left(\frac{K'}{I'} - T_2 \right) - T_2 \frac{D'}{I'} < 0; \\ \frac{T_2 T_3}{T_2 + T_3} \left(\frac{D'}{I'} - T_2 T_3 \right) \leq 0; \end{cases} \tag{2.4.4}$$

$$\left\{ \begin{array}{l}
T_1^2 \left(\frac{K'}{I'} - T_1 \right) - T_1 \frac{D'}{I'} \leq 0; \\
T_2^2 \left(\frac{K'}{I'} - T_2 \right) - T_2 \frac{D'}{I'} < 0; \\
\frac{T_2 T_3}{T_2 + T_3} \left(\frac{D'}{I'} - T_2 T_3 \right) > 0; \\
\frac{T_1 (T_2 - T_3)}{T_3 (T_1 - T_2)} \ln \frac{T_2^2 \left[T_1^2 \left(\frac{K'}{I'} - T_1 \right) - T_1 \frac{D'}{I'} \right]}{T_1^2 \left[T_2^2 \left(\frac{K'}{I'} - T_2 \right) - T_2 \frac{D'}{I'} \right]} \geq \\
\geq \ln \frac{T_3^2 \left[T_2^2 \left(\frac{K'}{I'} - T_2 \right) - T_2 \frac{D'}{I'} \right]}{T_2^2 \left[T_3^2 \left(\frac{K'}{I'} - T_3 \right) - T_3 \frac{D'}{I'} \right]}; \\
\ln \frac{T_3^2 \left[T_2^2 \left(\frac{K'}{I'} - T_2 \right) - T_2 \frac{D'}{I'} \right]}{T_2^2 \left[T_3^2 \left(\frac{K'}{I'} - T_3 \right) - T_3 \frac{D'}{I'} \right]} < 0.
\end{array} \right. \quad (2.4.5)$$

Для того чтобы в системе с ПФ вида (2.4.1) значение перерегулирования было равным нулю, необходимо и достаточно, чтобы было верным неравенство (2.4.2), а также хотя бы одно из выражений (2.4.3) – (2.4.5).

Рассматривая ПФ ЗС (2.2.1), имеем, что значение коэффициента c при третьей степени полинома числителя всегда будет равно нулю, а соответственно, (2.4.2) в данном случае будет всегда верно.

В п. 2.2 представлены аналитические ограничения для области приведенных настроечных коэффициентов ПИД-регулятора, гарантирующих для ПФ ЗС вида (2.2.1) вещественные различные полюсы, что, однако, является только частью задачи устранения перерегулирования. Выражения (2.4.2 – 2.4.5), определяющие необходимые и достаточные условия нулевого перерегулирования, согласно [43], накладывают дополнительные ограничения на область Ω и, соответственно, на выбор значений настроечных

коэффициентов ПИД-регулятора. Для любой области Ω , полученной для любого ОУ с ПФ вида (2.2.1) и выбранным коэффициентом пропорциональности, удовлетворяющему (2.2.9), может быть выделена подобласть Ω_σ , в которой выполняются условия нулевого перерегулирования.

Численный пример

Для проверки полученных результатов зададимся ОУ с ПФ вида

$$W(s) = \frac{12}{s^2 + 4s + 14,24}. \quad (2.4.6)$$

Переходная характеристика для данного ОУ приведена на рисунке 2.4.1.

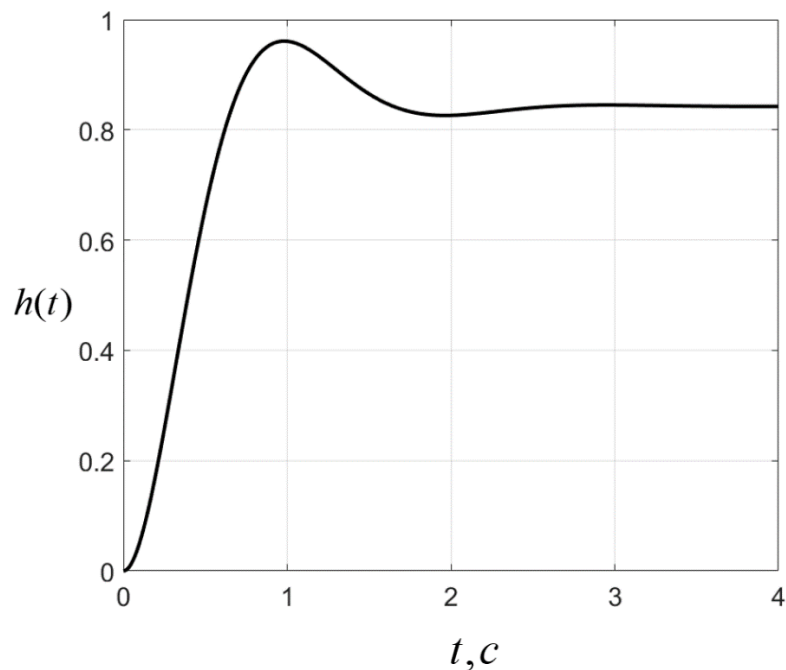


Рис. 2.4.1 – График переходной характеристики ПФ ОУ

Коэффициент пропорциональности регулятора выберем $K = 13$. Соответственно, приведенный коэффициент пропорциональности будет равен

$K' = 156$. Далее, изобразим подобласть $\Omega_\sigma \subset \Omega$ (рис. 2.4.2), для которой верны (2.4.3 – 2.4.5).

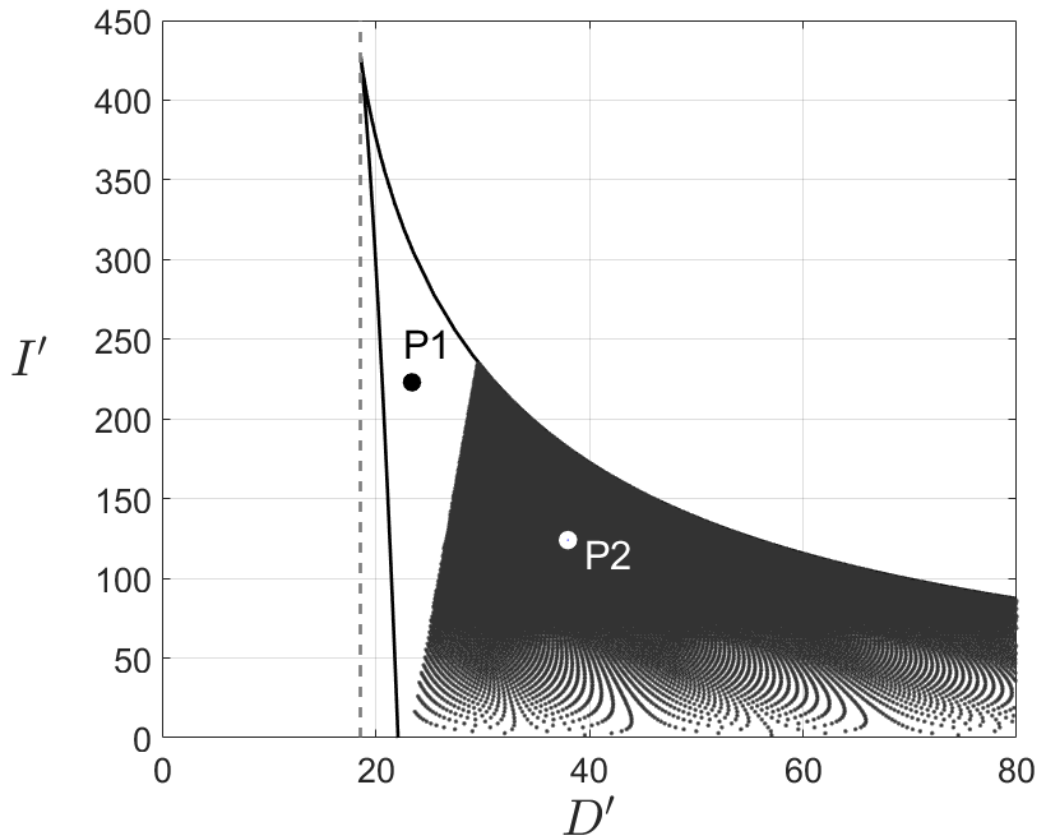


Рис. 2.4.2 – Область значений приведенных настроечных коэффициентов (заштрихованная) для ЗС с ОУ (2.4.6)

Затем выберем две произвольные точки $P1(23,4; 223)$ и $P2(38, 124)$. Причем, точка $P1$ не принадлежит области Ω_σ . С учетом координат точек $P1$ и $P2$, параметров ОУ и значения K' , для выбранных точек получим соответствующие ПФ ЗС вида

$$W_{P1}(s) = \frac{23,4s^2 + 156s + 223}{s^3 + 27,4s^2 + 170,2s + 223},$$

$$W_{P2}(s) = \frac{38s^2 + 156s + 124}{s^3 + 42s^2 + 170,2s + 124}.$$

Для данных ПФ переходные характеристики будут иметь следующий вид

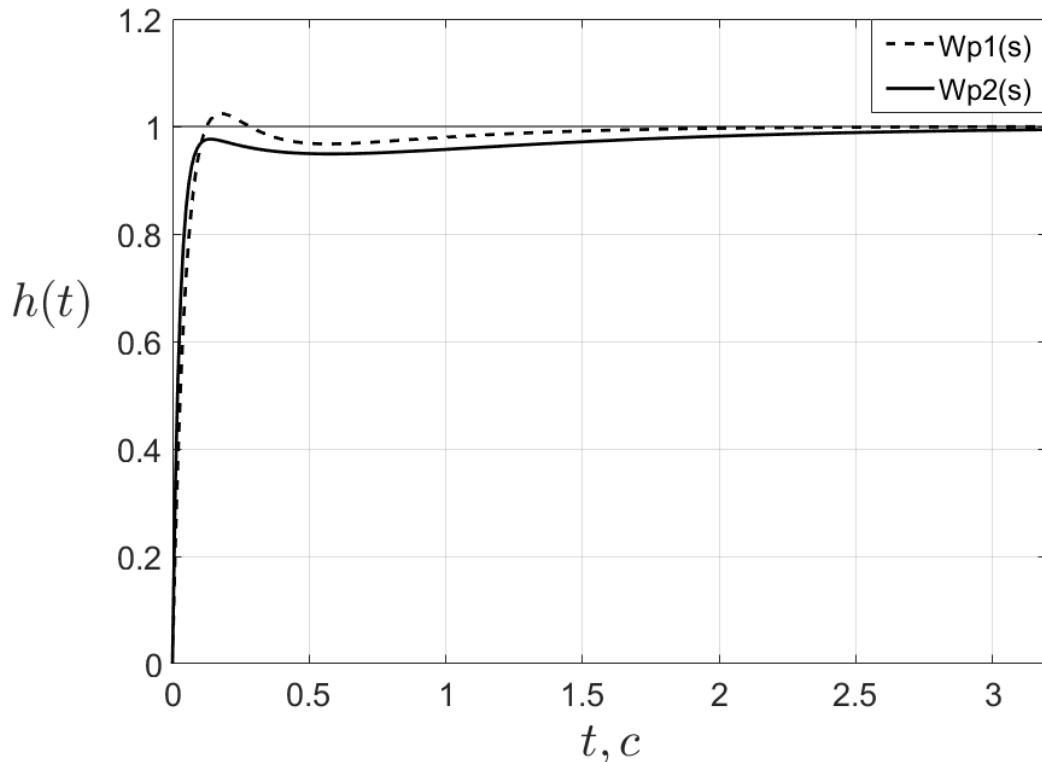


Рис. 2.4.3 – Переходные характеристики для ПФ ЗС, соответствующих точкам P1 и P2

Как видно из рисунка 2.4.3, переходная характеристика $W_{P1}(s)$ для которой значения настроечных коэффициентов выбраны за пределами заштрихованной области (рис. 2.4.2) имеет ненулевое значение перерегулирования, в то время как для $W_{P2}(s)$ значение перерегулирование равно нулю.

Представленные результаты численного примера позволяют судить о работоспособности представленных теоретических результатов и определяют

необходимость более детальной формулировки ограничений, накладываемых на значения настроечных коэффициентов регуляторов САУ.

2.5. Выбор коэффициента пропорциональности для обеспечения нулевого перерегулирования во всех точках области Ω

С целью упрощения дальнейших исследований в классе систем с интервально-определенными параметрами, определим значение коэффициента пропорциональности регулятора K такое, чтобы $\Omega_{\sigma} = \Omega$, т.е. любая пара приведенных настроечных параметров D^* и I^* внутри области Ω обеспечивала нулевое перерегулирование, согласно (2.4.2 – 2.4.5). Для этого определим, при каких значениях приведенных настроечных параметров значения выражений (2.4.2 – 2.4.5) обращаются в ноль, т.е. определим границу подобласти Ω_{σ} . Рассматривая условия (2.4.2 – 2.4.5), можно заметить, что выражение вида

$$\varphi(T_i, D', K', I') = T_i^2 \left(\frac{K'}{I'} - T_i \right) - T_i \frac{D'}{I'}, \quad (2.5.1)$$

где $T_i, i \in \overline{1, 3}$ – постоянная времени, соответствующая одному из полюсов ПФ ЗС, входит во все условия. Для обобщения выполнения условий (2.4.2 – 2.4.5), разрешим относительно постоянной времени T_i уравнение вида $\varphi(T_i, D', K', I') = 0$. Решением данного уравнения относительно переменной T_i является

$$T_i = \frac{-K' \pm \sqrt{K'^2 - 4D'I'}}{2I'}.$$

С учетом знака при старшей степени (2.5.1) получим, что

$$\left\{ \begin{array}{l} \varphi(T_i, D', K', I') \geq 0, T_i \in \left[\frac{-K' - \sqrt{K'^2 - 4D'I'}}{2I'}, \frac{-K' + \sqrt{K'^2 - 4D'I'}}{2I'} \right]; \\ \varphi(T_i, D', K', I') < 0, T_i \in \left(-\infty, \frac{-K' - \sqrt{K'^2 - 4D'I'}}{2I'} \right) \cup \left(\frac{-K' + \sqrt{K'^2 - 4D'I'}}{2I'}, +\infty \right). \end{array} \right.$$

В виду того, что значения приведенных настроечных коэффициентов, а также значения постоянных времени исключительно положительные числа, получим, что выражение $\varphi(T_i, D', K', I') < 0$ будет выполняться всегда и, соответственно, условие (2.4.3) для системы с ПФ вида (2.2.1) при положительных значениях настроечных коэффициентов регулятора никогда не будет выполняться.

Дальнейшее исследование функций (2.4.5) показывает, что граница области Ω_σ смещается к точке ξ при увеличении значения приведенного коэффициента пропорциональности регулятора и, следовательно, допустимо предположить, что при некотором значении K' будет выполняться условие $\Omega_\sigma = \Omega$.

Рассмотрим выполнение условия нулевого перерегулирования для системы с ПФ (2.2.1) в точке ξ с координатами D'_ξ и I'_ξ , значения которых определяются выражениями (2.2.8) и (2.2.10). Как было показано ранее, при выборе значений приведенных настроечных параметров равных D'_ξ и I'_ξ , для ПФ вида (2.2.1) будет получен полюс тройной кратности, с соответствующими равными значениями постоянных времени T , которые будут определяться выражением вида

$$T = \frac{1}{\eta_{\xi MAX}} = \frac{3}{\sqrt{3(\alpha^2 + \omega^2 + K')}}. \quad (2.5.2)$$

Согласно [43], нулевое перерегулирование для системы третьего порядка при тройной кратности полюса будет гарантировано в случае выполнения одного из условий вида

$$\begin{cases} T^2 \left(\frac{K'}{I'} - T \right) - T \frac{D'}{I'} \leq 0; \\ T \left(\frac{D'}{I'} - T^2 \right) \leq 0; \end{cases} \quad (2.5.3)$$

$$\begin{cases} T^2 \left(\frac{K'}{I'} - T \right) - T \frac{D'}{I'} \leq 0; \\ T^3 \left(2T^2 \left(\frac{K'}{I'} - \frac{5}{2}T \right) \right) + \left(T \left(\frac{D'}{I'} - 2T^2 \right) \right)^2 \leq 0. \end{cases} \quad (2.5.4)$$

Первое выражение в (2.5.3) будет выполняться для любого выбранного значения коэффициента пропорциональности регулятора, согласно вышеупомянутым результатам. Разрешая второе выражение в (2.5.3) относительно K' получим, что оно является верным при

$$K' \in \left[-(\alpha^2 + \omega^2) - \sqrt{\alpha^4 + \alpha^2}; -(\alpha^2 + \omega^2) + \sqrt{\alpha^4 + \alpha^2} \right]. \quad (2.5.5)$$

С учетом того, что значения настроечных коэффициентов регулятора было решено выбирать исключительно положительными числами, необходимо проверить граничные значения (2.5.5) на знак, чтобы сделать заключение о выполнимости условия для $K' > 0$, исходя из значений α и ω .

Разрешая (2.5.5) относительно α , получим, что выражение обращается в ноль при

$$\alpha = \frac{\pm\omega^2}{\sqrt{1-2\omega^2}}. \quad (2.5.6)$$

Кроме того, т.к. значение $\alpha, \omega \in \mathbb{R}$, будут наложены дополнительные ограничения на значения ω , т.е. должно быть справедливо, что значение мнимой части полюса ПФ ОУ $\omega < \frac{1}{\sqrt{2}}$. В противном случае, граничные значения интервала (2.5.5) будут иметь отрицательные значения, что не удовлетворяет заданным ограничениям.

Подставляя во второе неравенство в (2.5.4) значения приведенных настроечных коэффициентов D'_ξ и I'_ξ , определяемые (2.2.8) и (2.2.10), а также выражение для постоянной времени (2.5.2) и решая второе неравенство в (2.5.4) относительно K' , получим

$$K' \leq 2\alpha^2 + 6\alpha\omega + 2\omega^2. \quad (2.5.7)$$

Таким образом получим, что при значении приведенного настроечного коэффициента пропорциональности регулятора, определяемого (2.5.7) условия нулевого перерегулирования будут выполняться во всех точках области Ω .

Численный пример

Зададимся ОУ с ПФ вида

$$W_{Oy}(s) = \frac{24,78}{s^2 + 5,3s + 47,1},$$

переходная характеристика которой представлена на рисунке 2.5.1.

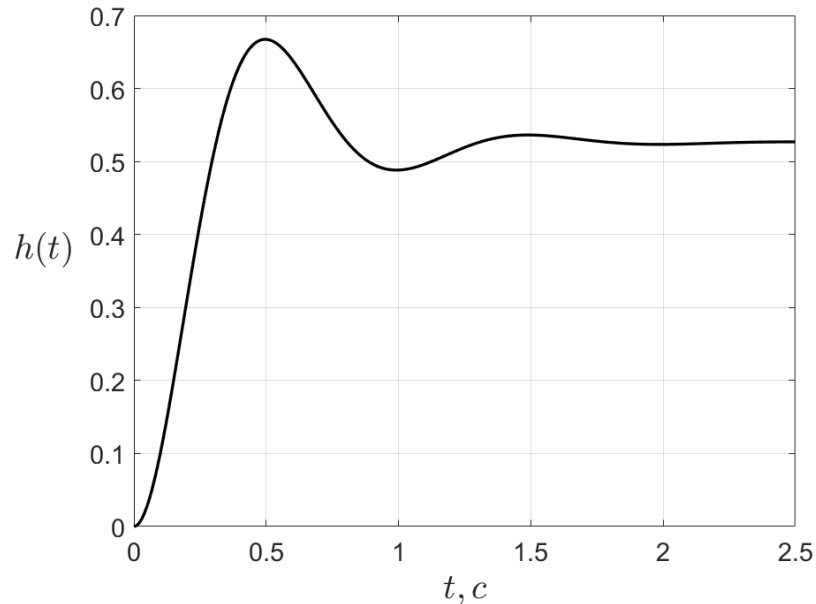


Рисунок 2.5.1 – Переходная характеристика выбранного ОУ

Полюсы ПФ выбранного ОУ $s_{1,2} = -\alpha \pm \omega j = -2,65 \pm 6,33 j$, коэффициент усиления ПФ ОУ $K_p = 24,78$. Подставляя исходные данные в выражение (2.5.5) получим, что коэффициент пропорциональности регулятора $K = 7,86$, при котором область Ω примет вида, представленный на рисунке 2.5.2

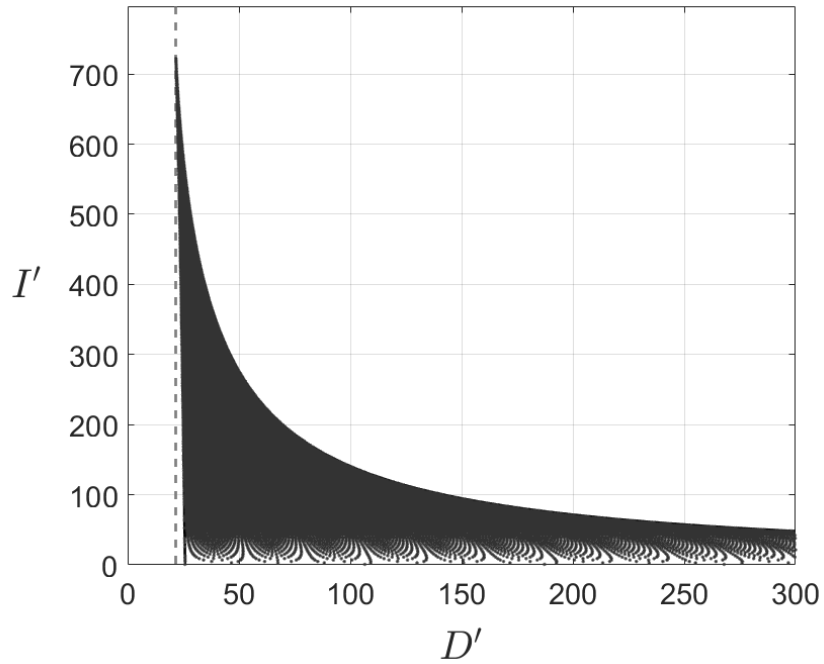


Рисунок 2.5.2 – Область Ω заданной системы с выбранным K

Любая пара приведенных настроечных коэффициентов D' и I' обеспечит ЗС нулевое значение перерегулирования. При выбранном значении K , соответствующая максимальная степень устойчивости ПФ ЗС будет равна, согласно (1.5.1) $\eta_{\xi_{\max}}(\alpha, \omega, K') = 8,98$. В точке ξ значения приведенных коэффициентов дифференцирования и интегрирования равны, соответственно $D'_{\xi} = 21,642$ и $I'_{\xi} = 724,3202$. Тогда выражение ПФ ЗС $W_{CL}(s)$ примет вид

$$W_{CL}(s) = \frac{21,64s^2 + 194,85s + 724,32}{s^3 + 26,94s^2 + 241,96s + 724,32},$$

полюсы ПФ ЗС будут равны $p_1 = p_2 = p_3 = -8,98$. Соответствующая переходная характеристика ЗС приведена на рисунке 2.5.3.

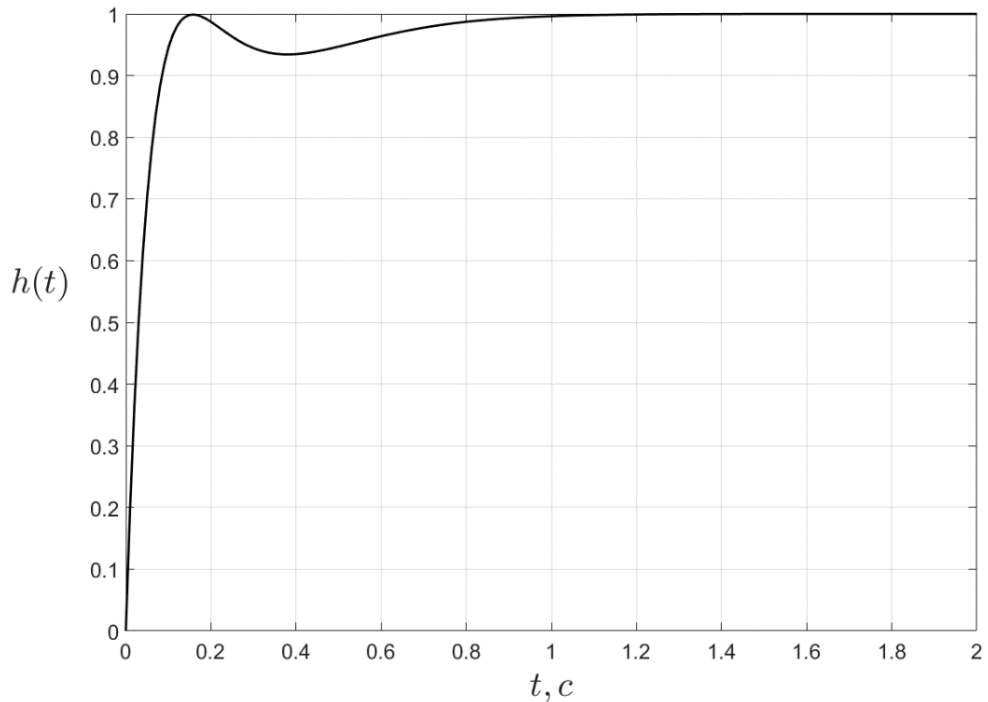


Рис. 2.5.3 – Переходная характеристика ЗС с выбранными значениями приведенных настроечных коэффициентов

Согласно результатам, представленным на рисунке 2.5.3, имеем, что при выборе значений настроечных коэффициентов в точке ξ , где обеспечивается полюс тройной кратности, обеспечивается максимальная степень устойчивости и является предельным значением, в котором выполняется выполнение условий нулевого перерегулирования. Кроме того, при выборе значения коэффициента пропорциональности согласно (2.5.7) условия нулевого перерегулирования будут выполняться в каждой точке области Ω , что в дальнейшем упрощает исследования в классе систем с интервально-определенными параметрами.

2.6. Обеспечение нулевого перерегулирования с применением ПИ-регулятора

В ряде задач по разработке систем управления для обеспечения заданного качества регулирования достаточным решением является использование регулятора пропорционально-интегральной (ПИ) структуры. Для ПФ ОУ вида (1.1.1) с ПИ-регулятором, ПФ ЗС имеет вид

$$W_{CL}(s) = \frac{K's + I'}{s^3 + 2\alpha s^2 + (\alpha^2 + \omega^2 + K')s + I'}. \quad (2.6.1)$$

Аналогично с подходом, представленным в п. 2.2., выражение для дискриминанта примет вид

$$D_S(\alpha, \omega, K', I') = 4\alpha^2(\alpha^2 + \omega^2 + K')^2 - 27I'^2 - 32I'\alpha^3 - 4(\alpha^2 + \omega^2 + K')^3 + 36I'\alpha(\omega^2 + \alpha^2 + K') \quad (2.6.2)$$

С учетом выбранной структуры регулятора и вида ПФ ОУ, в область приведенных настроечных параметров ПИ-регулятора, которые обеспечивают вещественные значения полюсов ПФ ЗС вида (2.2.1), будут ограничены в плоскости $K' - I'$ кривыми (рис. 2.6.1), которые описываются функциями вида

$$I'_1(\alpha, \omega, K') = \frac{18K'\alpha + 2\sqrt{(\alpha^2 - 3\omega^2 + 3K')^3 + 18\alpha\omega^2 + 2\alpha^3}}{27} \quad (2.6.3)$$

$$I'_2(\alpha, \omega, K') = \frac{18K'\alpha - 2\sqrt{(\alpha^2 - 3\omega^2 + 3K')^3 + 18\alpha\omega^2 + 2\alpha^3}}{27}$$

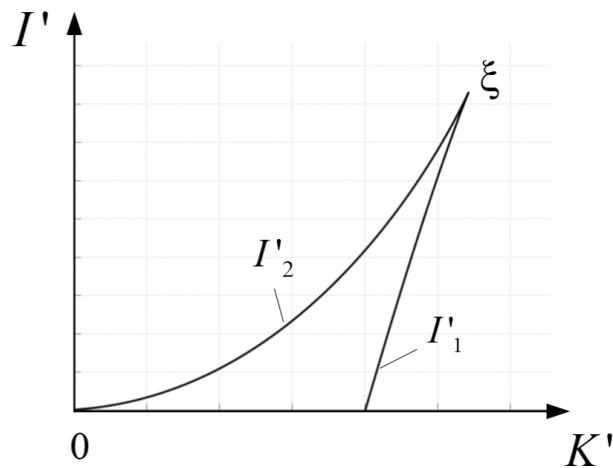


Рис. 2.6.1 – Область приведенных настроечных коэффициентов ПИ-регулятора, обеспечивающих вещественные значения полюсов ПФ ЗС

Полученная область также имеет характерную точку ξ , определяющую предельно допустимые значения для приведенных настроечных коэффициентов K' и I' . На основе полученных выражений (2.6.3.), определяющих границы области допустимых значений приведенных настроечных параметров ПИ-регулятора, обеспечивающих вещественные значения полюсов ПФ ЗС, получим, что координаты точки ξ в общем виде будут определяться выражениями

$$K'_{\xi}(\alpha, \omega) = \frac{\alpha^2 - 3\omega^2}{3}, \quad (2.6.4)$$

$$I'_{\xi}(\alpha, \omega) = \frac{8\alpha^3}{27}. \quad (2.6.5)$$

Кроме того, для более точной формулировки ограничений на значения приведенных настроечных коэффициентов ПИ-регулятора, также обозначим значение приведенного коэффициента пропорциональности K'_0 такое, при

котором значение приведенного коэффициента интегрирования I' будет равно нулю. Разрешая (2.6.3) относительно K' получим, что при значении приведенного коэффициента пропорциональности

$$K'_0 = -\omega^2 \quad (2.6.6)$$

значение функции (2.6.3) будет равно нулю.

Стоит отметить, что параметр ω в зависимости от конфигурации ПФ ОУ может принимать либо положительные значения, в случае комплексно-сопряженных полюсов ПФ ОУ, либо иметь комплексное значение с нулевой действительной частью. Очевидно, что выражение (2.6.6) принимает положительные значения только в том случае, если $\omega \in \mathbb{C}$, $\text{Re}(\omega) = 0$, что позволяет делать вывод о применимости использования ПИ-регулятора, в рамках предложенного подхода для ОУ с вещественными значениями полюсов его ПФ, что, в свою очередь регламентирует выбор структуры регулятора в зависимости от параметров ПФ ОУ.

С учетом сформированных ограничений, а также с учетом вида ПФ ЗС (2.2.1), условия обеспечения нулевого перерегулирования (2.4.2–2.4.5.) примут вид

$$T_1 T_2 T_3 \geq 0; \quad (2.6.7)$$

$$\begin{cases} T_1^2 \left(\frac{K'}{I'} - T_1 \right) \leq 0; \\ T_2^2 \left(\frac{K'}{I'} - T_2 \right) \geq 0; \end{cases} \quad (2.6.8)$$

$$\begin{cases} T_2^2 \left(\frac{K'}{I'} - T_2 \right) < 0; \\ \frac{T_2 T_3}{T_2 + T_3} (-T_2 T_3) \leq 0; \end{cases} \quad (2.6.9)$$

$$\begin{cases} T_1^2 \left(\frac{K'}{I'} - T_1 \right) \leq 0; \\ T_2^2 \left(\frac{K'}{I'} - T_2 \right) < 0; \\ \frac{T_2 T_3}{T_2 + T_3} (-T_2 T_3) > 0; \\ \frac{T_1 (T_2 - T_3)}{T_3 (T_1 - T_2)} \ln \frac{T_2^2 \left[T_1^2 \left(\frac{K'}{I'} - T_1 \right) \right]}{T_1^2 \left[T_2^2 \left(\frac{K'}{I'} - T_2 \right) \right]} \geq \ln \frac{T_3^2 \left[T_2^2 \left(\frac{K'}{I'} - T_2 \right) \right]}{T_2^2 \left[T_3^2 \left(\frac{K'}{I'} - T_3 \right) \right]}; \\ \ln \frac{T_3^2 \left[T_2^2 \left(\frac{K'}{I'} - T_2 \right) \right]}{T_2^2 \left[T_3^2 \left(\frac{K'}{I'} - T_3 \right) \right]}. \end{cases} \quad (2.6.10)$$

Для того, чтобы в системе с ПФ вида (2.6.1) значение перерегулирования было равным нулю необходимо и достаточно, чтобы было верным неравенство (2.6.7), а также хотя бы одно из выражений (2.6.8– 2.6.10).

Определим, при каком значении соотношения приведенных настроечных параметров ПИ-регулятора обеспечивается нулевое значение перерегулирования и сформируем ограничения в аналитическом виде.

Рассматривая условия (2.6.8– 2.6.10), можно заметить, что выражение вида

$$\varphi(T_i, K', I') = T_i^2 \left(\frac{K'}{I'} - T_i \right), \quad (2.6.11)$$

где $T_i, i \in \overline{1, 3}$ – постоянная времени соответствующая одному из полюсов ПФ ЗС, входит во все условия. Для обобщения выполнения данных условий, разрешим относительно постоянной времени T_i уравнение $\varphi(T_i, K', I') = 0$. Данное уравнение обращается в ноль при

$$T_i = \frac{K'}{I'}.$$

Выражение вида

$$\varphi(T_i, T_j) = \left[\frac{T_i T_j}{T_i + T_j} \right] (-T_i T_j)$$

всегда будет принимать значения меньше нуля, в виду того, что постоянные времени ПФ ЗС всегда принимают исключительно вещественные значения и, следовательно, условия (2.6.9–2.6.10) никогда не будут выполняться для ПФ ЗС вида (2.2.1) при любых значениях параметров ПФ ОУ и при любых значениях коэффициентов ПИ-регулятора. Так, можно сделать вывод, что для того, чтобы переходная характеристика ПФ ЗС вида (2.2.1) не имела перерегулирования необходимо и достаточно, чтобы выполнялось условие (2.6.8), т.е.

$$T_1^2 \left(\frac{K'}{I'} - T_1 \right) \leq 0 \wedge T_2^2 \left(\frac{K'}{I'} - T_2 \right) \geq 0,$$

и с учетом полученного решения для (2.6.11) можно сформулировать, что отношение приведенных настроечных коэффициентов $\frac{K'}{I'}$ ПИ-регулятора для ОУ вида (2.1.1), гарантирующее нулевое значение перерегулирования будет лежать в пределах

$$T_2 \leq \frac{K'}{I'} \leq T_1.$$

В полученной области допустимых значений приведенных настроечных коэффициентов ПИ-регулятора будет сформирована граница, отделяющая подобласть приведенных настроечных коэффициентов, которые обеспечивают выполнение условий нулевого перерегулирования, согласно (2.6.8).

Численный пример

В качестве примера зададимся ОУ с ПФ вида

$$W(s) = \frac{8}{s^2 + 6,4s + 3,99}.$$

Для данного ОУ полюсы принимают значения $p_1 = -0,7$ и $p_2 = -5,7$. Соответственно, $\alpha = 3,2$ и $\omega = 2,5j$. Используя выражения (2.6.3) сформируем границы области значений приведенных настроечных параметров ПИ-регулятора, обеспечивающих вещественные значения полюсов ПФ ЗС и далее, на основе сформированных условий нулевого перерегулирования (2.6.8) выделим подобласть значений параметров $K' - I'$, которые им удовлетворяют. Полученная область приведенных настроечных коэффициентов ПИ-регулятора для выбранного ОУ приведена на рисунке 2.6.2.

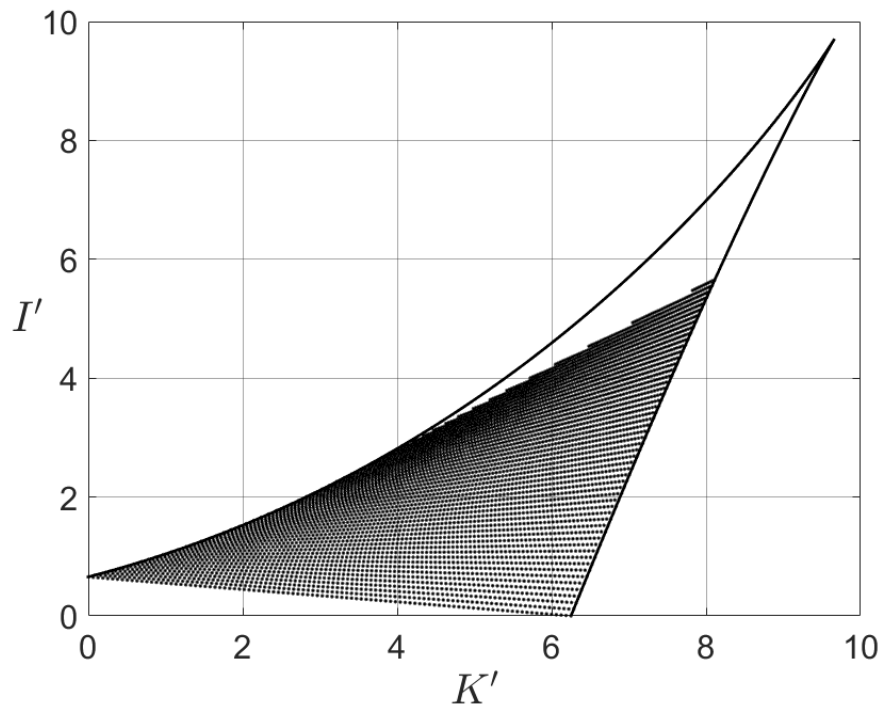


Рис. 2.6.1 – Область значений приведенных настроечных коэффициентов ПИ-регулятора, обеспечивающих нулевое перерегулирование

3

Значения $K' - I'$ внутри заштрихованной области обеспечат нулевое значение перерегулирования. Выберем значение $K' = 5$, $I' = 2$, что, с учетом замены вида $K' = KK_P$ и $I' = IK_P$, где K_P – коэффициент усиления ОУ, K – коэффициент пропорциональности регулятора, I – коэффициент интегрирования регулятора, дает значения настроечных коэффициентов $K = 0,625$ и $I = 0,25$. Получим, что ПФ ЗС будет описываться выражением вида

$$W(s) = \frac{5s + 2}{s^3 + 6,4s^2 + 8,99s + 2}.$$

Переходная характеристика для полученной ПФ ЗС будет иметь вид, представленный на рисунке 2.6.3.

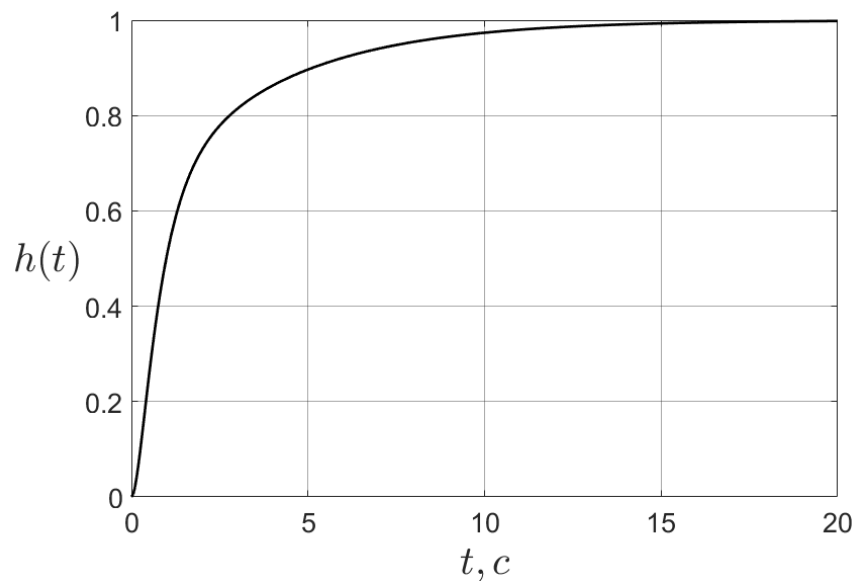


Рис. 2.6.3 – Переходная характеристика ПФ ЗС

Как видно из рисунка 2.6.3, переходная характеристика ПФ ЗС характеризуется нулевым значением перерегулирования при выборе значений настроечных коэффициентов в пределах подобласти (рис. 2.6.2), в которой выполняются условия нулевого перерегулирования (2.6.8–2.6.10).

2.7. Выводы по главе 2

В Главе 2 сформулирована обобщенная методика к синтезу ПИ- и ПИД-регулятора для обеспечения нулевого перерегулирования в классе линейных стационарных систем. В рамках формирования методики были получены следующие основные результаты:

- сформированы аналитические ограничения на область настроечных коэффициентов регулятора, обеспечивающие вещественность полюсов ПФ ЗС, как необходимого условия обеспечения нулевого перерегулирования;
- на основе условий нулевого перерегулирования были наложены дополнительные аналитические ограничения на выбор настроечных коэффициентов, в частности на коэффициент пропорциональности регулятора

для обеспечения нулевого перерегулирования во всех точках области Ω для последующих задач робастного синтеза в классе систем с интервально-определенными параметрами;

– с учетом представленных аналитических результатов, предложен выбор структуры регулятора в зависимости от конфигурации полюсов ПФ ОУ.

Полученные итоги главы были проверены на математических моделях, которые подтверждают достоверность представленных результатов исследования.

ГЛАВА 3. СИНТЕЗ РЕГУЛЯТОРА ДЛЯ ОБЕСПЕЧЕНИЯ НУЛЕВОГО ПЕРЕРЕГУЛИРОВАНИЯ ДЛЯ КЛАССА СИСТЕМ С ИНТЕРВАЛЬНО-ОПРЕДЕЛЕННЫМИ ПАРАМЕТРАМИ

Стоит отметить, что применение подхода к синтезу регуляторов в составе систем управления, представленный в главе 2, встречает ограничения, обусловленные тем, что математический аппарат построен на основе ПФ ОУ второго порядка. Повышение порядка числителя и знаменателя ПФ ОУ существенно усложнит процедуру синтеза и увеличит объем вычислений, поэтому для приведения заданного ОУ к требуемой структуре могут быть применены различного рода процедуры редуцирования уже имеющей модели ОУ, а также при экспериментальном получении ПФ ОУ методами параметрической идентификации за основу может быть выбрана структура, соответствующая (2.1.1). Недостатком такого подхода будет существенное снижение точности модели ОУ и, соответственно, качественных показателей системы управления. Вариантом решения является расширение математического аппарата, представленного в главе 2, на класс систем с интервально-определенными параметрами.

3.1. Формирование отображения МИКГ на плоскость параметров регулятора

После определения границы области локализации полюсов ПФ ОУ, произведем масштабирование подхода, представленного в главе 2, на класс систем с интервально-определенными параметрами.

При всех возможных вариантах изменения параметров, движением полюсов ПФ будет образована некоторая область локализации V в корневой плоскости. Граница области локализации ПФ системы с интервально-определенными параметрами образована вершинами $V_i, i = \overline{1, n}$, где n –

порядок характеристического полинома, и ребрами $E_{i,i+1}$ [113, 119, 120], соединяющие данные вершины (рис. 3.1.1).

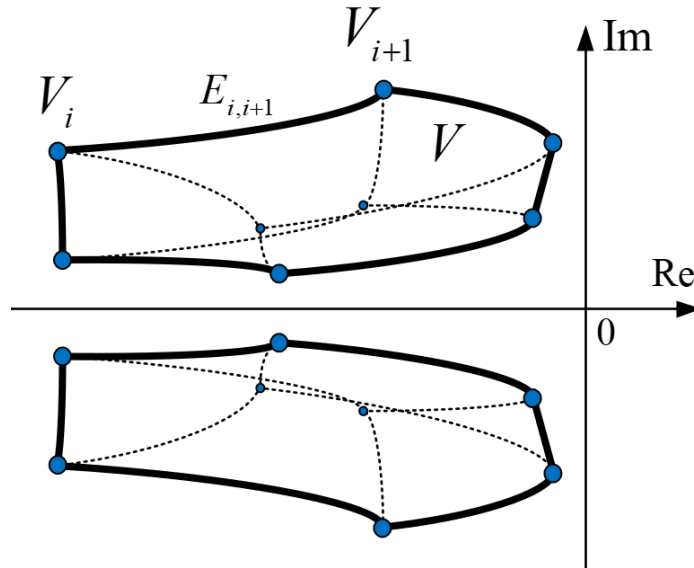


Рис. 3.1.1 – МИКГ с его внешней границей

Процедура определения принадлежности вершины МИКГ к множеству внешних вершин осуществляется на основе значений углов выхода. Угол выхода ребра из вершины определяется выражением вида

$$\Theta_i^q = 180^\circ - \sum_{k=1}^n \Theta_k + \sum_{l=1}^m \Theta_l,$$

при увеличении параметра значения исследуемого параметра, или

$$\Theta_i^q = - \sum_{k=1}^n \Theta_k + \sum_{l=1}^m \Theta_l$$

при его уменьшении [121, 122], где Θ_k и Θ_l – углы между вещественной осью и векторами, направленными из рассматриваемого полюса к соседним полюсам и нулям, соответственно. Вершина будет называться внешней, если все ее углы выхода лежат в пределах сектора в 180° [87, 88, 119, 120].

Следовательно, для совокупности точек внешней границы МИКГ может быть сформировано отображение в плоскости $D'-I'$ на основе (2.2.6) и (2.2.8), как это представлено на рисунке 3.1.2.

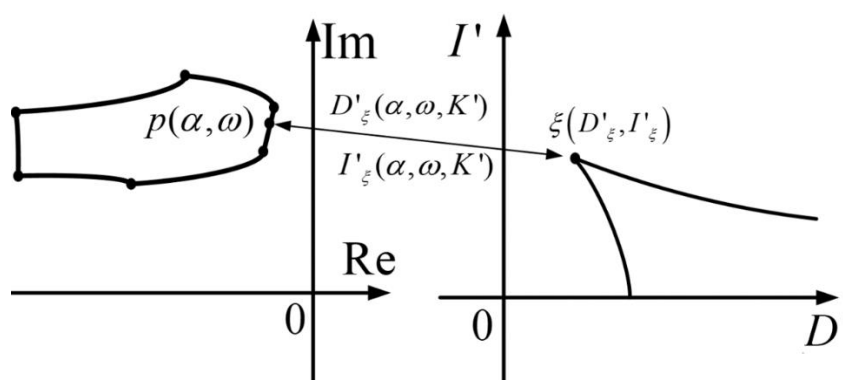


Рис. 3.1.2 – Отображение точки МИКГ на плоскость $D'-I'$

Множество точек $\xi(D'_\xi, I'_\xi)$ образует в плоскости $D'-I'$ некоторую замкнутую границу, каждая из точек которой определяет область приведенных настроечных параметров регулятора таких, которые обеспечивают вещественные значения полюсов ПФ ЗС (2.2.1).

3.2. Учет влияния интервально-заданного числителя ПФ ОУ на отображение МИКГ в плоскости параметров регулятора

Стоит обратить внимание на тот факт, что в ПФ ОУ коэффициент усиления K_p также носит интервально-определенный характер, но его значение не влияет на значение полюсов ПФ, а следовательно не влияет на

конфигурацию МИКГ. Однако, в силу того, что $K' = KK_P$, то значение коэффициента усиления ОУ в явном виде влияет на значения D'_ξ и I'_ξ . Следовательно, при каждом фиксированном значении $K_{P_i} \in [\underline{K}_P; \overline{K}_P]$, в плоскости $D'-I'$ будем иметь отдельное отображение МИКГ (рис. 3.2.1), которое обозначим как $M(K_{P_i})$.

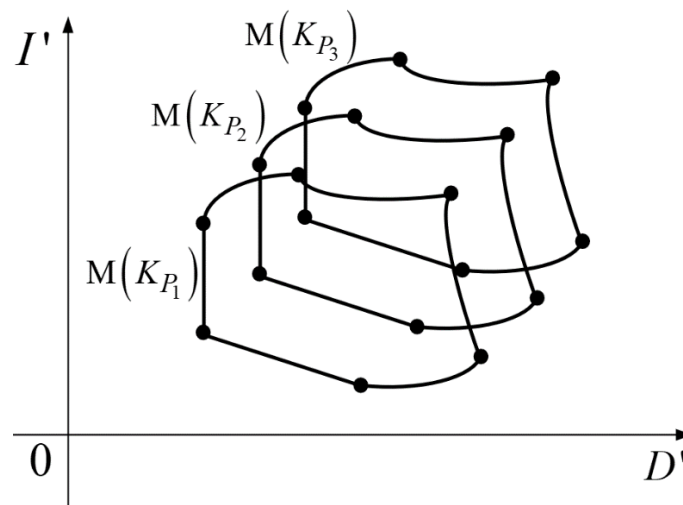


Рис. 3.2.1 – Отображения МИКГ на плоскость $D'-I'$ при различных значениях K_P

Каждая точка, принадлежащая отображению $M(K_{P_i})$, образует область в плоскости $D'-I'$, содержащую приведенные настроечные параметры регулятора, которые гарантируют вещественные значения полюсов замкнутой системы. Иными словами, отображение формируется множеством точек $\xi(\alpha, \omega, K_{P_i})$, каждая из которых является точкой пересечения функций (2.2.6). Соответственно, рассматривая всё множество точек, которое принадлежит отображению $M(K_{P_i})$ при всех возможных значениях коэффициента усиления ОУ K_P , будем иметь множество таких областей, соответствующее

всему интервальному семейству объектов управления. Пересечение полученных областей даст некоторую подобласть Ω^* в плоскости $D'-I'$ (3.2.2) такую, что значения D' и I' при выбранном $K' = KK_P$ обеспечат вещественные значения полюсов замкнутой системы для всего множества объектов управления с интервально-заданными параметрами.

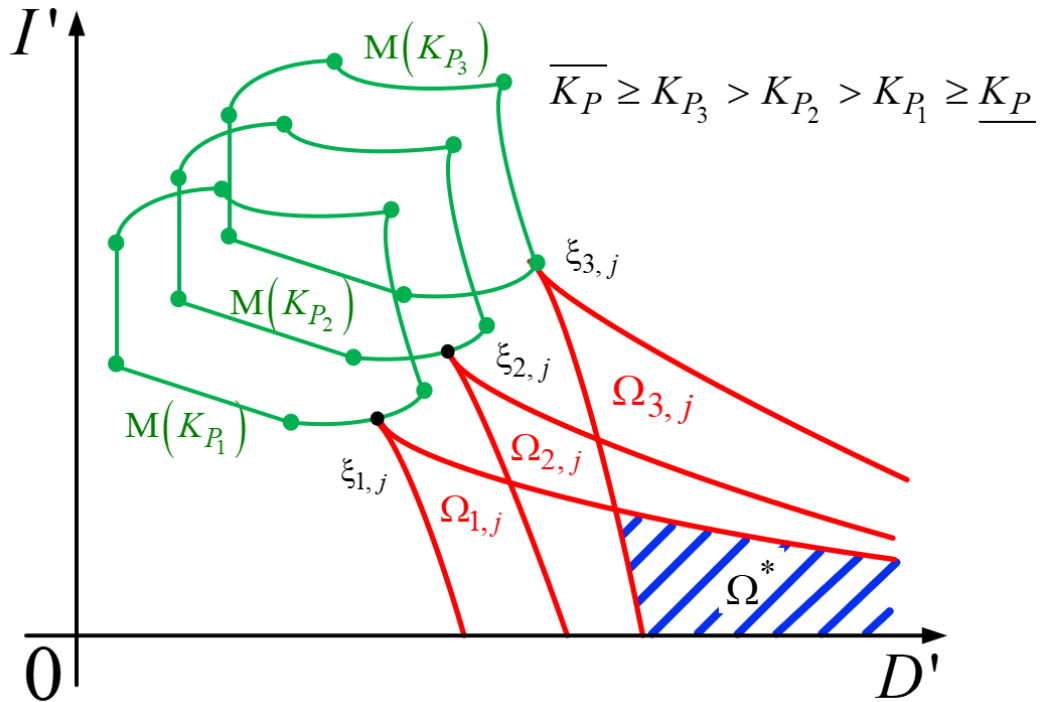


Рис. 3.2.2 – Пересечение областей Ω , образующих общую область Ω^*

Как видно из рисунка 3.2.2, для каждой произвольной j -ой точки отображения $M(K_{P_i}) \xi_{i,j}$ соответствует область $\Omega_{i,j}$, ограничивающая область значений настроечных коэффициентов регулятора $D'-I'$, обеспечивающих вещественные значения полюсов ПФ ЗС для соответствующего ОУ, т.е. для отдельного члена интервального семейства. Соответственно, в плоскости $D'-I'$ может быть определена некоторая подобласть Ω^* , содержащая значения D' и I' такие, которые обеспечат вещественные значения полюсов одновременного для всех членов

интервального семейства ПФ ОУ. Далее, сформулируем ограничения для области Ω^* .

3.3. Определение области допустимых значений настроечных коэффициентов регулятора, удовлетворяющей всем членам интервального семейства ПФ ЗС

Несмотря на тот факт, что множество точек $M(K_{P_i})$ образует множество областей, итоговая область Ω^* определяется частями двух кривых (2.2.6), каждая из которых соответствует определенному члену интервального семейства ОУ. Определим в общем виде данных членов интервального семейства и соответствующие им точки ξ в плоскости $D'-I'$, образующие кривые (2.2.6), которые ограничивают область Ω^* .

Из рис 3.2.2 видно, что область Ω^* ограничена слева кривой, которая описывается функцией $I'_2(\alpha^*, \omega^*, K'^*, D')$ с такими аргументами $\alpha^* \in [\underline{\alpha}, \bar{\alpha}]$, $\omega^* \in [\underline{\omega}, \bar{\omega}]$ и $K'^* = KK_{P^*}$, $K_{P^*} \in [\underline{K}_P, \bar{K}_P]$, для которых будет достигаться максимальное значение $D'_{I_0}(\alpha, \omega, K')$, т.е. кривой, лежащей «правее» всех остальных, и сверху кривой, которая описывается функцией $I'_1(\alpha^*, \omega^*, K'^*, D')$ с такими аргументами $\alpha^* \in [\underline{\alpha}, \bar{\alpha}]$, $\omega^* \in [\underline{\omega}, \bar{\omega}]$ и $K'^* = KK_{P^*}$, $K_{P^*} \in [\underline{K}_P; \bar{K}_P]$, для которых будет достигаться минимальное значение $I'_\xi(\alpha, \omega, K')$, т.е. кривой, лежащей «ниже» всех.

В силу того, что каждая точка, принадлежащая МИКГ, т.е. каждый произвольный член интервального семейства, представляет собой линейную стационарную систему с ПФ вида

$$W(s) = \frac{K_P}{as^2 + bs + c}, \quad (3.3.1)$$

где $K_P \in [\underline{K}_P; \overline{K}_P]$, $a \in [\underline{a}; \overline{a}]$, $b \in [\underline{b}; \overline{b}]$, $c \in [\underline{c}; \overline{c}]$.

Согласно результатам, полученным в п 2.1., каждая ПФ $W(s)$ будет соответствовать точке $\xi^* \in M(K_P^*)$ в плоскости приведенных настроечных коэффициентов регулятора $D'-I'$. Таким образом, необходимо найти такие значения приведенных настроечных коэффициентов регулятора D' и I' , для которых справедливо $(D^*, I^*) \in \Omega^*$.

Рассмотрим ограничения на область Ω^* для формирования обобщенного правила определения границ данной области. Как было сказано ранее, в качестве начального предположения допустим, что область Ω^* формируется двумя функциями (2.2.6), которые соответствуют двум точкам ξ_1 и ξ_2 , которые соответствуют минимальному значению I'_ξ и максимальному значению D'_{I_0} .

Согласно результатам, полученным в п. 2.2, значение максимально допустимого приведенного коэффициента интегрирования I'_ξ и значение приведенного коэффициента дифференцирования при нулевом значении приведенного коэффициента интегрирования D'_{I_0} будут определяться согласно выражениям (2.2.9) и (2.2.10). Изучая (2.2.10) можно сделать вывод, что наименьшее значение будет достигнуто при минимальном значении выражения, находящегося под знаком радикала. С учетом того, что поиск точек ξ_1 и ξ_2 осуществляется в плоскости приведенных настроечных коэффициентов $D'-I'$ с уже известным значением приведенного коэффициента пропорциональности, то минимальное значение для $I'_\xi(\alpha, \omega, K')$ будет достигаться при таких значениях $\alpha^* \in [\underline{\alpha}, \overline{\alpha}]$ и $\omega^* \in [\underline{\omega}, \overline{\omega}]$, что их сумма квадратов будет наименьшей. Очевидно, что данное условие

будет выполняться при $\underline{\alpha}$ и $\underline{\omega}$, т.е. в нижних пределах интервалов для данных параметров.

Для функции $D'_{I_0}(\alpha, \omega, K')$ аналогичные условия не гарантируют максимального значения в силу наличия слагаемого -2α и, соответственно, данная функция требует дополнительного исследования.

3.4. Параметры ПФ ОУ при интервальном типе неопределенности

Важно отметить, что результаты, полученные в главе 2, применимы для системы с ПФ ОУ вида (2.1.1). В то же время, при введении в рассмотрение интервальной неопределенности, соответствующие результаты были получены уже для ПФ ОУ вида (3.3.1). Для корректности масштабирования подхода, разработанного и промоделированного для класса линейных стационарных систем, на класс систем с интервально-заданными параметрами, необходимо рассмотреть переход от ПФ ОУ (3.3.1) к ПФ ОУ (2.1.1) и, соответственно, адаптировать полученные выше результаты для ОУ с ПФ (3.3.1). Приведем далее два аналогичных выражения для характеристического полинома ОУ второго порядка

$$\Delta(s) = as^2 + bs + c, \quad (3.4.1)$$

$$\Delta(s) = s^2 + 2\alpha s + \alpha^2 + \omega^2. \quad (3.4.2)$$

Приводя (3.4.1) к такому виду, что коэффициент при старшей степени равен единице, из (3.4.2) получим, что $2\alpha = \frac{b}{a}$, $\alpha^2 + \omega^2 = \frac{c}{a}$. Подставляя полученные выражения в (2.2.8) – (2.2.10), получим

$$I'_{\xi}(a, b, c, K') = \frac{\sqrt{3\left(\frac{c}{a} + K'\right)^3}}{9}, \quad (3.4.3)$$

$$D'_{\xi}(a, b, c, K') = -\frac{b}{a} + \sqrt{3\left(\frac{c}{a} + K'\right)}, \quad (3.4.4)$$

$$D'_{I_0}(a, b, c, K') = 2\sqrt{\frac{c}{a} + K'} - \frac{b}{a}. \quad (3.4.5)$$

Для выражения (3.4.3) справедливо, что наименьшее значение на вещественной положительной области определения будет достигнуто при \underline{c} , \bar{a} и \underline{K}' . Причем, видно, что параметр b явно не входит в исследуемое выражение. Иными словами, любые вариации интервального параметра b в известных пределах не оказывают влияние на значение наименьшего приведенного коэффициента интегрирования для данной системы с интервально-определенными параметрами. Однако, возможен случай, представленный на рис. 3.4.1.

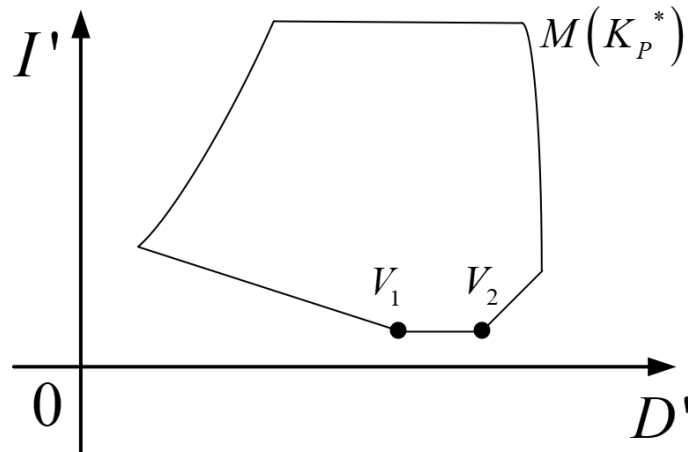


Рис. 3.4.1 – Наличие равных минимальных значений $I'_\xi(\alpha, \omega, K')$ на отображении МИКГ на плоскость $D'-I'$

Согласно рис. 3.4.1, на некотором отображении МИКГ на плоскость $D'-I'$ существуют два отображения соседних вершин V_1 и V_2 , для которых достигается минимальное значение I'_ξ . В рамках задачи формирования ограничений для системы с интервально заданными параметрами, существенным является вопрос выбора того отображения вершины, относительно которого будет строиться ограничение сверху для области Ω^* .

С учетом убывающего характера функции $I'(\alpha, \omega, K', D')$ по координате D' , ограничения сверху для искомой области Ω^* будут определяться точкой

ξ , которая располагается в отображении вершины с меньшим значением D' , т.е. в качестве искомой точки ξ_1 из двух точек-кандидатов выбирается та, которая соответствует меньшему значению D'_ξ .

Рассмотрим (2.5.5). Для гарантированного расположения искомой точки ξ_1 в одном из отображений вершин V_1 и V_2 , а не на ребре, соединяющем их проверим (2.5.5) на монотонность. Для (2.5.5) частные производные по интервальным параметрам примут вид

$$\frac{\partial D'_\xi(a, b, c, K')}{\partial a} = \frac{b}{a^2} - \frac{\sqrt{3}c}{2a^2 \sqrt{K' + \frac{c}{a}}}, \quad (3.4.6)$$

$$\frac{\partial D'_\xi(a, b, c, K')}{\partial b} = -\frac{1}{a}, \quad (3.4.7)$$

$$\frac{\partial D'_\xi(a, b, c, K')}{\partial c} = \frac{\sqrt{3}}{2a \sqrt{\frac{c}{a} + K'}}, \quad (3.4.8)$$

$$\frac{\partial D'_\xi(a, b, c, K')}{\partial K'} = \frac{\sqrt{3}}{2 \sqrt{\frac{c}{a} + K'}}. \quad (3.4.9)$$

Выражения (3.4.8) и (3.4.9) нигде не обращаются в ноль и с учетом того, что рассматриваемая область определения вещественная и положительная, данные выражения всегда будут принимать положительные значения, что говорит о монотонно возрастающем характере изменения функции (2.2.10) по направлению возрастания c и K' . Выражение (3.4.7) также нигде не обращается в ноль, однако принимает только отрицательные значения, что говорит о монотонно убывающем характере (3.4.7) по направлению

увеличения b . Для (3.4.6) условием монотонности будет необращение в ноль выражения в числителе, т.е. должно быть справедливо, что

$$2\bar{b}\sqrt{\underline{K}' + \frac{c}{a}} - \sqrt{3c} \neq 0, \forall a \in [\underline{a}; \bar{a}]. \quad (3.4.10)$$

Выразим a из (3.4.10) и получим, выражение вида

$$a = \frac{4c \cdot \bar{b}^2}{3c^2 - 4\bar{b}^2 \underline{K}'}. \quad (3.4.11)$$

Таким образом, в случае, если численное значение (3.4.11) не принадлежит интервалу изменения параметра a , тогда условие (3.4.10) выполняется и, соответственно, (3.4.6) будет иметь монотонный характер, что позволяет говорить о нахождении искомой точки ξ_1 в отображении вершины МИКГ.

В случае выполнения условия (3.4.10) точка ξ с наименьшим значением координаты D'_{ξ} будет располагаться в отображении вершины V_1 . В противном случае, решение уравнения (3.4.10) относительно a даст значение точки ξ .

Аналогично, для (3.4.5). Частные производные по интервальным параметрам при степенях характеристического полинома ПФ ОУ и по приведенному коэффициенту пропорциональности будут иметь вид

$$\frac{\partial D'_{I_0}(a, b, c, K')}{\partial a} = \frac{b}{a^2} - \frac{c}{a^2 \sqrt{K' + \frac{c}{a}}}; \quad (3.4.12)$$

$$\frac{\partial D'_{I_0}(a,b,c,K')}{\partial b} = -\frac{1}{a}; \quad (3.4.13)$$

$$\frac{\partial D'_{I_0}(a,b,c,K')}{\partial c} = \frac{1}{a\sqrt{\frac{c}{a} + K'}}; \quad (3.4.14)$$

$$\frac{\partial D'_{I_0}(a,b,c,K')}{\partial K'} = \frac{1}{\sqrt{\frac{c}{a} + K'}}. \quad (3.4.15)$$

Рассматривая выражения (3.4.12 – 3.4.15), видно, что функции (3.4.13 – 3.4.15) нигде на своей области определения не обращаются в ноль и с учетом того, что все аргументы являются положительными и вещественными, можно сделать вывод, что функция (3.4.13) принимает отрицательные значения на всей своей области определения и, соответственно, функция (3.4.4) является монотонной убывающей по направлению изменения координаты b . Данный факт говорит о том, что с увеличением коэффициента b значение коэффициента дифференцирования при нулевом значении приведенного коэффициента интегрирования будет уменьшаться. Выражения (3.4.14 – 3.4.15), также нигде не обращаются в ноль и положительны на всей своей области определения, что позволяет сделать выводы о том, что функция (3.4.4) является монотонно возрастающей на всей своей области определения по направлению координат c и K' . Таким образом, при увеличении интервального коэффициента при нулевой степени s и с увеличением значения коэффициента усиления ОУ в пределах своего интервала, минимальное значение приведенного коэффициента дифференцирования будет увеличиваться и точка ξ будет смещаться в положительном направлении оси D' . Для (3.4.12) условием монотонности будет необращение в ноль выражения в числителе, т.е. должно быть справедливо, что

$$\underline{b}\sqrt{\overline{K'} + \frac{\underline{c}}{a}} - \overline{c} \neq 0, \forall a \in [\underline{a}; \overline{a}]. \quad (3.4.16)$$

В итоге, в случае выполнения условий (3.4.10) и (3.4.16), ограничения на искомую область Ω^* будут сформированы двумя членами интервального семейства с ПФ вида

$$W_{\xi 1}(s) = \frac{\overline{K}_P}{\underline{a}s^2 + \underline{b}s + \underline{c}}; \quad (3.4.17)$$

$$W_{\xi 2}(s) = \frac{\overline{K}_P}{\underline{a}s^2 + \underline{b}s + \underline{c}}. \quad (3.4.18)$$

Далее, с учетом значений полюсов ПФ (3.4.17), (3.4.18), получим значения коэффициентов пропорциональности ПИД-регулятора $K_{\xi 1}$ и $K_{\xi 2}$ для ПФ (3.4.17), (3.4.18) соответственно, обеспечивающий условия нулевого перерегулирования для данных членов интервального семейства ПФ. С учетом знака неравенств, для обеспечения условий нулевого перерегулирования из двух значений $K_{\xi 1}$ и $K_{\xi 2}$ должно быть выбрано наименьшее значение.

3.5. Определение значений настроечных коэффициентов ПИД-регулятора

Определив область локализации множества допустимых значений I' и D' , далее необходимо определить непосредственно значения коэффициентов регулятора таких, которые бы обеспечили для любого члена интервального семейства расположение значения I' и D' внутри найденной области. Т.к.

$$I' = [\underline{K}_P; \overline{K}_P]I, \quad D' = [\underline{K}_P; \overline{K}_P]D \quad \text{и} \quad K_P \quad \text{имеет} \quad \text{интервальную}$$

неопределенность, можно сказать, что при линейном изменении K_P в пределах заданного диапазона, множество точек с координатами $(K_P D, K_P I)$ будут образовывать отрезок $P_L P_U$ некоторой прямой. Принадлежность все точек отрезка $P_L P_U$ области Ω^* будет гарантироваться нахождением в данной области его крайних точек $(\underline{K_P D}, \underline{K_P I})$ и $(\overline{K_P D}, \overline{K_P I})$. Как ранее было показано в главе 2 наибольшее быстродействие системы достигается в точке ξ области Ω для линейной стационарной системы в которой для ПФ ЗС обеспечивается полюс тройной кратности. Однако, с учётом того, что полученная область $\Omega^* = \bigcap \Omega$, точка ξ для какой-либо из областей Ω не будет являться частью области Ω^* , т.е. $\xi_{\Omega_i} \notin \Omega^*$. Таким образом, чтобы добиться максимального быстродействия для системы с интервально-определенными параметрами необходимо разместить отрезок $P_L P_U$ в предельном положении, обеспечивающем ему расположение в области Ω^* .

Примем максимально допустимое для найденной области значение I' за $\overline{K_P I}$. Используя выражения обратных функций для (2.2.4) и функции для доминирующего полюса (Приложение Б) для каждого значения I' будем получать два значения D' , а именно $D_{LC} \overline{K_P}$ и $D_{RC} \overline{K_P}$, в данном случае, интерес представляет именно значение $D_{RC} \overline{K_P}$, которое примем за правый конец отрезка. Тогда условием нахождения отрезка целиком в заданной области будет являться также нахождение левого конца отрезка правее точки $D_{LC}(\underline{I K_P})$.

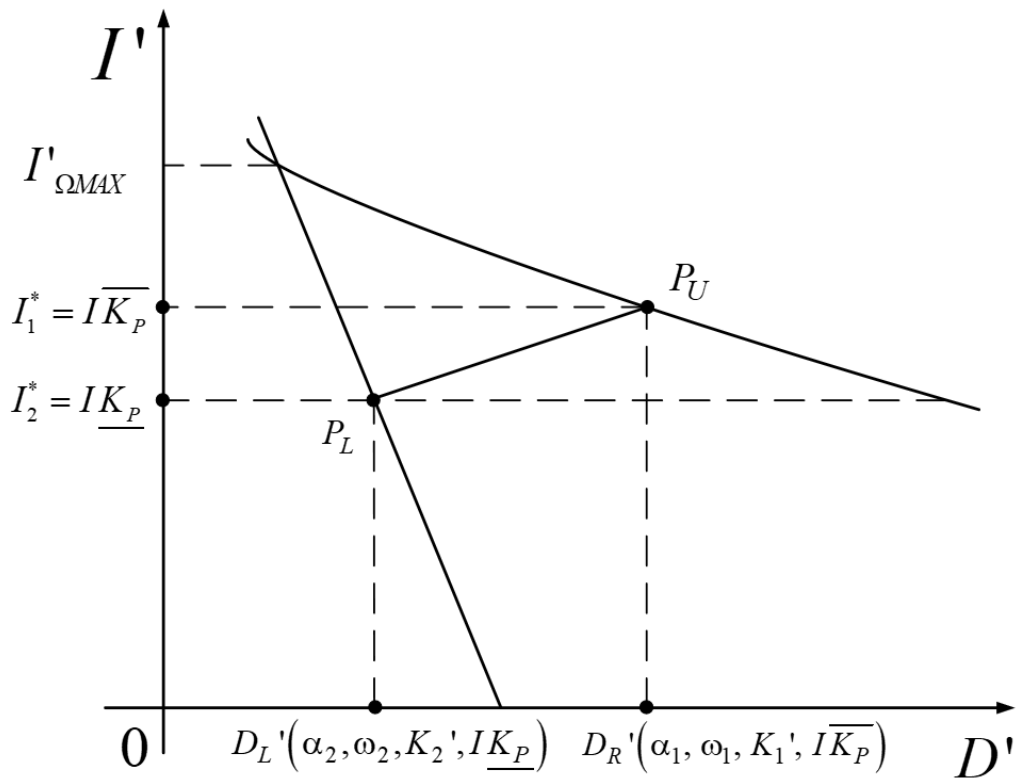


Рис. 3.5.1.– Локализация P_L и P_U с соответствующими диапазонами параметров I' и D'

Как было показано в п. 2.2, каждому выбранному значению коэффициента интегрирования соответствует некоторый диапазон допустимых значений коэффициента дифференцирования регулятора. Отсюда справедливо $D'_R(\alpha_1, \omega_1, K'_1, I\overline{K}_P) = \overline{D}K_P$, а $D'_L(\alpha_2, \omega_2, K'_2, I\underline{K}_P) = \overline{D}K_P$, т.е. с учетом коэффициентов усиления ОУ и выбранного коэффициента пропорциональности, имеем $D = [\underline{D}; \overline{D}]$. Таким образом, сформулируем условие ограничения для значения коэффициента интегрирования:

$$\frac{D'_L(\alpha_2, \omega_2, K'_2, I\underline{K}_P)}{\underline{K}_P} \leq \frac{D'_R(\alpha_1, \omega_1, K'_1, I\overline{K}_P)}{\overline{K}_P}. \quad (3.5.1)$$

Решением неравенства (3.5.1) относительно I будет являться значение настроечного коэффициента интегрирования, позволяющее рассчитать соответствующее значение настроечного коэффициента дифференцирования. Полученные настроечные коэффициенты регулятора обеспечивают принадлежность всех точек отрезка $P_L P_U$ области Ω^* и, соответственно, выполнение требуемой задачи синтеза регуляторов для систем управления.

Численный пример

Пусть задан некоторый ОУ с ПФ, параметры которой заданы интервально

$$W(s) = \frac{[16; 18]}{[1, 2; 1, 4]s^2 + [8, 3; 9, 7]s + [28; 36]}.$$

Для данной ПФ с интервально-заданными параметрами МИКГ представлен на рисунке 3.5.2.

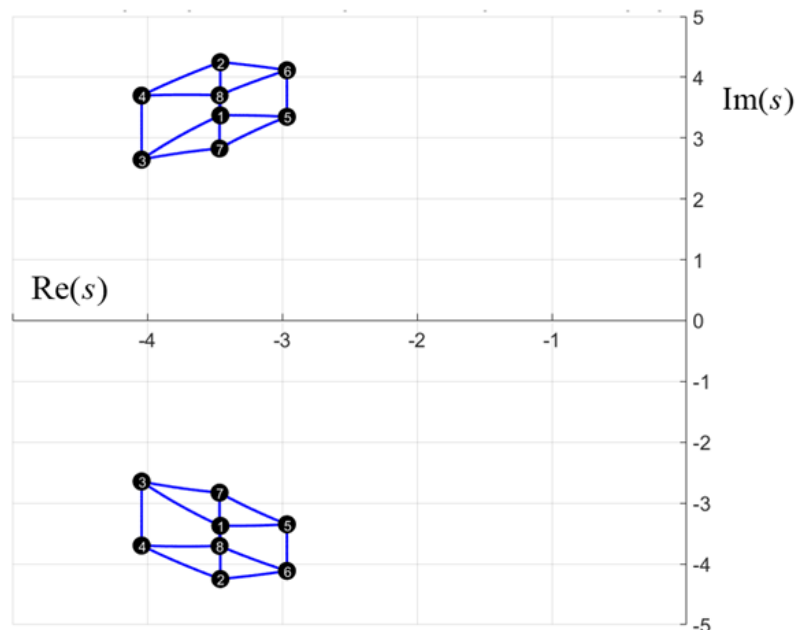


Рис. 3.5.2 – МИКГ для интервально-заданной ПФ выбранного ОУ

В соответствии с [67, 91, 119, 120] границы МИКГ сформированы вершинами, обозначенными на рисунке 3.5.2 как 3, 4, 2, 6, 5, 7 и соответствующими данным вершинам ребрами МИКГ. Далее, осуществив проверку, описанную в п. 3.4, получим, что для данного ОУ с интервально-определенными параметрами, членами интервального семейства, определяющими ограничения на приведенные настроечные коэффициенты ПИД-регулятора, являются передаточные функции вида

$$W_{\xi_1}(s) = \frac{16}{1,4s^2 + 8,3s + 36};$$

$$W_{\xi_2}(s) = \frac{18}{1,2s^2 + 8,3s + 36}.$$

Для данных ПФ на основании (2.5.7) получим значения приведенных коэффициентов пропорциональности $K_{\xi_1} = 6,1742$ и $K_{\xi_2} = 8,2223$. Соответственно, итоговым значением коэффициента усиления ПИД-регулятора будет выбрано $K = \min(K_{\xi_1}, K_{\xi_2}) = 6,1742$. С учетом значений параметров ПФ ОУ получим, что

$$K' = KK_p = [75,202; 92,613].$$

Для внешней границы МИКГ, представленного на рисунке 3.5.2, соответствующее отображение на плоскость приведенных настроечных коэффициентов интегрирования и дифференцирования $D'-I'$ при полученном значении приведенного коэффициента пропорциональности регулятора представлено на рисунке 3.5.3.

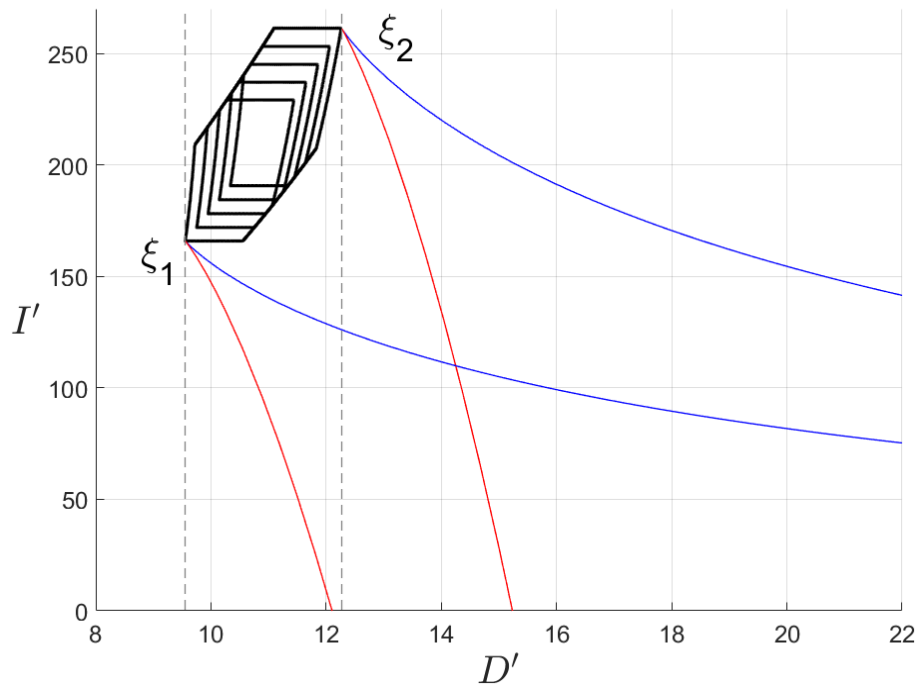


Рис. 3.5.3 – Отображение внешней границы МИКГ выбранного ОУ на плоскость приведенных настроечных коэффициентов D' – I'

Отображение внешней границы МИКГ выбранного ОУ на плоскость приведенных настроечных коэффициентов с полученным значением K' будет иметь 2 точки ξ_1 и ξ_2 , которые в свою очередь, согласно результатам, полученным в п. 2.2 определяют значения аргументов функций (2.2.6), которые ограничивают некоторый регион Ω приведенных настроечных коэффициентов интегрирования и дифференцирования I' и D' таких, которые бы обеспечивали условия, описанные в (3.5.1).

Исследуя полученное отображение в соответствии с (3.5.11) и (3.5.16), получим, что точки $\xi_1(\alpha_L, \omega_L)$ и $\xi_2(\alpha_U, \omega_U)$, формирующие ограничения на регион Ω , соответствуют членам интервального семейства со следующими значениями параметров их ПФ:

$$\alpha_L = 3,46; \omega_L = 2,83; \alpha_U = 3,46; \omega_U = 4,24.$$

Подставляя полученные значений $\alpha_L, \omega_L, \alpha_U, \omega_U$ в (2.2.6), получим выражения вида

$$I'_U(D') = 32,291D' - \frac{2\sqrt{(D'^2 + 13,81D' - 338,3)^3}}{27} - 1,54D'^2 - 0,074D'^3 + 271,76;$$

$$I'_L(D') = 21,07D' + \frac{2\sqrt{(D'^2 + 13,85D' - 237,62)^3}}{27} - 1,53D'^2 - 0,074D'^3 + 195,25,$$

которые однозначно ограничивают область Ω^* , как это представлено на рисунке 3.5.4.

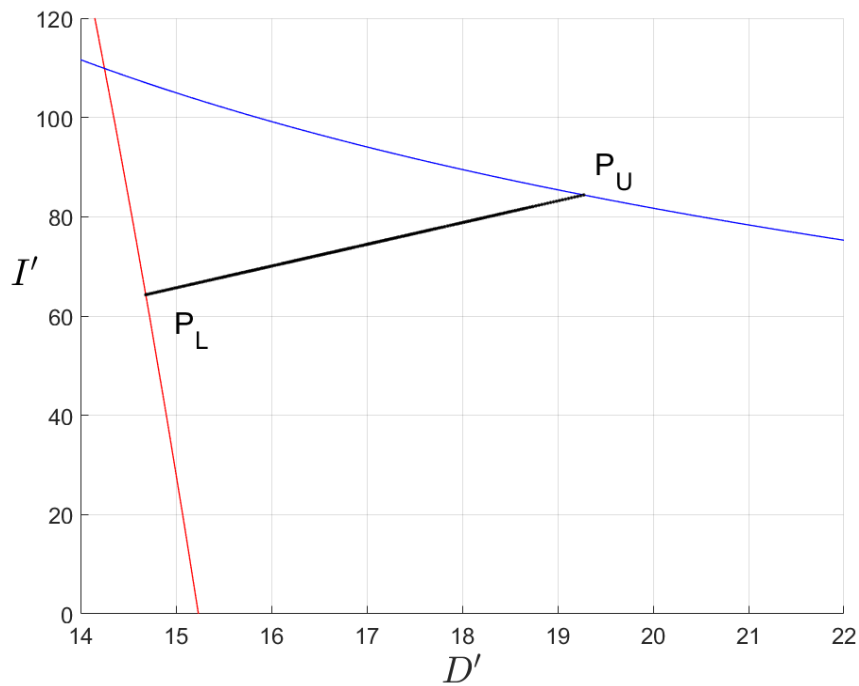


Рис. 3.5.4 – Полученная область Ω^* вместе с расположением точек P_L и P_U

Разрешая (3.5.1) относительно I , получим значения координат особых точек:

$$P_U(19,27; 83,92); P_L(14,68; 65,02).$$

Согласно ограничениям, образующим область Ω^* , настроечные коэффициенты ПИД-регулятора будут иметь следующие значения:

$$D = 1,285; K = 6,174; I = 5,625.$$

Для данного набора значений настроечных коэффициентов регулятора обе особые точки P_L и P_U располагаются внутри области Ω^* , как это изображено на рисунке 3.5.3, что гарантирует выполнение условий нулевого перерегулирования для всего интервального семейства ПФ.

С учетом полученных значений настроечных коэффициентов ПИД-регулятора, ПФ ЗС будет иметь вид

$$W_{CL}(s) = \frac{[11,43;15] (1,285s^2 + 6,174s + 5,625)}{s^3 + [20,616; 27,358] s^2 + [95,202;122,613] s + [64,239;84,375]}.$$

Семейство переходных характеристик для полученной ПФ ЗС с интервально-заданными параметрами представлено на рисунке 3.5.5.

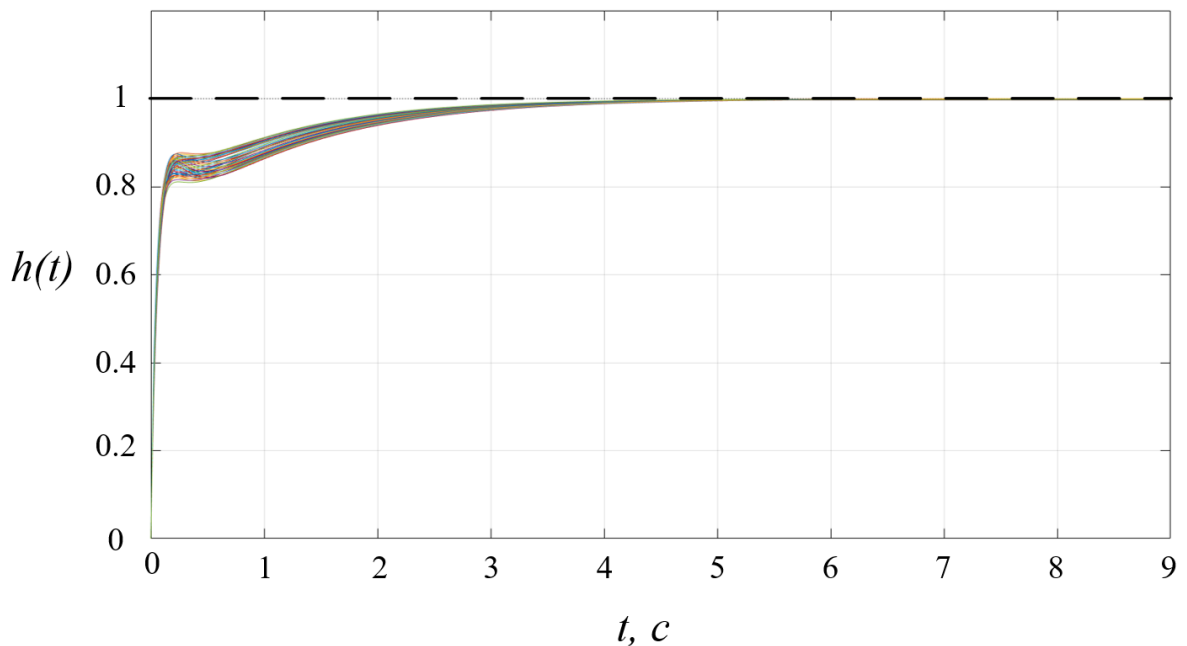


Рис. 3.5.5 – Семейство переходных характеристик ПФ ЗС с интервально-определенными параметрами

На рисунке 3.5.5 видно, что для замкнутой системы управления с ОУ с интервально-определенными параметрами с помощью ПИД-регулятора, синтезированного на основе представленного подхода обеспечено нулевое значение перерегулирования при всем разбросе параметров [68, 69].

3.6. Синтез ПИ-регулятора для ОУ с интервально-определенными параметрами

Сформировав ограничения на приведенные настроечные коэффициенты ПИ-регулятора в п. 2.6, рассмотрим аналогичный подход для класса систем с интервально-определенными параметрами. По аналогии с результатами, полученными для ПИД-регулятора, имеем, что для всего множества точек, формирующих внешнюю границу МИКГ в корневой плоскости может быть сформировано соответствующее отображение в плоскость приведенных настроечных коэффициентов $K' - I'$ (рис. 3.6.1).

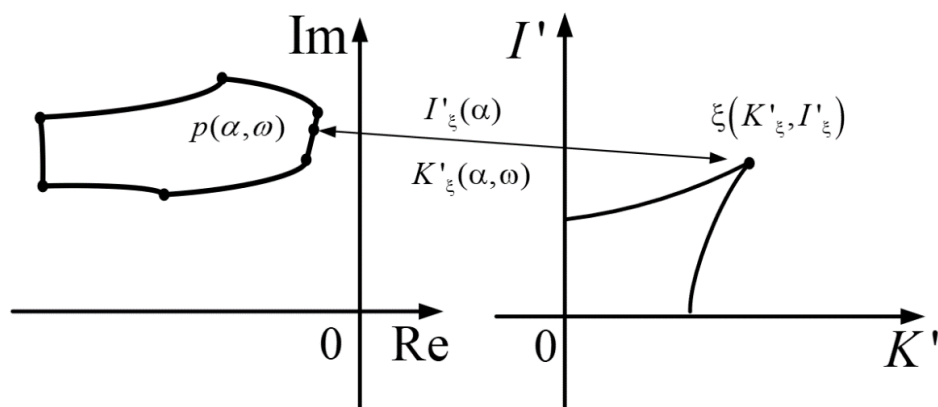


Рис. 3.6.1 – Отображение точек МИКГ в плоскость приведенных настроечных коэффициентов ПИ-регулятора

В данном случае координата каждой точки в плоскости $K' - I'$ будет определяться на основе выражений (2.6.4) и (2.6.5).

Каждой из точек $\xi(K', I')$ в плоскости $K'-I'$ соответствует область значений приведенных настроечных коэффициентов ПИ-регулятора, обеспечивающих вещественные значения полюсов ПФ ЗС. Отсюда сделаем предположение, что в плоскости $K'-I'$ может быть определена некоторая подобласть Ω^* такая, что $\Omega^* = \bigcap \Omega$, причем $s_i \in \mathbb{R}, i = \overline{1,3} \forall (K', I') \in \Omega^*$.

Определим, какие члены интервального семейства будут формировать ограничения по вещественным значениям полюсов ПФ ЗС для всего интервального семейства.

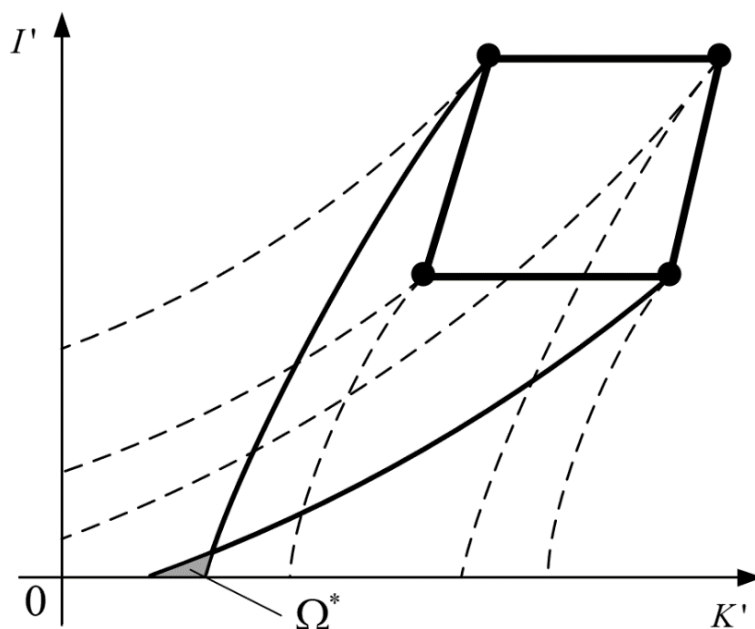


Рис. 3.6.2 – Формирование области Ω^* в плоскости $K'-I'$, гарантирующие вещественные значения полюсов ПФ ЗС на всем диапазоне изменения интервально-определенных параметров

Далее, используя выражения, определяющие координаты точки ξ для каждого из членов интервального семейства, исследуем изменение координаты данной точки при изменении параметров ОУ для определения ограничений на подобласть Ω^* . Сформируем начальную гипотезу о том, что

область Ω^* будет ограничена «справа» кривой, определяемой выражением $I'_1(\alpha^*, \omega^*, K'^*)$, где α^* , ω^* и K'^* обеспечивают наименьшее значение параметра K'_0 . Рассматривая (2.6.6), получим, что данное условие будет выполняться при значении параметра $\omega^* = \min(\underline{\omega}, \bar{\omega})$. Кроме того, с учетом характера функции $I'_1(\alpha^*, \omega^*, K'^*)$, для формирования ограничения значение параметра I' должно быть максимальным. Очевидно, с учетом выражения (2.6.5), максимальное значение I' будет достигаться при $\alpha^* = \max(\underline{\alpha}, \bar{\alpha}) = \bar{\alpha}$. Аналогично, сформируем условия для ограничений «сверху» для области Ω^* . Выдвинем начальное предположение, что ограничение будет сформировано кривой $I'_2(\alpha^*, \omega^*, K'^*)$, где α^* , ω^* и K'^* обеспечивают минимальное значение параметра I' и максимальное значение K' . Минимальное значение параметра I' , в соответствии с (2.6.6), будет достигаться при $\alpha^* = \min(\underline{\alpha}, \bar{\alpha}) = \underline{\alpha}$. С учетом полученного решения для α^* , получим два решения для значения ω^* , обеспечивающего максимум для K' . В случае, если полюсы ПФ ОУ вещественные и, соответственно, значение $\omega \in \mathbb{C}$, то максимум для (2.6.4) при $\alpha^* = \underline{\alpha}$ будет достигаться при $\omega^* = \max(\underline{\omega}, \bar{\omega})$, в противном случае, при $\omega \in \mathbb{R}$, при выполнении условия $\alpha^2 - 3\omega^2 > 0$, решение будет найдено в точке $\omega^* = \min(\underline{\omega}, \bar{\omega})$. В том случае, если $\alpha^2 - 3\omega^2 \leq 0$, в качестве структуры регулятора выбирается ПИД-структура регулятора по аналогичной методике, подробно описанной в п. 3.5. Таким образом, ограничения на область настроечных коэффициентов для системы с интервально-определенными параметрами будут определяться 2 членами интервального семейства, соответствующих особым точкам отображения МИКГ в плоскость параметров регулятора.

После формирования итоговых ограничений на подобласть Ω^* , внутри данной области осуществляется построение границы области $\Omega_{\sigma 0}$, в которой

выполняется условие (2.6.8). В пределах полученной подобласти приведенных настроечных коэффициентов ПИ-регулятора далее необходимо выбрать точку, для которой с учетом замены $KK_p = K'$ и $IK_p = I'$, где K_p – интервально-определенный коэффициент усиления ПФ ОУ, будет справедливо

$$\begin{cases} \underline{K}' \in \Omega_{\sigma 0}, \overline{K}' \in \Omega_{\sigma 0}; \\ \underline{I}' \in \Omega_{\sigma 0}, \overline{I}' \in \Omega_{\sigma 0}, \end{cases}$$

т.е. такие настроечные коэффициенты ПИ-регулятора K и I , значения которых будут располагаться в пределах ограниченной подобласти $\Omega_{\sigma 0}$ с учетом интервально-определенного значения коэффициента усиления K_p ПФ ОУ на всем диапазоне его изменения.

Рассмотрим детально полученную подобласть приведенных настроечных параметров Ω^* (рис. 3.6.3)

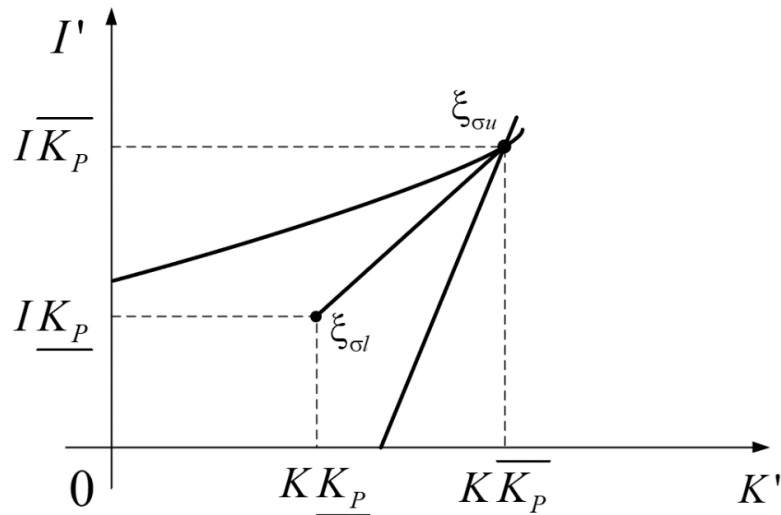


Рис. 3.6.3. – Подобласть приведенных настроечных коэффициентов Ω^*

Зная аналитические выражения для ограничивающих кривых (2.6.3) определим координаты точки $\xi_{\sigma II}$, характеризующей предельные значения

приведенных настроечных коэффициентов ПИ-регулятора K' и I' . Далее, рассмотрим случай расчета предельных значений настроечных коэффициентов ПИ-регулятора. С учетом того, что коэффициент усиления ПФ ОУ имеет интервально-определенный характер, приведенные настроечные коэффициенты K' и I' также будут иметь интервально-определенный характер. Примем, что точка $\xi_{\sigma u}$ соответствует координатам $(K \overline{K_p}, I \overline{K_p})$, т.к. в противном случае, при определенных значениях интервально-определенных параметров, выбранный регулятор не будет гарантировать нулевое значение перерегулирования. Зная диапазоны изменения интервально-определенного коэффициента усиления ПФ ОУ, получим значения координат точки $\xi_{\sigma l}$, соответствующей координатам $(K \underline{K_p}, I \underline{K_p})$. Зная координаты $\xi_{\sigma u}$ и $\xi_{\sigma l}$, могут быть получены значения настроечных коэффициентов ПИ-регулятора K и I . В случае, если коэффициент усиления ПФ ОУ вводится в рассмотрение в виде точечного значения, а не интервально-определенного, достаточным является условие принадлежности точки с координатами (K', I') подобласти Ω^* .

Численный пример

Пусть задана ПФ ОУ с интервально-определенными параметрами вида

$$W(s) = \frac{[6; 10]}{s^2 + [4, 8; 8]s + [2, 9925; 4, 9875]}.$$

Для заданной ПФ ОУ с интервально-определенными параметрами интервалы изменения параметров α и ω будут равны $\alpha = [2, 4; 4]$, $\omega = [0, 8789 j; 3, 6061 j]$, а ее МИКГ представлен на рисунке 3.6.4.

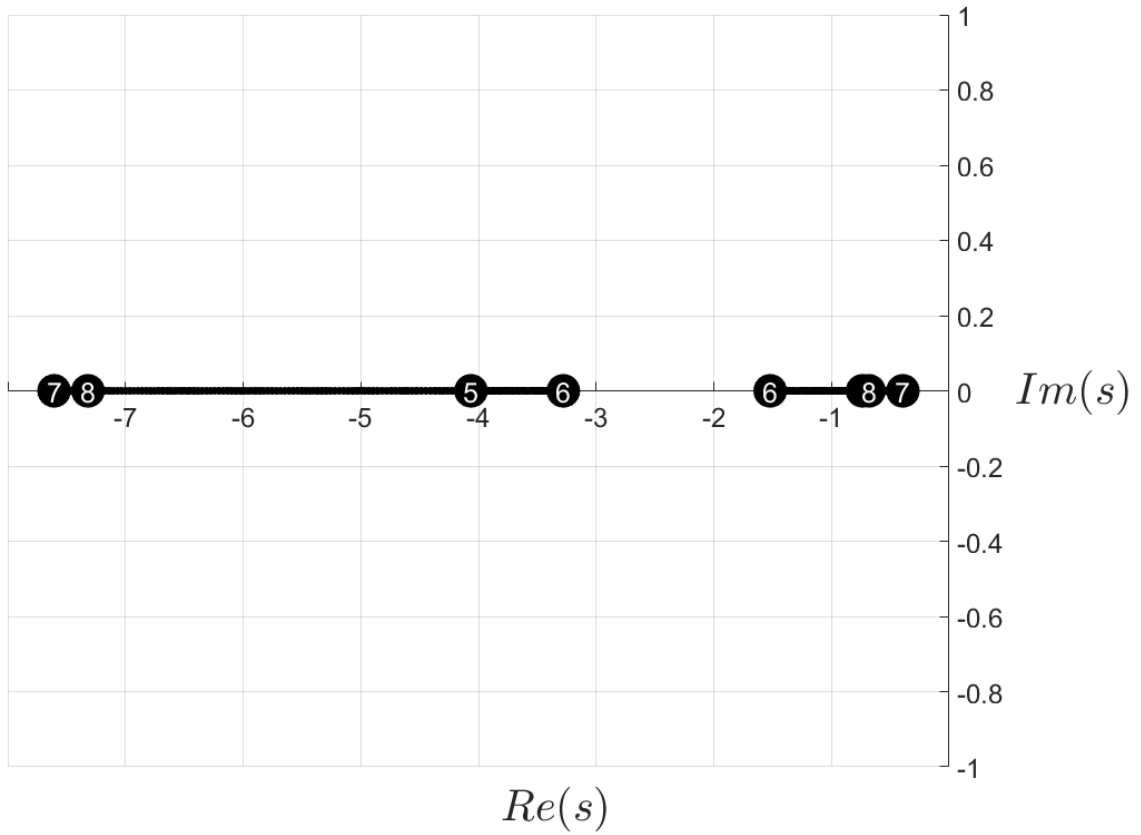


Рис. 3.6.4 – МИКГ ПФ ОУ с интервально-определенными параметрами

Далее, на основании выражений (2.6.4) и (2.6.5), получим отображение МИКГ, представленного на рисунке 3.6.4, в плоскость параметров ПИ-регулятора. Отображение МИКГ на плоскость $K'-I'$ приведено на рисунке 3.6.5.

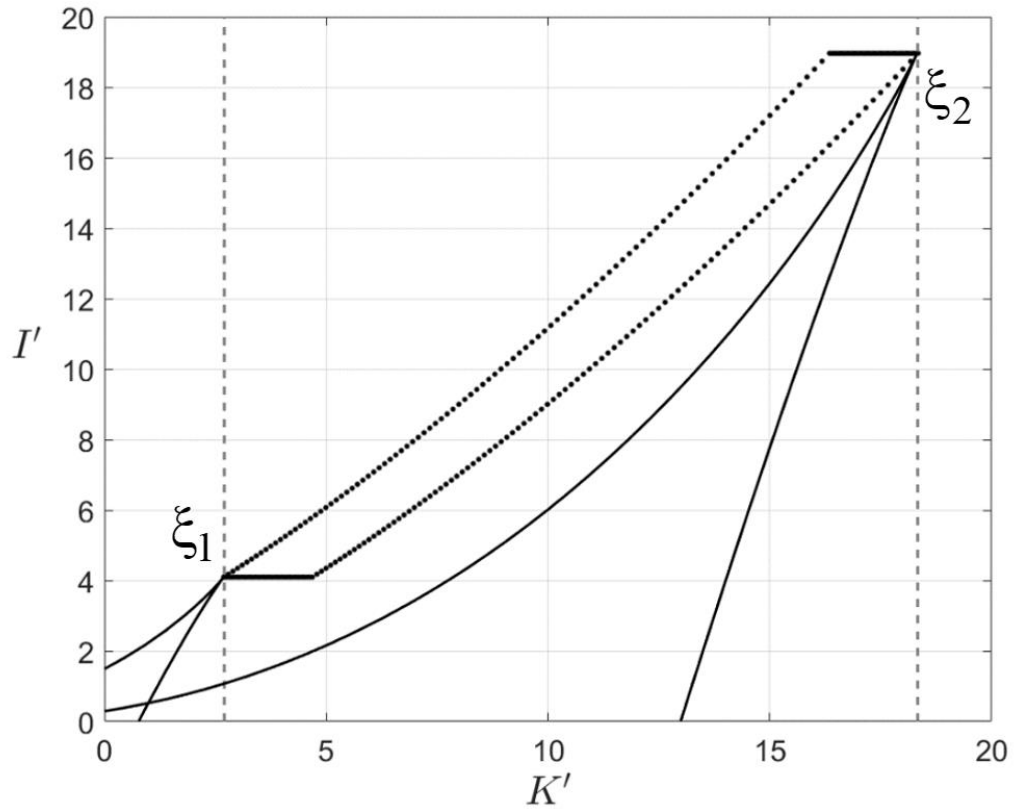


Рис. 3.6.5 – Отображение МИКГ на плоскость $K'-I'$

На основе результатов, полученных в главе 2, определим две точки, определяющие общие ограничения на область Ω^* . Для данного ОУ область Ω^* будет ограничена кривыми, определяемыми выражениями (2.6.3) для 2 точек ξ , при $\alpha_1 = 2,4$, $\omega_1 = 0,8789j$ и $\alpha_2 = 4$, $\omega_2 = 3,3185j$ и имеющие координаты в плоскости $K'-I'$ $\xi_1(2,54;4,07)$ и $\xi_2(18,71;18,94)$. Соответствующая область Ω^* представлена на рисунке 3.6.6.

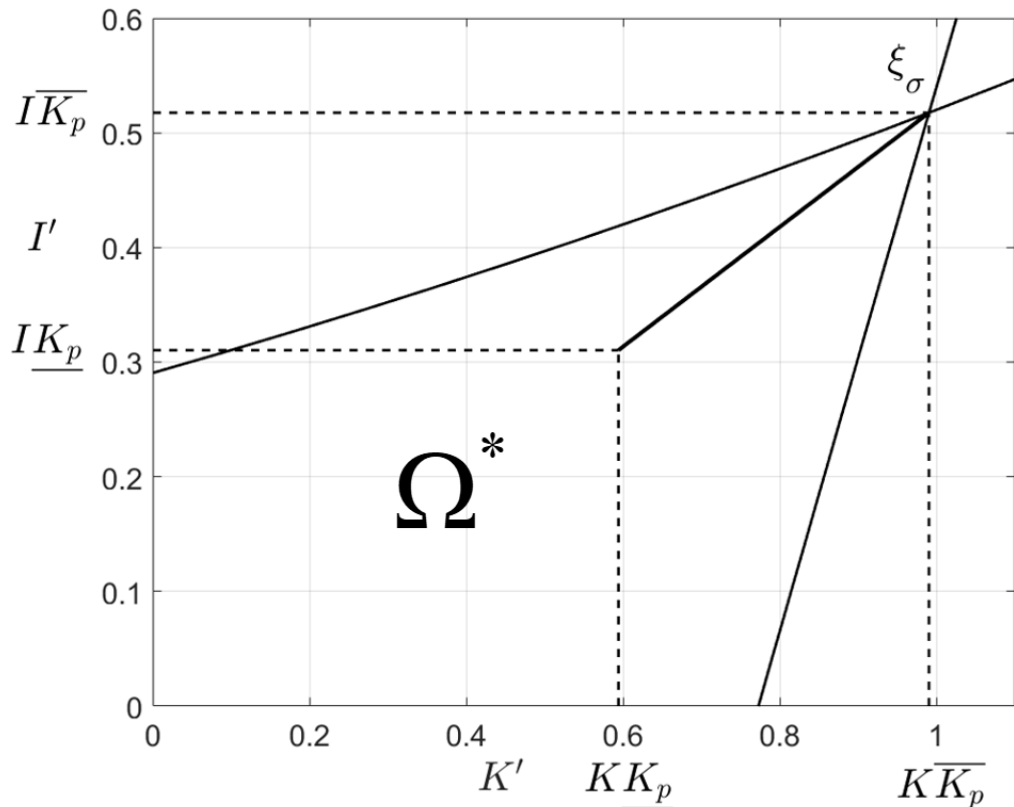


Рис. 3.6.6 – Область Ω^* для заданной ПФ ОУ с интервально-определенными параметрами

С учетом ранее полученных результатов имеем, что для обеспечения нулевого значения перерегулирования для данного ОУ с интервально-определенными параметрами, настроечные коэффициенты ПИ-регулятора примут значения $K = 0,09902$, $I = 0,05175$. Таким образом, семейство переходных характеристик ПФ ЗС с интервально-определенными параметрами примет вид, представленный на рисунке 3.6.7. Для полученных переходных характеристик видно, что на всем диапазоне изменения интервально-определенных параметров, значение перерегулирования составляет 0%, что удовлетворяет заданным требованиям и, следовательно, подтверждает теоретически полученные результаты.

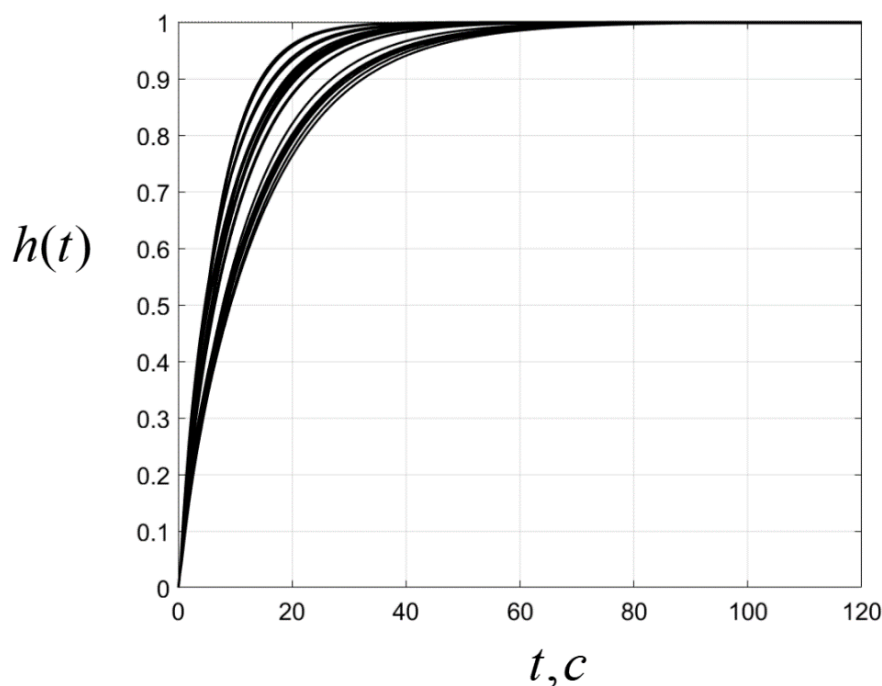


Рис. 3.6.7. – Семейство переходных характеристик ПФ ЗС с полученным ПИ-регулятором.

Как видно из рисунка 3.6.7, для выбранных значений настроечных коэффициентов ПИ-регулятора выполняется обеспечение нулевого перерегулирования на всем диапазоне изменения интервально-определенных параметров ОУ.

Таким образом, по аналогии с ПИД-регулятором сформулирована методика синтеза ПИ-регулятора, которая учитывает также изначально вещественные полюсы ПФ ОУ, что расширяет предложенную методику синтеза для систем с интервально-определенными параметрами.

3.7. Методика синтеза регуляторов для систем с интервально-определенными параметрами

Основываясь на результатах, полученных в пунктах 3.3 – 3.6, сформулируем методику синтеза ПИД-регулятора для систем управления с

объектом второго порядка без нулей с интервально-определенными параметрами.

Первым шагом в процедуре синтеза будет являться определение необходимости дифференциальной составляющей регулятора, т.е. выбор между ПИД- и ПИ-структурой регулятора, на основании выполнения условия, что (2.6.4) больше нуля. В случае выполнения данного условия используется ПИ-регулятор, иначе ПИД-регулятор.

В случае работы с ПИ-регулятором, следующим шагом является определение координат точек $\xi_1(\alpha, \omega)$ и $\xi_2(\alpha, \omega)$, определяющие ограничения на область Ω^* . В случае, если $\omega \in \mathbb{C}$, то координаты будут определяться как $\xi_1(\bar{\alpha}, \underline{\omega})$, $\xi_2(\underline{\alpha}, \bar{\omega})$, в противном случае, как $\xi_1(\bar{\alpha}, \underline{\omega})$ $\xi_2(\underline{\alpha}, \underline{\omega})$.

Далее, получив значения параметров α и ω , необходимых для расчета координат точек ξ_1 и ξ_2 , на основании (2.6.8) получим границы области Ω^* , определяющей значения настроечных коэффициентов регулятора, обеспечивающих нулевое значение перерегулирования.

Заключительным шагом в синтезе ПИ-регулятора является выбор конкретных значений настроечных коэффициентов для имплементации в регулятор. В случае, если коэффициент усиления ОУ K_p интервально-определенный, то на основе координат точек $\xi_{\sigma u}$ и $\xi_{\sigma l}$ произведем расчет значений настроечных коэффициентов.

Если в ходе процедуры синтеза на первом шаге условие вида $\alpha^2 - 3\omega^2 > 0$ не выполняется, то выбирается ПИД-регулятор. Для ПИД-регулятора на первом шаге осуществляется расчет значения приведенного коэффициента пропорциональности регулятора K' . В зависимости от выполнения или невыполнения условия $\omega \in \mathbb{C}$, значение K' будет определяться (2.5.6) или (2.5.5) соответственно.

После выбора значения приведенного коэффициента пропорциональности регулятора K' для заданного ОУ осуществляется проверка на монотонность функций (3.4.3 – 3.4.5) и далее, в случае монотонности функции на области определения, соответствующей значениям интервальных параметров, ПФ из интервального семейства, определяющие итоговые ограничения на область Ω^* , будут соответствовать виду (3.4.17) и (3.4.18), т.е. соответствовать некоторым из вершин МИКГ. В случае, если на области определения, соответствующей интервальным параметрам, хотя бы одна из функций (3.4.3 – 3.4.5) не является монотонной, то значения соответствующих коэффициентов в ПФ, определяющих итоговые ограничения на область Ω^* , уточняются на основе (3.4.11) и (3.4.16).

Заключительным шагом в синтезе ПИД-регулятора является получение значений настроечных коэффициентов, согласно (3.5.1).

На основе полученных результатов в среде Matlab было разработано программное обеспечение для автоматизированного расчета значений коэффициентов регулятора. Разработанное программное обеспечение зарегистрировано в Реестре программ для ЭВМ, что подтверждается соответствующим свидетельством (Приложение Д) [132]. Блок-схемы основных алгоритмов приведены в приложении В.

3.8. Выводы по главе 3

В главе 3 сформулирована параметрическая методика синтеза регулятора ПИ- и ПИД-структуры, обеспечивающего нулевое значение перерегулирования для систем с интервально-определенными параметрами за счет масштабирования подхода к синтезу, представленного в Главе 2. В рамках формирования методики были получены следующие основные результаты:

- сформулированы правила отображения внешней границы МИКГ в плоскость параметров регулятора;
- представлен подход к выделению особых членов интервального семейства, формирующих аналитические ограничения на область приведенных настроечных коэффициентов регулятора для всей системы с интервально-определенными параметрами;
- разработана методика расчета значений коэффициентов регулятора с учетом интервально-определенного коэффициента усиления ПФ ОУ.

Полученные итоги работы были проверены на математических моделях, которые подтверждают достоверность представленных результатов исследования.

ГЛАВА 4. ПРАКТИЧЕСКОЕ ПРИМЕНЕНИЕ РАЗРАБОТАННОЙ МЕТОДИКИ НАСТРОЙКИ ПИД-РЕГУЛЯТОРА В УСЛОВИЯХ ИНТЕРВАЛЬНО-ОПРЕДЕЛЕННЫХ ПАРАМЕТРОВ

Заключительной частью диссертационной работы является практическая апробация и верификация результатов, представленных в предыдущих главах. Рассмотрим синтез регулятора, как ключевого элемента системы управления на примере физического оборудования.

В рамках процедуры неразрушающего контроля и диагностики сложных изделий ультразвуковым методом, для более точной диагностики исследуемый предмет помещается в более плотную, по сравнению с воздухом, среду. Так, в составе роботизированной установки ультразвукового контроля, расположенной в научно-исследовательском институте электрофизической аппаратуры (НИИЭФА им. Д.В. Ефремова, г. Санкт-Петербург) имеется специальная иммерсионная ванна вместе с системой управления водоподготовкой, включающей наполнение ванны из водопровода или из буферных емкостей, слив в канализацию, а также режим промывки дренажа системы.

4.1. Описание роботизированной установки ультразвукового контроля

Описываемая роботизированная установка ультразвукового контроля в своем составе имеет систему водоподготовки, ключевые элементы которой приведены на принципиальной схеме (рис. 4.1.1).

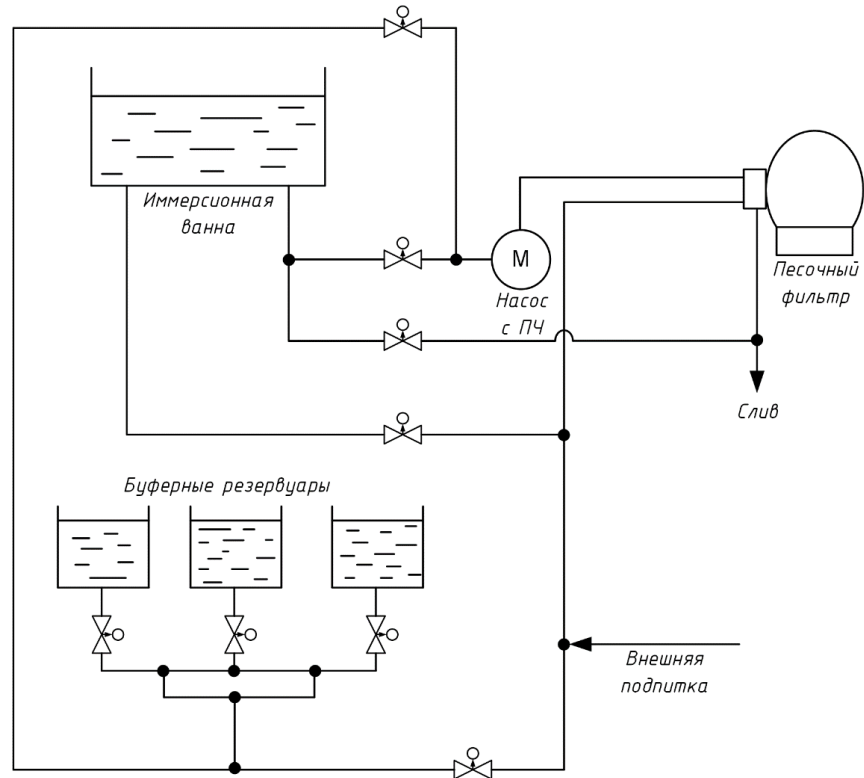


Рис. 4.1.1 – Принципиальная схема системы водоподготовки

Помимо основной иммерсионной ванны в состав установки входят смежные буферные резервуары, необходимые для хранения заранее приготовленной дистиллированной воды, а также для кратковременного опустошения ванны или снижения в ней уровня воды. Гидравлически иммерсионная ванна и буферные резервуары представляют собой сообщающиеся сосуды и направление перемещение жидкости в системе определяется комбинацией открытых и закрытых отсечных однонаправленных клапанов, а также частотой вращения электродвигателя насоса, управляемым преобразователем частоты.

Общий вид установки приведен на рисунке 4.1.2.

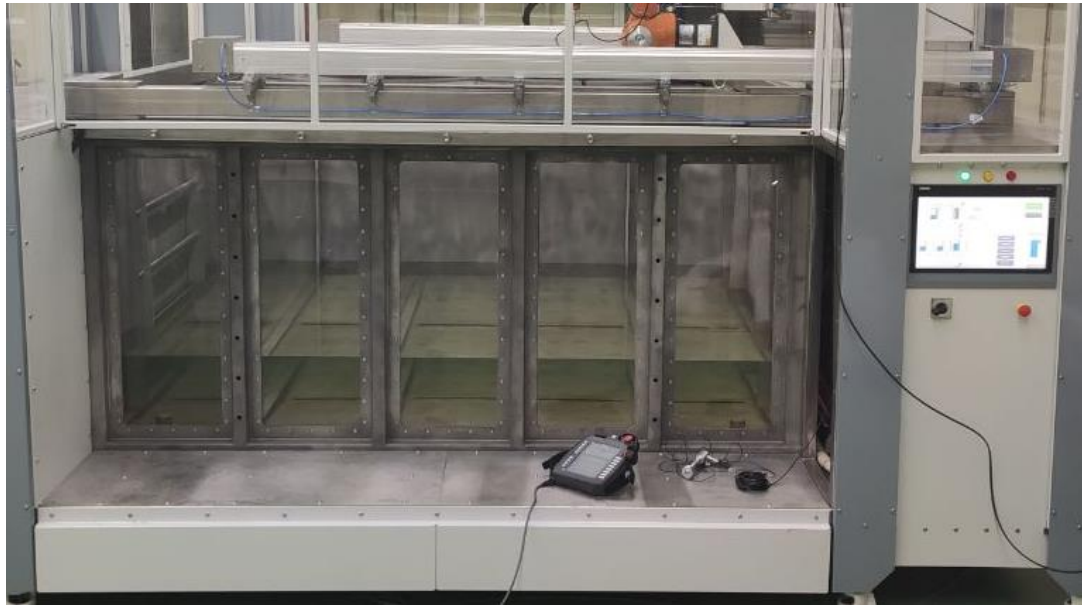


Рис. 4.1.2 – Общий вид установки

Деталь сложной формы, являющейся частью комплексной системы специального назначения, погружается в иммерсионную ванну. Далее, ванна наполняется до некоторого значения уровня, необходимого для погружения в воду ультразвукового датчика, закрепленного на конце робота-манипулятора без погружения в воду последнего. Во время процедуры диагностики робот перемещается вдоль поверхности объекта и в зависимости от габаритов и формы диагностируемого изделия уровень жидкости в ванне также должен увеличиваться или уменьшаться, обеспечивая нахождение под водой измерителя и незатопление робота-манипулятора. Процесс контроля показан на рисунке 4.1.3. Для осуществления диагностики в точке P1 необходимо, чтобы уровень жидкости в иммерсионной ванне был L1, аналогично, для проверки точки P2 уровень должен составлять уже L2. Кроме того, в процессе проведения диагностики также необходимо обеспечить циркуляцию жидкости в системе водоподготовки через фильтр для уменьшения износа дорогостоящих измерителей. Циркуляция осуществляется за счет регулирующего клапана, площадь пропускного отверстия которого определяется специалистом на основании габаритных параметров изделия и

смежных параметров. Причем, с изменением уровня жидкости в ванне, скорость выходного потока также будет изменяться, что в свою очередь, усложняет процесс наполнения и поддержания уровня воды в ванне без перерегулирования.

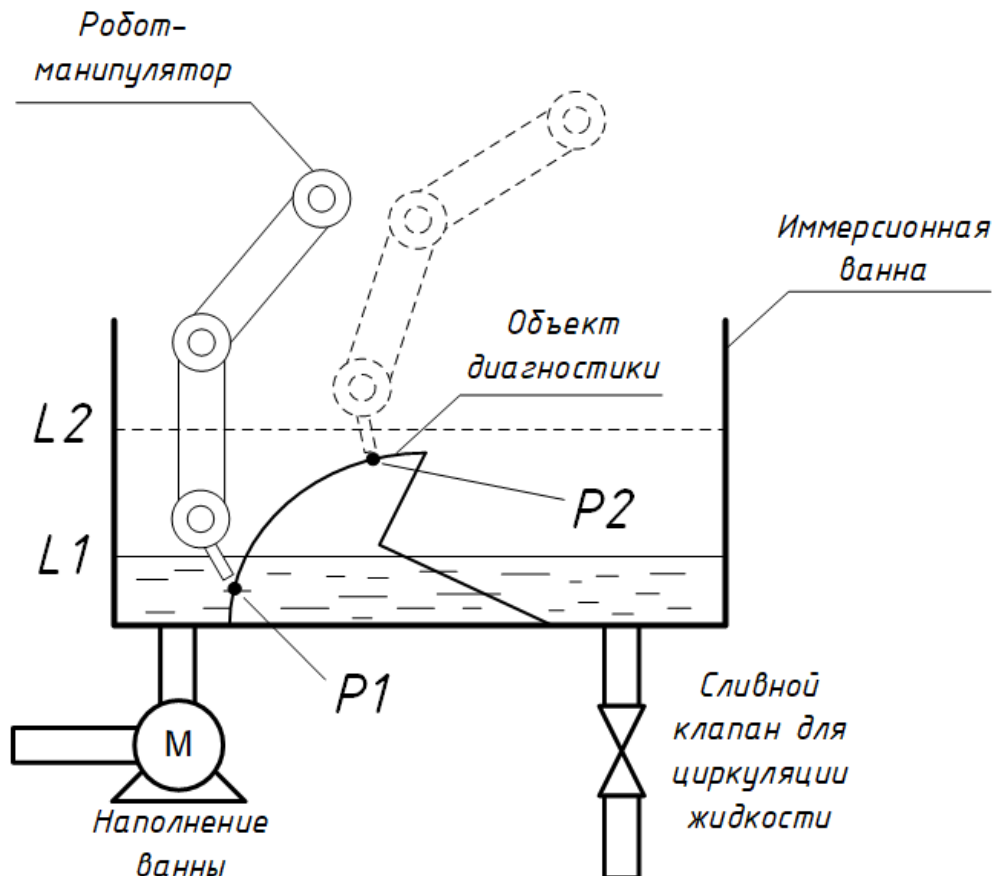


Рис.4.1.3 – Схема функционирования установки

4.2. Анализ исследовательской установки физического подобия и синтез регулятора

С целью апробации методики синтеза регулятора и экспериментального подтверждения применимости разработанного математического аппарата была разработана исследовательская установка по изучению вопросов управления гидравлическими процессами, расположенная в 10 учебном

корпусе Томского политехнического университета. Внешний вид установки представлен на рисунке 4.2.1.

В состав рассматриваемой установки (рис. 4.2.1) входят последовательно соединенные резервуары Р-1 и Р-2, сливной резервуар Р-3, отсечные (К-2, К-3) и регулирующие (К-1, К-4, К-5) клапаны, а также насос М1 с частотным управлением.



Рис. 4.2.1 – Исследовательская установка по изучению вопросов управления гидравлическими процессами

В рамках данного исследования апробация метода синтеза осуществляется для системы автоматического регулирования уровня в резервуаре Р-1. В данном контуре управляемый регулятором частотный преобразователь регулирует частоту вращения электродвигателя насоса М1, осуществляющий перекачку жидкости из общего резервуара Р-3 в резервуар Р-1. При этом, регулирующие клапаны находятся в полностью открытом положении, что обеспечивает отток жидкости из резервуара Р-1 в резервуар Р-

2, причем скорость потока жидкости из P-1 в P-2 будет нелинейно зависеть от высоты столба жидкости в P-1, что усложняет процесс регулирования и требует учета при разработке математической модели, на основе которой проводится процедура синтеза. Функциональная схема автоматизации представлена на рисунке 4.2.2.

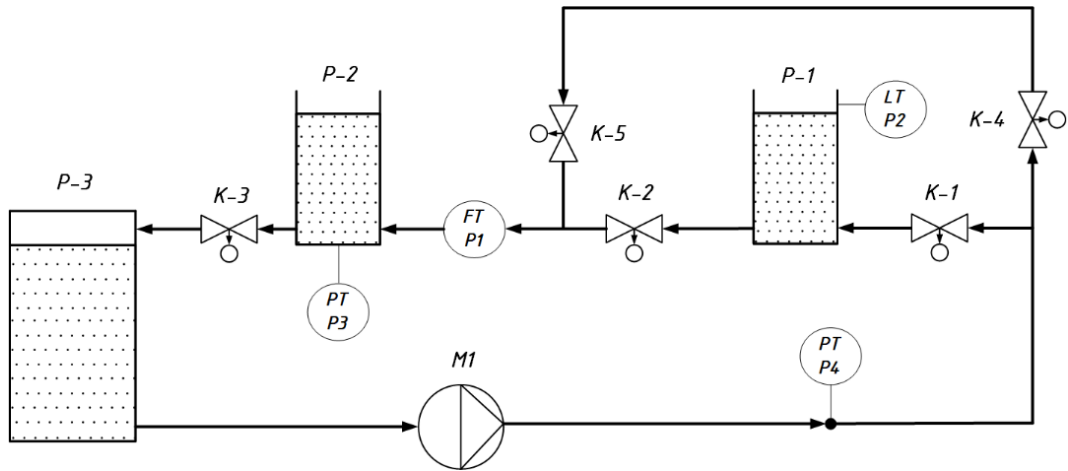


Рис. 4.2.2– Функциональная схема автоматизации гидравлической установки

На рисунке 4.2.2: P-1, P-2, P-3 – резервуары с жидкостью, K1, K4, K5 – отсечные клапаны, K2, K3 – регулирующие клапаны, РТ (P3, P4) – датчики давления, M1 – насос, FT – лопастной расходомер, LT – емкостной уровнемер.

Технические характеристики основных компонентов исследовательской установки приведены в Приложении Г.

Технологический процесс наполнения резервуара P-1 с учетом структуры установки, в общем виде, описывается дифференциальным уравнением вида

$$\frac{dh}{dt} = \frac{Q_{ВХ} - Q_{ВЫХ}}{S_{СЕЧ}},$$

где Q_{BX} – входной приток жидкости ($\text{м}^3/\text{с}$) в резервуар Р-1, $Q_{ВЫХ}$ – расход потока жидкости из Р-1 в Р-2, $S_{СЕЧ}$ – площадь поперечного сечения резервуара Р-1 (м^2). В свою очередь, величина расхода $Q_{ВЫХ}$ будет определяться как

$$Q_{ВЫХ} = v_{ВЫХ} S_{ОТВ},$$

где $v_{ВЫХ} = \sqrt{2gh}$ – скорость выходного потока ($\text{м}/\text{с}$), определяемая формулой Торричелли, g – ускорение свободного падения, h – высота столба жидкости в резервуаре Р-1. Далее, вводя в рассмотрение переменную $A = \frac{1}{S_{СЕЧ}}$ (м^{-2}), структурная схема замкнутой системы примет вид, представленный на рисунке 4.2.3.

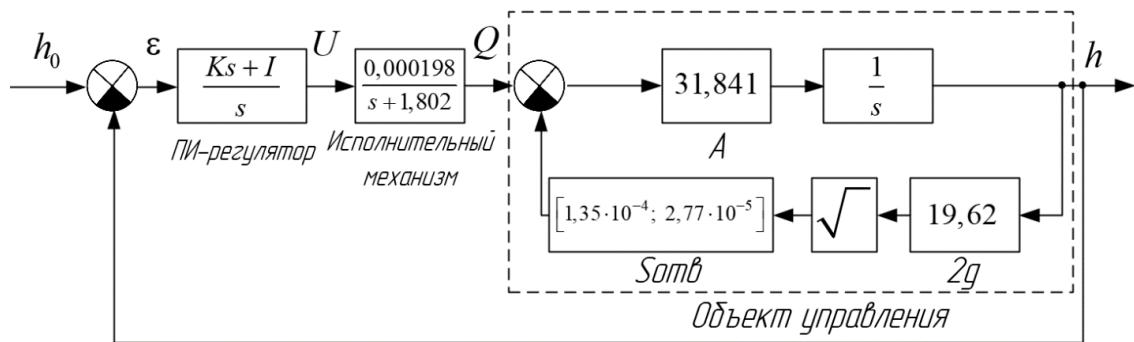


Рис. 4.2.3– Структурная схема системы управления

Представленный контур управления реализован на базе ПЛК Элсима-М01-24Р.

Стоит обратить внимание, что при формировании модели ОУ был принят ряд допущений, в т.ч. не принимается в расчет встречное давление потока жидкости из Р-2 в Р-1, изменение характеристик насоса при изменении

столба жидкости в Р-1, а также транспортное запаздывание, обусловленное временем, необходимое на поднятие жидкости и заполнение подводящих труб.

В силу того, что скорость выходного потока нелинейно зависит от высоты столба жидкости в рассматриваемом резервуаре, для применения методики синтеза линеаризуем представленный объект при помощи размещения статической характеристики данной нелинейности между двумя прямыми, описываемыми функциями

$$f_1(h) = \overline{K}_L h; \quad (4.2.1)$$

$$f_2(h) = \underline{K}_L h, \quad (4.2.2)$$

таким образом, чтобы все точки статической характеристики на выбранном рабочем диапазоне ОУ лежали между прямыми, описываемыми выражениями (4.2.1, 4.2.2). Статическая характеристика нелинейности ОУ и полученные прямые, ограничивающие рабочую область представлены на рисунке 4.2.4.

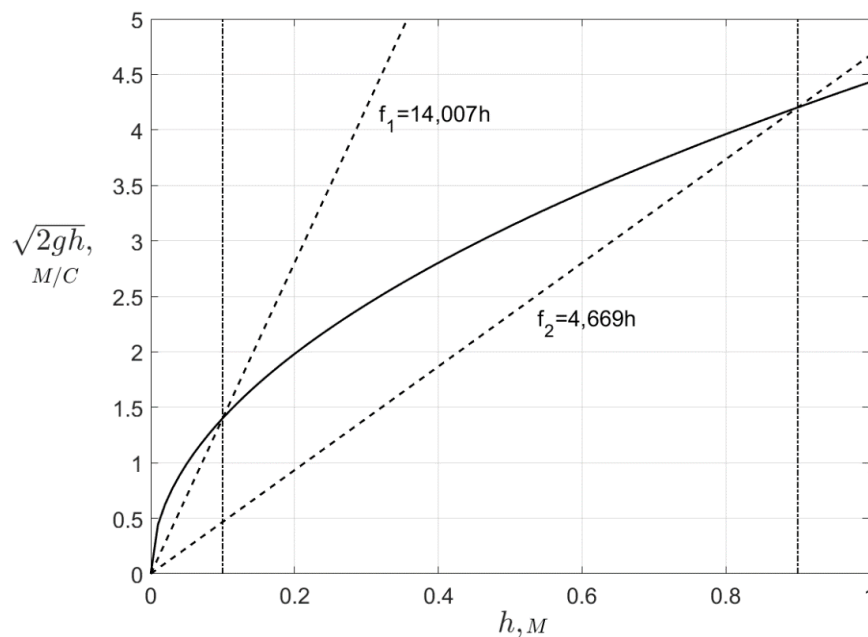


Рис. 4.2.4 – Статическая характеристика нелинейности ОУ с прямыми, ограничивающими интервал линеаризации на выбранном рабочем диапазоне

Диапазон линеаризации от 0,1 м до 0,9 м соответствует основному рабочему диапазону функционирования установки, т.к. в виду ее конструктивных особенностей значения уровня водного столба в резервуаре Р-1 ниже 0,1 м и выше 0,9 м соответствуют критическим режимам работы, близким к аварийным уставкам.

На основе проведенной интервальной линеаризации нелинейный элемент $\sqrt{2gh}$ преобразовывается в интервальный коэффициент $K_L = [4,669; 14,007]$.

Другим существенно изменяемым параметром системы является значение степени открытия регулирующего клапана К-2. Степень открытия регулирующего клапана, с учетом структурной схемы системы управления (рис. 4.2.3) и с учетом функциональной схемы автоматизации (рис. 4.2.2) рассматриваемой установки, будет определять значение параметра S_{OTB} , т.е. площадь сечения пропускного отверстия трубы, соединяющей сообщающиеся резервуары Р-1 и Р-2. С использованием приложения «Parameter Estimator» в ППП Matlab получим, что значения параметра S_{OTB} будет принадлежать интервалу

$$S_{OTB} = [\underline{S_{OTB}}, \overline{S_{OTB}}] = [2,77 \cdot 10^{-5}; 1,35 \cdot 10^{-4}],$$

где значение $\underline{S_{OTB}}$ соответствует 10%-ной степени открытия регулирующего клапана, а $\overline{S_{OTB}}$ – 100%. Таким образом, с учетом результатов интервальной линеаризации, а также интервально-определенного значения параметра, характеризующего площадь сечения пропускного отверстия, преобразованная структурная схема системы управления примет вид, представленный на рисунке 4.2.5.

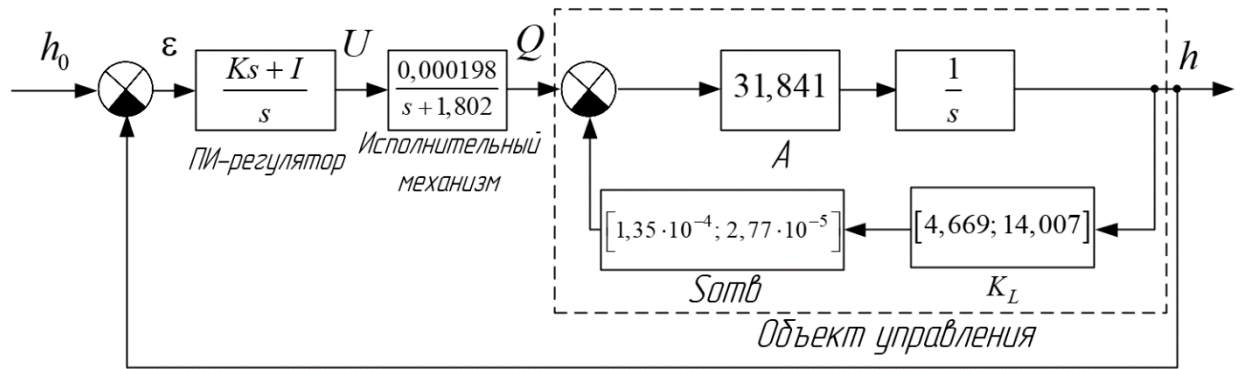


Рис. 4.2.5– Структурная схема линеаризованной системы управления с интервально-определенными параметрами

Таким образом, имеем, что ПФ ОУ с интервально-определенными параметрами примет вид

$$W_{OU}(s) = \frac{0,006076}{s^2 + [1,806; 1,863]s + [0,007043; 0,1089]}. \quad (4.2.3)$$

Для полученной ПФ ОУ, действительная и мнимая части ее полюсов будут лежать в интервалах $\alpha = [0,5; 0,9317]$, $\omega = [0,3757j; 0,9276j]$. На основании вышеизложенных результатов получим, что искомая область Ω^* будет ограничиваться кривыми для (2.6.3) для следующих членов интервального семейства

$$W_{\xi_1}(s) = \frac{0,006076}{s^2 + 1,806s + 0,1089};$$

$$W_{\xi_2}(s) = \frac{0,006076}{s^2 + 1,806s + 0,1089}.$$

Для каждого из выбранных членов интервального семейства определим множество точек, обеспечивающих нулевое перерегулирование, согласно (2.6.8) и далее, среди множества данных точек, одновременно лежащих внутри области Ω^* , выберем одну, координаты которой определяют значения настроечных коэффициентов ПИ-регулятора. Множество точек, удовлетворяющих (2.6.8) вместе с отображением МИКГ в плоскость приведенных настроечных коэффициентов ПИ-регулятора $K'-I'$ представлено на рисунке 4.2.6.

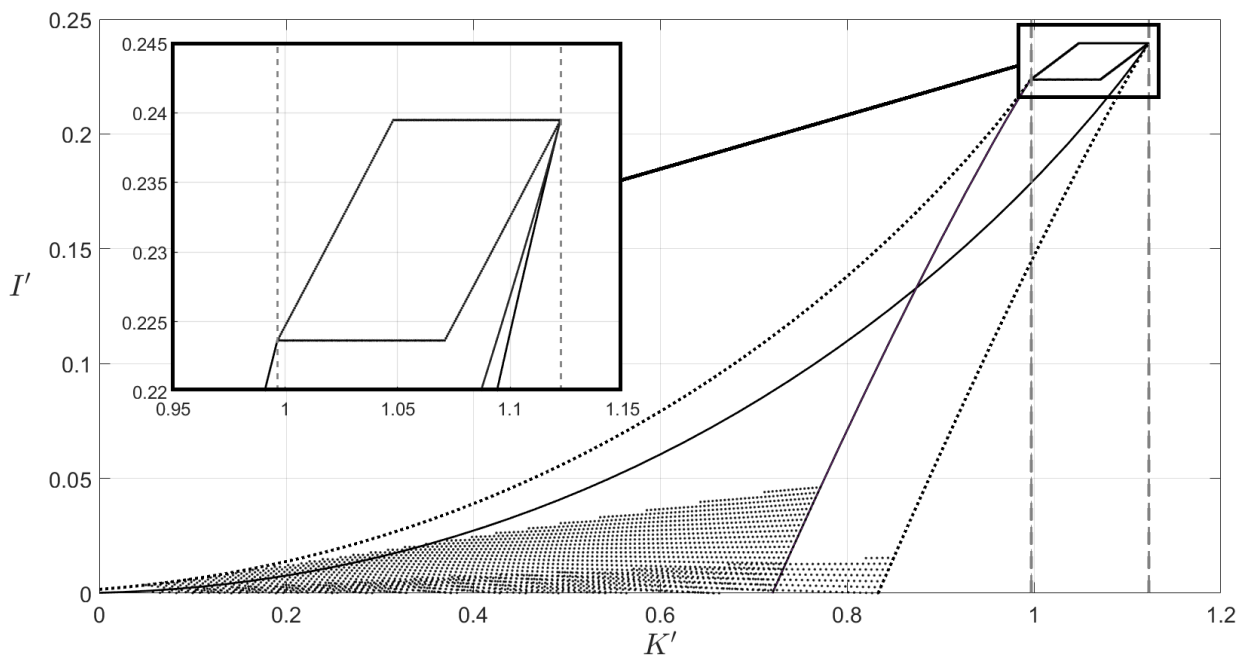


Рис. 4.2.6. – Формирование области Ω^* относительно отображения МИКГ на плоскость $K'-I'$

Для данного эксперимента выберем в области Ω^* точку с координатами $(0,2316; 0,0054)$. С учетом замены $K' = KK_p$, $I' = IK_p$ и значения $K_p = 0,006076$, непосредственно значения настроечных коэффициентов, которые будут использованы в регуляторе, будут равны, соответственно, $K = 38,113$ и $I = 0,882$. Далее, применив настройки в ПИ-регулятор, снимем переходные характеристики системы управления на различных уставках и

сравним с модельным экспериментом в среде Matlab на исходной нелинейной модели. Экспериментальные и модельные переходные характеристики представлены на рисунке 4.2.7.

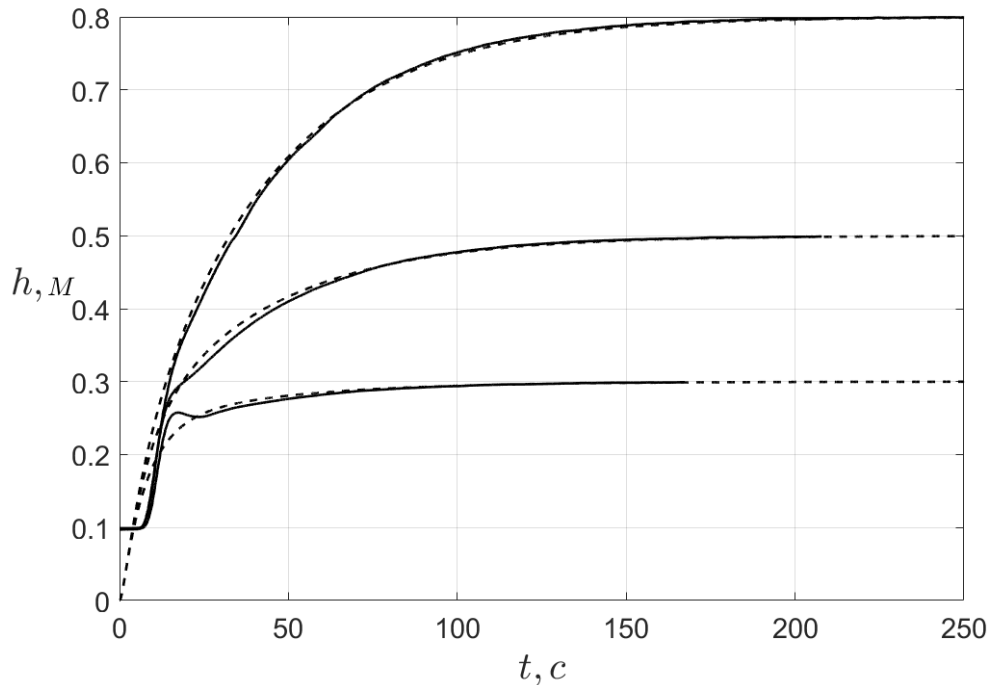


Рис. 4.2.7. – Графики переходных характеристик СУ (штриховая линия – для нелинейной модели, сплошные – экспериментальные) при значении степени открытия регулирующего клапана 100%

Переходные характеристики, представленные на рисунке 4.2.7, получены при значении степени открытия клапана равном 100%. Для подтверждения полученных теоретических результатов на практике, проведем также эксперименты с различными значениями степени открытия регулирующего клапана К-2. Ниже, на рисунках 4.2.8 и 4.2.9 приведены графики переходных характеристик при значениях степени открытия регулирующего клапана 60% и 30%.

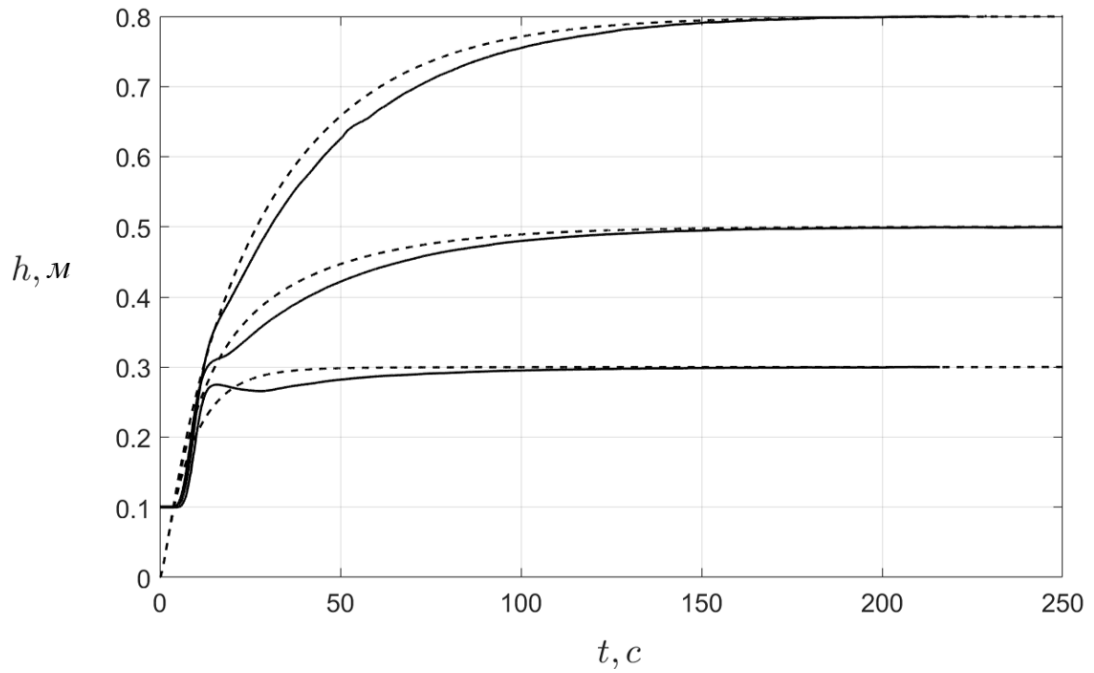


Рис. 4.2.8 – Графики переходных характеристик СУ (штриховая линия – для нелинейной модели, сплошные – экспериментальные) при значении степени открытия регулирующего клапана 60%

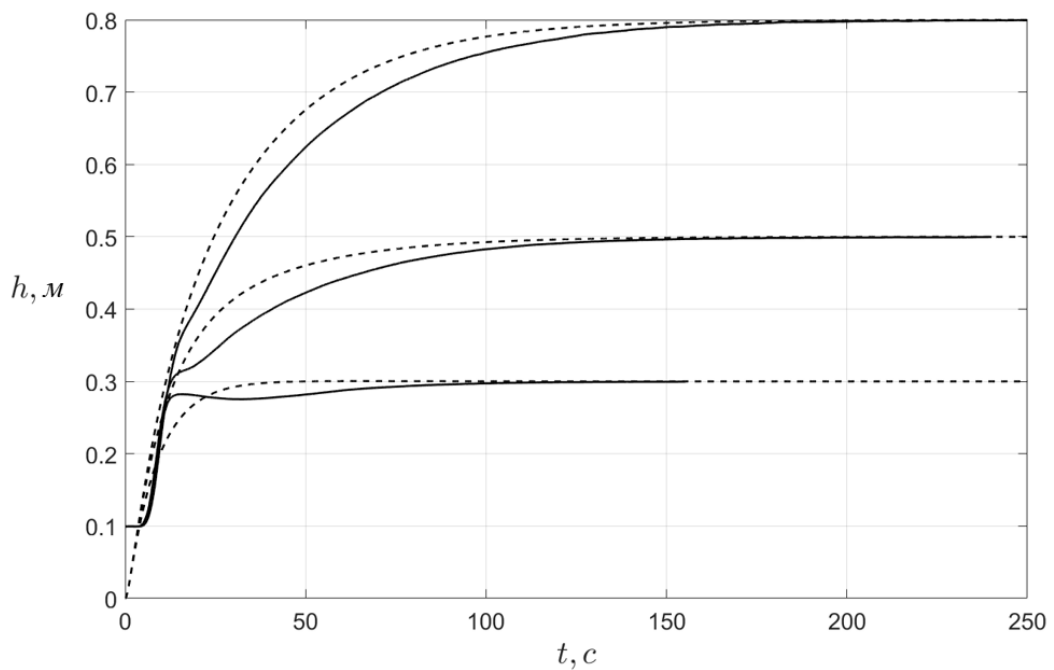


Рис. 4.2.9 – Графики переходных характеристик СУ (штриховая линия – для нелинейной модели, сплошные – экспериментальные) при значении степени открытия регулирующего клапана 30%

Рассматривая переходные характеристики на рисунках 4.2.8 и 4.2.9, видно, что различная степень открытия клапана и, соответственно, площадь сечения пропускного отверстия трубы между Р-1 и Р-2, в большей степени оказывают влияние на вид переходной характеристики. Кривые характеризуются более явно выраженным перегибом и временем переходного процесса. Однако, заявленное методикой выполнение требования нулевого значения перерегулирования выполняется на всем диапазоне интервально-определенных параметров.

4.3. Выводы по главе 4

В главе 4 представлена процедура практической апробации разработанной структурно-параметрической методики синтеза регулятора, обеспечивающего нулевое значение перерегулирования на примере контура управления уровнем в резервуаре на исследовательской установке по вопросам управления гидравлическими процессами. В рамках апробации в математическую модель контура управления введен интервально-определенный коэффициент за счет интервальной линеаризации нелинейности, обусловленной наличием сообщающегося резервуара и, соответственно, наличия постоянного внешнего возмущения, зависящего от величины значения уровня в исследуемом ОУ. С полученным ПИ-регулятором были получены адекватные друг другу модельные и реальные переходные характеристики с нулевым значением перерегулирования, что подтверждает выполнение заявленных результатов и позволяет судить о применимости разработанной методики. Полученные результаты практической апробации подтверждаются соответствующими актами внедрения (Приложение Е, Ж).

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Представленная диссертационная работа описывает результаты исследований, направленных на анализ систем с интервально-определенными параметрами, а также синтез систем управления для объектов с интервально-определенными параметрами робастных по перерегулированию. Представлена и описана методика синтеза регулятора для систем управления с интервально-определенными параметрами, обеспечивающих нулевое перерегулирование при всем разбросе значений интервально-определенных параметров объекта управления.

Далее представлены основные результаты диссертационной работы.

1. Сформулированы аналитические ограничения на область допустимых значений параметров регуляторов, обеспечивающих нулевое перерегулирование, позволяющие выбрать структуру регулятора на основе параметров ОУ
2. Разработана методика отображения многопараметрического интервального корневого годографа на плоскость настроечных коэффициентов регулятора, позволяющая выбрать особые члены интервального семейства ПФ для формирования ограничений на значения настроечных коэффициентов регулятора
3. Разработана методика параметрического синтеза регулятора, обеспечивающего нулевое значение перерегулирования для систем с интервально-определенными параметрами, учитывающая быстродействие системы
4. Разработано и запатентовано ПО для ЭВМ на базе Matlab для синтеза регуляторов на основе разработанных методик и сформулированных ограничений
5. Произведена практическая апробация методики синтеза регулятора в составе систем управления производственными процессами и исследовательских установок физического подобию.

ЛИТЕРАТУРА

1. Ackermann, J. Parameter space design of robust control systems // IEEE Trans. On Autom. Control. – 1980. – Vol. 25, No 6. – P. 1058–1072.
2. Ackermann, J. Robust control: systems with uncertain physical parameters / J. Ackermann. – London: Springer-Verlag, 1993. – 406 p.
3. Ackermann, J. Robust Control. The parameter Space Approach 2nd ed. / J. Ackermann. – London: Springer-Verlag, 2002. – 483 p.
4. An, S. Robust stability of polynomials with nonlinear dependent coefficient perturbations / S. An, W. Liu // Proceedings of the 40th IEEE Conference on Decision and Control Orlando. – Florida USA, 2001. – P. 1551-1556.
5. Anbarasan, M. Modified PID controller for avoiding overshoot in temperature of barrel heating system, / M. Anbarasan, S.J. Suji Prasad, R. Meenakumari, P.A. Balakrishnan // Proceedings of 2013 International Conference on Emerging Trends in VLSI, Embedded System, Nano Electronics and Telecommunication System (ICEVENT). – Tamil Nadu, India, 07-09 January 2013.– P. 1–6.
6. Anderson, B.D.O. Easily testable sufficient conditions for the robust stability of systems with multi-affine parameter dependence / B.D.O. Anderson, F. Kraus, M. Mansour, S. Desgupta // M. Mansour, S. Balemi, Truol, editors, Robustness of dynamic systems with parameter uncertainties. – Birkhauser, Basel, Switzerland, 1992. – P. 81–92.
7. Argelaguet, R. A new tuning of PID controllers based on LQR optimization / R. Argelaguet // Preprints of the IFAC Workshop on Digital Control. Past, Present and Future of PID Control. – 1996. – P. 303–308.
8. Argoun, M.B. Frequency domain conditions for the stability of perturbed polynomials / M.B. Argoun // IEEE Transactions on Automatic Control. – 1987. – Vol. 10. – P. 913-916.

9. Arzelier, D. Robust D-stabilization of a polytope of matrices / D. Arzelier, D. Henrion, D. Peaucelle // *International Journal of Control*. – 2002. – Vol. 75, No 10. – P. 744-752.
10. Aschemann, H. Interval arithmetic techniques for the design of controllers for nonlinear dynamical systems with application in mechatronics / H. Aschemann, J. Minisini, A. Rauh // *Journal of Computer and Systems Sciences International*. – 2010. – Vol. 49, No. 5. – P. 833-846.
11. Aseltine, J.A. A survey of adaptive control systems / J.A. Aseltine, A.R. Mancini, C.W. Sarture // *IRE Transactions on Automatic Control*. – 1958 – Vol. 3, № 6. – P. 102-108.
12. Astrom, K.J. PID controllers Theory, Design and Tuning, 2nd ed. / K.J. Astrom, T. Hagglund. – Instrument Society of America, USA, 1994.– 354 p.
13. Barlett, A.C. Root Location of an Entire Polytope of Polynomials: It Suffices to Check the Edges / A.C. Barlett, C.V. Hollot, H. Lin // 1987 American Control Conference. – Minneapolis, 1987. – P. 1611-1616.
14. Barmish, B.R. New Tool for Robustness of Linear Systems / B.R. Barmish. – Macmillan Publishing Company, New York, USA, 1994. – 394 p.
15. Barmish, B. R. The robust root locus / B. R. Barmish, R. Tempo // *Automatica*. – 1990. – Vol. 26, No. 2. – P. 283-292.
16. Bhattacharyya, S.P. Robust control: the parametric approach / S.P. Bhattacharyya, H. Chapellat, L.H. Keel. – Prentice Hall, 1995. – 672 p.
17. Chapellat, H. A generalization of Kharitonov's theorem; Robust stability of interval plants / H. Chapellat, S.P. Bhattacharyya // *IEEE Transactions on Automatic Control*. – 1989. – Vol. 34, No 3. – P. 306–311.
18. Dahleh, M.A. Minimization of a regulated response to a fixed input/ M.A. Dahleh, J.B. Pearson // *IEEE Transactions on Automatic Control*. – 1988.– Vol. 33, No. 10.– P. 924-930.
19. Desgupta, S. Kharitonov's theorem revised / S. Desgupta // *System and Control Letters*. – 1988 – Vol. 11. – P. 381-384.

20. Doyle, J. C. Analysis of feedback systems with structured uncertainties/ J.C. Doyle // IEE Proceedings. –1982. –Vol.129. – P. 242-250.
21. Efimov, S.V. Designing transfer function with the required direct performance measures based on the Laplace transform / S.V. Efimov, V.V. Kurgankin, S.V. Zamyatin // Optoelectronics, instrumentation and data processing. – 2014. – Vol. 50, No. 4. –P. 348 – 353.
22. El-Khoury, M. Influence of zero locations on the number of step-response extrema / M. El-Khoury, O. D. Crisalle, R. Longchamp // Automatica. – 1993. – Vol. 29, No. 6. – P. 1571-1574.
23. Ezangina, T.A. Construction of Interval Polynomial Ensure the Specified Degree of Robust Stability / T.A. Ezangina, S.A. Gayvoronskiy, S.V. Efimov // 2014 CACS International Automatic Control Conference (CACS 2014). – Taiwan, 2014. – P. 292-295.
24. Ezangina, T. A. Robust control of complex dynamic units with interval parameters / T. A. Ezangina, S. A. Gayvoronskiy // IEEE Proceedings of 2nd International Conference on Systems and Computer Science (ICSCS 2013). – France, 26 –27 August 2013. – P. 201–204.
25. Fradkov, A.L. Continuous-time model reference adaptive systems an East-West review / A.L. Fradkov // Proceedings of the IFAC Symposium on Adaptive Control and Signal Processing. – Grenoble. France, 1–3 July 1992. – P. 1882-1885.
26. Gayvoronskiy, S.A. The interval-parametric synthesis of a linear controller based on the coefficient parameters of robust stability and oscillation / S.A. Gayvoronskiy, T.A. Ezangina, M.I. Pushkarev // 15th International conference on Sciences and Techniques of Automatic Control & computer engineering – STA'2014.– Tunisia, 2014. – P. 754-757.
27. Hauksdottir, A.S. Analytic Expression of Transfer Function Responses and Choice Numerator Coefficients (Zeros) / A.S. Hauksdottir // IEEE

- Transactions on Automatic Control. – 1996. – Vol. 41, No.10. – P. 1482–1488.
28. Hauksdottir, A.S. A sufficient and necessary condition for extrema-free step responses of single-zero continuous-time systems with real poles / A.S. Hauksdottir // Proceedings of the 38 Conference on Decision & Control – 1999. – Vol. 1. – P. 499-500.
 29. Hauksdottir, A.S. Closed-form expressions of transfer function responses / A.S. Hauksdottir, H. Hjaltdottir // Proceedings of the American Control Conference. – Denver Colorado, USA, 4–6 June 2003. – P. 3234–3239.
 30. Herjolfsson, G. Direct computation of optimal PID controllers / G. Herjolfsson, A.S. Hauksdottir // Proceedings of the 42nd IEEE Conference on Decision and Control. – Maui, HI, USA, 9-12 Dec. 2003. – P. 1120–1225.
 31. Herjolfsson, G. Direct computation of optimal PID controllers/ G. Herjolfsson, A.S. Hauksdottir // Proceedings of the 42nd IEEE Conference on Decision and Control. – 2003. – Vol.1. – P. 1120-1225.
 32. Hang, C. C. The choice of controller zeros. // IEEE Control Systems Magazine. – 1989. – Vol. 9, No. 1. – P. 72-75.
 33. Hitz, M.A. The Kharitonov theorem and its applications in symbolic mathematical computation / M.A. Hitz, E. Kaltofen // Proceedings of Workshop on Symbolic-Numeric Algebra for Polynomials (SNAP 96). – Sophia-Antipolis, France, 15-17 July 1996. – P. 20-21.
 34. Jayasuriya, S. On the Synthesis of Compensators for Non-Overshooting Step Response / S. Jayasuriya, J.W. Song // 1992 American Control Conference. – Chicago, 1992. – Vol.1. – P. 683–684.
 35. Jolen, L. Applied Interval Analysis / L. Jolen, M. Kiefer, O. Didrit, E. Walter – Springer-Verlag London, 2001. – 468 p.
 36. Jayasuriya, S. Necessary and sufficient conditions for non-overshooting step responses for LTI systems / S. Jayasuriya, A.G. Dharme // Proceedings of the

- 2002 American Control Conference. – Anchorage, AK, USA, 8-10 May 2002. – P. 500-510.
37. Ingimundarson, A. Criteria for design of PID controllers / A. Ingimundarson // Proceedings of the 2nd IFAC conference Control System Design, CSD'03. – Bratislava, Slovak Republic, 2003. – P. 23-28.
38. Kalman, R.E. Design of a self-optimizing control system / R.E. Kalman // Transaction of the American Society of Mechanical Engineers. – 1958. – Vol. 80. – P. 468-478.
39. Kobayashi, H. Output overshoot and pole-zero configuration / H. Kobayashi // Proc.12th IFAC World Congr. Automat. Contr. – 1993. – Vol. 2. – P. 529–532.
40. Korn, G.A. Mathematical Handbook for scientists and engineers. Definitions, theorems and formulas for reference and review. Second, enlarged and revised edition / G.A. Korn, T.A. Korn. – McGraw-Hill Book Company, 1968. – 720 P.
41. Kristiansson, B. Evaluation and tuning of robust PID controllers / B. Kristiansson, B. Lennartson // IET Control Theory and Applications. – 2009. – No. 3 – P. 294–302.
42. Leon de la Barra, B. A. Transient properties of type m continuous time scalar systems / B. A. Leon de la Barra, M.A. Fernandez // Automatica. – 1994. – Vol. 30, No. 9. – P. 1495-1496.
43. Lin, S.K. Non-overshooting and monotone nondecreasing step responses of a third-order SISO linear system / S.K. Lin, C.J. Fang // IEEE Transactions on Automatic Control. – 1997. – Vol. 42, No. 9. –P. 1299-1303.
44. Marcillo, K. E. L. et al. Interval robust controller to minimize oscillations effects caused by constant power load in a DC multi-converter buck-buck system / K. E. L. Marcillo, D.A.P. Guingla, W. Barra, R.L.P. de Medeiros, E.M. Rocha, D.A.V. Benavides, F.G. Nogueira // IEEE Access. – 2019, Vol. 7. – P. 26324–26342.

45. Marcillo, K. E. L. Robust control for DC–DC buck converter under parametric uncertainties / K. E. L. Marcillo, E.M. Rocha, W. Barra, D.A.P. Guingla, D.A.V. Benavides R. Landau, M.S. Alves, M.P.V. Leao // Proceedings of 22nd Congresso Brasileiro de Automatica (CBA). – Paraiba, Brazil, Sep. 2018. – P. 1–8.
46. Moore, K. L. A technique for choosing zero locations for minimal overshoot / K. L. Moore, S. P. Bhattacharyya // IEEE Transactions on Automatic Control. – 1990. – Vol. 35, No. 5. – P. 577–580.
47. Mulligan, J. H. The Effect of Pole and Zero Locations on the Transient Response of Linear Dynamic Systems / J. H. Mulligan // Proceedings of the IRE. – 1949. – Vol. 37, No. 5. – P. 516-529.
48. Nath, U. M. Desired Characteristic Equation Based PID Controller Tuning for Lag-Dominating Processes With Real-Time Realization on Level Control System / U. M. Nath, C. Dey, R. K. Mudi // IEEE Control Systems Letters. – 2021.– Vol. 5, No. 4, P. 1255-1260.
49. Nesenчук, A. A. A method for synthesis of robust interval polynomials using the extended root locus / A. A. Nesenчук // 2017 American Control Conference (ACC). – Seattle, WA, 2017. – P. 1715-1720.
50. Nguyen, N.H. Overshoot and settling time assignment with PID for first-order and second-order systems / N.H. Nguyen, P.D. Nguyen // IET Control Theory & Applications. – 2018. – Vol. 12, No. 17. – P. 2407 – 2416.
51. O'Dwyer, A. A Summary of PI and PID Controller Tuning Rules for Processes with Time Delay. Part 1: PI Controller Tuning Rules / A. O'Dwyer // IFAC Proceedings Volumes. –2000.– Vol. 33, No. 4.– P.159-164.
52. Olshevsky, V. A generalized Kharitonov theorem for quasi-polynomials and entire functions occurring in systems with multiple and distributed delays / V. Olshevsky, M.L. Sakhnovich // Proceedings of SPIE Advanced Signal Processing Algorithms, Architectures, and Implementations XV. – 2005. – Vol. 5910. – P. 325-336.

53. Ouyang, H. Design and Application of PID Controllers Based on Interval Computing Theory / H. Ouyang, J. Yue, Y. Su // Proceedings of 2011 International Conference on Electrical and Control Engineering. – Yichang, China, 2011. – P. 1505-1510.
54. Panagopoulos, H. Design of PID controllers based on constrained optimisation / H. Panagopoulos, K.J. Astrom, T. Hagglund // IEE Proceedings – Control Theory and Applications. –2002. – Vol. 149, No. 1. – P. 32-40
55. Pandey, S.K. A Robust Auto-tuning Scheme for PID Controllers / S.K. Pandey, K. Veeranna, B. Kumar, K.U. Deshmukh IECON 2020 The 46th Annual Conference of the IEEE Industrial Electronics Society. – Singapore, 2020, P. 47-52.
56. Patre, B.M. Robust stability and performance for interval process plants /B.M. Patre, P.J. Deore // ISA Transactions. – 2007. – Vol. 46. – P. 343-349.
57. Prakash, R. Non-overshoot time response of third order system using cascade PID-Lead compensator controller / R. Prakash, S.A. Anburaja, S. Rishivanth, Kumar E. Govinda // 2017 Second International Conference on Electrical, Computer and Communication Technologies (ICECCT). – Coimbatore, Tamil Nadu, India, 22-24 February 2017. – P. 1–6.
58. Prokopiev, A.P. Synthesis PID Controller for Objects Second Order with Regard to the Location Poles / A.P. Prokopiev, V.I. Ivanchura, R.T. Emelyanov // Journal of Siberian Federal University. Engineering & Technologies. – 2016. – Vol.1., No.9 – P. 50-60.
59. Pushkarev, M.I. Parametric synthesis of maximum stability degree and specified accuracy linear automatic control system PI-controller / M.I. Pushkarev, S.A. Gaivoronsky, S.V. Efimov, S.V. Zamyatin // Proceedings of 18th International Conference on Soft Computing, MENDEL 2012. – Brno; Czech Republic, 27–29 June 2012. – P. 344–349.
60. Pushkarev, M.I. A single-loop DC motor control system design with a desired aperiodic degree of stability / M.I. Pushkarev, S.V. Efimov, S.A.

- Gayvoronsky, O.A. Chenkova // Proceedings of International Conference on Mechanical Engineering, Automation and Control Systems 2015 MEACS 2015. – Tomsk, Russian Federation, 2015.
61. Raafat, S.M. Survey on robust control of precision positioning systems /S.M. Raafat, R. Akmeliawati // Recent patents on mechanical engineering. – 2012. – Vol. 5. – P. 55-68.
 62. Rimsky, G.V. Root locus methods for robust control systems quality and stability investigations / G.V. Rimsky, A.A. Nesenchuk // Proceedings of IFAC 13th Triennial World Congress. – San Francisco, USA, 1996. – P. 469-474.
 63. Schmidt, D.K. Loop shaping and a zero-placement technique as applied to the benchmark problem/ D.K. Schmidt // International journal of robust and nonlinear control. – 1995. – Vol. 1 – P. 33-51.
 64. Shaw, J. Robust stability of interval polynomials with respect to the left sector / J. Shaw, S. Jayasuriya // Proceedings of the 30th IEEE Conference on Decision and Control. – 1991. – P. 3045-3046.
 65. Eduardo D., Sontag. Mathematical Control Theory / Sontag Eduardo D. – Springer-Verlag New York, 1998. – 532 p.
 66. Souza, M.R.S.B. PID Tuning for the Pitch Angle of a Two-Wheeled Vehicle / M.R.S.B. Souza, R.H. Murofushi, J.J.P.Z. Tavares, J.F. Ribeiro // Proceedings of 2015 12th Latin American Robotics Symposium and 2015 3rd Brazilian Symposium on Robotics (LARS-SBR). – Uberlândia, Brazil, 28 October – 1 November, 2015 – P.371-375.
 67. Sukhodoev, M.S. Parametric synthesis of linear regulator in interval system with guaranteed root quality indices / M.S. Sukhodoev, S.A. Gayvoronskiy, S.V. Zamyatin // Bulletin of the Tomsk Polytechnic University. – 2007. – Vol. 311, No. 5. – P. 9-12.
 68. Tsavnin, A.V. Providing real closed-loop transfer functions poles for plant with interval-given parameters for overshoot elimination / A.V. Tsavnin, S.V.

- Efimov, S.V. Zamyatin // Proceedings of 11th International Congress on Ultra Modern Telecommunications and Control Systems and Workshops (ICUMT). – Dublin, Ireland, 2019. – P. 1-7.
69. Tsavnin, A. Overshoot Elimination for Control Systems with Parametric Uncertainty via a PID Controller / A. Tsavnin, S. Efimov, S. Zamyatin // Symmetry. – 2020. – Vol. 12.
70. Vesely, V. Robust control methods a systematic survey / V. Vesely // Journal of Electrical Engineering. – 2013. – Vol. 64, No. 1. – P. 59-64.
71. Visioli, A. Practical PID Control, 1st ed. / Visioli A. – London: Springer-Verlag London, 2006. – 314 p.
72. Vrancic, D. A new PID controller auto-tuning method based on multiple integrations / D. Vrancic // Control Engineering Practice. – 1999.– Vol. 7, No. 5, P. 623-633.
73. Vrancic, D. Practical guidelines for tuning PID controllers by using MOMI method / D. Vrancic // Proceedings of the IEEE International Symposium on Industrial Electronics. – 1999. – Vol. 3, P. 1130-1134.
74. Wang, L. Kharitonov-like theorems for robust performance of interval systems / L. Wang // Journal of Mathematical Analysis and Applications. – 2003. – Vol. 279, No. 2. – P. 430-441.
75. Weinmann, A. Uncertain Models and Robust Control / A. Weinmann. –Wien: Springer-Verlag Wien GmbH, 1991. – 722 p.
76. Wu, H. PID controllers: Design and tuning methods / H. Wu, W.Su, Z. Liu // Proceedings of 2014 9th IEEE Conference on Industrial Electronics and Applications (ICIEA). –Hangzhou, China, 9-11 June 2014, P. 808-813.
77. Xiang, W. Stabilization of switched continuous-time systems with all modes unstable via dwell time switching / W. Xiang, J. Xiao // Automatica. – 2014. – Vol. 3, No. 50. P. 940-945.
78. Tu, Y. Robust low-order controller synthesis for model matching of interval plants and its application to servo motor control / Y. Tu, M. Ho // 18th IEEE

- International Conference on Control Applications Part of 2009 IEEE Multi-conference on Systems and Control. – Russia, 2009. – P. 968-973.
79. Zemanian, H. The properties of pole and zero locations for nondecreasing step responses / H. Zemanian // Transactions of the American Institute of Electrical Engineers, Part I: Communication and Electronics. – 1960. - Vol. 79, No. 4. – P. 421–426.
 80. Zhen, S. A Novel Practical Robust Control Inheriting PID for SCARA Robot / S. Zhen, Z. Zhao, X. Liu, F. Chen, H. Zhao, Y. -H. Chen // IEEE Access. – 2020. – Vol. 8. – P. 227409-227419.
 81. Zhmud, V. Modern key technologies in automatics: structures and numerical optimization of regulators / V. Zhmud, O. Yadrishnikov, A. Poloshchuk, A. Zavorin A. // Proceedings 2012 7th International Forum On Strategic Technology (IFOST). – Tomsk, 2012. – P. 18-21.
 82. Zhmud, V. The Design of the Control System for Object with Delay and Interval-Given Parameters / V. Zhmud, A. Zavorin // 2015 International Siberian Conference on Control and Communications (SIBCON). – Russia, 2015. – P.1-6.
 83. Александров, А.Г. Методы построения систем автоматического управления / А.Г. Александров. – М.: Издательство физико-математической литературы, 2008. – 232 с.
 84. Анисимов, А.А Анализ и синтез параметрически грубых систем с комбинированными регуляторами состояния / А. А. Анисимов, С. В. Тарарыкин, В. В. Аполонский / Четвертая всероссийская мультikonференция по проблемам управления. – Таганрог, 2011. – С.19-22.
 85. Афанасьев, В.Н. Управление неопределенными динамическими объектами / В.Н. Афанасьев — М.: ФИЗМАТЛИТ, 2008. — 208 с.

86. Буков, В.Н. Аналитический синтез робастных регуляторов на основе параметризации уравнения Лурье-Риккати / В.Н. Буков, Н.И. Сельвесюк // Изв. РАН. Автоматика и телемеханика. – 2007. – № 2, – С. 6-16.
87. Вадутов, О.С. Определение границ областей локализации нулей и полюсов системы с интервальными параметрами / О.С. Вадутов, С.А. Гайворонский // Известия Томского политехнического университета. – 2003. – Т. 306, № 1. – С. 64-68.
88. Вадутов, О.С. Применение реберной маршрутизации для анализа устойчивости интервальных полиномов / О.С. Вадутов, С.А. Гайворонский // Известия РАН. Теория и системы управления. – 2003. – № 6. – С. 7-12.
89. Воевода, А.А. Проектирование линейных управлений для линейных объектов с интервальными параметрами / А.А. Воевода // Изв. РАН. Техническая кибернетика. – 1994. – №5. – С. 233-242.
90. Гайворонский, С.А. Анализ робастной относительной устойчивости на основе многопараметрического интервального корневого годографа / С.А. Гайворонский, С.В. Новокшенов // Тез. докл. X международ. Научн.-технич. Конф. Состояние и перспективы развития электротехнологии. – Иваново: Издат. ИГЭУ, 2001.
91. Гайворонский, С.А. Построение границ корневых областей систем с интервальными параметрами / С.А. Гайворонский, С.В. Новокшенов // Современные техника и технологии. Тез.докл. VII международ. научн.-практич. конф. –Томск, 2001. – С 260-263.
92. Глазунов, В.Ф. Автоматизация оборудования для непрерывной обработки текстильных материалов / В.Ф. Глазунов, С.В Прокушев. – Иван. гос. энерг. ун-т, 2002. – 348 с.
93. Гусев, Ю.М. Анализ и синтез линейных интервальных динамических систем (состояние проблемы). Анализ с использованием интервальных

- характеристических полиномов / Ю.М. Гусев, В.Н. Ефанов, В.Г. Крымский // Техническая кибернетика. – 1991. – № 1 – С. 3-30.
94. Езангина, Т. А. Параметрический синтез линейного регулятора для интервального объекта управления / Т. А. Езангина, С. А. Гайворонский // Мехатроника, автоматизация, управление. – 2013. – №. 9. – С. 5–9.
95. Езангина, Т. А. Настройка ПИД–регулятора для максимизации степени устойчивости интервальной системы / Т. А. Езангина, С. А. Гайворонский // Автоматизация процессов управления. – 2013. – №. 1. – С. 86–91.
96. Ефимов, Д.В. Робастное и адаптивное управление нелинейными колебаниями / Д.В. Ефимов – СПб.: Наука, 2005. – 314 с.
97. Жабко, А.П. Необходимые и достаточные условия устойчивости линейного семейства полиномов/ А.П. Жабко, В.Л. Харитонов // Автоматика и телемеханика. – 1994. – № 10. – С. 125-134.
98. Замятин, С.В. Решение задачи размещения полюсов линейной интервальной динамической системы в заданном секторе / С.В. Замятин, С.А. Гайворонский // Известия Томского политехнического университета. – 2006. – Т. 309, № 5. – С. 16-20.
99. Зотов, М.Г. Частотный критерий грубости и робастности для управляющих устройств различной сложности / М.Г. Зотов // Приборы и системы. Управление, контроль, диагностика. – 2001. – № 5. – С. 28–31.
100. Зотов, М.Г. О сложностях поиска и реализации в пространстве состояний оптимальных регуляторов / М.Г. Зотов // Изв. РАН. Автоматика и телемеханика. – 2008.– №2. – С.17-25.
101. Иванов, Г.М. Автоматизированный электропривод агрегатов непрерывного действия / Г.М. Иванов, Б.К. Никитин. – М.: Энергоатомиздат, 1986. – 224 с.

102. Киселев, О.Н. Минимизация перерегулирования в линейных дискретных системах регуляторами низкого порядка / О.Н. Киселев, Б.Т. Поляк // Изв. РАН. Автоматика и телемеханика. – 2001. – №4. – С.98-108.
103. Климов, А.П., Уменьшение чувствительности H_2 – оптимальной системы к влиянию неопределенности модели объекта / А.П. Климов, О.А. Ремизова, И.В. Рудакова, А.Л. Фокин // Изв. РАН. Теория и системы управления. – 2010. – №3. – С. 27-32.
104. Кондрашкова, Г.А. Автоматизация технологических процессов производства бумаги / Г.А. Кондрашкова, В.Н. Леонтьев, О.М. Шапоров. – М.: Лесн. пром-сть, 1989. – 328 с.
105. Лобанова, Е.В. Анализ и синтез робастной системы автоматического управления с динамическим регулятором состояния / Е.В. Лобанова, В.В. Аполонский, А.А. Анисимов // Материалы Международной научно-технической конференции XVII Бенардосовские чтения. – Иваново, 2013. – С. 219-221.
106. Наумов, В.Н. Автоматика и автоматизация производственных процессов в легкой промышленности: Учебник / В.Н. Наумов, Л.И. Пятов. – М.: Легкая и пищевая промышленность, 1981. – 256 с.
107. Неймарк, Ю.И. Робастная устойчивость и D-разбиение / Ю.И. Неймарк // Автоматика и телемеханика. – 1992. – № 7. – С. 10-18.
108. Несенчук, А.А. Анализ и синтез робастных динамических систем на основе корневого подхода / А.А. Несенчук. – Минск: ОИПИ, 2005. – 232 с.
109. Песьяков, Г.Н. Системы регулирования, управления и контроля бумагоделательного оборудования / Г.Н. Песьяков, В.А. Шевчук. – М.: Лесная промышленность, 1983. – 160 с.
110. Петров, Н.П. Робастное D-разбиение / Н.П. Петров, Б.Т. Поляк // Автоматика и телемеханика. – 1991. – № 11. – С. 41-53.

111. Петров, Б.Н. Системы автоматического управления объектами с переменными параметрами: Инженерные методы анализа и синтеза / Б.Н. Петров, Н.И. Соколов, А.В. Липатов и др. – М.: Машиностроение, 1986. – 256 с.
112. Поляк, Б.Т. Возможные подходы к решению трудных задач линейной теории управления / Б.Т. Поляк // Труды III международной конференции «Идентификация систем и задачи управления» SICPRO 04. – Москва, 2004. – С. 41-65.
113. Поляк, Б.Т. Робастная устойчивость и управление / Б.Т. Поляк, П.С. Щербаков – М.: Наука, 2002. – 303 с.
114. Римский, Г.В. Корневой метод исследования условий устойчивости линейных интервальных динамических систем / Г.В. Римский, Е.Г. Мазуренко // Вести НАН Беларуси. Серия физико-технических наук. – 1996. – № 2. – С.61-64.
115. Римский, Г.В. Корневой метод решения задач устойчивости интервальных систем / Г.В. Римский // Вести НАН Беларуси. Серия физико-технических наук. – 1994. – № 4. – С. 80-85.
116. Солдатов, В.В. Робастное управление линейными стационарными системами на основе оптимального соотношения между составляющими хаоса и порядка / В.В. Солдатов, Н.Г. Агабекян // Приборы и системы. Управление, контроль, диагностика.– 2005.– № 5. – С. 8-15.
117. Солдатов, В.В. Многопараметрические цифровые регуляторы и методы их настройки / В.В. Солдатов, М.В. Жиров, А.В. Шаховской // Приборы и системы. Управление, контроль, диагностика. – 2002.–№ 6. – С. 8-15.
118. Солдатов, В.В. Оптимизация линейных робастных систем / В.В. Солдатов, А.А. Юдин, А.В. Гончаров // Приборы и системы. Управление, контроль, диагностика. – 2006. – №8. – С. 11-13.

119. Суходоев, М.С. Анализ и синтез робастных систем автоматического управления в среде Matlab / М.С. Суходоев, С.А. Гайворонский, С.В. Замятин // Известия Томского политехнического университета. – 2008. – Т.312, № 5. –С. 61-65.
120. Суходоев, М.С. Параметрический синтез линейного регулятора интервальной системы с гарантированными корневыми показателями качества / М.С. Суходоев, С.А. Гайворонский, С.В. Замятин // Известия Томского политехнического университета. – 2007. – Т. 311, № 5. – С. 10-13.
121. Удерман, Э.Г. Метод корневого годографа в теории автоматического управления / Э.Г. Удерман – М.: Госэнергоиздат, 1963. – 112 с.
122. Удерман, Э.Г. Метод корневого годографа в теории автоматического управления / Э.Г. Удерман – М.: Наука, 1972. – 448 с.
123. Харитонов, В.Л. Об асимптотической устойчивости положения равновесия семейства систем линейных дифференциальных уравнений / В.Л. Харитонов // Дифференциальные уравнения. – 1978.– С. 2086–2088.
124. Хлебалин, Н.А. Аналитический метод синтеза регуляторов в условиях неопределенности параметров объекта / Н.А. Хлебалин, // Аналитические методы синтеза регуляторов: Межвуз. научный сб. Саратовский политехн. ин.-т. – Саратов, 1981. – С. 107-123.
125. Цавнин, А.В. Влияние вещественного нуля на прямые показатели качества в системе 3-го порядка при различных вариантах доминирования / А.В Цавнин // X Камские чтения. сборник докладов Всероссийской научно-практической конференции студентов, аспирантов и молодых ученых. – Набережные Челны, 2018. – С. 166-170.
126. Цавнин, А.В. Корневой подход к синтезу параметров ПИД-регулятора, гарантирующий отсутствие перерегулирования в переходной характеристике системы управления / А.В. Цавнин, С.В. Ефимов, С.В.

- Замятин // Доклады Томского государственного университета систем управления и радиоэлектроники. – 2019. – Т. 22 – № 2. – С. 77-82.
127. Цавнин, А.В. Метод синтеза ПИД-регулятора, обеспечивающий вещественные полюса замкнутой системы для колебательного звена второго порядка / А.В. Цавнин, С.В. Ефимов, С.В. Замятин // Электронные средства и системы управления: материалы докладов XIV Международной научно-практической конференции. – Томск, 28-30 Ноября 2018. – С. 26-29.
128. Цавнин, А.В. Метод синтеза регулятора робастного по перерегулированию для АСУ ТП с параметрической неопределенностью / А.В. Цавнин, А.Ю. Зарницын, С.В. Ефимов, И.А. Подковыров, С.В. Замятин // Промышленные АСУ и контроллеры. – 2021. – № 4. – С. 3-11.
129. Цавнин, А.В. Обеспечение вещественных значений полюсов замкнутой системы управления / А. В. Цавнин; науч. рук. С. В. Замятин // Молодежь и современные информационные технологии : сборник трудов XVI Международной научно-практической конференции студентов, аспирантов и молодых учёных. –Томск, 2018. –С. 249-250.
130. Цавнин, А.В. Обеспечение вещественных значений полюсов замкнутой системы управления для решения задачи устранения перерегулирования / А.В. Цавнин, С.В. Ефимов, С.В. Замятин // Тезисы XIX Всероссийской конференции молодых учёных по математическому моделированию и информационным технологиям. – Кемерово 2018. – С. 47-48.
131. Цавнин, А.В. Построение внешней границы области локализации полюсов передаточной функции с интервально-заданными параметрами / А. В. Цавнин, С. В. Ефимов, С. В. Замятин // Сибирский журнал науки и технологий. – 2019. – Т. 20, № 3. – С. 327–332.
132. Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ №2021613106 Программный пакет для расчета коэффициентов

регулятора для систем с параметрической неопределенностью / Цавнин А.В., Ефимов С.В., Замятин С.В. – №2020667539; заявл. 24.12.2020; опубл. 02.03.2021.

133. Цыпкин, Я.З. Синтез робастно оптимальных систем управления объектами в условиях ограниченной неопределенности / Я.З. Цыпкин // Автоматика и телемеханика. – 1992. – № 9. – С. 139-159.
134. Шарый, С.П. Конечномерный интервальный анализ / С.П. Шарый. – Новосибирск: XYZ, 2021. – 649 с.
135. Шокин, Ю.И. Интервальный анализ / Ю.И. Шокин. – Новосибирск: Сибирское отделение изд-ва «Наука», 1981. – 111 с.
136. Ядыкин, И.Б. H_2 – оптимальные алгоритмы настройки регуляторов с заданной структурой / И.Б. Ядыкин // Изв. РАН. Автоматика и телемеханика. – 2008. – №8. – С.56-70.

ПРИЛОЖЕНИЕ А

Развернутая запись функции для расчета границ приведенного коэффициента дифференцирования

$$\left\{ \begin{array}{l} D'_L(A, B, C, E, F, I') = -\frac{1}{24} \frac{\sqrt[3]{24\sqrt{3A-B-C}}}{I'} - \frac{1}{24} \frac{E}{I' \sqrt[3]{24\sqrt{3A-B-C}}} + \frac{1}{12} \frac{F}{I'} - \\ -\frac{1}{2} i \sqrt{3} \left(\frac{1}{12} \frac{\sqrt[3]{24\sqrt{3A-B-C}}}{I'} - \frac{1}{12} \frac{E}{I' \sqrt[3]{24\sqrt{3A-B-C}}} \right); \\ D'_R(A, B, C, E, F, I') = \frac{1}{12} \frac{\sqrt[3]{24\sqrt{3A-B-C}}}{I'} + \frac{E}{I' \sqrt[3]{24\sqrt{3A-B-C}}} + \frac{1}{12} \frac{F}{I'}, \end{array} \right.$$

где

$$A(\alpha, \omega, K', I') = I' \left((-\alpha^6 - 3\alpha^4 \omega^2 - 3\alpha^2 \omega^4 - \omega^6 - 3K' \alpha^4 - 6K' \alpha^2 \omega^2 - 3K' \omega^4 - 3K'^2 \alpha^2 - 3K'^2 \omega^2 - K^3 + 27I'^2)^3 \right)^{\frac{1}{2}};$$

$$B(\alpha, \omega, K', I') = -\alpha^{12} - \omega^{12} - K'^6 + 5832I'^4 - 6\alpha^{10} \omega^2 - 15\alpha^8 \omega^4 - 20\alpha^6 \omega^6 - 15\alpha^4 \omega^8 - 6\alpha^2 \omega^{10} - 6K' \alpha^{10} - 6K' \omega^{10} - 15K'^2 \alpha^8 - 15K'^2 \omega^8 - 20K'^3 \alpha^6 - 20K'^3 \omega^6 + 540I'^2 \alpha^6 - 15K'^4 \alpha^4 - 15K'^4 \omega^4 - 6K'^5 \alpha^2 - 6K'^5 \omega^2 + 540I'^2 \omega^6 + 540I'^2 K'^3;$$

$$C(\alpha, \omega, K', I') = -30K' \alpha^8 \omega^2 - 60K' \alpha^6 \omega^4 - 60K' \alpha^4 \omega^6 - 30K' \alpha^2 \omega^8 - 60K'^2 \alpha^6 \omega^2 - 30K' \alpha^2 \omega^8 - 60K'^2 \alpha^6 \omega^2 - 90K'^2 \alpha^4 \omega^4 - 60K'^2 \alpha^2 \omega^6 - 60K'^3 \alpha^4 \omega^2 - 60K'^3 \alpha^2 \omega^4 + 1620I'^2 \alpha^4 \omega^2 + 1620I'^2 \alpha^2 \omega^4 - 30K'^4 \alpha^2 \omega^2 + 1620I'^2 K' \alpha^4 + 1620I'^2 K'^2 \alpha^2 + 1620I'^2 K' \omega^4 + 1620I'^2 K'^2 \omega^2 + 3240I'^2 K' \alpha^2 \omega^2 - 90K'^2 \alpha^4 \omega^4;$$

$$E(\alpha, \omega, K', I') = 12 \cdot I' \left(4\alpha^5 + 8\alpha^3 \omega^2 + 4\alpha \omega^4 + 8K' \alpha^3 - 30I' \alpha^2 + 18I' \omega^2 + 4K'^2 \alpha + 18I' K' \right) + \left(\alpha^4 + 2\alpha^2 \omega^2 + \omega^4 + 2K' \alpha^2 + 2K' \omega^2 - 24I' \alpha + K'^2 \right)^2;$$

$$F(\alpha, \omega, K', I') = \alpha^4 + 2\alpha^2 \omega^2 + \omega^4 + 2K' \alpha^2 + 2K' \omega^2 - 24I' \alpha + K'^2,$$

где α , ω – действительная и мнимая часть полюсов ПФ ОУ, K' и I' – приведенные настроечные коэффициенты регулятора.

ПРИЛОЖЕНИЕ Б

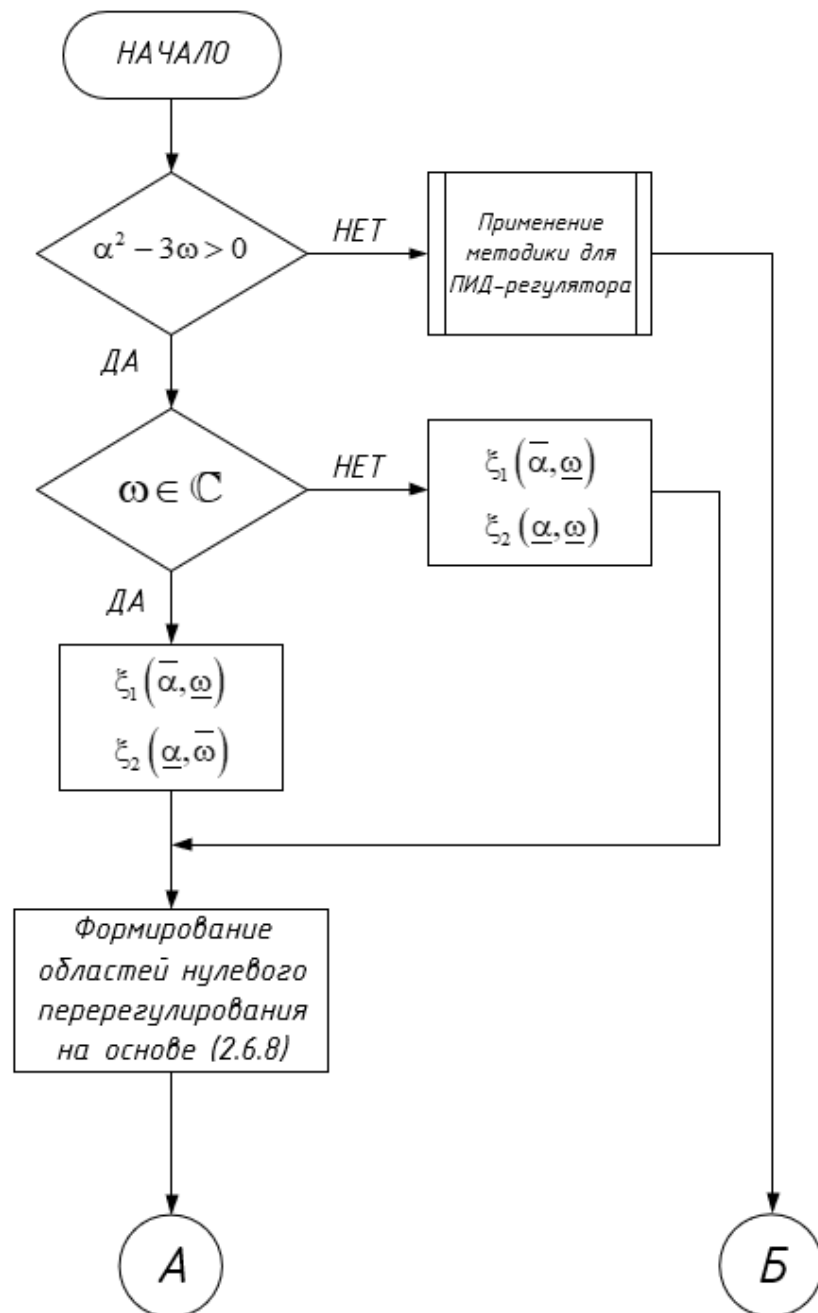
Выражение для расчета значения доминирующего полюса ПФ ЗС

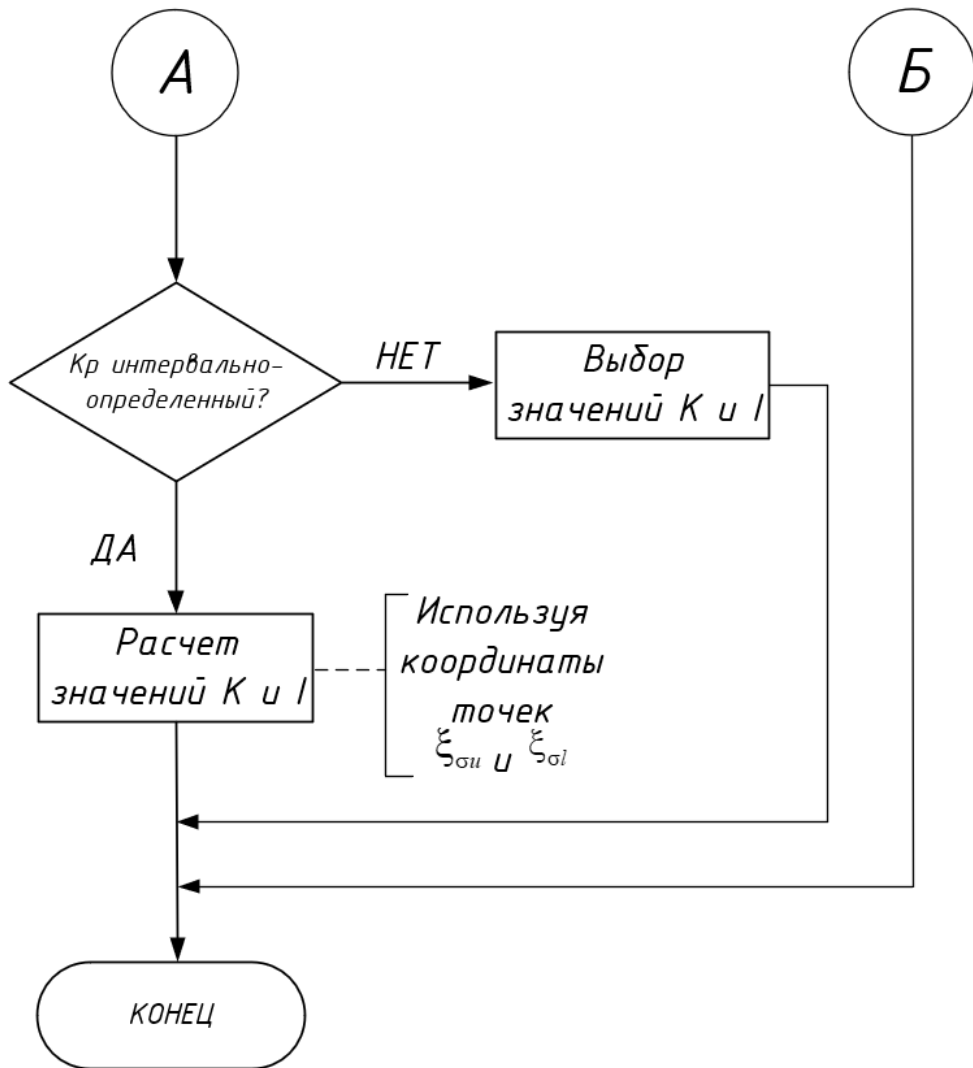
$$S_{DOM}(\alpha, \omega, K', D', I') = \sqrt[3]{\left(\frac{9(2\alpha + D')(\alpha^2 + \omega^2 + K') - 27I' + \sqrt{27(27I' - 9(2\alpha + D')(\alpha^2 + \omega^2 + K') + 2(2\alpha + D')^3) + 4(3(\alpha^2 + \omega^2 + K') - (2\alpha + D')^2)^3 - 2(2\alpha + D')^3}}{54} \right) + \sqrt[3]{\left(\frac{9(2\alpha + D')(\alpha^2 + \omega^2 + K') - 27I' - \sqrt{27(27I' - 9(2\alpha + D')(\alpha^2 + \omega^2 + K') + 2(2\alpha + D')^3) + 4(3(\alpha^2 + \omega^2 + K') - (2\alpha + D')^2)^3 - 2(2\alpha + D')^3}}{54} \right) - \frac{(2\alpha + D')}{3}},$$

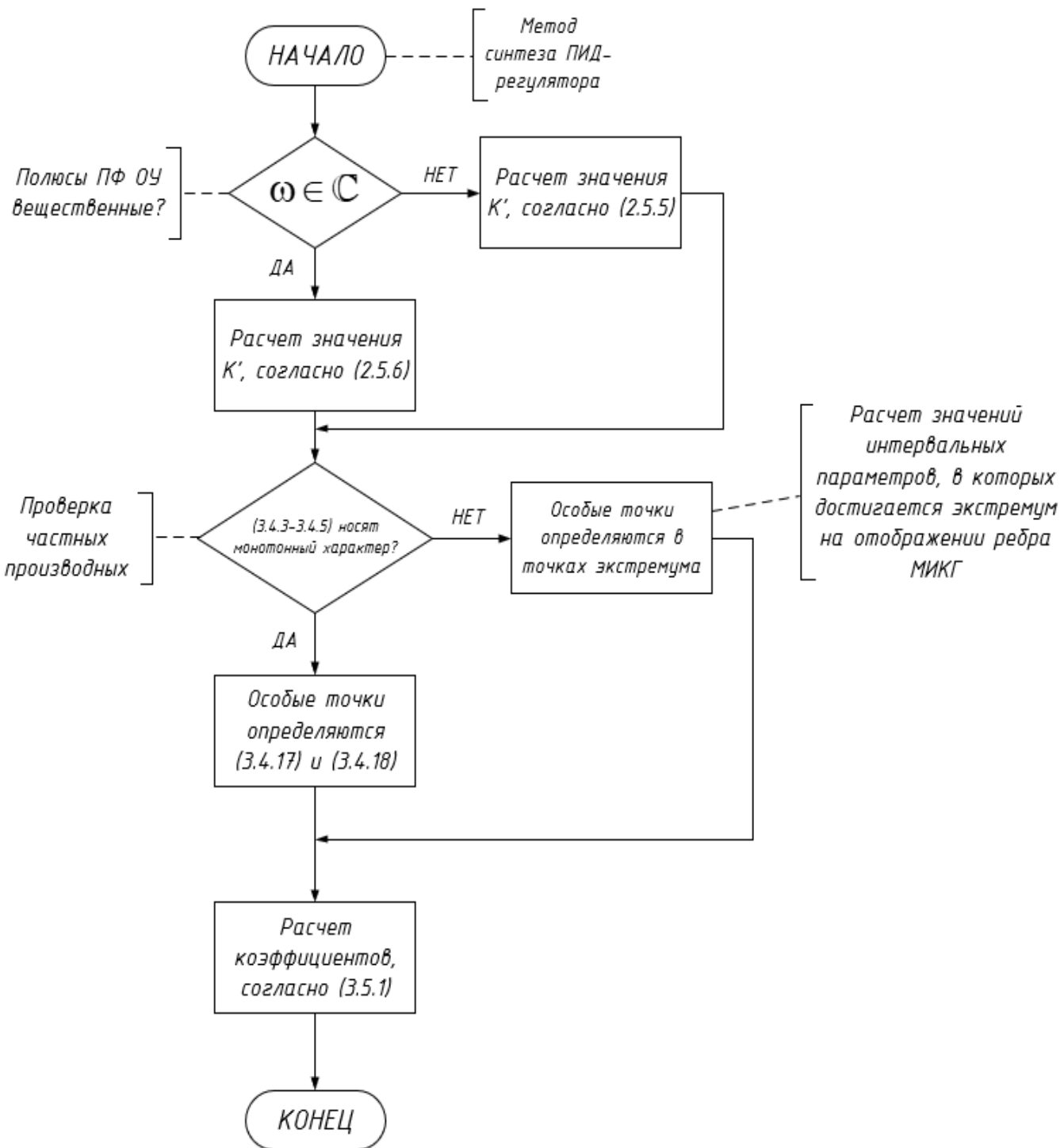
где α , ω – действительная и мнимая часть полюсов ПФ ОУ, K' , I' и D' – приведенные настроечные коэффициенты регулятора.

ПРИЛОЖЕНИЕ В

Блок-схема методики параметрического синтеза регулятора для обеспечения нулевого значения перерегулирования для систем с интервально-определенными параметрами из п. 3.8







ПРИЛОЖЕНИЕ Г

Технические характеристики датчиков и исполнительных механизмов исследовательской установки по изучению вопросов управления гидравлическими процессами

Наименование компонента	Наименование характеристики	Значение
Насос CMF4-20	Мощность	0,55 кВт
	Номинальный расход	0,00111 м ³ /с
	Максимальный расход	0,00194 м ³ /с
	Напряжение питания	220 В
	Максимальное давление	1 МПа
	Ток потребления	< 2,5 А
Датчик уровня DLM-35-N-21	Питание	12...36 В
	Выходной сигнал	4...20 мА
	Длина щупа	1 м
	Ток потребления	< 20,5 мА
Шаровой латунный клапан с электроприводом DN20 G3/4" SMART QT730623	Напряжение питания	24 В
	Диаметр	20 мм
	Максимальное давление	2 МПа
ПЛК Элсима-М01-24Р	Частота процессора	300 МГц
	Кол-во дискретных входов	20 шт.
	Кол-во аналоговых входов	4 шт.

Продолжение таблицы Приложение Г

	Кол-во аналоговых выходов	2 шт.
	Кол-во портов Ethernet	2 шт.
	Кол-во портов RS-485	1 шт.
	Напряжение питания	20...28В
	Ток потребления	< 292 мА
Частотный преобразователь Innovert IDD751U21B	Мощность	0,75 кВт
	Мощность подключаемых двигателей	0,35...0,75 кВт
	Выходной ток	5 А
	Входное напряжение	220 В
	Выходное напряжение	220 В
	Ток потребления	< 7,5 А

ПРИЛОЖЕНИЕ Д

Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ

РОССИЙСКАЯ ФЕДЕРАЦИЯ



СВИДЕТЕЛЬСТВО
о государственной регистрации программы для ЭВМ
№ 2021613106

Программный пакет для расчета коэффициентов регулятора для систем с параметрической неопределенностью

Правообладатели: *Цавнин Алексей Владимирович (RU), Ефимов Семён Викторович (RU), Замятин Сергей Владимирович (RU)*

Авторы: *Цавнин Алексей Владимирович (RU), Ефимов Семён Викторович (RU), Замятин Сергей Владимирович (RU)*

Заявка № **2020667539**
Дата поступления **24 декабря 2020 г.**
Дата государственной регистрации
в Реестре программ для ЭВМ **02 марта 2021 г.**



Руководитель Федеральной службы
по интеллектуальной собственности

 Г.П. Извлев

ПРИЛОЖЕНИЕ Е**Акт внедрения в АО «НИИЭФА»**

УТВЕРЖДАЮ
Заместитель генерального директора
по термоядерным и магнитным технологиям
— Директор НТЦ «Синтез»
И. Ю. Родин
«27» 04 2021 г.

**АКТ**

О внедрении результатов диссертационной работы Цавнина Алексея Владимировича на тему «Синтез робастных регуляторов для систем с интервально-определенными параметрами, гарантирующих нулевое значение перерегулирования» в оборудование, поставленное и введенное в эксплуатацию в АО «НИИЭФА», г. Санкт-Петербург

Разработанная при непосредственном участии Цавнина А.В. методика параметрического синтеза ПИД-регулятора, обеспечивающего нулевое перерегулирование в автоматизированных системах управления для систем с параметрической неопределенностью, использована в рамках выполнения работ по разработке, внедрению и пусконаладке роботизированной установки ультразвукового контроля.

Внедренные методики структурно-параметрического синтеза робастного регулятора обеспечили отсутствие перерегулирования в контуре управления уровнем жидкости в иммерсионной ванне для проведения ультразвукового контроля изделий. Используемые алгоритмы обеспечили заданное функционирование данного контура, отсутствие перерегулирования, а также безопасное протекание технологического процесса.

Начальник АНТ-1,
НТЦ «Синтез» АО «НИИЭФА»



к.т.н. Р.Н. Гиниятулин

Нач. лаборатории НК



Т.М. Гурьева

ПРИЛОЖЕНИЕ Ж

Акт внедрения в учебный процесс ТПУ

TOMSK POLYTECHNIC UNIVERSITY



ТОМСКИЙ ПОЛИТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ

Ministry of Science and Higher Education of the Russian Federation
Federal State Autonomous Educational Institution of Higher Education
«National Research Tomsk Polytechnic University» (TPU)
30, Lenin ave., Tomsk, 634050, Russia
Tel. +7-3822-606333, +7-3822-701779,
Fax +7-3822-606444, e-mail: tpu@tpu.ru, tpu.ru
OKPO (National Classification of Enterprises and Organizations):
02069303,
Company Number: 027000890168,
VAT/KPP (Code of Reason for Registration)
7018007264/701701001, BIC 016902004

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
Федеральное государственное автономное образовательное
учреждение высшего образования
«Национальный исследовательский
Томский политехнический университет» (ТПУ)
Ленина, пр., д. 30, г. Томск, 634050, Россия
тел.: +7-3822-606333, +7-3822-701779,
факс: +7-3822-606444, e-mail: tpu@tpu.ru, tpu.ru
ОКПО 02069303, ОГРН 1027000890168,
ИНН/КПП 7018007264/701701001, БИК 016902004

УТВЕРЖДАЮ
Директор ИШИТР
Яворский Р.Э.
07 2021 г.

АКТ



О внедрении результатов диссертационной работы Цавнина Алексея Владимировича на тему «Синтез робастных регуляторов для систем с интервально-определенными параметрами, гарантирующих нулевое значение перерегулирования» в учебном процессе

Результаты диссертационной работы:

- математические соотношения значений настроечных коэффициентов регуляторов, которые позволяют аналитически получить ограниченные области значений настроечных коэффициентов регуляторов, гарантирующих нулевое значение перерегулирования в линейных стационарных системах управления;
- методика отображения МИКГ на плоскости параметров регуляторов, которая позволяет построить области настроечных коэффициентов регуляторов, обеспечивающих отсутствие выхода управляемой величины за величину уставки за счет использования только особых передаточных функций из интервального семейства;
- алгоритм параметрического синтеза регуляторов для систем управления с интервально-определенными параметрами, позволяющих обеспечить нулевое значение перерегулирования в системе управления при изменении значений параметров ОУ в пределах определенных интервалов.

Результаты, полученные при непосредственном участии Цавнина А.В. апробированы на лабораторном стенде по изучению управления гидродинамическими процессами, где доказали свою эффективность, а ключевые теоретические выкладки и алгоритмы использованы в учебном процессе отделения автоматизации и робототехники Национального Исследовательского Томского политехнического университета в рамках лабораторного курса по дисциплине «Моделирование систем управления» в рамках основной образовательной программы «Автоматизация технологических процессов и производств».

Руководитель ООП
15.03.04 «Автоматизация технологических
процессов и производств» ФГАОУ ВО НИ ТПУ

Е.И. Громаков

Заведующий кафедрой - руководитель
отделения автоматизации и робототехники
на правах кафедры ФГАОУ ВО НИ ТПУ

А.А. Филипас