# Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение

# высшего образования

Новосибирский государственный технический университет

На правах рукописи

Mas

Сабитов Тимур Ильясович

Матричные имитаторы эхосигналов многоантенных радиолокационных систем

Специальность 2.2.16 – Радиолокация и радионавигация

Диссертация на соискание ученой степени

кандидата технических наук

Научный руководитель: д.т.н., профессор Киселев А.В.

ОГЛАВЛЕНИЕ	
------------	--

ВВЕДЕНИЕ 6								
1. МАТРИЧНЫЕ ИМИТАТОРЫ 16								
1.1. Матричные имитаторы эхосигналов ОА16								
1.2. Применимость матричных имитаторов, разработанных для ОА, к								
имитации эхосигналов МА23								
1.3. Подходы к построению МИ для имитации эхосигналов МА 29								
1.4. Задачи исследования								
1.5. Выводы по первому разделу								
2. ПОДХОД КРАТНЫХ ФАЗ К СИНТЕЗУ КОГЕРЕНТНЫХ								
ГЕОМЕТРИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ, СИГНАЛЫ КОТОРЫХ								
СФОКУСИРОВАНЫ В ДВУХ ТОЧКАХ ПРИЕМА								
2.1. Одномерная матрица 32								
2.1.1. Решение при условии равноудаленности излучателей по								
координате у								
2.1.2. Решение при заданном положении первого излучателя								
2.2. Двумерная матрица 45								
2.2.1. Решение при равноудаленности излучателей по координате у 47								
2.2.2. Решение при заданном положении первого излучателя								
2.3. Выводы по второму разделу								
3. ПОДХОД КРАТНЫХ ФАЗ К СИНТЕЗУ КОГЕРЕНТНЫХ								
ГЕОМЕТРИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ, СИГНАЛЫ КОТОРЫХ								
СФОКУСИРОВАНЫ В ТРЕХ ТОЧКАХ ПРИЕМА								
3.1. Общий случай расположения приемных антенн								
3.2. Случай горизонтально симметричной антенной системы 59								
3.2.1. Одномерная матрица 59								

3.2.2. Двумерная матрица 62
3.2.3. Решение для антенной системы с горизонтальной и вертикальной
симметриями
3.3. Выводы по третьему разделу 74
4. ПОДХОД КОМПЕНСАЦИИ СИГНАЛОВ К СИНТЕЗУ КОГЕРЕНТНЫХ
ГЕОМЕТРИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ, СИГНАЛЫ КОТОРЫХ
СФОКУСИРОВАНЫ В ДВУХ ТОЧКАХ ПРИЕМА
4.1. Требования к конфигурации излучателей и параметрам сигналов 76
4.2. Ограничения подхода компенсации сигналов
4.3. Переход к матрице из 5 излучателей 89
4.4. Заключение по четвертому разделу 94
5. ПРАКТИЧЕСКОЕ ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ПОЛУЧЕННЫХ
РЕЗУЛЬТАТОВ
5.1. Вопросы калибровки и влияния точности позиционирования
излучателей
5.1.1. Калибровка амплитуд 99
5.1.2. Калибровка фаз 100
5.1.3. Перемещение излучателей матрицы в одну плоскость 105
5.2. Ошибки моделирования матрицы, построенной на основе подхода
компенсации сигналов109
5.3. Ошибки моделирования при имитации эхосигналов с модуляцией 116
5.3.1. Сигнал с амплитудной однотональной модуляцией 117
5.3.2. Сигнал с линейной частотной модуляцией 119
5.3.2. Сигнал с фазо-кодовой манипуляцией 121
5.4. Имитация отражений от подстилающей поверхности для системы
КРИСС

	5.4.1.3						
	5.4.2.	Имитация	отражений	ОТ	движущейся	подстилающей	
	поверхи	ности	•••••	•••••			
5.5. Заключение по пятому разделу							
3A]	КЛЮЧЕІ	НИЕ		•••••			
СП	ИСОК Л	ИТЕРАТУРЫ	I	•••••			
ΠP	иложеі	НИЕ А		• • • • • • • • • • •		153	
ΠP	ИЛОЖЕІ	НИЕ Б					

# Список сокращений

- ДНА диаграмма направленности антенны
- ИП измерительный приемник
- КРИСС корреляционный измеритель скорости и сноса
- КЦИ кажущийся центр излучения
- КЭНС корреляционно-экстремальная навигационная система
- ЛА летательный аппарат
- МИ матричный имитатор
- МА многоантенная система
- ОА одноантенная система
- РЛС радиолокационная станция

# введение

#### Актуальность темы исследования

Полунатурное моделирование эхосигналов находит применение в процессе разработки радиолокационных систем (РЛС) [1-12]. С помощью имитаторов воссоздается сигнально-помеховая обстановка, соответствующая реальным условиям работы РЛС [9-21, 30-34]. Имитаторы позволяют осуществлять настройку и тестирование РЛС в лабораторных условиях, что снижает материальные затраты на разработку за счет сокращения объема натурных испытаний.

Наиболее востребованными являются имитаторы, которые воспроизводят электромагнитные волны, отражаемые радиолокационной целью и фоном, на апертуре антенны РЛС [22-29]. Такие имитаторы обеспечивают наиболее полное и достоверное моделирование эхосигналов и позволяют проводить исследования готовой и функционирующей РЛС. Основная идея заключается в замещении точечной цели антенным излучателем или их группой [30-35]. Известные имитаторы обеспечивают либо механическое, либо электронное перемещение моделируемой цели.

В имитаторах с механическим перемещением точечная цель в требуемом угловом положении моделируется за счет соответствующего размещения антенного излучателя [25-28]. Движения излучателя имитируют движения цели. Очевидны недостатки таких имитаторов, связанные с ограничениями по моделированию быстрых перемещений, перемещений по сложным траекториям, отражений от распределенных объектов с учетом угловых шумов [76-79].

Электронные перемещения цели реализуются в имитаторах дискретно либо непрерывно.

Дискретные перемещения достигаются коммутацией антенных излучателей имитатора [30-33]: из нескольких жестко закрепленных антенн выбирается одна, имитирующая цель в соответствующем положении. Очевидно, что ошибки моделирования, обусловленные дискретизацией движения цели, зависят от плотности компоновки излучателей и не могут быть устранены полностью. Кроме того такие имитаторы имеют ограниченные возможности моделирования распределенных объектов.

Наиболее перспективными являются матричные имитаторы (МИ), которые реализуют электронные непрерывные перемещения моделируемой цели [34-50]. В простейшем случае МИ – это матрица из двух неподвижных излучателей [49, 50]. Работа МИ основана на том, что матрица излучателей, размеры которой не превышают размеры элемента разрешения, наблюдается как точечный источник – кажущийся центр излучения (КЦИ). Положение КЦИ зависит от амплитудно-фазовых соотношений сигналов излучателей. КЦИ замещает либо точечный объект в требуемом угловом положении, либо элементарный отражатель распределенного объекта [51, 55, 79-81].

В основе МИ лежит геометрическая модель из точечных отражателей. Отражатели модели соответствуют излучателям матрицы. Данные модели делят на модели с когерентными сигналами [51-56], некогерентными сигналами [57-61] и частично-когерентными сигналами [62-64, 105-111]. Для краткости их называют как когерентные, некогерентные и частичнокогерентные модели. Аналогичное разделение применяется и к МИ.

В когерентных МИ сигналы излучателей детерминированы, синфазны, а управление положением КЦИ осуществляется за счет распределения мощности между излучателями. Когерентные МИ позволяют моделировать любое распределение отражателей в пространстве, по сути, имитировать отражения от любого радиолокационного объекта [54, 55].

В некогерентных и частично когерентных МИ сигналы излучателей случайны и имеют нормальное распределение мгновенных значений. При этом в точке приема наблюдаются флуктуации положения КЦИ, соответствующие угловым шумам распределенного объекта. Область моделирования данных МИ ограничивается распределенными объектами (например, подстилающая поверхность) [59-62].

7

Преимущества некогерентных и частично когерентных моделей перед когерентными заключаются в меньшей чувствительности к неточному позиционированию излучателей [42-44, 52, 59, 114-117]. Однако возможности когерентных моделей по имитации отражений от любых объектов не ограничены, поэтому они получили намного более широкое распространение. В связи с этим далее внимание будет уделено только когерентным МИ.

Несмотря на достаточно полную изученность МИ, до сих пор их рассматривали только применительно к системам, использующих одну приемную антенну. Обозначим эти системы аббревиатурой ОА (одноантенные).

Вместе с тем известно достаточно много радиотехнических систем работа которых основана на использовании нескольких приемных антенн с разнесенными фазовыми центрами и перекрывающимися диаграммами направленности. Обозначим эти системы аббревиатурой МА (многоанетнные). К МА относятся, например, корреляционные измерители скорости и сноса (КРИСС), РЛС с компенсационными каналами приема и т.д [65-75]. Уровень проработки теоретических и прикладных вопросов МИ ограничен ОА.

Это определило цель данной работы.

Цель работы – обосновать методы построения когерентных матричных имитаторов, обеспечивающих моделирование эхосигналов радиолокационной системы, имеющей несколько приемных антенн с разнесенными фазовыми центрами и перекрывающимися диаграммами направленности.

Достижение поставленной цели потребовало решения следующих основных задач.

1. Оценить возможность применения известных МИ эхосигналов ОА к имитации эхосигналов МА.

2. Обосновать пути, обеспечивающие развитие теории МИ до уровня имитации эхосигналов МА.

8

3. Обосновать требования, которым должна удовлетворять геометрическая модель, лежащая в основе когерентного МИ эхосигналов двух-/трехантенной МА.

4. Обосновать методы синтеза геометрических моделей, лежащих в основе когерентных МИ эхосигналов двух-/трехантенных МА.

5. Исследовать ошибки моделирования МИ эхосигналов двух-/трехантенных МА и разработать пути их уменьшения.

6. Развить полученные теоретические результаты до уровня, позволяющего синтезировать МИ.

# Содержание работы

**В первом разделе** рассмотрены когерентные МИ эхосигналов ОА. Показано, что МИ, разработанные для ОА, неприменимы для имитации эхосигналов МА.

Сформулированы два пути построения когерентных МИ, сигналы которых сфокусированы в точках приема МА.

Первый заключается в конфигурировании излучателей таким образом, чтобы разность хода лучей от излучателей до точек приема составляла целое число длин волн. Такой подход позволит получить матрицу, сигналы которой синфазны в нескольких точках приема, что позволит имитировать общий КЦИ для приемных антенн. Для краткости дальнейшего изложения этот подход будем называть подходом «кратных фаз».

Второй заключается в использовании компенсации сигналов части излучателей в точке приема. На её основе может быть получена такая матрица, что для каждой приемной антенны МА эхосигнал имитируется разными наборами излучателей. Это позволит независимо имитировать свой КЦИ для каждой антенны. Для краткости дальнейшего изложения этот подход будем называть подходом «компенсации сигналов».

Сформулированы основные задачи работы.

**Второй раздел** посвящен подходу кратных фаз к синтезу геометрических моделей, лежащих в основе когерентных МИ.

Подход формализован в виде систем уравнений, связывающих координаты излучателей с длиной волны эхосигнала и расстоянием между точками приема. Решения полученных систем в виде координат излучателей определялись задаваемыми начальными условиями.

Рассмотрены две группы начальных условий, в соответствии с которыми разработаны пути синтеза конфигураций одномерных и двумерных матриц, сигналы которых сфокусированы в двух точках приема. Результат – матрица, обеспечивающая имитацию КЦИ, наблюдаемого приемными антеннами в одном положении.

Показано, что полученные решения допускают цикличное использование, что позволяет получить матрицу любого углового размера.

Достоверность полученных результатов подтверждена с помощью численного эксперимента.

**Третий раздел** направлен на развитие результатов, полученных во втором разделе, применительно к трехантенным системам.

Рассмотрены общий и частные случаи расположения приемных антенн. Для общего случая антенны расположены произвольно, для частных они имеют горизонтальную симметрию. Получены соотношения для синтеза когерентных моделей, сигналы которых сфокусированы в трех точках приема.

Достоверность полученных результатов подтверждена с помощью численного эксперимента.

Четвертый раздел посвящен подходу компенсации сигналов к синтезу геометрических моделей, лежащих в основе когерентных МИ.

Сформулированы требования, которым должна удовлетворять когерентная модель, при выполнении которых матрица обеспечивает имитацию КЦИ независимо для каждой антенны. Показано, что эти требования не являются достаточными: взаимокомпенсированные в данной точке приема сигналы оказывают влияние на положение КЦИ, наблюдаемое из этой точки. Получено достаточное условие – условие ортогональности сигналов.

Предложена одномерная матрица из 5 излучателей, удовлетворяющая полученным требованиям. Выведены соотношения для расчета координат излучателей и параметров сигналов. С помощью численного эксперимента показано, что данная матрица позволяет управлять положением КЦИ независимо для каждой антенны.

На основе одномерной матрицы разработана конфигурация двумерной из 10 излучателей, обеспечивающая независимое управление положением КЦИ по одной из угловых координат.

Пятый раздел посвящен вопросам практического использования полученных результатов.

Рассмотрена система калибровки амплитуд и фаз сигналов МИ эхосигналов ОА, применительно к МИ эхосигналов двухантенной МА. Исследованы амплитудные и фазовые ошибки сигналов, обусловленные неточностями в расположении излучателей и задании параметров сигналов и невозможностью достичь идеальной калибровки одновременно для двух антенн. Получены соотношения для оценки этих ошибок в наихудшем случае.

Исследованы фазовые ошибки сигналов МИ, обусловленные намеренным переносом излучателей матрицы в одну плоскость. Это имеет практическое значение, так как матрицу, излучающие точки которой лежат в одной плоскости, проще реализовать.

Исследованы ошибки моделирования матрицы из 5 излучателей, сигналы которой сфокусированы в двух точках приема за счет компенсации сигналов, в виде смещения КЦИ от задаваемого положения. Показано, что эти ошибки практически идентичны ошибкам моделирования эквивалентной двухточечной синфазной матрицы. Как следует из литературы, синфазные матрицы обладают наименьшими ошибками моделирования.

Показано, что наличие модуляции в эхосигнале приводит к флуктуациям положения КЦИ, имитируемого МИ для двухантенной системы. Для рассмотренных видов модуляции с типовыми значениями параметров модуляции продемонстрировано, что уровень флуктуаций КЦИ пренебрежимо мал.

Полученные результаты использованы для разработки проекта МИ эхосигналов системы КРИСС. Разработана модель из 6 излучающих точек, сигналы которой сфокусированы на три антенны КРИСС с использованием подходов кратных фаз, компенсации сигналов, а также предыскажения сигналов МИ. С помощью численного моделирования осуществлена апробация полученной модели.

В заключении перечислены основные результаты работы.

В приложении А вынесены некоторые интересные результаты по развитию подхода кратных фаз. Показано, что за счет управления фазами излучаемых сигналов появляется дополнительная степень свободы при размещении излучателей.

**В приложении Б** представлен акт о внедрении результатов диссертационного исследования.

#### Научная новизна работы

1. Получены условия фокусировки сигналов когерентной геометрической модели в двух/трех точках приема, при выполнении которых обеспечивается имитация КЦИ, имеющего общее положение для всех приемных антенн.

2. Обоснованы методы синтеза геометрической модели, лежащей в основе когерентного МИ, позволяющего имитировать КЦИ независимо для каждой антенны МА.

3. Для матриц излучателей, синтезируемых на основе предложенных подходов, установлены зависимости ошибок моделирования от параметров МА и точности задания параметров сигналов.

## Практическая значимость

Полученные результаты практически значимы, поскольку могут быть использованы для разработки матричных имитаторов эхосигналов МА.

 Получены результаты, позволяющие синтезировать МИ, обеспечивающие имитацию цели, наблюдаемой двумя/тремя антеннами МА в одном и том же положении.

2. Получены результаты, позволяющие синтезировать МИ для имитации отражений от цели независимо для каждой антенны МА, использующего в своей работе две приемные антенны.

3. Получены соотношения для синтеза геометрической модели из 6 излучающих точек. Они позволяют синтезировать МИ для имитации эхосигналов независимо для каждой антенны МА, использующего в своей работе три приемные антенны.

4. Получены соотношения для оценки влияния ошибок фазировки МИ на точность позиционирования моделируемых объектов. Они позволяют определить требования к точности фазировки МИ.

# Положения, выносимые на защиту

1. Когерентные геометрические модели, сигналы которых сфокусированы в двух/трех точках на основе подхода кратных фаз таким образом, чтобы обеспечивалась синфазность сигналов во всех точках приема, обеспечивают имитацию КЦИ, имеющего общее положение для всех приемных антенн.

2. Одномерная когерентная геометрическая модель из 5 излучающих точек и двумерная из 10, сигналы которых сфокусированы в двух точках приема на основе подхода компенсации сигналов, обеспечивают для каждой антенны возможность независимого управления положением имитируемого КЦИ.

3. Двумерная когерентная геометрическая модель из 6 излучающих точек, сигналы которой сфокусированы в трех точках приема на основе подходов кратных фаз, компенсации сигналов и предыскажения сигналов, позволяет имитировать эхосигналы независимо для каждой антенны.

# Методы исследований

При проведении исследований в работе использовались теория радиолокационных измерений, методы математического анализа, математической статистики. Численное моделирование перемещений КЦИ, наблюдаемого несколькими приемными антеннами, осуществлялось в среде Matlab.

# Личный вклад

Все результаты диссертационной работы получены автором лично. Из 24 опубликованных работ 23 написаны в соавторстве. В материалах, опубликованных в соавторстве, результаты, относящиеся к теме диссертационной работы, получены автором лично.

Достоверность и обоснованность теоретических результатов обеспечивается строгостью применяемого математического аппарата и подтверждением результатами численного моделирования.

# Апробация работы

Материалы диссертационной работы докладывались на следующих конференциях.

Современные проблемы радиоэлектроники, Всерос. науч.-техн. конф. молодых ученых и студентов, Красноярск, СФУ, 2017; Электронные средства и системы управления, 13-я Междунар. науч.-практ. конф., Томск, ТУСУР, 2017; Наука. Промышленность. Оборона. 18-я Всерос. науч.-техн. конф., Новосибирск, НГТУ, 2017; The 18 international conference of young specialists on micro/nanotechnologies and electron devices, EDM 2017, Altai, Erlagol, 2017; Электронные средства и системы управления, 14-я Междунар. науч.-практ. конф., Томск, ТУСУР, 2018; Интеллектуальный потенциал Сибири, 26-я науч. студ. конф., Новосибирск, НГТУ, 2018; Наука. Промышленность. Оборона. науч.-техн. конф., Новосибирск, НГТУ, 19-я Bcepoc. 2018; Наука. Промышленность. Оборона. 20-я Всерос. науч.-техн. конф., Новосибирск, НГТУ, 2019; Интеллектуальный потенциал Сибири, 27-я науч. студ. конф., Новосибирск, НГТУ, 2019; International multi-conference on engineering, computer and information sciences, SIBIRCON 2019, Novosibirsk, Academpark,

2019; Интеллектуальный потенциал Сибири, 28-я Региональная научная студенческая конференция, Новосибирск, НГТУ, 2020; Наука. Технологии. Инновации. 21-я Всероссийская научная конференция молодых ученых, Новосибирск, НГТУ, 2020; Наука. Промышленность. Оборона. 21-я Всероссийская научно-техническая конференция, Новосибирск, НГТУ, 2020; Problems of Informatics, Electronics and Radio Engineering (PIERE), International scientific-technical conference, Novosibirsk, NSTU, 2020.

# Публикации

По теме диссертационной работы опубликовано 24 работы. Из них 2 в периодических изданиях, входящих в международные библиографические системы Scopus и Web of Science, 9 в периодических изданиях из перечня ВАК, 13 в трудах конференций международного, всероссийского и регионального уровней.

Внедрение результатов работы подтверждено соответствующим актом о внедрении.

## 1. МАТРИЧНЫЕ ИМИТАТОРЫ

В настоящее время в области имитационного моделирования радиолокационной обстановки большое распространение получили матричные имитаторы [34-50]. Вместе с тем возможности их применения ограничены ОА. Решение задач, сформулированных в данном разделе, позволит развить теорию синтеза матричных имитаторов в направлении их использования для имитации эхосигналов МА.

## 1.1. Матричные имитаторы эхосигналов ОА

В процессе разработки радиолокационных систем (РЛС) прибегают к полунатурному моделированию отражений от радиолокационных объектов в лабораторных условиях [1-12]. Это позволяет сократить объем натурных испытаний, что имеет существенный экономический эффект: значительно сокращаются расходы материальных и временных ресурсов.

Задачи имитации эхосигналов от реальных целей и фоновых помех (отражения от подстилающей поверхности, метеорологических образований и т.д.) решают специальные устройства – имитаторы. Они формируют отраженный от объекта эхосигнал с требуемыми характеристиками, который заводится в тракт приемника РЛС, минуя антенную систему [11, 16-20], либо преобразуется в электромагнитную волну [25-36, 46-50]. Более востребованы имитаторы, моделирующие электромагнитные поля на апертуре антенны, так как они обеспечивают условия работы РЛС, наиболее близкие к реальным, и позволяют проводить исследования готовой и функционирующей РЛС. Далее будем рассматривать только этот тип имитаторов.

Имитаторы обеспечивают механическое либо электронное перемещение моделируемого радиолокационного объекта.

Имитаторы с механическим перемещением моделируемого объекта представляют собой антенну, закрепленную на подвижном носителе [25-28]. Движения носителя вместе с излучателем имитируют соответствующие движения объекта. Подобные имитаторы обладают ограничениями по скорости перемещения, диапазону перемещения, возможности имитации сложных траекторий и отражений от объектов, распределённых по угловым координатам.

Большее распространение получили имитаторы с электронным перемещением излучателей, которое может осуществляться дискретно или плавно. Дискретные перемещения достигаются коммутацией антенн [30-33]. Из нескольких жестко закрепленных антенн выбирается одна, имитирующая отражения от объекта в соответствующем угловом положении. Снижение шага дискретизации угловых перемещений возможно за счет более плотной компоновки излучающих антенн, что сопряжено с очевидными техническими трудностями. При этом такие имитаторы не могут быть использованы для имитации эхосигналов от распределенных объектов [76-79].

Плавные траектории движения цели обеспечивают матричные имитаторы (МИ) [45-50]. ΜИ зарекомендовали себя как наиболее перспективные, обладающие рядом неоспоримых преимуществ [31, 34-39, 49]. Они позволяют имитировать движения радиолокационной цели по любым траекториям с практически неограниченными скоростями с учетом таких явлений, как [76-80, 85, 86]:

1. доплеровские флуктуации, обусловленные движением цели относительно РЛС и колебаниями её составных частей;

2. временное рассеяние и флуктуации группового времени запаздывания эхосигнала, обусловленные протяженной структурой цели вдоль радиального направления (дальномерные шумы);

 флуктуации фазового фронта эхосигнала в точке приема, обусловленные протяженной структурой цели вдоль угловых координат (угловые шумы);

 флуктуации амплитуды эхосигнала, обусловленные интерференцией эхосигналов, отраженных от множества составляющих элементов цели. Работа МИ основана на том, что излучатели, неразрешаемые антенной испытываемой РЛС, воспринимаются как кажущийся центр излучения (КЦИ). КЦИ замещает точечную цель в требуемом угловом положении. В простейшем случае МИ содержит пару излучателей, что позволяет устанавливать КЦИ на прямой, проходящей через них. Положение КЦИ зависит от амплитудно-фазовых соотношений сигналов МИ. Соотношение для расчета величины отклонения КЦИ от геометрического центра двухточечной конфигурации, нормированной к половине расстояния между излучателями, имеет вид [79]:

$$\Delta \xi = \frac{\Delta l}{L/2} = \frac{\mathrm{tg}\,\theta}{\alpha/2} = \frac{z_0^2 - 1}{1 + 2z_0 \cos\psi + z_0^2},\tag{1.1}$$

где  $z_0 = E_2/E_1$  и  $\psi$  – отношение амплитуд и разность фаз сигналов в точке приема соответственно,  $\Delta l$  – линейное отклонение КЦИ от геометрического центра матрицы, L – расстояние между излучателями,  $\theta$  – угол между направлением на КЦИ и направлением на геометрический центр матрицы,  $\alpha$  – угловой размер матрицы.

Известные МИ используют группы из трех [42, 46, 52] или четырех антенн [31, 53, 54, 62] для имитации КЦИ по двум угловым координатам. Расчет положений КЦИ многомерных конфигураций осуществляется по обобщенной формуле [79]:

$$\Delta \xi = \frac{u_{\mu}u_{\theta} + \upsilon_{\mu}\upsilon_{\theta}}{u_{\mu}^{2} + \upsilon_{\mu}^{2}}, \qquad (1.2)$$
$$= \sum_{i} E_{i} \cos \varphi_{i}, \ u_{\theta} = \sum_{i} \xi_{i}E_{i} \cos \varphi_{i}, \ \upsilon_{\mu} = \sum_{i} E_{i} \sin \varphi_{i}, \ \upsilon_{\theta} = \sum_{i} \xi_{i}E_{i} \sin \varphi_{i},$$

 $E_i$ ,  $\varphi_i$  – амплитуда и фаза напряженности электрического поля в точке приема от *i*-го излучателя,  $\Delta \xi$  и  $\xi_i$  – угловые либо линейные координата КЦИ и координата *i*-го излучателя, нормированные к угловому либо линейному размеру матрицы (в зависимости от того, в сферической или декартовой системе координат ведется расчет).

где и<sub>н</sub>

Отдельно выделяют синфазные когерентные МИ [42, 51-54]. Из выражения (1.2) следует соотношение для координаты КЦИ синфазного МИ:

$$\Delta \xi = \frac{\sum_{i} \xi_i E_i}{\sum_{i} E_i}.$$
(1.3)

Из выражения (1.3) следует, что синфазные МИ позволяют перемещать КЦИ только внутри области, ограниченной точками расположения излучателей.

Рассмотрим имитационный комплекс миллиметрового диапазона [40]. Его структура представлена на Рисунке 1.1. Основные функции комплекса – имитация эхосигнала от цели и пассивных помех, активных помех радиоэлектронной борьбы, многолучевого распространения, а также команд управления полетом ракеты. Он состоит из следующих основных частей.

 Безэховая камера. Коэффициенты безэховости составляют более чем 100 дБ для Х-, Ки- и Ка-диапазонов.

2. Матрица излучателей, обеспечивающая покрытие в ±8,4° по тангажу и рысканию.

3. Система формирования сигнала и контроллер мощности. Предназначены для имитации эхосигнала от цели и пассивных помех. Система позволяет управлять частотой, мощностью и задержкой сигнала на радиочастоте в реальном времени.

4. Компьютеры контроля положения цели, сигналов матрицы и главный компьютер имитации.

5. Система калибровки. Выполняет функции выравнивания и калибровки матрицы, проверки точности положения цели.

6. Система мониторинга.



Рисунок 1.1. Структура имитационного комплекса миллиметрового диапазона Взято из [40]

В имитаторе эхосигнал от цели рассчитывается с учетом базы данных о цели и среде. Команды изменения амплитуд и фаз передаются в систему формирования сигнала и контроллер положения цели. Излучаемые тремя антеннами сигналы формируют КЦИ с заданными характеристиками.

Для моделирования эхосигнала от распределенной или групповой цели многоточечное представление [76, 79-81]. Объект используется рассматривается как совокупность распределенных по объему или по поверхности светящихся точек. Каждая светящаяся точка моделируемого объекта замещается КЦИ на основе принципа суперпозиции: к излучателям ΜИ подводится сумма сигналов, каждый которых ИЗ участвует В формировании своего КЦИ. Принцип формирования сигналов ΜИ продемонстрирован на Рисунке 1.2. По сути, распределённый многоточечный объект замещается малоточечной геометрической когерентной моделью [51,

53-55]. Переход от модели к МИ осуществляется путем замены точек модели излучателями.

Вопросы адекватности замещения многоточечной структуры распределенного объекта небольшой группой излучателей рассмотрены в литературе [51-55, 91-93]. В качестве критерия адекватности рассматривают совпадение вероятностных и спектрально-корреляционных характеристик угловых шумов для реального многоточечного объекта и замещающей его малоточечной модели.



Рисунок 1.2. Принцип формирования сигналов излучателей МИ на основе малоточечной геометрической модели

Γ<sub>1</sub>, ..., Γ<sub>N</sub> – генераторы сигналов, соответствующие эхосигналам светящихся точек объекта, И<sub>1</sub>, ..., И<sub>4</sub> – излучатели модели (антенны МИ), A<sub>ij</sub> и φ<sub>ij</sub> – аттенюаторы и фазовращатели, устанавливающие требуемые амплитудно-фазовые соотношения между излучаемыми сигналами, *i* и *j* – номера формируемой светящейся точки и отражателя модели соответственно

К недостаткам МИ можно отнести присущие им ошибки моделирования (амплитудная ошибка и фазовый сдвиг между имитируемым и реальным

эхосигналами, смещение КЦИ от задаваемого положения, эквивалентные искажения диаграммы направленности антенны (ДНА) испытываемой РЛС). Эти ошибки обусловлены тем, что МИ воспроизводит фронт отраженной от объекта электромагнитной волны лишь в точке наблюдения, в то время как апертура антенны РЛС имеет конечные размеры и наблюдает некоторый участок фазового фронта волны [91, 92].

Наименьшими ошибками моделирования обладают синфазные МИ [93]. Несинфазность сигналов излучателей в точке приема приводит к увеличению амплитудной ошибки и появлению фазового сдвига между реальным и имитируемым эхосигналами. При этом стремительно увеличиваются все прочие ошибки. Это обосновывает целесообразность применения только синфазных МИ.

К росту ошибок моделирования также приводят уменьшение количества излучателей и увеличение углового размера матрицы [91].

Когерентные синфазные МИ оказываются крайне чувствительными к точности установки фаз сигналов [52, 94]. Причинами нарушения фазировки сигналов могут быть неточная установка излучателей, смена рабочей длины волны, неидентичность каналов генерации сигналов имитатора, изменение температуры окружающей среды и прочие факторы. Так, например, для значения допустимой ошибки фазы  $\Delta \varphi = \pi/8$  рад при рабочей длине волны  $\lambda = 3$  см необходимо обеспечить точность позиционирования излучателей в радиальном направлении  $\Delta r = 1,875$  мм.

Обозначенная проблема решается введением в состав МИ системы калибровки, которая периодически (или по требованию оператора) проводит измерение фазовых набегов и уровней сигналов и вносит в его работу соответствующие коррективы [94]. Еще одно решение – переход к некогерентной или частично когерентной запитке излучателей.

Некогерентные [57-61] и частично когерентные [62-64, 105-111] МИ применяются для имитации отражений от распределенных поверхностей и объектов. Их отличие от когерентных МИ – использование случайных сигналов, мгновенные значения которых распределены по нормальному закону. При этом наблюдаются флуктуации положения КЦИ, соответствующие угловым шумам распределенного объекта. Параметры сигналов рассчитываются исходя из требуемых вероятностных и спектральнокорреляционных характеристик имитируемых угловых шумов.

Преимуществом некогерентных и частично когерентных МИ является полная (для некогерентных) или частичная (для частично когерентных) нечувствительность к ошибкам взаимной фазировки сигналов излучателей;

Отметим, что предпочтение отдают частично когерентным МИ, так как за счет управления коэффициентами взаимной корреляции сигналов они предоставляют возможности более гибкого управления характеристиками моделируемых угловых шумов и требуют использования меньшего количества излучателей [63, 64, 113, 114].

Недостаток некогерентных и частично когерентных МИ заключается в том, что они могут быть использованы только для имитации отражений от распределенных объектов.

Для имитации эхосигналов от радиолокационных объектов в основном используют когерентные МИ, так как они являются наиболее перспективными. Это обусловлено тем, что они не имеют ограничений на размещение КЦИ, то есть позволяют моделировать отражения от любых объектов. В связи с этим далее будем рассматривать только этот тип имитаторов и под МИ понимать именно когерентные МИ.

# 1.2. Применимость матричных имитаторов, разработанных для ОА, к имитации эхосигналов МА

Как уже отмечалось, теория синтеза МИ проработана применительно к имитации эхосигналов радиотехнических систем, использующих одну приемную антенну. Такие системы были для краткости обозначены как ОА. Вместе с тем существует целый ряд радиотехнических систем, работа которых основана на использовании нескольких разнесенных в пространстве приемных антенн [65-75]. Такие системы для краткости были обозначены как МА.

Типичными представителями МА являются бортовые корреляционные измерители скорости и угла сноса (КРИСС) [65-69] и корреляционноэкстремальные навигационные системы (КЭНС) [67, 74, 75].

Системы КРИСС используются в бортовых навигационных системах летательных аппаратов (ЛА) для измерения составляющих вектора горизонтальной скорости.

КРИСС использует три разнесенные по корпусу ЛА приемные антенны, ДНА которых параллельны и ориентированы по нормали к поверхности (Рисунок 1.3) [68, 69].



Рисунок 1.3. Расположение антенн системы КРИСС и их диаграмм направленности

*A*<sub>1</sub>, *A*<sub>2</sub> и *A*<sub>3</sub> – приемные антенны, *x*, *y*, *z* – оси введенной декартовой системы координат

Взято из [68]

Принцип работы КРИСС заключается в следующем.

Считаем антенну A<sub>3</sub> расположенной в хвостовой части ЛА, а антенны A<sub>1</sub> и A<sub>2</sub> – в передней части. Обозначим сигналы, принимаемые антеннами соответственно  $S_1$ ,  $S_2$  и  $S_3$ . След движения диаграммы направленности антенны  $A_3$  по подстилающей поверхности частично повторяет траектории движения следа ДНА  $A_1$  и следа ДНА  $A_2$ , что обосновывает наличие корреляции принимаемых сигналов. Очевидно, что максимум взаимной корреляционной функции сигналов  $S_1$  и  $S_3$  сдвинут на величину транспортного запаздывания:

$$\max_{\tau} B_{13}(\tau) = B(T_{\mathrm{rp1}}),$$

где  $T_{\text{тр1}} = L_0 \cos(\alpha + \beta) / V$  – транспортное запаздывание сигнала  $S_3$  по отношению к сигналу  $S_1$  (Рисунок 1.4).

Аналогично для пары сигналов S<sub>2</sub> и S<sub>3</sub>:

$$\max_{\tau} B_{23}(\tau) = B(T_{\mathrm{T}p2}),$$

где  $T_{\text{тр2}} = L_0 \cos(\alpha - \beta) / V$  – транспортное запаздывание сигнала  $S_3$  по отношению к сигналу  $S_2$  (Рисунок 1.4).



Рисунок 1.4. Движение приемных точек корреляционного измерителя α – угол между базой антенн и осью абсцисс, β – угол между вектором горизонтальной скорости и осью абсцисс, L<sub>0</sub> – расстояние между антеннами (база), V – модуль горизонтальной скорости

Взято из [66]

По оценкам  $T_{\rm Tp1}$  и  $T_{\rm Tp2}$ , навигационная система рассчитывает проекции вектора горизонтальной скорости на координатные оси *x* и *z* путем совместного решения записанных выше уравнений. Измерения  $T_{\rm Tp1}$  и  $T_{\rm Tp2}$ осуществляются корреляционными методами, что и определило название данного вида систем.

КЭНС обычно используются в комплексных системах навигации ЛА для корректировки инерциальных навигационных систем. Принцип работы КЭНС сопоставлении текущего изображения основан на подстилающей поверхности, полученного В результате измерения, с эталонным изображением, хранящемся в бортовом устройстве памяти. В результате корреляционного обработки формируется оценка местоположения ЛА (Рисунок 1.5) [74].



Рисунок 1.5. Принцип работы КЭНС Взято из [74]

Известна КЭНС, использующая четыре антенны с перекрывающимися ДНА для сканирования поверхности, при этом кадр текущего изображения формируется за счет движения ЛА [75]. Обработке подвергаются данные о каждой полосе поверхности, полученные с четырех приемных каналов. Информационным параметром радиометрической КЭНС является уровень естественного радиоизлучения поверхности Земли и объектов на ней в СВЧ диапазоне, что обеспечивает независимость работы от погодных условий.

Принципиально важно, что прием эхосигналов в таких системах, как КРИСС и КЭНС, осуществляется сразу несколькими разнесенными антеннами с перекрывающимися диаграммами направленности, что не позволяет отдельно для каждой антенны сформировать собственную матрицу, сигналы которой не проникали бы в другие каналы приема.

Оценим возможность применения МИ эхосигналов ОА для имитации эхосигналов МА.

Обязательным условием при использовании МИ является условие синфазности сигналов, приходящих от излучателей матрицы в точку приема. Как показано в [90-92], при этом обеспечиваются минимальные ошибки моделирования. В частности, это достигается равноудаленным размещением излучателей МИ от фазового центра антенны РЛС.

Рассмотрим применение двухточечной конфигурации МИ к имитации эхосигналов МА с двумя приемными антеннами (Рисунок 1.6). Очевидно, что эквидистантное расположение излучателей сразу для обеих точек приема невозможно. Эквидистантное расположение излучателей для антенны A ( $R_{1A} = R_{2A}$ ) влечет дополнительный набег фазы (в общем случае не кратный  $2\pi$ ) сигнала от дальнего излучателя для антенны B:

$$\Delta \varphi = \frac{2\pi}{\lambda} \big( R_{1B} - R_{2B} \big),$$

где  $\lambda$  – длина волны несущего колебания.

(На данном этапе рассмотрения МИ пренебрегаем различной степенью затухания мощностей сигналов в точке *B*, так как влияние этого эффекта на результат моделирования пренебрежимо мало в сравнении с эффектом дополнительного набега фазы.)



Рисунок 1.6. Конфигурация из двух излучателей применительно к двухантенной системе

1,2 – излучатели, *A*, *B* – приемные антенны, *b* – расстояние между антеннами, *R<sub>ij</sub>* – расстояние между *i*-ым излучателем и *j*-ой антенной

В результате приемные антенны наблюдают КЦИ в разных положениях. Для антенны *А* угловые положения КЦИ определяются выражением (1.3), в то время как для антенны *B* – выражением (1.2).

Переход к частично-когерентной запитке излучателей с сохранением рассматриваемой конфигурации (Рисунок 1.6) не дает положительного результата. Антенны испытываемой системы получают на вход сигналы с отличающимися коэффициентами взаимной корреляции *r*. Это обосновывается функциональной связью величины *r* с разностью начальных фаз сигналов в точке приема  $\Delta \varphi$ . Эта зависимость имеет вид [90]:

$$r = \frac{\operatorname{Re}[\dot{\rho}(\Delta \varphi)]}{2\sigma_1 \sigma_2}, \qquad (1.4)$$

где  $\dot{\rho}(\Delta \phi) = M \Big[ \dot{S}_1 \dot{S}_2^* \Big] e^{j\Delta \phi}$  – коэффициент корреляции комплексных огибающих принимаемых сигналов.

В свою очередь значение коэффициента корреляции сигналов в точке приема влияет на параметры распределения имитируемых УШ [79]:

$$W(\Delta\xi) = \frac{\mu}{2\left(1 + \mu^2 \left(\Delta\xi - m\right)^2\right)^{3/2}},$$
 (1.5)

$$\frac{\gamma^2 - 1}{1 + 2r\gamma + \gamma^2} = m, \ \frac{1 + 2r\gamma + \gamma^2}{2\gamma\sqrt{1 - r^2}} = \mu,$$
(1.6)

где  $W(\Delta\xi)$  – функция распределения угловых шумов, *m* – математическое ожидание,  $\mu$  – параметр, определяющий ширину распределения.  $\gamma^2$  – отношение мощности сигнала 2-го излучателя к мощности сигнала 1-го излучателя, *r* – коэффициент взаимной корреляции сигналов,

По сути, замещаемый распределенный объект обладает различными протяженностью (параметр распределения  $\mu$ ) и угловым положением (параметр распределения *m*) в зависимости от того, с какой точки ведется наблюдение.

Таким образом, известные МИ не обеспечивают возможности имитации применительно к РЛС, имеющим несколько приемных антенн. Во-вторых, развитие теории МИ следует вести в направлении поиска решений, обеспечивающих синфазность имитируемых сигналов для нескольких точек приема, в которых будут размещаться фазовые центры антенн МА.

# 1.3. Подходы к построению МИ для имитации эхосигналов МА

Для того, чтобы использовать МИ для имитации эхосигналов МА, использующей две приемные антенны, необходимо в точках приема обеспечить соответствие параметров сигналов МИ требуемым параметрам. По сути, необходимо сфокусировать сигналы излучателей в обеих точках приема. Фокусировка сигналов излучателей МИ может базироваться на одном из двух предлагаемых подходов.

Первый подход обозначен как подход кратных фаз.

Он заключается в следующем: необходимо расположить излучатели МИ таким образом, чтобы разность хода лучей до каждой из точек приема

составляла целое число длин волн. В формализованном виде для матрицы из двух излучателей этот подход имеет вид системы уравнений (Рисунок 1.6):

$$\begin{cases} R_{1A} - R_{2A} = n\lambda \\ R_{1B} - R_{2B} = k\lambda \end{cases}, \ n, k \in \mathbb{Z}.$$

$$(1.7)$$

Для введенной декартовой системы координат (Рисунок 1.6) с центром в точке расположения фазового центра антенны *A* система (1.7) преобразуется к виду:

$$\begin{cases} \sqrt{x_1^2 + y_1^2} - \sqrt{x_2^2 + y_2^2} = n\lambda, \\ \sqrt{(x_1 - b)^2 + y_1^2} - \sqrt{(x_2 - b)^2 + y_2^2} = k\lambda, \end{cases}$$
(1.8)

где *x<sub>i</sub>* и *y<sub>i</sub>* – координаты *i*-го излучателя.

В зависимости от начальных условий, определяющих ограничения на формируемую конфигурацию, система (1.8) имеет различные решения в виде соотношений для расчета координат излучателей. Очевидно, что увеличение количества излучателей дополнит систему (1.8) аналогичными уравнениями.

Выполнение записанных условий обеспечит имитацию КЦИ, имеющего общее положение для обеих антенн.

Второй подход обозначен как подход компенсации сигналов.

Раскроем данный подход на примере двух приемных антенн. Пусть имеется конфигурация из N излучателей МИ. Она должна быть такой, что положение КЦИ для первой антенны определяется сигналами только части из N излучателей. А сигналы, определяющие координаты КЦИ для другой антенны, не должны оказывать влияние на это положение, что достигается через компенсацию сигналов. Аналогичное должно иметь место и для второй антенны. Тогда эхосигнал от имитируемого объекта для каждой из антенн должен формироваться минимум парой из N точек.

Подход компенсации сигналов позволит разработать МИ для имитации положений КЦИ независимо для нескольких приемных антенн.

# 1.4. Задачи исследования

Исходя из вышесказанного были сформулированы следующие задачи диссертационной работы:

1. Для предложенного подхода кратных фаз сформулировать пути построения МИ для имитации эхосигналов МА. На основе решения соответствующих систем уравнений, разработать способы синтеза одномерных и двумерных геометрических моделей, обеспечивающих имитацию общего КЦИ для двух/трех антенн.

2. На основе предложенного подхода компенсации сигналов сформулировать требования, которым должна удовлетворять геометрическая модель, лежащая в основе МИ, обеспечивающая возможность имитации КЦИ независимо для каждой антенны МА.

3. Исследовать ошибки моделирования МИ эхосигналов МА, возникающие вследствие нарушения амплитудно-фазовых соотношений сигналов матрицы в точках приема, и разработать пути их уменьшения.

4. Синтезировать когерентные геометрические моделей, сигналы которых сфокусированы в нескольких точках приема и которые лежат в основе МИ эхосигналов МА. Осуществить проверку адекватности моделирования и достоверности полученных результатов с помощью численных экспериментов.

# 1.5. Выводы по первому разделу

1. Для решения задач имитации радиолокационных объектов нашли распространение когерентные МИ. Показано, что МИ, разработанные для ОА, неприменимы для имитации эхосигналов МА.

2. Сформулированы два подхода к построению МИ эхосигналов МА. Первый позволит получить конфигурацию для имитации общего КЦИ для приемных антенн, второй – для имитации КЦИ независимо для каждой приемной антенны.

3. Сформулированы основные задачи исследования.

31

# 2. ПОДХОД КРАТНЫХ ФАЗ К СИНТЕЗУ КОГЕРЕНТНЫХ ГЕОМЕТРИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ, СИГНАЛЫ КОТОРЫХ СФОКУСИРОВАНЫ В ДВУХ ТОЧКАХ ПРИЕМА

В первом разделе было показано, что МИ могут быть использованы для имитации эхосигналов МА при условии, что сигналы излучателей синфазны в точках приема. Предлагается использовать подход кратных фаз для синтеза геометрической модели, лежащей в основе МИ эхосигналов МА, использующего две приемные антенны [95-97].

Основные задачи раздела.

1. Получить соотношения для расчета координат излучателей, сигналы которых сфокусированы в двух точках приема с использованием подхода кратных фаз.

2. Использовать полученные результаты для синтеза когерентных геометрических моделей, сигналы которых сфокусированы в двух точках приема.

3. Осуществить апробацию теоретических результатов с помощью численных экспериментов.

## 2.1. Одномерная матрица

Рассмотрим матрицу из пары излучателей применительно к имитации эхосигналов двухантенной системы [96, 97]. В п.1.3 получена система уравнений из условия синфазности (1.8), связывающая между собой координаты излучателей с координатами приемных антенн (Рисунок 1.6):

$$\begin{cases} \sqrt{x_1^2 + y_1^2} - \sqrt{x_2^2 + y_2^2} = n\lambda, \\ \sqrt{(x_1 - b)^2 + y_1^2} - \sqrt{(x_2 - b)^2 + y_2^2} = k\lambda \end{cases}$$

Считаем, что первый излучатель всегда расположен левее второго  $(x_1 < x_2)$ . Покажем, что при этом обязательно n < k. В соответствии с Рисунком 1.6 излучатели и антенны лежат в углах четырехугольника, при чем

 $R_{1B}$  и  $R_{2A}$  – диагонали, а  $R_{2B}$  и  $R_{1A}$  – боковые стороны. Как известно, сумма диагоналей четырехугольника больше, чем сумма боковых сторон, то есть  $R_{1B} + R_{2A} > R_{2B} + R_{1A} \Longrightarrow R_{1B} - R_{2B} > R_{1A} - R_{2A} \Longrightarrow k > n$ .

Система (1.8) может иметь различные решения в зависимости от начальных условий. Целесообразно рассмотреть два решения, удовлетворяющих следующим начальным условиям.

1. Излучатели равноудалены по координате у и располагаются на прямой, параллельной базе антенной системы.

2. Положение первого излучателя известно, система (1.8) решается относительно координат второго излучателя.

2.1.1. Решение при условии равноудаленности излучателей по координате у

В данном случае систему (1.8) можно записать как:

$$\begin{cases} \sqrt{x_1^2 + y^2} - \sqrt{x_2^2 + y^2} = n\lambda, \\ \sqrt{(x_1 - b)^2 + y^2} - \sqrt{(x_2 - b)^2 + y^2} = k\lambda. \end{cases}$$
(2.1)

Аналитического решения системы (2.1) для x<sub>1</sub> и x<sub>2</sub> не найдено. Поэтому остается единственная возможность – поиск решения с помощью численного метода решения систем нелинейных уравнений (метод градиентного спуска, метод Гаусса-Ньютона, метод Левенберга-Марквардта и др. [87-89]).

Предлагается следующий алгоритм синтеза двухточечной конфигурации МИ.

1. Задаются параметры испытываемой системы b и  $\lambda$ , уравнение прямой расположения излучателей y = const и ориентировочные абсциссы излучающих точек  $x_1$ ' и  $x_2$ '.

2. Из системы (2.1) аналитически находятся соответствующие *n* и *k*. Полученные *n* и *k* округляются до ближайших целочисленных значений.

3. Для полученных целочисленных n и k из (2.1) численными методами находится соответствующее решение  $x_1$  и  $x_2$ .

Очевидно, что получаемые таким образом точки расположения излучателей оказываются близки к точкам с задаваемыми положениями.

Как было отмечено в разделе №1, с целью обеспечения наименьшего уровня ошибок моделирования угловой размер конфигурации не должен превышать ширину ДНА по уровню половинной мощности. Угловой разнос пары излучателей для антенны *А*:

$$\alpha' = \operatorname{arctg} \frac{x_2}{y} - \operatorname{arctg} \frac{x_1}{y} = \operatorname{arctg} \frac{x_1 + \Delta x}{y} - \operatorname{arctg} \frac{x_1}{y}.$$
 (2.2)

Исследование функции (2.2) на экстремум [82] показывает, что при сохранении удаленности излучателей у и их разноса  $\Delta x$  угловой размер конфигурации максимален в точке  $x_1 = -\Delta x/2$  и уменьшается при удалении первого излучателя от этой точки. Тогда из (2.2):

$$\alpha'_{\max} = 2 \operatorname{arctg} \frac{\Delta x}{2y} \le \alpha,$$
 (2.3)

где *α* – ширина ДНА по уровню половинной мощности.

После преобразований (2.3) получаем условие на разнос излучателей, справедливое для обеих приемных антенн:

$$\Delta x = x_2 - x_1 \le 2y \, \text{tg} \frac{\alpha}{2}$$
 (2.4)

Задаваемые  $x_1$ ' и  $x_2$ ' и получаемые в результате применения алгоритма  $x_1$ и  $x_2$  должны удовлетворять (2.4). Иначе необходимо скорректировать n и k: уменьшить k на 1 или увеличить n на 1 для уменьшения  $\Delta x$  (справедливость операции будет показана в nn.2.1.2.) – и повторить п.3 алгоритма.

Анализ Рисунка 1.6 и систем (1.7) и (2.1) позволяет установить следующие зависимости, характеризующие двухточечную конфигурацию при различных *n* и *k*:

- при k > 0, n > 0 имеем  $x_1 < 0$ ,  $|x_1| > |x_2|$ ;
- при k > 0, n = 0 имеем  $x_1 = -x_2$ ;

• при k > 0, n < 0 имеем  $|x_1| < |x_2|$ ,

в частном случае при n = -k имеем  $x_1 + x_2 = b$ ;

- при k = 0, n < 0 имеем  $x_1 + x_2 = 2b$ ;
- при k < 0, n < 0 имеем  $x_1 > 0$ ,  $x_1 + x_2 > 2b$ .

Разовьем полученные результаты.

Рассмотрим возможность наращивания МИ вдоль оси *X* путем увеличения количеств излучателей для увеличения области возможных размещений КЦИ. Для того, что КЦИ перемещался плавно от одной пары соседних излучателей к другой, необходимо вдвое уменьшить угловой разнос каждой пары соседних излучателей. То есть в (2.4) сделать замену α на α/2, где α – ширина ДНА по уровню половинной мощности.

Добавка излучателя приведет к расширению системы (2.1) двумя однотипными уравнениями:

$$\begin{cases} \sqrt{x_1^2 + y^2} - \sqrt{x_2^2 + y^2} = n_2 \lambda, \\ \sqrt{(x_1 - b)^2 + y^2} - \sqrt{(x_2 - b)^2 + y^2} = k_2 \lambda, \\ \sqrt{x_1^2 + y^2} - \sqrt{x_3^2 + y^2} = n_3 \lambda, \\ \sqrt{(x_1 - b)^2 + y^2} - \sqrt{(x_3 - b)^2 + y^2} = k_3 \lambda. \end{cases}$$

Система имеет решение относительно  $x_1$ ,  $x_2$ ,  $x_3$  и у и может быть использована в алгоритме расчета координат излучателей для задаваемых b,  $\lambda$ ,  $x_1'$ ,  $x_2'$ ,  $x_3'$  и у'.

При добавлении еще одного, 4-го излучателя, система дополнится двумя уравнениями и одной переменной – *x*<sub>4</sub>:

$$\begin{cases}
\sqrt{x_1^2 + y^2} - \sqrt{x_2^2 + y^2} = n_2\lambda, \\
\sqrt{(x_1 - b)^2 + y^2} - \sqrt{(x_2 - b)^2 + y^2} = k_2\lambda, \\
\sqrt{x_1^2 + y^2} - \sqrt{x_3^2 + y^2} = n_3\lambda, \\
\sqrt{(x_1 - b)^2 + y^2} - \sqrt{(x_3 - b)^2 + y^2} = k_3\lambda, \\
\sqrt{x_1^2 + y^2} - \sqrt{x_4^2 + y^2} = n_4\lambda, \\
\sqrt{(x_1 - b)^2 + y^2} - \sqrt{(x_4 - b)^2 + y^2} = k_4\lambda.
\end{cases}$$
(2.5)

Такая система из 6 уравнений в общем случае не имеет решений относительно x<sub>1</sub>, x<sub>2</sub>, x<sub>3</sub>, x<sub>4</sub> и y.

Рассмотрим частный случай, а именно конфигурацию, симметричную относительно x = b/2. Тогда  $x_4 = b - x_1$  и  $x_3 = b - x_2$ , и из (2.5) следует  $n_4 = -k_4$ ,  $(n_3 - n_2) = -(k_3 - k_2)$ ,  $(n_3 - n_4) = k_2$ . Система (2.5) преобразуется к виду:

$$\begin{cases} \sqrt{x_1^2 + y^2} - \sqrt{x_2^2 + y^2} = n_2 \lambda, \\ \sqrt{(x_1 - b)^2 + y^2} - \sqrt{(x_2 - b)^2 + y^2} = k_2 \lambda, \\ \sqrt{x_1^2 + y^2} - \sqrt{(x_1 - b)^2 + y^2} = n_4 \lambda. \end{cases}$$
(2.6)

Она имеет решение относительно  $x_1$ ,  $x_2$  и y. Для расчета координат может быть использован алгоритм синтеза двухточечной конфигурации, полученный ранее, но на основе системы (2.6) для задаваемых b,  $\lambda$ ,  $x_1$ ',  $x_2$ ' и y'.

В случае 6-точечной конфигурации система содержит 10 уравнений:
$$\begin{cases} \sqrt{x_1^2 + y^2} - \sqrt{x_2^2 + y^2} = n_2\lambda, \\ \sqrt{(x_1 - b)^2 + y^2} - \sqrt{(x_2 - b)^2 + y^2} = k_2\lambda, \\ \sqrt{x_1^2 + y^2} - \sqrt{x_3^2 + y^2} = n_3\lambda, \\ \sqrt{(x_1 - b)^2 + y^2} - \sqrt{(x_3 - b)^2 + y^2} = k_3\lambda, \\ \sqrt{x_1^2 + y^2} - \sqrt{x_4^2 + y^2} = n_4\lambda, \\ \sqrt{(x_1 - b)^2 + y^2} - \sqrt{(x_4 - b)^2 + y^2} = k_4\lambda, \\ \sqrt{x_1^2 + y^2} - \sqrt{x_5^2 + y^2} = n_5\lambda, \\ \sqrt{(x_1 - b)^2 + y^2} - \sqrt{(x_5 - b)^2 + y^2} = k_5\lambda, \\ \sqrt{x_1^2 + y^2} - \sqrt{x_6^2 + y^2} = n_6\lambda, \\ \sqrt{(x_1 - b)^2 + y^2} - \sqrt{(x_6 - b)^2 + y^2} = k_6\lambda. \end{cases}$$

$$(2.7)$$

Также считаем конфигурацию симметричной относительно x = b/2. Тогда справедливо  $x_6 = b - x_1$ ,  $x_5 = b - x_2$ ,  $x_4 = b - x_3$  и  $n_6 = -k_6$ ,  $(n_5 - n_2) = -(k_5 - k_2)$ ,  $(n_4 - n_3) = -(k_4 - k_3)$ ,  $(n_5 - k_2) = (n_4 - k_3) = k_2$ . Система (2.7) упрощается к виду:

$$\begin{cases} \sqrt{x_{1}^{2} + y^{2}} - \sqrt{x_{2}^{2} + y^{2}} = n_{2}\lambda, \\ \sqrt{(x_{1} - b)^{2} + y^{2}} - \sqrt{(x_{2} - b)^{2} + y^{2}} = k_{2}\lambda, \\ \sqrt{x_{1}^{2} + y^{2}} - \sqrt{x_{3}^{2} + y^{2}} = n_{3}\lambda, \\ \sqrt{(x_{1} - b)^{2} + y^{2}} - \sqrt{(x_{3} - b)^{2} + y^{2}} = k_{3}\lambda, \\ \sqrt{x_{1}^{2} + y^{2}} - \sqrt{(x_{1} - b)^{2} + y^{2}} = n_{6}\lambda. \end{cases}$$

$$(2.8)$$

Система (2.8) включает 5 уравнений и не может быть решена относительно *x*<sub>1</sub>, *x*<sub>2</sub>, *x*<sub>3</sub> и *y*. Возможности для дальнейшего упрощения 6-точечной конфигурации отсутствуют.

Тогда осуществим переход к симметричной 5-точечной конфигурации путем подстановки в (2.8)  $x_1 = b/2$ , что приведет к слиянию 1-го и 6-го излучателей:

$$\begin{cases} \sqrt{\left(\frac{b}{2}\right)^{2} + y^{2}} - \sqrt{x_{2}^{2} + y^{2}} = n_{2}\lambda, \\ \sqrt{\left(\frac{b}{2}\right)^{2} + y^{2}} - \sqrt{\left(x_{2} - b\right)^{2} + y^{2}} = k_{2}\lambda, \\ \sqrt{\left(\frac{b}{2}\right)^{2} + y^{2}} - \sqrt{x_{3}^{2} + y^{2}} = n_{3}\lambda, \\ \sqrt{\left(\frac{b}{2}\right)^{2} + y^{2}} - \sqrt{\left(x_{3} - b\right)^{2} + y^{2}} = k_{3}\lambda. \end{cases}$$

$$(2.9)$$

В случае симметричной 5-точечной конфигурации соответствующая система характеризуется 4-мя уравнениями с 3-мя неизвестными. По сути, мы рассматриваем частный случай 3-точечной конфигурации с заданной абсциссой первого излучателя. Система (2.9) не имеет решений в виде искомых координат излучателей.

Таким образом, максимальное количество излучателей, равноудаленных по координате у и сигналы которых сфокусированы на две точки приема, равно 4. Это недостаток условия расположения точек матрицы на одной прямой, параллельной базе. Тем не менее, это условие имеет практическую значимость: проще реализовать матрицу, излучатели которой расположены на одной прямой (одномерная матрица) или в одной плоскости (двумерная матрица).

Осуществим проверку полученных результатов.

В качестве примера синтезируем 4-точечную конфигурацию при b = 1 м,  $\lambda = 0.03$  м,  $x_1' = -1$  м,  $x_2' = 0$  м и y' = 5 м.

В результате применения вышепредложенного алгоритма синтеза конфигурации МИ на основе системы (2.6) получим координаты излучателей  $x_1 = -0,903$  м,  $x_2 = 0,097$  м,  $x_3 = 0,903$  м,  $x_4 = 1,903$  м, y = 4,437 м (Рисунок 2.1).

Апробация матрицы осуществлялась с помощью численного эксперимента для немодулированного моногармонического эхосигнала.

Задавались перемещения точечной цели вдоль оси  $x_{KUU} \in [-0,9; 1,9]_{M}$ .

Для пары излучателей (*i*, *i*+1, *i* = {1, 2, 3}), в область моделирования которых попадал КЦИ, рассчитывалась его обобщенная координата:

$$\Delta \xi_x = \frac{2x_{KUM} - (x_{i+1} + x_i)}{x_{i+1} - x_i}.$$
(2.10)

С учетом синфазности излучения ( $\phi_1 = \phi_2 = 0$ ) из (1.1) определялось отношение амплитуд излучаемых сигналов:

$$z_{0i} = \frac{E_{i+1}}{E_i} = \frac{1 + \Delta \xi_x}{1 - \Delta \xi_x}.$$
 (2.11)

Положение КЦИ определялось по пеленгационному соотношению [83, 84]:

$$x_{KLIM} = \operatorname{Re}\left[\sum_{i=1}^{N} x_i \dot{E}_i / \sum_{i=1}^{N} \dot{E}_i\right], \qquad (2.12)$$

где  $x_i$  – координаты *i*-го излучателя, N = 2.

Результаты численного эксперимента представлен на Рисунке 2.1.



Рисунок 2.1. Результаты численного эксперимента X – цель, наблюдаемая антенной *A*, + – цель, наблюдаемая антенной *B*, O – задаваемые положения цели

Видим, что КЦИ наблюдается из точек приема в одних и тех же задаваемых положениях. Это подтверждает достоверность теоретических результатов. Полученные соотношения могут быть использованы для синтеза МИ эхосигналов МА, использующего две приемные антенны, при условии расположения излучателей на прямой, параллельной прямой расположения приемных антенн.

### 2.1.2. Решение при заданном положении первого излучателя

При известных координатах первого излучателя *x*<sup>1</sup> и *y*<sup>1</sup> система (1.8) имеет аналитическое решение относительно координат второго излучателя *x*<sup>2</sup> и *y*<sub>2</sub>. После преобразований уравнений системы (1.8) получаем:

$$\begin{cases} x_2^2 + y_2^2 = x_1^2 + y_1^2 + n^2\lambda^2 - 2n\lambda\sqrt{x_1^2 + y_1^2}, \\ x_2^2 + y_2^2 - 2x_2b = x_1^2 + y_1^2 - 2x_1b + k^2\lambda^2 - 2k\lambda\sqrt{(x_1 - b)^2 + y_1^2}. \end{cases}$$

Вычитаем из первого уравнения второе, приводим подобные слагаемые и получаем соотношение для расчета абсциссы второго излучателя:

$$x_{2} = x_{1} + \frac{n^{2} - k^{2}}{2b}\lambda^{2} + \frac{\lambda}{b} \left( k \sqrt{\left(x_{1} - b\right)^{2} + y_{1}^{2}} - n \sqrt{x_{1}^{2} + y_{1}^{2}} \right).$$
(2.13)

Выражение для расчета ординаты получаем путем преобразования одного из уравнений исходной системы (1.8):

$$y_{2} = \sqrt{\left(\sqrt{x_{1}^{2} + y_{1}^{2}} - n\lambda\right)^{2} - x_{2}^{2}} =$$

$$= \sqrt{\left(\sqrt{\left(x_{1} - b\right)^{2} + y_{1}^{2}} - k\lambda\right)^{2} - \left(x_{2} - b\right)^{2}}.$$
(2.14)

Из выражения (2.14) следует ограничение в виде неравенства на произвольный выбор целочисленных *n* и *k*, диктуемое условием физической реализуемости матрицы:

$$\left(\sqrt{x_1^2 + y_1^2} - n\lambda\right)^2 - x_2^2 =$$

$$= \left(\sqrt{(x_1 - b)^2 + y_1^2} - k\lambda\right)^2 - (x_2 - b)^2 \ge 0.$$
(2.15)

В соответствии с (2.13) и (2.14) через параметры *n* и *k*, удовлетворяющие (2.15), мы можем управлять положением второго излучателя. Исследуем характер зависимостей через соответствующие частные производные [82]:

$$\frac{\partial (x_2 - x_1)}{\partial k} = \frac{-k}{b} \lambda^2 + \frac{\lambda}{b} \sqrt{(x_1 - b)^2 + y_1^2} =$$

$$= \frac{\lambda}{b} \left( \sqrt{(x_1 - b)^2 + y_1^2} - k\lambda \right) = \frac{\lambda}{b} R_{2B} > 0,$$

$$\frac{\partial (x_2 - x_1)}{\partial n} = \frac{n}{b} \lambda^2 - \frac{\lambda}{b} \sqrt{x_1^2 + y_1^2} =$$

$$= \frac{\lambda}{b} \left( n\lambda - \sqrt{x_1^2 + y_1^2} \right) = -\frac{\lambda}{b} R_{2A} < 0,$$
(2.16)
(2.16)
(2.17)

$$\frac{\partial (y_2 - y_1)}{\partial k} = \frac{-x_2 \frac{\lambda}{b} R_{2B}}{\sqrt{\left(\sqrt{x_1^2 + y_1^2} - n\lambda\right)^2 - x_2^2}},$$
(2.18)

$$\frac{\partial(y_2 - y_1)}{\partial n} = \frac{(x_2 - b)\frac{h}{b}R_{2A}}{\sqrt{\left(\sqrt{(x_1 - b)^2 + y_1^2} - k\lambda\right)^2 - (x_2 - b)^2}}.$$
 (2.19)

Из выражений (2.16) и (2.17) следует, что увеличению параметра k, а также уменьшению параметра n соответствует отдаление второго излучателя от первого по оси абсцисс.

Из выражения (2.18) следует, что зависимость  $(y_2 - y_1) = f(k, n = \text{const})$ не монотонна, имеет место экстремум в некоторой точке  $k_e$ , для которой  $x_2 = 0$ . Учитывая (2.16), справедливы следующие рассуждения: значениям  $k > k_e$ соответствуют  $x_2 > 0$ , для которых  $\frac{\partial(y_2 - y_1)}{\partial k} < 0$ , следовательно  $k_e$  – точка максимума. Аналогично из (2.19) и (2.17) получаем, что функция  $(y_2 - y_1) = g(k = \text{const}, n)$  максимальна в точке экстремума  $n_e$ , для которой  $x_2 = b$ .

Полученные зависимости позволяют корректировать положение второго излучателя за счет соответствующих изменений параметров *n* и *k*.

Синтез двухточечной конфигурации МИ предлагается осуществлять по следующему алгоритму.

1. Задаются длина волны  $\lambda$  и расстояние между точками приема *b*, координаты первого излучателя  $x_1$  и  $y_1$  и ориентировочные координаты второго  $x_2'$  и  $y_2'$ .

2. По уравнениям системы (1.8) рассчитываются соответствующие *n* и *k*. Полученные *n* и *k* округляются до ближайших целочисленных значений.

3. По соотношениям (2.13) и (2.14) уточняются координаты второго излучателя *x*<sub>2</sub> и *y*<sub>2</sub>.

4. Если координаты второго излучателя не удовлетворяют условиям (2.4) или  $y_2 - y_1 \le \varepsilon_y$ , где  $\varepsilon_y$  – допустимый разброс излучателей по координате *y*, то значения *n* и *k* корректируются для получения приемлемых  $x_2$  и  $y_2$ . Учитывая  $y_2 \approx y_1$ , то в (2.4) допустимо подставлять любую из этих величин.

Данный алгоритм может быть использован для расширения матрицы вдоль угловой координаты путем добавления новых излучателей.

Для этого результат применения алгоритма в виде координат излучателей принимается в качестве новых данных для поиска координат следующего излучателя. При этом в условии на разнос излучателей (2.4) необходимо перейти от α к α/2 (см. *nn 2.1.1*.).

Вертикальная симметрия приемной антенной системы позволяет ограничится рассмотрением конфигураций излучателей, симметричных относительно плоскости x = b/2. Это позволяет использовать алгоритм для расширения матрицы более эффективно: располагаем первый излучатель на оси симметрии  $x_1 = b/2$ , циклично используем алгоритм для наращивания

конфигурации вплоть до получения координат крайнего правого излучателя, отображаем полученную правую часть конфигурации относительно плоскости симметрии для получения левой части.

Возможность цикличного использования алгоритма позволяет синтезировать сколь угодно протяженную матрицу. Однако при этом не удается расположить излучатели на одной прямой, что, как было отмечено раньше, усложняет реализацию МИ.

Действительно, полагая  $y_2 = y_1$ , из (1.8) получаем равенство:

$$k = \frac{1}{\lambda} \left[ R_{1B} - \sqrt{\left( \pm \sqrt{\left( R_{1A} - n\lambda \right)^2 - y_1^2} - b \right)^2 + y_1^2} \right],$$

где  $R_{1A} = \sqrt{x_1^2 + y_1^2}$ ,  $R_{1B} = \sqrt{(x_1 - b)^2 + y_1^2}$ .

Очевидно, что при заранее заданных  $x_1$  и  $y_1$  имеет место нелинейная однозначная взаимосвязь между параметрами n и k, которая противоречит условию их принадлежности к множеству целых чисел.

Осуществим проверку полученных результатов.

Синтезируем матрицу для имитации КЦИ в диапазоне  $x_{KЦИ} \in [-1, 2]$ следующим образом. Задаем b = 1 м,  $\lambda = 0,03$  м, первый излучатель располагаем в плоскости симметрии с координатами  $(x_1, y_1) = (0,5, 5)$  м. Используя алгоритм, размещаем излучатели один за другим с шагом  $\Delta x = 0,5$  м. Отображаем правую часть конфигурации относительно оси симметрии для получения левой части (Таблица 2.1, Рисунок 2.2).

Номер излучателя	Координаты (х, у), м	Значения <i>n</i> и <i>k</i>
4'	(-0,917, 5,032)	_
3'	(-0,421, 5,007)	_
2'	(0,046, 4,995)	_
1	(0,5, 5)	-2, 1

Таблица 2.1. Координаты излучателей 7-точечной конфигурации

Номер излучателя	Координаты (х, у), м	Значения <i>n</i> и <i>k</i>
2	(0,954, 4,995)	-4, -1
3	(1,421, 5,007)	-6, -3
4	(1,917, 5,032)	-

Апробация 7-точечной матрицы осуществлялась с помощью численного эксперимента для немодулированного моногармонического эхосигнала на основе (2.10) – (2.12).

Задавались перемещения КЦИ в диапазоне *х*<sub>кци</sub> ∈ [−0,9; 1,9] м.

Результаты численного эксперимента представлены на Рисунке 2.2.



Рисунок 2.2. Результаты численного эксперимента Х – цель, наблюдаемая антенной *A*, + – цель, наблюдаемая антенной *B*, О – задаваемые положения цели

Результаты численного эксперимента подтверждают достоверность полученных соотношений. Полученные результаты могут быть использованы для синтеза МИ эхосигналов МА, использующего две приемные антенны, при условии заданного положения одного из излучателей.

## 2.2. Двумерная матрица

Разовьем полученные результаты применительно к решению задачи установки положения КЦИ, наблюдаемого двумя антеннами, по двум угловым координатам [95].

Рассмотрим конфигурацию из четырех излучателей (Рисунок 2.3).



Рисунок 2.3. Четырехточечная конфигурация двумерной матрицы

Считаем, что в общем случае точки расположены таким образом, что их проекции на плоскость, параллельную *XOZ*, лежат в углах прямоугольника. Это позволяет рассматривать конфигурацию в плоскости *XOZ* как классическую четырехточечную [53, 54, 62].

Для декартовой системы координат, связанной с антенной A, (Рисунок 2.3) имеем:  $x_1 = x_2$ ,  $x_3 = x_4$ ,  $z_1 = z_3$ ,  $z_2 = z_4$ , и, в общем случае,  $y_i \neq y_j$  при  $i \neq j$ .

Запишем условие синфазности для рассматриваемой конфигурации:

$$\begin{cases} \sqrt{x_{1}^{2} + y_{1}^{2} + z_{1}^{2}} - \sqrt{x_{1}^{2} + y_{2}^{2} + z_{2}^{2}} = n_{2}\lambda, \\ \sqrt{x_{1}^{2} + y_{1}^{2} + z_{1}^{2}} - \sqrt{x_{3}^{2} + y_{3}^{2} + z_{1}^{2}} = n_{3}\lambda, \\ \sqrt{x_{1}^{2} + y_{1}^{2} + z_{1}^{2}} - \sqrt{x_{3}^{2} + y_{4}^{2} + z_{2}^{2}} = n_{4}\lambda, \\ \sqrt{(x_{1} - b)^{2} + y_{1}^{2} + z_{1}^{2}} - \sqrt{(x_{1} - b)^{2} + y_{2}^{2} + z_{2}^{2}} = k_{2}\lambda, \\ \sqrt{(x_{1} - b)^{2} + y_{1}^{2} + z_{1}^{2}} - \sqrt{(x_{3} - b)^{2} + y_{3}^{2} + z_{1}^{2}} = k_{3}\lambda, \\ \sqrt{(x_{1} - b)^{2} + y_{1}^{2} + z_{1}^{2}} - \sqrt{(x_{3} - b)^{2} + y_{4}^{2} + z_{2}^{2}} = k_{4}\lambda. \end{cases}$$

$$(2.20)$$

Система состоит из 6 уравнений и 5 неизвестных параметров в виде координат излучателей. Следовательно, в общем случае система не имеет решений. Осуществим поиск частных случаев. Запишем первые три уравнения в виде:

$$z_{2}^{2} = x_{1}^{2} + y_{1}^{2} + n_{2}^{2}\lambda^{2} - 2n_{2}\lambda\sqrt{x_{1}^{2} + y_{1}^{2} + z_{1}^{2}} - y_{2}^{2},$$
  

$$x_{3}^{2} = y_{1}^{2} + z_{1}^{2} + n_{3}^{2}\lambda^{2} - 2n_{3}\lambda\sqrt{x_{1}^{2} + y_{1}^{2} + z_{1}^{2}} - y_{3}^{2},$$
  

$$x_{3}^{2} + y_{4}^{2} + z_{2}^{2} = x_{1}^{2} + y_{1}^{2} + z_{1}^{2} + n_{4}^{2}\lambda^{2} - 2n_{4}\lambda\sqrt{x_{1}^{2} + y_{1}^{2} + z_{1}^{2}}.$$

Совместно они преобразуется к виду:

$$y_1^2 - y_2^2 - y_3^2 + y_4^2 + (n_2^2 + n_3^2 - n_4^2)\lambda^2 - -2\lambda(n_2 + n_3 - n_4)\sqrt{x_1^2 + y_1^2 + z_1^2} = 0.$$

Аналогично для второй тройки уравнений системы (2.20) справедливо:

$$y_1^2 - y_2^2 - y_3^2 + y_4^2 + (k_2^2 + k_3^2 - k_4^2)\lambda^2 - 2\lambda(k_2 + k_3 - k_4)\sqrt{(x_1 - b)^2 + y_1^2 + z_1^2} = 0.$$

Разность двух последних соотношений:

$$(n_2^2 + n_3^2 - n_4^2 - k_2^2 - k_3^2 + k_4^2)\lambda^2 = 2\lambda(n_2 + n_3 - n_4)\sqrt{x_1^2 + y_1^2 + z_1^2} - 2\lambda(k_2 + k_3 - k_4)\sqrt{(x_1 - b)^2 + y_1^2 + z_1^2}.$$

Полученное уравнение имеет очевидное решение:

$$\begin{cases} n_4 = n_2 + n_3, \\ k_4 = k_2 + k_3, \\ k_2 k_3 = n_2 n_3. \end{cases}$$
(2.21)

Рассмотрим частные случаи решения (2.21): либо  $n_2 = 0$ , либо  $n_3 = 0$ . Тогда обязательно  $k_2 = 0$  или  $k_3 = 0$ . Запишем выражения, вытекающие из (2.20) с учетом (2.21):

$$n_{2} = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} y_{1}^{2} + z_{1}^{2} = y_{2}^{2} + z_{2}^{2} \\ y_{3}^{2} + z_{1}^{2} = y_{4}^{2} + z_{2}^{2} \end{cases}, k_{2} = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} y_{1}^{2} + z_{1}^{2} = y_{2}^{2} + z_{2}^{2} \\ y_{3}^{2} + z_{1}^{2} = y_{4}^{2} + z_{2}^{2} \end{cases},$$
$$n_{3} = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x_{1}^{2} + y_{1}^{2} = x_{3}^{2} + y_{3}^{2} \\ x_{1}^{2} + y_{2}^{2} = x_{3}^{2} + y_{4}^{2} \end{cases}, k_{3} = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} (x_{1} - b)^{2} + y_{1}^{2} = (x_{3} - b)^{2} + y_{3}^{2} \\ (x_{1} - b)^{2} + y_{2}^{2} = (x_{3} - b)^{2} + y_{4}^{2} \end{cases}.$$

Очевидно, что условия  $n_3 = 0$  и  $k_3 = 0$  не совместны. При этом  $n_2 = 0 \Leftrightarrow k_2 = 0$ , следовательно считаем  $n_2 = 0$  и  $k_2 = 0$ . Тогда из (2.21)  $n_3 = n_4 = n$ и  $k_3 = k_4 = k$ , и система (2.20) преобразуется к виду:

$$\begin{cases} \sqrt{x_{1}^{2} + y_{1}^{2} + z_{1}^{2}} - \sqrt{x_{3}^{2} + y_{3}^{2} + z_{1}^{2}} = n\lambda, \\ \sqrt{(x_{1} - b)^{2} + y_{1}^{2} + z_{1}^{2}} - \sqrt{(x_{3} - b)^{2} + y_{3}^{2} + z_{1}^{2}} = k\lambda, \\ y_{1}^{2} + z_{1}^{2} = y_{2}^{2} + z_{2}^{2}, \\ y_{3}^{2} + z_{1}^{2} = y_{4}^{2} + z_{2}^{2}. \end{cases}$$
(2.22)

Первые два уравнения системы (2.22) аналогичны системе (1.8). Вторая пара уравнений описывает ограничения на конфигурацию, обусловленные частным случаем решения (2.21). Полученная система совместна может быть использована для расчета координат излучающих точек при различных начальных условиях.

2.2.1. Решение при равноудаленности излучателей по координате у При условии  $y_1 = y_2 = y_3 = y_4 = y$  система (2.22) имеет вид:

$$\begin{cases} \sqrt{x_1^2 + y^2 + z_1^2} - \sqrt{x_3^2 + y^2 + z_1^2} = n\lambda, \\ \sqrt{(x_1 - b)^2 + y^2 + z_1^2} - \sqrt{(x_3 - b)^2 + y^2 + z_1^2} = k\lambda, \\ y^2 + z_1^2 = y^2 + z_2^2, \\ y^2 + z_1^2 = y^2 + z_2^2. \end{cases}$$
(2.23)

Последние два уравнения системы (2.23) идентичны. Их решение определяет конфигурацию как симметричную относительно плоскости *XOY*:  $z_1 = -z_2 = z$ . Учитывая это, логично перейти от системы (2.23) к системе из двух уравнений:

$$\begin{cases} \sqrt{x_1^2 + y^2 + z^2} - \sqrt{x_3^2 + y^2 + z^2} = n\lambda, \\ \sqrt{(x_1 - b)^2 + y^2 + z^2} - \sqrt{(x_3 - b)^2 + y^2 + z^2} = k\lambda. \end{cases}$$
(2.24)

Таким образом, мы имеем конфигурацию, для которой справедливы следующие положения:

• она симметрична относительно плоскости *XOY*;

• излучатели расположены в углах прямоугольника;

• плоскость расположения излучателей параллельна базе антенной системы.

Если в системе (2.24) осуществить замену  $y^2 + z^2 = y'^2$ , то становится очевидно, что она абсолютно идентична системе (2.1). Тогда алгоритм синтеза двумерной 4-точечной конфигурации может быть значительно упрощен.

1. Задаются длина волны  $\lambda$  и расстояние между точками приема *b*, уравнение плоскости расположения излучателей *y* = const, ориентировочные абсциссы излучающих точек *x*<sub>1</sub>' и *x*<sub>3</sub>', а также аппликата *z*, удовлетворяющая условию  $z \leq ytg(\theta/2)$ , где  $\theta$  – ширина ДНА по уровню половинной мощности в плоскости угла места.

С помощью алгоритма синтеза двухточечной конфигурации (пп.
 2.1.1.) на основе системы (2.24) рассчитываются координаты 1-го и 3-го излучателей, составляющих верхнюю половину матрицы.

3. Верхняя половина матрицы отображается относительно плоскости симметрии z = 0 для получения координат точек, составляющих нижнюю половину матрицы.

Как и для одномерной матрицы, рассмотрим возможность расширения двумерной матрицы вдоль оси *X*.

Горизонтальная симметрия матрицы позволяет использовать результаты, полученные для одномерной конфигурации. Тогда максимально допустимый размер имеет 8-точечная матрица  $2 \times 4$ , симметричная относительно горизонтальной и вертикальной плоскостей z = 0 и x = b/2 соответственно.

Для синтеза такой матрицы применим алгоритм синтеза одномерной конфигурации (*nn.* 2.1.1.) для исходных данных *b*,  $\lambda$ , *z*, *x*<sub>1</sub>', *x*<sub>3</sub>', *y*' на основе системы, аналогичной (2.6):

$$\begin{cases} \sqrt{x_1^2 + y^2 + z^2} - \sqrt{x_3^2 + y^2 + z^2} = n_2 \lambda, \\ \sqrt{(x_1 - b)^2 + y^2 + z^2} - \sqrt{(x_3 - b)^2 + y^2 + z^2} = k_2 \lambda, \\ \sqrt{x_1^2 + y^2 + z^2} - \sqrt{(x_1 - b)^2 + y^2 + z^2} = n_4 \lambda. \end{cases}$$
(2.25)

Результат – левая часть верхней половины матрицы. Оставшаяся часть матрицы может быть получена отображением излучающих точек относительно горизонтальной и вертикальной плоскостей симметрии.

Двумерная матрица может быть расширена и вдоль оси Z, в угломестной плоскости. Наиболее простое решение заключается в повороте системы координат вокруг оси X на угол  $\theta' = \pm 2 \operatorname{arctg}(z_1/y_1)$ . Если угол вращения положительный  $\theta' > 0$ , то верхняя половина матрицы преобразуется в нижнюю для новой матрицы в новой системе координат. Тогда с учетом симметрии не составляет труда получить верхнюю половину новой матрицы. Аналогично для  $\theta' < 0$ . Таким способом можно получить сколь угодно протяженную матрицу вдоль угломестной координаты. При этом на

координату *z* накладывается иное условие  $z \le ytg(\theta/4)$ , что позволяет обеспечить плавное перемещение КЦИ по матрице в угломестной плоскости.

Осуществим проверку полученных результатов.

Синтезируем матрицу 2×4 для имитации КЦИ в диапазоне  $x_{\text{кци}} \in [-1, 2]$ и  $z_{\text{кци}} \in [-0, 5, 0, 5].$ 

Используем алгоритм синтеза одномерной конфигурации из nn.2.1.1. на основе системы (2.25). Исходные данные: b = 1 м,  $\lambda = 0,03$  м, z = 0,5 м,  $x_1' = -1$  м,  $x_3' = 0$  м, y' = 5 м. Получены координаты излучателей:  $x_1 = -0,976$  м,  $x_3 = 0,024$  м,  $x_5 = 0,976$  м,  $x_7 = 1,976$  м, y = 5,217 м и z = 0,5 м (Рисунок 2.4).

Апробация 8-точечной матрицы осуществлялась с помощью численного эксперимента для немодулированного моногармонического эхосигнала на основе (2.10) – (2.12).

Задавалась траектория перемещения КЦИ:  $x_{\text{кци}} \in [-0,9; 1,9]$  м,  $z_{\text{кци}} = 0,4\cos(2x_{\text{кци}}).$ 

Результаты численного эксперимента представлены на Рисунке 2.4.



Рисунок 2.4. Результаты численного эксперимента X – цель, наблюдаемая антенной *A*, + – цель, наблюдаемая антенной *B*, O – задаваемые положения цели,

Результаты численного эксперимента подтверждают достоверность полученных соотношений. Полученные результаты могут быть использованы для синтеза МИ эхосигналов МА, использующего две приемные антенны, при условии расположения излучателей в одной плоскости, параллельной прямой расположения приемных антенн.

### 2.2.2. Решение при заданном положении первого излучателя

Данное начальное условие уже рассмотрено для одномерной конфигурации в *nn.2.1.2*. По аналогии с (2.13) и (2.14) могут быть найдены соотношения для расчета  $x_3$  и  $y_3$  при заданных  $x_1$ ,  $y_1$  и  $z_1$  из первых двух уравнений системы (2.22):

$$x_{3} = x_{1} + \frac{n^{2} - k^{2}}{2b}\lambda^{2} + \frac{\lambda}{b} \left( k\sqrt{\left(x_{1} - b\right)^{2} + y_{1}^{2} + z_{1}^{2}} - n\sqrt{x_{1}^{2} + y_{1}^{2} + z_{1}^{2}} \right), \quad (2.26)$$

$$y_{3} = \sqrt{\left(\sqrt{x_{1}^{2} + y_{1}^{2} + z_{1}^{2}} - n\lambda\right)^{2} - x_{3}^{2} - z_{1}^{2}} = \sqrt{\left(\sqrt{\left(x_{1} - b\right)^{2} + y_{1}^{2} + z_{1}^{2}} - k\lambda\right)^{2} - \left(x_{3} - b\right)^{2} - z_{1}^{2}}. \quad (2.27)$$

Два следующих уравнения системы (2.22) могут быть достаточно легко решены относительно *y*<sub>2</sub> и *y*<sub>4</sub>:

$$y_2 = \sqrt{y_1^2 + z_1^2 - z_2^2}, \ y_4 = \sqrt{y_3^2 + z_1^2 - z_2^2}.$$
 (2.28)

В выражениях (2.28) величина *z*<sub>2</sub> является задаваемой. Очевидно, *z*<sub>2</sub> имеет ограничения в виде пределов:

$$-\sqrt{\min\left(\left(y_1^2+z_1^2\right),\left(y_3^2+z_1^2\right)\right)} < z_2 < \sqrt{\min\left(\left(y_1^2+z_1^2\right),\left(y_3^2+z_1^2\right)\right)}$$

Наибольший интерес представляет случай  $z_2 = -z_1$ . Тогда  $y_2 = y_1$ ,  $y_4 = y_3$ , и получаем конфигурацию, симметричную относительно плоскости z = 0. Все излучатели лежат в одной плоскости, в углах прямоугольника. В отличие от *nn.2.2.1*. плоскость расположения излучателей не параллельна прямой расположения приемных антенн. Также, как и для одномерной матрицы,

излучатели двумерной не могут быть равноудалены по ординате при условии задаваемого положения первого излучателя.

С учетом вышеизложенного, задача синтеза двумерной матрицы сводится к одномерному случаю.

Предлагается следующий алгоритм синтеза двумерной 4-точечной конфигурации.

1. Задаются длина волны  $\lambda$  и расстояние между точками приема *b*, координаты 1-го излучателя  $x_1$ ,  $y_1$  и  $z_1 \leq y_1 tg(\theta/2)$  и ориентировочные координаты 3-го излучателя  $x_3$ ' и  $y_3$ ', удовлетворяющие (2.4).

2. С помощью алгоритма синтеза двухточечной конфигурации (*nn.2.1.2*) на основе (2.26) и (2.27) рассчитываются *x*<sub>3</sub> и *y*<sub>3</sub>.

3. Верхняя половина матрицы отображается относительно плоскости симметрии *z* = 0 для получения координат 2-го и 4-го излучателей.

Разовьем полученный результат.

Рассмотрим синтез протяженной матрицы размерами 2×N. Для этого целесообразно использовать рассмотренный в *пп.2.1.2* способ синтеза одномерной протяженной конфигурации. Ограничиваясь случаем симметричной конфигурации, задаем  $x_1 = b/2$  и циклично применяем алгоритм синтеза двухточечной конфигурации на основе соотношений (2.26) и (2.27). В конце каждого цикла полученные координаты излучателя принимаются за исходные данные для расчета координат следующего излучателя. Как результат, будет получена верхняя правая половина матрицы, которую необходимо отобразить относительно плоскостей симметрии для получения всей матрицы. Таким образом мы можем получить сколь угодно протяженную двумерную матрицу, однако по аналогии с одномерной, её излучатели не могут быть расположены в одной плоскости.

Расширение матрицы излучателей в плоскости угла места может быть осуществлено также, как и для двумерной матрицы с излучателями, равноудаленными по ординате (*nn.2.2.1*). А именно, путем поворота системы

координат вокруг оси *X* до тех пор, пока верхняя (нижняя) половина матрицы не преобразуется в нижнюю (верхнюю) половину в новой системе координат.

Осуществим проверку полученных результатов.

Синтезируем матрицу 2×7 для имитации КЦИ в диапазонах  $x_{\text{кци}} \in [-1, 2]$  и  $z_{\text{кци}} \in [-0, 5, 0, 5]$ . Для этого используем предложенный выше способ синтеза протяженной матрицы при b = 1 м,  $\lambda = 0,03$  м,  $x_1 = 0,5$  м,  $y_1 = 5$  м,  $z_1 = 0,5$  м, шаг расположения излучателей  $\Delta x = 0,5$  м. Полученные координаты излучателей верхней половины матрицы сведены в таблицу (Таблица 2.2).

Номер излучателя	Координаты ( <i>x</i> , <i>y</i> , <i>z</i> ), м	Значения <i>n</i> и <i>k</i>
7'	(-0,924, 5,031, 0,5)	_
5'	(-0,425, 5,007, 0,5)	_
3'	(0,044, 4,995, 0,5)	_
1	(0,5, 5, 0,5)	-2, 1
3	(0,956, 4,995, 0,5)	-4, -1
5	(1,425, 5,007, 0,5)	-6, -3
7	(1,924, 5,031,0,5)	_

Таблица 2.2 Координаты излучателей верхней половины 14-точечной матрицы

Апробация 14-точечной матрицы осуществлялась с помощью численного эксперимента для немодулированного моногармонического эхосигнала на основе (2.10) – (2.12).

Задавалась траектория перемещения КЦИ:  $x_{\text{кци}} \in [-0,9; 1,9]$  м,  $z_{\text{кци}} = 0,4\cos(2x_{\text{кци}}).$ 

Результаты численного эксперимента представлены на Рисунке 2.5.



Рисунок 2.5. Результаты численного эксперимента X – цель, наблюдаемая антенной *A*, + – цель, наблюдаемая антенной *B*, O – задаваемые положения цели

Результаты эксперимента подтверждают достоверность полученных соотношений. Они могут быть использованы для синтеза МИ эхосигналов МА, использующего две приемные антенны, при условии заданного положения одного из излучателей.

### 2.3. Выводы по второму разделу

1. Получены соотношения для расчета координат излучателей одномерной и двумерной матриц, сигналы которых сфокусированы в двух точках приема с использованием подхода кратных фаз. На их основе разработаны алгоритмы построения матриц.

2. Показано, что при условии расположения излучателей в одной плоскости, параллельной прямой расположения приемных антенн, количество излучателей матрицы ограничено. При условии заданного положения первого излучателя существует возможность итерационного построения сколь угодно протяженной матрицы, однако при этом излучатели не могут быть

расположены в одной плоскости.

3. Показано, что задача синтеза двумерной матрицы при условии её горизонтальной симметрии может быть сведена к решению одномерной задачи.

# 3. ПОДХОД КРАТНЫХ ФАЗ К СИНТЕЗУ КОГЕРЕНТНЫХ ГЕОМЕТРИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ, СИГНАЛЫ КОТОРЫХ СФОКУСИРОВАНЫ В ТРЕХ ТОЧКАХ ПРИЕМА

Вопросы синтеза матрицы излучателей для имитации эхосигналов МА, использующих три приемные антенны, могут быть рассмотрены с точки зрения развития результатов, полученных в предыдущем разделе [98, 99].

Основные задачи раздела.

1. Получить соотношения для расчета координат излучателей, сигналы которых сфокусированы в трех точках приема с использованием подхода кратных фаз.

2. Использовать полученные результаты для синтеза когерентных геометрических моделей, сигналы которых сфокусированы в трех точках приема.

3. Осуществить апробацию теоретических результатов с помощью численных экспериментов.

### 3.1. Общий случай расположения приемных антенн

Рассмотрим матрицу из двух излучателей. Для упрощения расчетов ориентируем связанную систему координат таким образом, чтобы расположить три точки приема в координатной плоскости *XOZ*. Тогда их координаты: A(0,0,0),  $B(x_b,0,z_b)$ ,  $C(x_c,0,z_c)$  (Рисунок 3.1).



Рисунок 3.1. Двухточечная матрица применительно к трехпозиционной системе произвольной конфигурации

Запишем условие синфазности, аналогичное системе (1.8):

$$\begin{cases} \sqrt{x_1^2 + y_1^2 + z_1^2} - \sqrt{x_2^2 + y_2^2 + z_2^2} = n\lambda, \\ \sqrt{(x_1 - x_b)^2 + y_1^2 + (z_1 - z_b)^2} - \sqrt{(x_2 - x_b)^2 + y_2^2 + (z_2 - z_b)^2} = k\lambda, \quad (3.1) \\ \sqrt{(x_1 - x_c)^2 + y_1^2 + (z_1 - z_c)^2} - \sqrt{(x_2 - x_c)^2 + y_2^2 + (z_2 - z_c)^2} = m\lambda. \end{cases}$$

Решим систему относительно координат 2-го излучателя. Для этого преобразуем уравнения системы (3.1):

$$\begin{cases} x_{2}^{2} + y_{2}^{2} + z_{2}^{2} = (R_{1A} - n\lambda)^{2}, \\ x_{2}^{2} - 2x_{2}x_{b} + x_{b}^{2} + y_{2}^{2} + z_{2}^{2} - 2z_{2}z_{b} + z_{b}^{2} = (R_{1B} - k\lambda)^{2}, \\ x_{2}^{2} - 2x_{2}x_{c} + x_{c}^{2} + y_{2}^{2} + z_{2}^{2} - 2z_{2}z_{c} + z_{c}^{2} = (R_{1C} - m\lambda)^{2}, \end{cases}$$

$$\sqrt{x_{1}^{2} + y_{1}^{2} + z_{1}^{2}}, R_{1B} = \sqrt{(x_{1} - x_{b})^{2} + y_{1}^{2} + (z_{1} - z_{b})^{2}}, \qquad (3.2)$$

где 
$$R_{1A} = \sqrt{x_1^2 + y_1^2 + z_1^2}$$
,  $R_{1B} = \sqrt{(x_1 - x_b)^2 + y_1^2 + (z_1 - z_c)^2}$ .  
 $R_{1C} = \sqrt{(x_1 - x_c)^2 + y_1^2 + (z_1 - z_c)^2}$ .

Второе и третье уравнения системы (3.2) с учетом первого преобразуются к виду:

$$\begin{cases} 2x_2x_b + 2z_2z_b = x_b^2 + z_b^2 + (R_{1A} - n\lambda)^2 - (R_{1B} - k\lambda)^2, \\ 2x_2x_c + 2z_2z_c = x_c^2 + z_c^2 + (R_{1A} - n\lambda)^2 - (R_{1C} - m\lambda)^2. \end{cases}$$
(3.3)

Имеем систему линейных алгебраических уравнений, которая относительно просто решается для  $x_2$  и  $z_2$ . Из системы (3.3) и первого уравнения системы (3.2) находим искомые соотношения:

$$x_{2} = \frac{1}{2(x_{b}z_{c} - x_{c}z_{b})} \Big[ (x_{b}^{2} + z_{b}^{2})z_{c} - (x_{c}^{2} + z_{c}^{2})z_{b} + (z_{c} - z_{b})(R_{1A} - n\lambda)^{2} - z_{c}(R_{1B} - k\lambda)^{2} + z_{b}(R_{1C} - m\lambda)^{2} \Big],$$
(3.4)

$$z_{2} = \frac{1}{2z_{b}} \left[ x_{b}^{2} + z_{b}^{2} - 2x_{2}x_{b} + \left( R_{1A} - n\lambda \right)^{2} - \left( R_{1B} - k\lambda \right)^{2} \right], \qquad (3.5)$$

$$y_2 = \sqrt{\left(R_{1A} - n\lambda\right)^2 - x_2^2 - z_2^2}$$
 (3.6)

Соотношения (3.5) – (3.7) позволяют рассчитать координаты 2-го излучателя при заданных координатах 1-го. Предлагается следующий алгоритм синтеза конфигурации на основе полученных соотношений.

1. Задаются исходные данные: координаты точек приема, координаты 1-го излучателя  $x_1$ ,  $y_1$  и  $z_1$  и ориентировочные координаты 2-го излучателя  $x_2'$ ,  $y_2'$  и  $z_2'$  такие, что угловой размер конфигурации не превышает ширину ДНА по уровню половинной мощности в обеих угловых плоскостях.

2. Из (3.1) рассчитываются *n*, *k* и *m*, которые округляются до целочисленных значений.

3. Из (3.4) – (3.6) рассчитываются координаты 2-го излучателя.

4. Если угловой размер синтезированной конфигурации превышает допустимые пределы, то значения *n*, *k* и *m* корректируются и *x*<sub>2</sub>, *y*<sub>2</sub> и *z*<sub>2</sub> пересчитываются.

Цикличное использование алгоритма позволяет синтезировать матрицу, протяженную вдоль любого направления. При этом излучатели не могут быть расположены в одной плоскости или образовывать какую-либо другую конфигурацию с заранее заданными ограничениями. Если ввести ограничения на конфигурацию вида  $x_2 = f(x_1)$ ,  $y_2 = f(y_1)$  или  $z_2 = f(z_1)$ , где f(...) – произвольная детерминированная функция, то утратится возможность произвольного задания координат первого излучателя. Это следует из (3.4) – (3.6) и обосновывается возникновением однозначной нелинейной взаимосвязи между целочисленными *m*, *n* и *k*. Также при этом ограничивается количество излучателей матрицы. Действительно, при  $x_2 = f(x_1)$ ,  $y_2 = f(y_1)$  или  $z_2 = f(z_1)$ добавление нового излучателя дополнит систему (3.1) тремя однотипными уравнениями и максимум двумя новыми параметрами. Для 5 излучателей соответствующая система все еще имеет решение относительно координат излучателей и содержит 12 уравнений и 12 неизвестных. Матрицу из большего количества излучателей для имитации общего КЦИ для трех антенн получить невозможно.

# 3.2. Случай горизонтально симметричной антенной системы

Для рассматриваемого частного случая предполагается расположение точек приема в плоскости y = 0 при  $x_b = x_c$  и  $z_b = -z_c$  (Рисунок 3.2). ДНА ориентированы по нормали к плоскости расположения антенн. Данная конфигурация антенной системы соответствует системе КРИСС, которая была кратко рассмотрена в п.1.2.

В данном пункте будут рассмотрены синтез матриц излучателей при известном положении первого излучателя и возможности использования полученных результатов для расширения углового размера матрицы в азимутальной плоскости.

#### 3.2.1. Одномерная матрица

Симметрия расположения приемных антенн относительно плоскости z = 0 позволяет синтезировать одномерную матрицу, излучатели которой лежат в этой же плоскости z = 0. Действительно, при  $z_1 = z_2 = 0$ ,  $x_b = x_c$ ,  $z_b = -z_c$  система (3.1) преобразуется к виду:

$$\begin{cases} \sqrt{x_1^2 + y_1^2} - \sqrt{x_2^2 + y_2^2} = n\lambda, \\ \sqrt{(x_1 - x_b)^2 + y_1^2 + z_b^2} - \sqrt{(x_2 - x_b)^2 + y_2^2 + z_b^2} = k\lambda. \end{cases}$$
(3.7)

Система (3.7) идентична системе (1.8) с точностью до константы под знаками радикалов во втором уравнении. Аналогично (2.13) и (2.14) из (3.7) могут быть получены соотношения:

$$x_{2} = x_{1} + \frac{n^{2} - k^{2}}{2x_{b}}\lambda^{2} + \frac{\lambda}{x_{b}} \left( k\sqrt{\left(x_{1} - x_{b}\right)^{2} + y_{1}^{2} + z_{b}^{2}} - n\sqrt{x_{1}^{2} + y_{1}^{2}} \right), \quad (3.8)$$

$$y_2 = \sqrt{\left(\sqrt{x_1^2 + y_1^2} - n\lambda\right)^2 - x_2^2} .$$
 (3.9)

Соотношения (3.8) и (3.9) могут быть использованы для расчета координат излучателей двухточечной или многоточечной протяженной одномерной матрицы по алгоритму синтеза из *nn 2.1.2*. При этом отсутствие вертикальной симметрии системы приемных антенн не позволяет осуществить переход к синтезу симметричной матрицы.

В качестве примера синтезируем 4-точечную одномерную матрицу для имитации КЦИ в диапазоне  $x_{\text{кци}} \in [-1, 2]$  м. Исходные данные:  $x_b = 1$  м,  $z_b = 0,3$  м,  $\lambda = 0,03$  м,  $x_1 = -1$  м,  $y_1 = 5$  м, шаг расположения излучателей  $\Delta x = 1$  м.

Полученные координаты излучателей сведены в таблицу (Таблица 3.1).

Таблица 3.1. Координаты излучателей 4-точечной одномерной матрицы

Номер излучателя	Координаты ( <i>x</i> , <i>y</i> , <i>z</i> ), м	Значения <i>n</i> и <i>k</i>
1	(-1, 5, 0)	3, 9
2	(-0,035, 5,009, 0)	-3, 4
3	(1,027, 4,994, 0)	-9, -3
4	(1,986, 4,988,0)	_

Апробация 4-точечной матрицы осуществлялась с помощью численного эксперимента для немодулированного моногармонического эхосигнала на основе (2.10) – (2.12).

Задавались перемещения КЦИ в диапазоне *х*<sub>кци</sub> ∈ [−0,9; 1,9] м.

Результаты численного эксперимента в горизонтальной плоскости представлены на Рисунке 3.2.



Рисунок 3.2. Результаты численного эксперимента Х – цель, наблюдаемая антенной *A*, + – цель, наблюдаемая антенной *B*, • – цель, наблюдаемая антенной *C*, O – задаваемые положения цели,

Результаты эксперимента подтверждают достоверность полученных соотношений. Для имитации эхосигналов рассматриваемой МА, использующей три приемные антенны, может быть синтезирована одномерная протяженная матрица излучателей, причем на основе результатов, полученных для МА, использующих две приемные анетнны.

## 3.2.2. Двумерная матрица

Рассмотрим двумерную матрицу из 4-х излучателей применительно к имитации эхосигналов МА, использующей три приемные антенны (Рисунок 3.3). Начальное условие:  $x_1 = x_2$ ,  $x_3 = x_4$ ,  $z_1 = z_3$ ,  $z_2 = z_4$ .



Рисунок 3.3. Четырехточечная конфигурация двумерной матрицы применительно к горизонтально симметричной трехантенной системе

Запишем условие синфазности сигналов излучателей матрицы в точках приема:

$$\begin{cases} \sqrt{x_{1}^{2} + y_{1}^{2} + z_{1}^{2}} - \sqrt{x_{1}^{2} + y_{2}^{2} + z_{2}^{2}} = n_{2}\lambda, \\ \sqrt{x_{1}^{2} + y_{1}^{2} + z_{1}^{2}} - \sqrt{x_{3}^{2} + y_{3}^{2} + z_{1}^{2}} = n_{3}\lambda, \\ \sqrt{x_{1}^{2} + y_{1}^{2} + z_{1}^{2}} - \sqrt{x_{3}^{2} + y_{4}^{2} + z_{2}^{2}} = n_{4}\lambda, \\ \sqrt{(x_{1} - x_{b})^{2} + y_{1}^{2} + (z_{1} - z_{b})^{2}} - \sqrt{(x_{1} - x_{b})^{2} + y_{2}^{2} + (z_{2} - z_{b})^{2}} = k_{2}\lambda, \\ \sqrt{(x_{1} - x_{b})^{2} + y_{1}^{2} + (z_{1} - z_{b})^{2}} - \sqrt{(x_{3} - x_{b})^{2} + y_{3}^{2} + (z_{1} - z_{b})^{2}} = k_{3}\lambda, \\ \sqrt{(x_{1} - x_{b})^{2} + y_{1}^{2} + (z_{1} - z_{b})^{2}} - \sqrt{(x_{3} - x_{b})^{2} + y_{4}^{2} + (z_{2} - z_{b})^{2}} = k_{4}\lambda, \\ \sqrt{(x_{1} - x_{c})^{2} + y_{1}^{2} + (z_{1} - z_{c})^{2}} - \sqrt{(x_{1} - x_{c})^{2} + y_{2}^{2} + (z_{2} - z_{c})^{2}} = m_{2}\lambda, \\ \sqrt{(x_{1} - x_{c})^{2} + y_{1}^{2} + (z_{1} - z_{c})^{2}} - \sqrt{(x_{3} - x_{c})^{2} + y_{3}^{2} + (z_{1} - z_{c})^{2}} = m_{3}\lambda, \\ \sqrt{(x_{1} - x_{c})^{2} + y_{1}^{2} + (z_{1} - z_{c})^{2}} - \sqrt{(x_{3} - x_{c})^{2} + y_{3}^{2} + (z_{1} - z_{c})^{2}} = m_{4}\lambda. \end{cases}$$
(3.10)

Также, как и для системы (2.20), разобьем систему (3.10) на тройки уравнений.

После несложных преобразований для каждой тройки может быть записано совместное уравнение.

Сведем эти уравнения в систему:

$$\begin{cases} y_{1}^{2} - y_{2}^{2} - y_{3}^{2} + y_{4}^{2} + (n_{2}^{2} + n_{3}^{2} - n_{4}^{2})\lambda^{2} - \\ -2\lambda(n_{2} + n_{3} - n_{4})\sqrt{x_{1}^{2} + y_{1}^{2} + z_{1}^{2}} = 0, \\ y_{1}^{2} - y_{2}^{2} - y_{3}^{2} + y_{4}^{2} + (k_{2}^{2} + k_{3}^{2} - k_{4}^{2})\lambda^{2} - \\ -2\lambda(k_{2} + k_{3} - k_{4})\sqrt{(x_{1} - x_{b})^{2} + y_{1}^{2} + (z_{1} - z_{b})^{2}} = 0, \\ y_{1}^{2} - y_{2}^{2} - y_{3}^{2} + y_{4}^{2} + (m_{2}^{2} + m_{3}^{2} - m_{4}^{2})\lambda^{2} - \\ -2\lambda(m_{2} + m_{3} - m_{4})\sqrt{(x_{1} - x_{c})^{2} + y_{1}^{2} + (z_{1} - z_{c})^{2}} = 0. \end{cases}$$
(3.11)

Система (3.11) имеет очевидное решение:

$$\begin{cases} n_4 = n_2 + n_3, \\ k_4 = k_2 + k_3, \\ m_4 = m_2 + m_3, \\ m_2 m_3 = k_2 k_3 = n_2 n_3. \end{cases}$$
(3.12)

Система (3.12) идентична системе (2.21). Как и для (2.21) рассмотрим частные случаи: либо  $n_2 = 0$ , либо  $n_3 = 0$ . Тогда обязательно  $k_2 = 0$  или  $k_3 = 0$ ,  $m_2 = 0$  или  $m_3 = 0$ .

Запишем выражения, вытекающие из (3.10) с учетом (3.12):

$$n_{2} = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} y_{1}^{2} + z_{1}^{2} = y_{2}^{2} + z_{2}^{2} \\ y_{3}^{2} + z_{1}^{2} = y_{4}^{2} + z_{2}^{2} \end{cases}, n_{3} = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x_{1}^{2} + y_{1}^{2} = x_{3}^{2} + y_{3}^{2} \\ x_{1}^{2} + y_{2}^{2} = x_{3}^{2} + y_{4}^{2} \end{cases},$$

$$k_{2} = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} y_{1}^{2} + (z_{1} - z_{b})^{2} = \\ = y_{2}^{2} + (z_{2} - z_{b})^{2} \\ y_{3}^{2} + (z_{1} - z_{b})^{2} = \\ = y_{4}^{2} + (z_{2} - z_{b})^{2} \end{cases}, k_{3} = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} (x_{1} - x_{b})^{2} + y_{1}^{2} = \\ = (x_{3} - x_{b})^{2} + y_{3}^{2} \\ (x_{1} - x_{b})^{2} + y_{2}^{2} = \\ = (x_{3} - x_{b})^{2} + y_{4}^{2} \end{cases}$$

$$m_{2} = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} y_{1}^{2} + (z_{1} - z_{c})^{2} = \\ = y_{2}^{2} + (z_{2} - z_{c})^{2} \\ y_{3}^{2} + (z_{1} - z_{c})^{2} = \\ = y_{4}^{2} + (z_{2} - z_{c})^{2} \end{cases}, m_{3} = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} (x_{1} - x_{c})^{2} + y_{1}^{2} = \\ = (x_{3} - x_{c})^{2} + y_{3}^{2} \\ (x_{1} - x_{c})^{2} + y_{2}^{2} = \\ = (x_{3} - x_{c})^{2} + y_{4}^{2} \end{cases}$$

Из них следует:  $n_i = 0 \Rightarrow k_i \neq 0, m_i \neq 0 \Rightarrow k_j = 0, m_j = 0$ , где  $i \neq j$ .

С учетом того, что  $x_b = x_c$  и  $z_b = -z_c$  логично принять  $n_2 = 0$ ,  $m_3 = k_3 = 0$ . Тогда из (3.10) с учетом (3.12) получаем:

$$\sqrt{x_1^2 + y_1^2 + z_1^2} - \sqrt{x_3^2 + y_3^2 + z_1^2} = n_3 \lambda,

 \sqrt{(x_1 - x_b)^2 + y_1^2 + (z_1 - z_b)^2} - \sqrt{(x_1 - x_b)^2 + y_2^2 + (z_2 - z_b)^2} = k_2 \lambda,

 \sqrt{(x_1 - x_b)^2 + y_1^2 + (z_1 + z_b)^2} - \sqrt{(x_1 - x_b)^2 + y_2^2 + (z_2 + z_b)^2} = m_2 \lambda,

 (3.13)

 y_1^2 + z_1^2 = y_2^2 + z_2^2,

 (x_1 - x_b)^2 + y_1^2 = (x_3 - x_b)^2 + y_3^2,

 y_1^2 - y_3^2 = y_2^2 - y_4^2.$$

Полученная система упрощается для горизонтально симметричной матрицы. Действительно, при  $z_2 = -z_1$  из (3.13) имеем:  $y_1 = y_2$ ,  $y_3 = y_4$ ,  $k_2 = -m_2$ , и все излучатели расположены в одной плоскости в углах прямоугольника. При этом для построения матрицы достаточно определить местоположение точек верхней половины, которую составляют 1-й и 3-й излучатели.

От системы (3.13) переходим к следующей системе:

$$\begin{cases} \sqrt{x_1^2 + y_1^2 + z_1^2} - \sqrt{x_3^2 + y_3^2 + z_1^2} = n\lambda, \\ \sqrt{(x_1 - x_b)^2 + y_1^2 + (z_1 - z_b)^2} - \sqrt{(x_1 - x_b)^2 + y_1^2 + (z_1 + z_b)^2} = k\lambda, \quad (3.14) \\ (x_1 - x_b)^2 + y_1^2 = (x_3 - x_b)^2 + y_3^2. \end{cases}$$

Выбор местоположения первого излучателя должен удовлетворять условию, диктуемым вторым уравнением системы (3.14). Выразим из этого уравнения параметр *z*<sub>1</sub>. Оно может быть представлено в виде:

$$\sqrt{a-b}-\sqrt{a+b}=k\lambda\,,$$

где  $a = (x - x_b)^2 + y_1^2 + z_1^2 + z_b^2, b = 2z_1z_b.$ 

После возведения в квадрат обеих частей уравнения и дальнейших преобразований оно сводится к виду:

$$-4ak^2\lambda^2 + 4b^2 + k^4\lambda^4 = 0$$

Подставляя в полученное уравнение  $a = (x - x_b)^2 + y_1^2 + z_1^2 + z_b^2$  и  $b = 2z_1z_b$ , выражаем  $z_1$  (считая  $z_1 > 0$  и учитывая, что k < 0):

$$z_{1} = -k\lambda \sqrt{\frac{\left(x_{1} - x_{b}\right)^{2} + y_{1}^{2}}{4z_{b}^{2} - k^{2}\lambda^{2}}} + \frac{1}{4}.$$
(3.15)

По аналогии с (2.13) и (2.14) координаты 3-го излучателя могут быть найдены из совместного решения первого и третьего уравнений системы (3.14):

$$x_3 = x_1 + \frac{n^2 \lambda^2}{2x_b} - \frac{n\lambda}{x_b} \sqrt{x_1^2 + y_1^2 + z_1^2}, \qquad (3.16)$$

$$y_3 = \sqrt{\left(x_1 - x_b\right)^2 - \left(x_3 - x_b\right)^2 + y_1^2}.$$
 (3.17)

Из третьего уравнения системы (3.14) следуют положения.

1) При выполнении условия (3.15) для первого излучателя это условие будет также выполнено и для 3-го излучателя. Это позволяет задать координаты 3-го излучателя в качестве исходных данных и осуществить расширение углового размера матрицы в азимутальной плоскости путем добавления новых излучателей.

2) Точки синтезированной матрицы  $2 \times N$  принадлежат поверхности прямого кругового цилиндра с радиусом  $R = \sqrt{(x_1 - x_b)^2 + y_1^2}$ , ось цилиндра – прямая, проходящая через точки *B* и *C*. По сути, точки матрицы располагаются равноудаленно от точек *B* и *C*, а задача фокусировки сигналов матрицы решается для точки приема *A*.

Первое положение обосновывает возможность синтеза протяженной матрицы. Из второго следует, что ордината излучателя №3 однозначно определяется его абсциссой. Причем местоположение точки на поверхности прямого кругового цилиндра на заданном уровне  $z_1$  определяется значением n. Так как ориентировочная точка расположения 3-го излучателя задается через абсциссу, то логично в соотношении для n в (3.14) избавится от  $y_3$ :

$$n = \frac{1}{\lambda} \left[ \sqrt{x_1^2 + y_1^2 + z_1^2} - \sqrt{x_1^2 + y_1^2 + z_1^2 + 2x_b \left( x_3 - x_1 \right)} \right].$$
(3.18)

На основании (3.14) – (3.18) предлагается следующий алгоритм синтеза конфигурации излучателей протяженной матрицы 2×*N*.

1. Задаются параметры испытываемой системы  $\lambda$ ,  $x_b$  и  $z_b$ , координаты 1-го излучателя  $x_1$ ,  $y_1$  и ориентировочное  $z_1' \leq y_1 tg(\theta/2)$ .

2. Из второго уравнения системы (3.14) рассчитывается соответствующее значение *k*, которое затем округляется до ближайшего целочисленного. По формуле (3.15) определяется *z*<sub>1</sub>.

3. Если  $z_1 > y_1 tg(\theta/2)$ , то скорректировать *k* и пересчитать  $z_1$ .

4. Задается ориентировочная координата излучателя №3  $x_3$ ', удовлетворяющая условию, что угловой размер матрицы в азимутальной плоскости не превышает ширину ДНА по уровню половинной мощности. По формуле (3.18) рассчитывается ориентировочное значение *n*.

5. Рассчитанное *n* округляется до ближайшего целого. По соотношениям (3.16) и (3.17) рассчитываются *x*<sub>3</sub> и *y*<sub>3</sub>.

6. Если угловой размер матрицы в азимутальной плоскости превышает ширину ДНА по уровню половинной мощности, то скорректировать *n* и пересчитать *x*<sub>3</sub> и *y*<sub>3</sub>.

7. Рассчитанные координаты излучателя №3 принимаются в качестве исходных для расчета координат следующего излучателя.

8. Пункты с 4 по 7 циклично повторяются, пока не будут получены координаты крайнего правого излучателя верхней половины матрицы.

9. Найденные точки 1, 3, ... *N*–1 отображаются относительно горизонтальной плоскости симметрии *z* = 0 для получения нижней половины матрицы.

В качестве примера синтезируем матрицу 2×4 для имитации КЦИ в диапазонах  $x_{\text{кци}} \in [-1, 2]$  и  $z_{\text{кци}} \in [-0, 5, 0, 5]$ . Исходные данные:  $x_b = 1$  м,  $z_b = 0,3$  м,  $\lambda = 0,03$  м,  $x_1 = -1$  м,  $y_1 = 5$  м, шаг расположения излучателей  $\Delta x = 1$  м.

Полученные координаты излучателей верхней половины матрицы сведены в таблицу (Таблица 3.1).

Таблица 3.2. Координаты излучателей верхней половины 8-точечной двумерной матрицы

Номер излучателя	Координаты ( <i>x</i> , <i>y</i> , <i>z</i> ), м	Значения п
1	(-1, 5, 0,542)	-6
3	(-0,061, 5,28, 0,542)	-7
5	(1,076, 5,385, 0,542)	-6
7	(2,085, 5,275,0,542)	_

Апробация 8-точечной матрицы осуществлялась с помощью численного эксперимента для немодулированного моногармонического эхосигнала на основе (2.10) – (2.12).

Задавалась траектория перемещения точечной цели:  $x_{\text{кци}} \in [-0,9; 1,9]$  м,  $z_{\text{кци}} = 0,4\cos(2x_{\text{кци}}).$ 

Результаты численного эксперимента представлены на Рисунке 3.4.



Рисунок 3.4. Результаты численного эксперимента × – цель, наблюдаемая антенной *A*, + – цель, наблюдаемая антенной *B*, • – цель, наблюдаемая антенной *C*, O – задаваемые положения цели

Результаты эксперимента подтверждают достоверность полученных соотношений. Они могут быть использованы для синтеза МИ эхосигналов МА, использующей три приемные антенны, образующих горизонтально симметричную антенную систему.

3.2.3. Решение для антенной системы с горизонтальной и вертикальной симметриями

Предполагается расположение точек приема в плоскости x = 0 при  $z_c = -z_b$ ,  $y_c = y_b$  (Рисунок 3.5). Оси ДНА принадлежат плоскости расположения антенн. Данный частный случай соответствует РЛС, приемные антенны которой расположены поперек фюзеляжа ЛА.



Рисунок 3.5. Двумерная матрица из 4-х излучателей применительно к трехантенной системе с горизонтальной и вертикальной симметриями

Данную антенную систему можно рассматривать как случай горизонтально симметричной антенной системы (Рисунок 3.3), повернутой на 90°. Другая интерпретация заключается в эквивалентном повороте системы координат вокруг оси *OZ* в положительном направлении на угол 90°. Тогда расчетные соотношения для фокусировки сигналов одномерной и двумерной матриц излучателей могут быть получены из (3.8), (3.9) и (3.15) – (3.18) путем преобразования координат через матрицу поворота [82]:

$$\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \alpha & \sin \alpha & 0 \\ -\sin \alpha & \cos \alpha & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_0 \\ y_0 \\ z_0 \end{bmatrix},$$
 (3.19)

где x, y, z – координаты в новой системе координат,  $x_0$ ,  $y_0$ ,  $z_0$  – координаты в старой системе координат,  $\alpha$  – угол поворота.

Так как  $\alpha = 90^{\circ}$ , то из (3.19) следует:

$$x = y_0, \ y = -x_0, \ z = z_0$$
 (3.20)

Соотношения для расчета координат излучателей из (3.8) и (3.9) с учетом (3.20) преобразуются к виду:

$$y_{2} = y_{1} + \frac{n^{2} - k^{2}}{2y_{b}}\lambda^{2} + \frac{\lambda}{y_{b}} + 2\lambda \left(k\sqrt{x_{1}^{2} + (y_{1} - y_{b})^{2} + z_{b}^{2}} - n\sqrt{x_{1}^{2} + y_{1}^{2}}\right).$$
(3.21)
$$x_{2} = \sqrt{\left(\sqrt{x_{1}^{2} + y_{1}^{2}} - n\lambda\right)^{2} - y_{2}^{2}}.$$
(3.22)

Соотношения для расчета координат излучателей двумерной матрицы из (3.15) – (3.17) с учетом (3.20) преобразуются к виду:

$$z_{1} = -k\lambda \sqrt{\frac{x_{1}^{2} + (y_{1} - y_{b})^{2}}{4z_{b}^{2} - k^{2}\lambda^{2}}} + \frac{1}{4}, \qquad (3.23)$$

$$y_3 = y_1 + \frac{n^2 \lambda^2}{2y_b} - \frac{n\lambda}{y_b} \sqrt{x_1^2 + y_1^2 + z_1^2}, \qquad (3.24)$$

$$x_{3} = \sqrt{x_{1}^{2} + (y_{1} - y_{b})^{2} - (y_{3} - y_{b})^{2}}.$$
 (3.25)

Для рассматриваемой антенной системы будут также справедливы положения, идентичные положениям в *n*.3.2.2.

Во-первых, возможен синтез протяженной матрицы.

Во-вторых, точка расположения 3-го излучателя принадлежит поверхности прямого кругового цилиндра и находится на уровне  $z_1$ . Радиус цилиндра  $R = \sqrt{x_1^2 + (y_1 - y_b)^2}$ , ось цилиндра – прямая, проходящая через точки *B* и *C*. По сути, точки матрицы располагаются равноудаленно от точек *B* и *C*, а задача фокусировки сигналов решается для точки *A*.

Примечание 3.1. Отдельно выделим случай  $y_c = y_b = 0$ . Тогда ось прямого кругового цилиндра проходит через A, B и C, и точки матрицы, расположенные на поверхности этого цилиндра на уровне  $z_1$ , равноудалены от всех точек приема. Это означает, что излучатели могут быть размещены произвольным образом на уровне  $z_1$ .

Соотношение (3.18) с учетом (3.20) преобразуется к виду:

$$n = \frac{1}{\lambda} \left[ \sqrt{x_1^2 + y_1^2 + z_1^2} - \sqrt{x_1^2 + y_1^2 + z_1^2 + 2y_b(y_3 - y_1)} \right].$$
(3.26)

Так как ориентировочная точка расположения 3-го излучателя задается через абсциссу, то логично в (3.26) перейти от *y*<sub>3</sub> к *x*<sub>3</sub> путем преобразований:

$$n = \frac{1}{\lambda} \left[ \sqrt{x_1^2 + y_1^2 + z_1^2} - \sqrt{x_3^2 + \left(\sqrt{x_1^2 + \left(y_1 - y_b\right)^2 - x_3^2} + y_b\right)^2 + z_1^2} \right].$$
 (3.27)

Таким образом, также, как и в *nn.3.2.1.*, для расчета координат протяженной одномерной матрицы может быть использован итерационный алгоритм синтеза конфигурации из *nn 2.1.2.* на основе соотношений (3.21), (3.22).

Для расчета координат протяженной двумерной матрицы может быть использован алгоритм синтеза конфигурации из *nn.3.2.2.* на основе соотношений (3.23) – (3.25), (3.27). При этом задаваемые параметры испытываемой системы  $\lambda$ , *y*<sub>b</sub> и *z*<sub>b</sub>. Вертикальная симметрия системы приемных антенн позволяет ограничится рассмотрением симметричных конфигураций и

расчетом координат точек правой половины матрицы. При этом точка расположения первого излучателя принадлежит плоскости x = 0.

Отметим следующую проблему размещения 3-го излучателя при синтезе двумерной матрицы. Для  $x_1 = 0$  ближайшая точка возможного расположения 3-го излучателя оказывается максимально удаленной от 1-ой точки, нежели чем для других значений  $x_1$ . Это затрудняет выполнение условий, накладываемых на угловой размер конфигурации.

Для доказательства этого положения приведем следующие рассуждения.

Очевидно, что ближайшей точке возможного расположения 3-го излучателя соответствует |n| = 1, причем n = -1 при  $y_b < 0$  и наоборот. Так как точки возможного расположения 3-го излучателя принадлежат окружности с центром  $(x, y, z) = (0, y_b, z_1)$  и радиусом  $R = \sqrt{x_1^2 + (y_1 - y_b)^2}$ , то в качестве меры удаленности 1-й и 3-ей точек достаточно рассмотреть величину  $\Delta y_{13} = y_1 - y_3$ . Тогда достаточно показать, что при |n| = 1  $\Delta y_{13max} = \Delta y_{13}(x_1 = 0)$ . Из (3.24) следует:

$$\Delta y_{13}|_{|n|=1} = \frac{\lambda}{|y_b|} \sqrt{x_1^2 + y_1^2 + z_1^2} \pm \frac{\lambda^2}{2y_b}.$$

С помощью аналитического поиска экстремума функции [82] не составляет труда показать, что при  $|n| = 1 \Delta y_{13} (x_1 = 0) = \Delta y_{13 \text{ max}}$ .

В частности для  $y_b = -0,3$  м,  $z_b = 0,5$  м,  $\lambda = 0,03$  м,  $x_1 = 0$  м,  $y_1 = 5$  м,  $z_1 = 0,808$  м ближайшая точка возможного расположения 3-го излучателя имеет координаты  $x_3 = 2,264$  м,  $y_3 = 4,492$  м,  $z_3 = 0,808$  м. Тогда, например, для ориентировочного значения  $x_3' = 1$  м относительная величина отклонения расположения 3-го излучателя  $(x_3 - x_1)/(x_3' - x_1)$  составляет больше 100%.

В качестве примера синтезируем матрицу 2×5 для имитации КЦИ в диапазонах  $x_{\text{кци}} \in [-4, 4]$  и  $z_{\text{кци}} \in [-0, 8, 0, 8]$ . Исходные данные:  $y_b = -0,3$  м,
$z_b = 0,5$  м,  $\lambda = 0,03$  м, первый излучателя располагаем в плоскости симметрии  $x_1 = 0$  м,  $y_1 = 5$  м, шаг расположения излучателей  $\Delta x = 2$  м.

Полученные координаты точек верхней половины матрицы сведены в таблицу (Таблица 3.3).

Таблица 3.3. Координаты излучателей верхней половины 10-точечной двумерной матрицы

Номер излучателя	Координаты ( <i>x</i> , <i>y</i> , <i>z</i> ), м	Значения п
5'	(-4,187, 2,95, 0,808)	-
3'	(-2,264, 4,492, 0,808)	-
1	(0, 5, 0,808)	-1
3	(2,264, 4,492, 0,808)	-3
5	(4,187, 2,95, 0,808)	-

Апробация 10-точечной двумерной матрицы осуществлялась с помощью численного эксперимента для немодулированного моногармонического эхосигнала на основе (2.10) – (2.12).

Задавалась траектория перемещения точечной цели:  $x_{\text{кци}} \in [-4; 4]$  м,  $z_{\text{кци}} = 0,7\cos(2x_{\text{кци}}).$ 

Результаты численного эксперимента представлены на Рисунке 3.6.



цель, наблюдаемая антенной C, O – задаваемые положения цели, 1-8 – номера излучателей

Рисунок 3.6. Результаты численного эксперимента

Результаты численного эксперимента подтверждают достоверность полученных соотношений. Они могут быть использованы для синтеза МИ эхосигналов МА, использующего три приемные антенны, образующих антенную систему с горизонтальной и вертикальной симметриями.

#### 3.3. Выводы по третьему разделу

1. Получены соотношения для расчета координат излучателей матрицы, сигналы которой сфокусированы в трех произвольно расположенных в пространстве точках приема с использованием подхода кратных фаз. При этом излучатели не могут быть расположены в одной плоскости или образовывать какую-либо другую конфигурацию с заранее заданными ограничениями.

2. Рассмотрена задача построения матрицы, сигналы которой сфокусированы в точках приема горизонтально симметричной трехантенной

74

системы, для которой ДНА ориентированы по нормали к плоскости расположения антенн. Получены соотношения для расчета координат излучателей одномерной и двумерной матриц. В найденных решениях точки одномерной матрицы принадлежат плоскости z = 0, а точки 4-точечной двумерной матрицы лежат в одной плоскости в углах прямоугольника. Найденные соотношения могут быть использованы циклично для расширения углового размера матрицы путем наращивания количества излучателей.

3. Полученные результаты распространены на случай трехантенной системы с горизонтальной и вертикальной симметриями, для которой оси ДНА принадлежат плоскости расположения антенн.

# 4. ПОДХОД КОМПЕНСАЦИИ СИГНАЛОВ К СИНТЕЗУ КОГЕРЕНТНЫХ ГЕОМЕТРИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ, СИГНАЛЫ КОТОРЫХ СФОКУСИРОВАНЫ В ДВУХ ТОЧКАХ ПРИЕМА

Во втором и третьем разделах были рассмотрены матрицы излучателей, позволяющие имитировать общий КЦИ, наблюдаемый двумя/тремя приемными антеннами в одном положении. Однако такие матрицы не позволяют формировать для каждой антенны индивидуальную картину радиолокационных отражений.

В данном разделе рассматривается подход компенсации сигналов к синтезу геометрической модели, лежащей в основе когерентного МИ эхосигналов МА, использующего две приемные антенны [102-104]. Предполагается, что такие матрицы позволят имитировать КЦИ в требуемом положении независимо для каждой из двух приемных антенн.

Основные задачи раздела.

1. На основе подхода компенсации сигналов сформулировать требования к взаимному расположению излучателей и характеристикам сигналов, которым должна удовлетворять геометрическая модель для имитации эхосигналов независимо для каждой антенны.

2. Получить соотношения для расчета координат излучателей матрицы и параметров сигналов, обеспечивающей возможность имитации КЦИ независимо для двух приемных антенн.

 Синтезировать матрицы излучателей на основе полученных результатов и осуществить их апробацию с помощью численных экспериментов.

### 4.1. Требования к конфигурации излучателей и параметрам сигналов

Подход к компенсации сигналов к синтезу матрицы основывается на том, что если пару излучателей расположить равноудаленно от некоторой

точки приема и подать на них противофазные сигналы равной мощности, то для этой точки приема они взаимокомпенсируются. Однако в другой, удаленной точке приема результирующий вектор сигналов будет отличен от нуля, что эквивалентно моделированию некоторой сигнально-помеховой обстановки. На основе подхода компенсации сигналов может быть получена такая матрица, что для каждой приемной антенны МА эхосигнал имитируется разными наборами излучателей. Это позволит независимо имитировать свой КЦИ для каждой антенны.

Введем понятия видимых и невидимых излучателей. Под видимыми для данной приемной антенны будем понимать такие излучатели, сигналы которых участвуют в формировании эхосигнала от моделируемого объекта. Сигналы невидимых излучателей для данной приемной антенны взаимокомпенсируются.

Конфигурация матрицы излучателей, синтезированная на основе подхода компенсации сигналов, разбивается на несколько подматриц, каждая из которых имитирует эхосигнал для одной отдельной антенны МА. Причем часть излучателей являются невидимыми для всех приемных антенн и используется для осуществления компенсации сигналов.

Сформулированы следующие требования к матрице относительно любой приемной антенны, при выполнении которых матрица обеспечивает возможность управления положением КЦИ независимо для каждой антенны.

1. Все излучатели МИ разбиваются на группы. Излучатели одной группы находятся на одном и том же расстоянии от антенны. Каждая группа содержит не менее двух излучателей.

2. Каждая группа включает только видимые или только невидимые излучатели. Причем групп видимых излучателей для любой из антенн не может быть больше одной.

С учетом сформулированных требований минимально возможным количеством излучателей обладает четырехточечная вертикально симметричная матрица (Рисунок 4.1).



Рисунок 4.1. Матрица из 4 излучателей, построенная на основе подхода компенсации сигналов (штриховые линии обозначают дуги окружностей с центрами в точках расположения фазовых центров приемных антенн)

Для антенны *А* видимыми являются 1-й и 2-й излучатели, для антенны *B* – 2-й и 3-й. Излучатель 4 подавляет сигналы 3-го и 1-го излучателей для антенн *A* и *B* соответственно. Тогда для выполнения компенсации параметры сигналов должны быть связаны соотношениями:

 $E_1 = E_4, \ \phi_1 - \phi_4 = \pi, \ E_3 = E_4, \ \phi_3 - \phi_4 = \pi \implies E_1 = E_3, \ \phi_1 = \phi_3,$  (4.1) где  $E_i$  и  $\phi_i$  – амплитуда и начальная фаза сигнала *i*-го излучателя.

Для расчета положений КЦИ введены связанные с антеннами системы координат (Рисунок 4.1). Соответствующие соотношения для расчета положений КЦИ из (1.1):

$$\Delta \xi_{A} = \frac{E_{2}^{2} - E_{1}^{2}}{E_{2}^{2} + E_{1}^{2} + 2E_{2}E_{1}\cos(\varphi_{2} - \varphi_{1})}$$

$$\Delta \xi_B = \frac{E_3^2 - E_2^2}{E_2^2 + E_3^2 + 2E_2 E_3 \cos(\varphi_2 - \varphi_3)}$$

Записанные соотношения с учетом (4.1) позволяют утверждать, что рассматриваемая матрица не обеспечивает независимое управление положениями имитируемых КЦИ. Желаемый результат может быть достигнут путем наращивания количества излучателей.

На основе сформулированных требований построена 7-точечная вертикально симметричная матрица (Рисунок 4.2) [103, 104]. Дуги, проходящие через излучатели № 2 и 5, № 1 и 3, имеют центр в точке наблюдения *A*. Дуги, проходящие через излучатели № 1, 2 и 4, № 3 и 6, № 5 и 7, имеют центр в точке наблюдения *B*. Излучатели 2-й и 5-й формируют КЦИ в заданном положении для антенны *A*, излучатели 3-й и 6-й – для антенны *B*. Излучатели 1-й, 4-й и 7-й осуществляют компенсацию сигналов для независимой имитации угловых положений КЦИ и являются невидимыми для обеих приемных антенн. Расстояния между точками № 2 и 5, а также № 3 и 6 обозначены *L* и равны между собой. Матрицы видимых излучателей могут как перекрывать друг друга, так и не перекрывать.



Рисунок 4.2. Матрица из 7 излучателей, обеспечивающая независимое управление положениями КЦИ для двух точек приема (штриховые линии обозначают дуги окружностей с центрами в точках расположения фазовых центров приемных антенн)

*b* – расстояние между приемными антеннами, *l* – расстояние от линии расположения приемных антенн до линии видимых излучателей

$$\Delta \xi_A = \frac{E_5^2 - E_2^2}{E_5^2 + E_2^2 + 2E_5 E_2 \cos(\varphi_5 - \varphi_2)},$$
(4.2)

$$\Delta \xi_B = \frac{E_6^2 - E_3^2}{E_3^2 + E_6^2 + 2E_3 E_6 \cos(\varphi_3 - \varphi_6)}.$$
(4.3)

Для выполнения компенсации параметры сигналов должны быть связаны соотношениями:

$$\begin{cases} E_{1} = E_{3}, \ \varphi_{1} - \varphi_{3} = \pi, \\ E_{7} = E_{5}, \ \varphi_{7} - \varphi_{5} = \pi, \\ \begin{cases} E_{1} \cos \varphi_{1} + E_{2} \cos \varphi_{2} + E_{4} \cos \varphi_{4} = 0, \\ E_{1} \sin \varphi_{1} + E_{2} \sin \varphi_{2} + E_{4} \sin \varphi_{4} = 0, \\ \end{cases}$$

$$\begin{cases} E_{4} \cos \varphi_{4} + E_{6} \cos \varphi_{6} + E_{7} \cos \varphi_{7} = 0, \\ E_{4} \sin \varphi_{4} + E_{6} \sin \varphi_{6} + E_{7} \sin \varphi_{7} = 0. \end{cases}$$

$$(4.4)$$

Зададимся значениями начальных фаз  $\phi_3 = \phi_4 = \phi_5 = 0 \Longrightarrow \phi_1 = \phi_7 = \pi$ , тогда из (4.4) с учетом  $\phi_2 = \phi_5 = 0$  и  $\phi_6 = \phi_3 = 0$  следует:

$$E_2 = E_1 - E_4 = E_3 - E_4, \ E_6 = E_7 - E_4 = E_5 - E_4.$$
 (4.5)

Подставляя (4.5) в (4.2) и (4.3), получаем:

$$\Delta \xi_{A} = \frac{E_{5}^{2} - (E_{3} - E_{4})^{2}}{E_{5}^{2} + (E_{3} - E_{4})^{2} + 2E_{5}(E_{3} - E_{4})} = \frac{E_{5} - (E_{3} - E_{4})}{E_{5} + (E_{3} - E_{4})} = \frac{Z_{5} - Z_{3} + 1}{Z_{5} + Z_{3} - 1},$$
(4.6)

$$\Delta \xi_{B} = \frac{\left(E_{5} - E_{4}\right)^{2} - E_{3}^{2}}{E_{3}^{2} + \left(E_{5} - E_{4}\right)^{2} + 2E_{3}\left(E_{5} - E_{4}\right)} = \frac{\left(E_{5} - E_{4}\right) - E_{3}}{\left(E_{5} - E_{4}\right) + E_{3}} = \frac{Z_{5} - Z_{3} - 1}{Z_{5} + Z_{3} - 1},$$

$$(4.7)$$

где  $Z_3 = E_3/E_4$ ,  $Z_5 = E_5/E_4$ .

Совместное решение (4.6) и (4.7) относительно Z<sub>3</sub> и Z<sub>5</sub> имеет вид:

$$Z_3 = \frac{1 - \Delta \xi_B}{\Delta \xi_A - \Delta \xi_B},\tag{4.8}$$

$$Z_5 = \frac{1 + \Delta \xi_A}{\Delta \xi_A - \Delta \xi_B}.$$
(4.9)

При  $\Delta \xi_A = \Delta \xi_B = \Delta \xi$  из (4.6) и (4.7) следует, что  $E_4 = 0$ . Тогда

$$Z_0 = \frac{E_6}{E_3} = \frac{E_5}{E_2} = \frac{1 + \Delta \xi}{1 - \Delta \xi}, \ E_2 = E_3, \ E_5 = E_6.$$

Выражения (4.8) и (4.9) с учетом (4.4) и (4.5) позволяют рассчитать амплитуды сигналов, приведенные к амплитуде сигнала 4-го излучателя, для заданных положений КЦИ.

Границы диапазонов установки положения КЦИ для антенн *A* и *B* определяются условием сохранения синфазного излучения:  $\varphi_2 = \varphi_5 = 0$ ,  $\varphi_3 = \varphi_6 = 0$ . Действительно, из (4.5), (4.8) и (4.9) следует, что амплитуды сигналов излучателей № 2, 3, 5 и 6 могут принимать отрицательные значения. Это эквивалентно изменению фазы соответствующего сигнала на  $\pi$ , что недопустимо.

Отдельно рассмотрим два случая.

При  $E_4 > 0$  из (4.5), (4.8) и (4.9) получаем систему неравенств:

$$\begin{cases} \frac{1 - \Delta \xi_B}{\Delta \xi_A - \Delta \xi_B} \ge 1, \\ \frac{1 + \Delta \xi_A}{\Delta \xi_A - \Delta \xi_B} \ge 1. \end{cases}$$

Решение системы имеет вид:

$$1 \ge \Delta \xi_A > \Delta \xi_B \ge -1. \tag{4.10}$$

При  $E_4 < 0$  имеем следующую систему:

$$\begin{cases} \frac{1 - \Delta \xi_B}{\Delta \xi_A - \Delta \xi_B} \leq 0, \\ \frac{1 + \Delta \xi_A}{\Delta \xi_A - \Delta \xi_B} \leq 0. \end{cases}$$

Её решение:

$$1 \ge \Delta \xi_B > \Delta \xi_A \ge -1. \tag{4.11}$$

Обобщая (4.10) и (4.11), заключаем, что границы диапазонов установки КЦИ соответствуют случаю когерентного синфазного МИ:  $\Delta \xi_A \in [-1;1]$ ,  $\Delta \xi_B \in [-1;1]$ . При этом для случаев  $\Delta \xi_A < \Delta \xi_B$  фаза сигнала 4-го излучателя изменяется с 0 на  $\pi$ .

Рассмотрим матрицу относительно приемной антенны *A*. (Полученные далее результаты справедливы и для антенны *B* в силу симметрии.)

Из Рисунка 4.2 видно, что угловая координата излучателя № 7 ( $\alpha_7$ ) имеет наибольшее значение. Это справедливо при L > b. В противном случае таковой является угловая координата излучателя № 6 ( $\alpha_6$ ). Считая ДНА ориентированными по нормали к базе и L > b, запишем очевидное условие:

$$\alpha_7 \leq \alpha/2$$
,

где α – ширина ДНА по уровню половинной мощности.

В оптимальном случае точка расположения 7-го излучателя лежит на границе ДНА по уровню половинной мощности ( $\alpha_7 = \alpha/2$ ). Это обеспечивает наибольшую ширину диапазона задания угловых положений КЦИ, которую обозначим  $\alpha_0$ . В соответствии с Рисунком 4.2  $\alpha_0/2 = \alpha_5$ . При этом очевидно, что  $\alpha_0 < \alpha$ . Найдем соотношение для расчета величины  $\alpha_0$  при заданной ширине ДНА  $\alpha$ , считая  $\alpha_7 = \alpha/2$ .

Из геометрических соображений не трудно определить координаты излучающей точки №7:

$$x_7 = \frac{b}{2} + L, \ y_7 = \frac{1}{2}\sqrt{4l^2 + 3b^2 - 3L^2}$$
 (4.12)

Из (4.12) следует ограничение на конфигурацию  $4l^2 + 3b^2 - 3L^2 \ge 0$ . Это ограничение интерпретируется как условие существования точки пересечения дуг окружностей, в которой располагается излучатель №7.

Из (4.12) определяется величина угла α/2:

$$\sin\frac{\alpha}{2} = \frac{b+2L}{2\sqrt{l^2 + (b+L/2)^2}}.$$
(4.13)

Из Рисунка 4.2 также нетрудно получить соотношения для углов α<sub>6</sub> и α<sub>0</sub>/2:

$$\sin \alpha_6 = \frac{b + L/2}{\sqrt{l^2 + (b + L/2)^2}}, \ \text{tg}\frac{\alpha_0}{2} = \frac{L}{2b + L} \text{tg}\alpha_6.$$
(4.14)

Искомое выражение может быть получено из совместного решения (4.13) и (4.14):

$$\alpha_0 = 2 \arctan\left[\frac{L \sin\frac{\alpha}{2}}{\sqrt{\left(b+2L\right)^2 - \left(2b+L\right)^2 \sin^2\frac{\alpha}{2}}}\right].$$
(4.15)

Для случая L < b соответствующее выражение проще:

$$\alpha_0 = 2 \arctan\left[\frac{L}{2b+L} \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2}\right].$$
(4.16)

Выражения (4.15) и (4.16) позволяет определить ширину углового диапазона перемещения КЦИ, который может обеспечить матрица при работе на антенну с заданной шириной ДНА. В частности, при L > b для изотропной антенны ( $\alpha = 180^{\circ}$ )  $\alpha_0 \approx 67,38^{\circ}$ . Для антенны с  $\alpha = 60^{\circ}$  может быть обеспечена ширина диапазона перемещения КЦИ  $\alpha_0 \approx 24,62^{\circ}$ .

Апробация матрицы из 7 излучателей осуществлялась для немодулированного моногармонического эхосигнала с помощью численного эксперимента на основе (2.12) и соотношений для расчета амплитуд сигналов (4.4), (4.5) и (4.8). Моделирование пеленга КЦИ производилось только для точки наблюдения *A*.

Параметры конфигурации и эхосигнала: b = 1 м, L = 2 м, l = 3 м,  $\lambda = 0,03$  м.

Результаты численного эксперимента приведены в Таблице 4.1.

Значения координат цели					
$x_{\text{треб}} = \Delta \xi_A L/2$	0,1	0,5	0,9		
$y_{ ext{треб}} = l$	3	3	3		
Хэксп	-1,265	-0,629	-0,008		
Уэксп	2,76	2,841	2,921		

Таблица 4.1. Результаты численного эксперимента

Приведенные в таблице экспериментальные результаты показывают, что компенсации сигналов в точке приема недостаточно для устранения их влияния на положение имитируемой цели. Расхождение теоретических ожиданий с экспериментальными данными обосновывается тем, что излучатели матрицы имеют разные веса при взвешивании пеленгационной характеристикой. Поиску достаточных условий, при которых обеспечивается адекватное замещение точечной цели рассмотренной семиточечной матрицей, посвящен следующий подраздел.

### 4.2. Ограничения подхода компенсации сигналов

Рассмотрим произвольную *N*-точечную конфигурацию относительно приемной антенны *A* (Рисунок 4.3). Положение точки КЦИ описывается уравнением (1.2).



Рисунок 4.3. Конфигурация из N излучателей

Пусть излучатели № 1 и 2 равноудалены от точки приема и требуется, чтобы управление положением КЦИ осуществлялось только сигналами этой пары излучателей. То есть излучатели 1-й и 2-й считаются видимыми, в то время как все остальные – невидимыми. Учитывая (1.2), запишем соответствующее выражение для координаты КЦИ:

$$\Delta \xi = \frac{\sum_{i=1}^{2} \sum_{j=1}^{2} \xi_{i} E_{j} \cos(\varphi_{i} - \varphi_{j})}{\left(E_{1} \cos\varphi_{1} + E_{2} \cos\varphi_{2}\right)^{2} + \left(E_{1} \sin\varphi_{1} + E_{2} \sin\varphi_{2}\right)^{2}}.$$
 (4.17)

Условия, накладываемые на сигналы излучателей с 3 по *N*, могут быть найдены из уравнения, получаемого из совместного решения (1.2) и (4.17):

86

$$\frac{\sum_{i=1}^{2}\sum_{j=1}^{2}\xi_{i}E_{i}E_{j}\cos\left(\varphi_{i}-\varphi_{j}\right)}{\left(E_{1}\cos\varphi_{1}+E_{2}\cos\varphi_{2}\right)^{2}+\left(E_{1}\sin\varphi_{1}+E_{2}\sin\varphi_{2}\right)^{2}} = \frac{\left(\sum_{i=1}^{N}E_{i}\cos\varphi_{i}\right)\left(\sum_{i=1}^{N}\xi_{i}E_{i}\cos\varphi_{i}\right)+\left(\sum_{i=1}^{N}E_{i}\sin\varphi_{i}\right)\left(\sum_{i=1}^{N}\xi_{i}E_{i}\sin\varphi_{i}\right)}{\left(\sum_{i=1}^{N}E_{i}\cos\varphi_{i}\right)^{2}+\left(\sum_{i=1}^{N}E_{i}\sin\varphi_{i}\right)^{2}}$$

Рассмотрим отдельно равенство числителей и знаменателей.

Равенство знаменателей достигается при выполнении компенсации:

$$\sum_{i=3}^{N} E_i \cos \varphi_i = 0, \ \sum_{i=3}^{N} E_i \sin \varphi_i = 0.$$
(4.18)

Равенство числителей после преобразований с учетом (4.18) имеет вид:

$$\sum_{i=1}^{2} \sum_{j=1}^{2} \xi_{i} E_{i} E_{j} \cos(\varphi_{i} - \varphi_{j}) = \sum_{i=1}^{2} \sum_{j=1}^{2} \xi_{i} E_{i} E_{j} \cos(\varphi_{i} - \varphi_{j}) + (E_{1} \cos\varphi_{1} + E_{2} \cos\varphi_{2}) \sum_{i=3}^{N} \xi_{i} E_{i} \cos\varphi_{i} + (E_{1} \sin\varphi_{1} + E_{2} \sin\varphi_{2}) \sum_{i=3}^{N} \xi_{i} E_{i} \sin\varphi_{i}.$$

Очевидно, равенство будет справедливым при:

$$(E_{1}\cos\varphi_{1} + E_{2}\cos\varphi_{2})\sum_{i=3}^{N}\xi_{i}E_{i}\cos\varphi_{i} + (E_{1}\sin\varphi_{1} + E_{2}\sin\varphi_{2})\sum_{i=3}^{N}\xi_{i}E_{i}\sin\varphi_{i} = 0,$$

$$\sum_{i=1}^{2}\sum_{j=3}^{N}\xi_{j}E_{i}E_{j}\cos(\varphi_{i} - \varphi_{j}) = 0.$$

$$(4.19)$$

С учетом синфазности сигналов 1-го и 2-го излучателей  $\phi_1 = \phi_2 = \phi$  (4.19) запишется как:

$$\left(\sum_{i=1}^{2} E_{i}\right) \left(\sum_{j=3}^{N} \xi_{j} E_{j} \cos\left(\phi - \phi_{j}\right)\right) = 0.$$
(4.20)

Уравнение (4.20) с учетом (4.18) имеет следующие решения:

- координаты ξ<sub>i</sub> излучателей с 3 по *N* равны между собой;
- сигналы невидимых излучателей j = 3...N ортогональны сигналам видимых излучателей i = 1, 2 в точке приема, то есть  $\phi \varphi_j = \pi/2$ .

Выполнение первого условие не несет в себе практического смысла.

Второе условие – условие ортогональности сигналов – может быть выполнено для конфигурации на Рисунке 4.2. Для этого достаточно расположить излучатели № 2, 3, 5 и 6 таким образом, чтобы сигналы пары № 5 и 6 в точке приема *A* были ортогональны сигналам пары № 2 и 3. Аналогичное должно быть выполнено и для антенны *B*. Учитывая, что начальные фазы излучаемых сигналов равны 0, запишем систему уравнений, связывающую координаты излучателей с параметрами испытываемой MA:

$$\begin{cases} \sqrt{x_{2}^{2} + l^{2}} - \sqrt{x_{5}^{2} + l^{2}} = n_{1}\lambda, \\ \sqrt{(x_{2} - b)^{2} + l^{2}} - \sqrt{(x_{5} - b)^{2} + l^{2}} = k_{1}\lambda, \\ \sqrt{x_{5}^{2} + l^{2}} - \sqrt{x_{3}^{2} + l^{2}} = (2n_{2} + 1)\lambda/4, \\ \sqrt{(x_{5} - b)^{2} + l^{2}} - \sqrt{(x_{3} - b)^{2} + l^{2}} = (2k_{2} + 1)\lambda/4, \\ \sqrt{x_{3}^{2} + l^{2}} - \sqrt{x_{6}^{2} + l^{2}} = n_{3}\lambda, \\ \sqrt{(x_{3} - b)^{2} + l^{2}} - \sqrt{(x_{6} - b)^{2} + l^{2}} = k_{3}\lambda. \end{cases}$$

$$(4.21)$$

Первая пара уравнений системы (4.21) – это условие синфазности сигналов пары излучателей № 2 и 5 в точках *А* и *В*. Аналогичное условие для излучателей № 3 и 6 описывает третья пара уравнений. Вторая пара уравнений отражает условие ортогональности сигналов. По сути, мы используем подход кратных фаз для обеспечения требуемых фазовых соотношений.

С учетом симметрии конфигурации:  $x_2 + x_6 = b$ ,  $x_3 + x_5 = b$ ,  $x_2 = -x_5 -$ система (4.21) преобразуется к виду:

$$\begin{cases} \sqrt{(x_2-b)^2 + l^2} - \sqrt{(x_2+b)^2 + l^2} = k_1 \lambda, \\ \sqrt{x_2^2 + l^2} - \sqrt{(x_2+b)^2 + l^2} = (2n_2+1)\lambda/4. \end{cases}$$
(4.22)

Аналитического решения системы (4.22) для  $x_2$  и l не найдено. Она может быть решена одним из известных методов численного решения систем нелинейных уравнений [87-89]. Поиск решений в виде координат излучателей

может осуществлять по алгоритму синтеза конфигурации, применяемому к решению (2.1). А именно для заданных b и  $\lambda$  и ориентировочно задаваемых  $x_2$ ' и l' ищутся соответствующие значения  $x_2$  и l.

### 4.3. Переход к матрице из 5 излучателей

Результатом решения системы (4.22) являются координаты излучателей № 2, 3, 5 и 6 семиточечной конфигурации (Рисунок 4.2). Однако при этом сигналы отдельно взятой пара видимых излучателей будут синфазны во всех точках приема. Это позволяет ограничится использованием только 5 излучателей (Рисунок 4.4) [102]. (На Рисунке 4.4 излучателям с номерами № (x) соответствуют излучатели с номерами № (x+1) Рисунка 4.2)



Рисунок 4.4. Матрица из 5 излучателей, обеспечивающая независимое управление положениями имитируемых КЦИ для двух точек приема

Рассмотрим матрицу относительно приемной антенны *A*. Излучатели № 1 и 4 видимые и формируют эхосигнал. Сигналы излучателей № 2 и 5, формирующих эхосигнал для антенны *B*, синфазны в точке приема *A* и ортогональны сигналам излучателей № 1 и 4. Сигнал излучателя №3 используется для компенсации сигналов невидимых излучателей.

Параметры излучаемых сигналов, при которых обеспечивается компенсация:

$$\varphi_1 = \varphi_2 = \varphi_4 = \varphi_5 = 0, \ E_3 = E_1 + E_4 = E_2 + E_5, \ \varphi_3 = \pi.$$
 (4.23)

Соотношения для расчета координат КЦИ:

$$\Delta \xi_A = \frac{E_4 - E_1}{E_4 + E_1}, \tag{4.24}$$

$$\Delta \xi_B = \frac{E_5 - E_2}{E_5 + E_2}.$$
(4.25)

Для амплитуды суммарного сигнала *E*<sub>c</sub> справедливо:

$$E_1 + E_4 = E_2 + E_5 = E_3 = E_{\rm c} \,.$$

Из (4.23) – (4.25) следуют соотношения для расчета амплитуд излучаемых сигналов:

$$E_1 = E_c \frac{1 - \Delta \xi_A}{2}, \ E_2 = E_c \frac{1 - \Delta \xi_B}{2}, \ E_4 = E_c \frac{1 + \Delta \xi_A}{2}, E_5 = E_c \frac{1 + \Delta \xi_B}{2}.$$
(4.26)

Отметим, что компенсирующий излучатель №3 располагается на оси симметрии матрицы. Поэтому он может быть перемещен на линию расположения остальных излучателей, в позицию 3' (Рисунок 4.4), что необходимо учесть в виде соответствующей фазовой добавки. Как было отмечено в предыдущих разделах, это позволит облегчить реализацию матрицы. Рассчитать фазовую добавку можно по формуле:

$$\Delta \varphi_3 = -\frac{2\pi}{\lambda} \left( R_3 - R_3' \right) = -\frac{2\pi}{\lambda} \left( \sqrt{l^2 + \left( b + \frac{L}{2} \right)^2} - \sqrt{l^2 + \left( \frac{b}{2} \right)^2} \right). \quad (4.27)$$

Рассмотрим возможности матрицы.

Она позволяет имитировать КЦИ независимо для антенн A и B парами излучателей № 1, 4 и № 2, 5 соответственно. Вместе с тем синфазность сигналов позволяет расширить диапазон задания положений КЦИ. Действительно, пары видимых излучателей № 1, 4 и № 2, 5 могут переключиться на имитацию для антенн B и A соответственно. Причем излучатель №3 должен быть виртуально размещен (за счет соответствующей другой фазовой добавки) в точке пересечения дуг, проходящих через точки № 2 и 4. Также может быть включена только одна пара видимых излучателей, осуществляющая имитацию общего КЦИ для обеих антенн.

На основе 5-точечной одномерной матрицы может быть создана двумерная горизонтально симметричная 10-точечная матрица (Рисунок 4.5). Её верхняя половина представляет собой 5-точечную конфигурацию, представленную на Рисунке 4.4. Как и для одномерной матрицы, излучатели №3 и 3' могут быть перемещены в плоскость расположения остальных излучателей, что должно быть учтено в соответствующей фазовой добавке.



Рисунок 4.5. 10-точечная двумерная матрица, обеспечивающая независимое управление положениями имитируемых КЦИ для двух точек приема

Обязательное условие, накладываемое вертикальный размер матрицы  $h/2 \leq l \operatorname{tg}(\theta/2)$ , где  $\theta$  – ширина ДНА по уровню половинной мощности в угломестной плоскости.

Система уравнений для поиска координат точки №1 идентична (4.22) и имеет вид:

$$\begin{cases} \sqrt{\left(x_{1}-b\right)^{2}+l^{2}+\left(\frac{h}{2}\right)^{2}}-\sqrt{\left(x_{1}+b\right)^{2}+l^{2}+\left(\frac{h}{2}\right)^{2}}=k_{1}\lambda,\\ \sqrt{x_{1}^{2}+l^{2}+\left(\frac{h}{2}\right)^{2}}-\sqrt{\left(x_{1}+b\right)^{2}+l^{2}+\left(\frac{h}{2}\right)^{2}}=(2n_{2}+1)\frac{\lambda}{4}. \end{cases}$$

$$(4.28)$$

Координаты остальных точек верхней половины матрицы определяются как:

$$x_{2} = b + x_{1}, \ x_{3} = b/2, \ x_{4} = -x_{1}, \ x_{5} = b - x_{1},$$
$$y_{1} = y_{2} = y_{4} = y_{5} = l, \ y_{3} = \sqrt{l^{2} + \left(b + \frac{L}{2}\right)^{2} - \left(\frac{b}{2}\right)^{2}},$$
$$z_{1} = z_{2} = z_{3} = z_{4} = z_{5} = h/2.$$

Нижняя половина матрицы получается путем отражения верхней половины относительно плоскости симметрии *z* = 0.

Амплитуды сигналов излучателей № 1-5 и № 1'-5' вычисляются идентично по формулам (4.26) для задаваемых азимутальных положений КЦИ  $\Delta \xi_{Ax}$  и  $\Delta \xi_{Bx}$ , имитируемых для антенн *A* и *B* соответственно. При этом справедливо  $\frac{E_1}{E_1'} = \frac{E_2}{E_2'} = \frac{E_4}{E_4'} = \frac{E_5}{E_5'} = \gamma_z$ . Угломестные положения КЦИ

определяется соотношением:

$$\Delta \xi_{Az} = \Delta \xi_{Bz} = \Delta \xi_z = \frac{\gamma_z - 1}{\gamma_z + 1}.$$
(4.29)

Из (4.29) видно, что матрица не позволяет независимо управлять *z*координатами КЦИ. Они могут быть установлены независимо по оси *OX*, но при этом они обязательно должны находится на одном уровне по оси *OZ*. В качестве примера синтезируем 5-точечную одномерную матрицу. Исходные данные: b = 1 м,  $\lambda = 0,3$  см,  $x_1' = -1$  м и l' = 7 м.

В результате решения (4.22) получены значения  $x_1 = -0,986$  м и l = 7,171м. Координаты остальных излучателей:  $x_2 = 0,014$  м,  $x_3 = 0,5$  м,  $x_4 = 0,986$  м,  $x_5 = 1,986$  м.

Апробация матрицы осуществлялась с помощью численного эксперимента. Эхосигнал принимался моногармоническим немодулированным. Использовались (2.10), (2.12), (4.26) и (4.27). Для антенны *А* задавались положения цели  $x_{\text{кциА}} = \{-0,7, -0,2, 0,7\}$  м, для антенны *B* –  $x_{\text{кциB}} = \{0,3, 1,2, 1,6\}$  м. Результаты численного эксперимента представлены на Рисунке 4.6.



Рисунок 4.6. Результаты численного эксперимента О – задаваемые положения цели для антенны A, + – цель, наблюдаемая антенной  $A, \bullet$  – задаваемые положения цели для антенны  $B, \times$  – цель, наблюдаемая антенной B

Из Рисунка 4.6 видно, что независимо задаваемые КЦИ для антенн *A* и *B* наблюдаются в требуемых положениях соответствующими антеннами.

Таким образом, подтверждена справедливость полученных соотношений. Они могут быть использованы для синтеза МИ эхосигналов МА, использующего две приемные антенны, который обеспечивает имитацию КЦИ независимо для каждой антенны.

### 4.4. Заключение по четвертому разделу

1. На основе подхода компенсации сигналов сформулированы требования к взаимному расположению излучателей и характеристикам сигналов, которым должна удовлетворять геометрическая модель для имитации эхосигналов независимо для каждой антенны

2. Показано, что компенсации сигналов в точке приема недостаточно для того, чтобы устранить их влияние на результат моделирования. Получено достаточное условие – условие ортогональности сигналов, при выполнении которого совместно с условием компенсации обеспечивается имитация КЦИ независимо для каждой приемной антенны.

3. Получены соотношения для расчета координат точек расположения излучателей одномерной 5-точечной матрицы, которая отвечает условиям компенсации и ортогональности сигналов. Показано, что излучающие точки матрицы могут быть расположены на одной прямой.

4. Показано, что 5-точечная одномерная матрица является основой для построения двумерной 10-точечной горизонтально симметричной матрицы. А именно верхняя половина двумерной матрицы повторяет структуру одномерной. Двумерная матрица позволяет для каждой антенны двухантенной системы независимо управлять положением КЦИ по одной из угловых координат.

## 5. ПРАКТИЧЕСКОЕ ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ПОЛУЧЕННЫХ РЕЗУЛЬТАТОВ

В данном разделе рассматриваются вопросы, связанные с практическим применением полученных в предыдущих разделах результатов.

Основные задачи раздела.

1. Развить результаты по калибровке сигналов, полученные для МИ эхосигналов ОА, для МИ эхосигналов МА.

2. Исследовать когерентные геометрические модели, сигналы которых сфокусированы в точках приема на основе подхода компенсации сигналов, на предмет ошибок моделирования, обусловленных неполной компенсацией сигналов.

3. Исследовать ошибки моделирования, которые имеют место при использовании модулированных эхосигналов в разработанных матрицах излучателей для имитации эхосигналов МА.

4. Разработать проект МИ для трехантенной системы КРИСС, осуществляющий имитацию эхосигналов, отраженных от движущейся подстилающей поверхности. Осуществить апробацию результатов с помощью численного эксперимента.

### 5.1. Вопросы калибровки и влияния точности позиционирования излучателей

В реальных системах имитации эхосигналов на одну антенну с использованием матрицы излучателей имеют место различного рода эффекты, приводящие к нарушению амплитудно-фазовых соотношений в точке приема. К таким эффектам можно отнести неидентичность каналов формирователей сигналов, неточное позиционирование излучателей и т.д. Как следствие, имитируемый КЦИ наблюдается смещенным относительно задаваемого положения (1.1). Поэтому используют системы калибровки, с помощью которых выравнивают комплексные коэффициенты передачи каналов прохождения сигналов [94].

Рассмотрим конфигурацию из пары излучателей МИ, антенны измерительного приемника (ИП) системы калибровки и антенны ОА (Рисунок 5.1).



Рисунок 5.1. Конфигурация из антенн системы калибровки, ОА и МИ

Сигналы имитатора задаются синфазными и равномощными. Однако вследствие упомянутых выше причин величины разности фаз и отношения амплитуд сигналов, принимаемых антенной ИП, не равны 0 рад и 0 дб соответственно.

Величина ошибки разности фаз формируется из регулярной и случайной компонент:

$$\Delta \phi = \left[ \Delta \phi_{\text{per}} + \Delta \phi_{\text{cn}} \right] \mod 2\pi, \qquad (5.1)$$

где mod – операция взятия остатка от целочисленного деления для приведения фазы к диапазону [0; 2π);

Аналогично для ошибки отношения амплитуд:

$$\Delta Z = \Delta Z_{\rm per} + \Delta Z_{\rm cn}, \qquad (5.2)$$

где  $\Delta Z$ ,  $\Delta Z_{\text{per}}$  и  $\Delta Z_{\text{сл}}$  в дБ.

Случайные компоненты в (5.1) и (5.2) включают различные трудноучитываемые факторы, такие как неидентичность каналов формирования сигналов и т.д.

Регулярные компоненты в (5.1) и (5.2) обусловлены неэквидистантным расположением излучателей от точки приема (имеет место дополнительный набег фазы и неидентичное затухание амплитуд с расстоянием). Они могут быть рассчитаны по формулам:

$$\Delta \phi_{\text{per}} = \left[ \frac{2\pi}{\lambda} (R_1 - R_2) \right] \mod 2\pi,$$
$$\Delta Z_{\text{per}} = 20 \lg \frac{R_1}{R_2},$$

где  $R_1$  и  $R_2$  – расстояния от 1 и 2 излучателей до антенны ИП (Рисунок 5.1);

Задача калибровки сводится к оценке величин (5.1) и (5.2). Они учитываются в формирователе сигнала 2-го излучателя. То есть сигнал 1-го излучателя принимается за опорный, относительно него производится калибровка сигнала 2-го излучателя. В результате достигается синфазность и равномощность сигналов, принимаемых ИП.

Так как антенны ИП и ОА разнесены, то поправочные коэффициенты (5.1) и (5.2) пересчитываются для точки приема ОА:

$$\Delta \phi' = \left[ \Delta \phi + \frac{2\pi}{\lambda} \left( R'_1 - R'_2 - R_1 + R_2 \right) \right] \mod 2\pi , \qquad (5.3)$$

$$\Delta Z' = \Delta Z + 20 \lg \left( \frac{R'_1}{R'_2} \cdot \frac{R_2}{R_1} \right).$$
(5.4)

В большинстве случаев антенны ИП и ОА расположены достаточно близко друг к другу, что позволяет пренебречь вторым слагаемым в (5.4) и не пересчитывать амплитудную поправку.

Длины путей, входящие в (5.3) и (5.4), рассчитываются через координаты точек излучения и координаты точек приема (Рисунок 5.1) [94]:

$$\begin{cases} R'_{1} = \sqrt{\left(x_{0} - L/2\right)^{2} + y_{0}^{2} + z_{0}^{2}}, \\ R'_{2} = \sqrt{\left(x_{0} + L/2\right)^{2} + y_{0}^{2} + z_{0}^{2}}, \\ R_{1} = \sqrt{\left(x_{0} - L/2 - x_{\Pi\Pi}\right)^{2} + \left(y_{0} - y_{\Pi\Pi}\right)^{2} + \left(z_{0} - z_{\Pi\Pi}\right)^{2}}, \\ R_{2} = \sqrt{\left(x_{0} + L/2 - x_{\Pi\Pi}\right)^{2} + \left(y_{0} - y_{\Pi\Pi}\right)^{2} + \left(z_{0} - z_{\Pi\Pi}\right)^{2}}. \end{cases}$$

где  $(x_0, y_0, z_0)$  – координаты центра двухточечной конфигурации имитатора.

Описанные выше основные положения по калибровке сигналов для ОА могут применены для МА. При этом необходимо рассмотреть вопросы, связанные с тем, что калибровочные коэффициенты (5.3), очевидно, будут иметь различающиеся значения для разных приемных антенн.

Отдельно рассмотрим калибровку амплитуд и калибровку фаз сигналов матрицы из двух излучателей для МА, использующей две приемные антенны (Рисунок 5.2).



Рисунок 5.2. Конфигурация из антенн системы калибровки, МА и МИ

### 5.1.1. Калибровка амплитуд

В результате калибровки для обеих приемных антенн *A* и *B* (Рисунок 5.2) будет рассчитана соответствующая амплитудная поправка (5.4):

$$\begin{cases} \Delta Z'_{A} = \Delta Z + 20 \lg \left( \frac{R'_{1A}}{R'_{2A}} \cdot \frac{R_{2}}{R_{1}} \right), \\ \Delta Z'_{B} = \Delta Z + 20 \lg \left( \frac{R'_{1B}}{R'_{2B}} \cdot \frac{R_{2}}{R_{1}} \right). \end{cases}$$
(5.5)

Величины  $\Delta Z_A$  и  $\Delta Z_B$  различаются, и одновременно их учесть невозможно. Поэтому логично в качестве амплитудной поправки выбрать их среднее арифметическое:

$$\Delta Z' = \frac{\Delta Z'_A + \Delta Z'_B}{2}.$$
(5.6)

Очевидно, что при этом возникают амплитудные ошибки – отношение амплитуд в каждой точке приема не равно 0 дБ. Однако поправка, определенная как (5.6), позволяет выровнять модули амплитудных ошибок:

$$\Delta Z_{\text{OIII}} = |\Delta Z'_{A} - \Delta Z'| = |\Delta Z'_{B} - \Delta Z'| = 10 \left| \lg \left( \frac{R'_{1A}}{R'_{2A}} \cdot \frac{R'_{2B}}{R'_{1B}} \right) \right|.$$
(5.7)

Соотношение (5.7) с учетом введенной системы координат (Рисунок 5.2) может быть представлено в виде:

$$\Delta Z_{\text{OIII}} = 5 \left| \lg \left( \frac{\left( x_1^2 + y_1^2 + z_1^2 \right) \left( \left( x_2 - b \right)^2 + y_2^2 + z_2^2 \right)}{\left( x_2^2 + y_2^2 + z_2^2 \right) \left( \left( x_1 - b \right)^2 + y_1^2 + z_1^2 \right)} \right) \right|.$$
(5.8)

Из (5.7) и (5.8) следует, что при увеличении расстояния между матрицей и антенной системой МА значение амплитудной ошибки уменьшается. Действительно, ведь при неограниченном росте  $x_i$ ,  $y_i$  и  $z_i$  имеем  $R'_{1A} \approx R'_{1B}$ ,  $R'_{2A} \approx R'_{2B}$  и  $\Delta Z_{\text{ош}} \approx 0$ .

Рассмотрим в качестве примера конфигурацию из пары излучателей №1 и 2 с координатами ( $x_1$ ;  $y_1$ ;  $z_1$ ) = (0,5; 5; 0) м, ( $x_2$ ;  $y_2$ ;  $z_2$ ) = (0,954; 4,995; 0) м (Таблица 2.1, Рисунок 2.2). В соответствии с (5.8) амплитудная ошибка  $\Delta Z_{\rm out} \approx 0,078$  дБ.

Увеличим расстояние между матрицей и МА в два раза с сохранением углового размера конфигурации:  $(x_1; y_1; z_1) = (0,5; 10; 0)$  м,  $(x_2; y_2; z_2) = (1,405; 10,004; 0)$  м. Тогда  $\Delta Z_{out}$  составит примерно 0,039 дБ.

Амплитудная ошибка уменьшилась. Это подтверждает сделанный вывод о зависимости величины данной ошибки от расстояния между матрицей и МА.

### 5.1.2. Калибровка фаз

В результате калибровки для обеих приемных антенн в соответствии с (5.3) определяется фазовая поправка:

$$\begin{cases} \Delta \phi'_{A} = \left[ \Delta \phi + \frac{2\pi}{\lambda} \left( R'_{1A} - R'_{2A} - R_{1} + R_{2} \right) \right] \mod 2\pi, \\ \Delta \phi'_{B} = \left[ \Delta \phi + \frac{2\pi}{\lambda} \left( R'_{1B} - R'_{2B} - R_{1} + R_{2} \right) \right] \mod 2\pi. \end{cases}$$
(5.9)

В общем случае величины  $\Delta \phi'_A$  и  $\Delta \phi'_B$  имеют различающиеся значения из-за неточного позиционирования излучателей. Действительно, ведь если бы излучатели располагались в точках с требуемыми координатами ( $x_1$ ,  $y_1$ ,  $z_1$ ) и ( $x_2$ ,  $y_2$ ,  $z_2$ ), для которых обеспечивается синфазность сигналов в точках A и B, то в соответствии с (5.9)  $\Delta \phi'_A = \Delta \phi'_B$ . Однако вследствие неточного позиционирования излучатели располагаются в точках ( $x'_1$ ,  $y'_1$ ,  $z'_1$ ) и ( $x'_2$ ,  $y'_2$ ,  $z'_2$ ) (Рисунок 5.2), для которых  $\Delta \phi'_A \neq \Delta \phi'_B$ .

Отметим, что влияние неточного позиционирования излучателей на амплитудные соотношения принимаемых сигналов пренебрежимо мало. Вместе с тем для ВЧ сигналов оно может стать причиной существенных изменений в фазовых соотношениях.

Так как  $\Delta \phi'_A$  и  $\Delta \phi'_B$  различаются, то их невозможно одновременно учесть. Поэтому, по аналогии с (5.6), в качестве фазовой поправки возьмем их среднее арифметическое, учитывая тонкости модульной арифметики при работе с фазами:

$$\Delta \phi' = \begin{cases} \frac{\Delta \phi'_A + \Delta \phi'_B}{2}, \left| \Delta \phi'_A - \Delta \phi'_B \right| \le \pi, \\ \frac{\Delta \phi'_A + \Delta \phi'_B - 2\pi}{2}, \left| \Delta \phi'_A - \Delta \phi'_B \right| > \pi. \end{cases}$$
(5.10)

При этом возникают фазовые ошибки – разность фаз в каждой точке приема не равна 0 рад. Однако фазовая поправка, определенная как (5.10) позволяет выровнять модули фазовых ошибок:

$$\Delta \phi_{\text{out}} = \left| \Delta \phi'_{A} - \Delta \phi' \right| = \left| \Delta \phi'_{B} - \Delta \phi' \right| = \begin{cases} \Delta \Phi_{\text{out}}, \ \Delta \Phi_{\text{out}} \le \pi/2, \\ \pi - \Delta \Phi_{\text{out}}, \ \Delta \Phi_{\text{out}} > \pi/2, \end{cases}$$
(5.11)

где 
$$\Delta \Phi_{\text{ош}} = \frac{1}{2} \left( \left[ \frac{2\pi}{\lambda} \left( R'_{1A} - R'_{2A} - R'_{1B} + R'_{2B} \right) \right] \mod 2\pi \right)$$
 лежит в пределах [0;  $\pi$ ).

Заметим, что  $\Delta \phi_{om}$  – случайная величина. Это вытекает из того, что фактические расстояния между антеннами и излучателями определяются как:

$$R'_{ij} = R_{ij} + \Delta R_{ij}, \qquad (5.12)$$

где  $R_{ij}$  – это расстояние от *j*-ой антенны до точки излучения *i*, имеющей требуемые координаты;  $\Delta R_{ij}$  – это изменение расстояния между *j*-ой антенной и *i*-ым излучателей, обусловленное его неточным расположением и имеющее случайный характер.

Полученное соотношение (5.11) определяет величину фазовой ошибки. Однако оно не позволяет сформулировать пути её минимизации. Так как Δφ<sub>ош</sub> – случайная величина, ограничимся рассмотрением наихудшего случая. А именно получим соотношение для расчета максимума Δφ<sub>ош</sub>.

Выполним следующие преобразования.

Во-первых, учтем, что для точек с требуемыми координатами выполняется (1.7):

$$\begin{cases} R_{1A} - R_{2A} = n\lambda \\ R_{1B} - R_{2B} = k\lambda \end{cases}, \ n, k \in \mathbb{Z}, \end{cases}$$

тогда для (5.11) с учетом (5.12) мы можем записать:

$$\Delta \Phi_{\text{oIII}} = \frac{1}{2} \left( \left[ \frac{2\pi}{\lambda} \left( \Delta R_{1A} - \Delta R_{2A} - \Delta R_{1B} + \Delta R_{2B} \right) \right] \mod 2\pi \right).$$
(5.13)

Во-вторых, точность позиционирования должна удовлетворять условию  $|\Delta R_{ij}| \ll \lambda$ , иначе в соответствии с (5.11) и (5.13)  $\Delta \phi_{\text{ош}}$  может достигать  $\pi/2$ . Учитывая это, преобразуем (5.11) и (5.13) к виду:

$$\Delta \phi_{\text{oIII}} = \frac{\pi}{\lambda} \left| \Delta R_{1A} - \Delta R_{1B} + \Delta R_{2B} - \Delta R_{2A} \right|.$$
 (5.14)

В-третьих, очевидно, что  $|\Delta R_{ij}| \ll R_{ij}$ . Тогда изменение расстояния от *j*-ой антенны до *i*-го излучателя может быть определено по формуле:

$$\Delta R_{ij} = \left(\overrightarrow{\Delta l_i}, \overrightarrow{R_{ij}}\right) / R_{ij} = \left(\overrightarrow{\Delta l_i}, \overrightarrow{e_{ij}}\right), \tag{5.15}$$

где  $\overrightarrow{\Delta l_i}$  – вектор случайного смещения *i*-го излучателя от требуемого местоположения,  $\overrightarrow{R_{ij}}$  – вектор, проведенный из точки приема *j* в точку излучения *i*,  $\overrightarrow{e_{ij}} = \overrightarrow{R_{ij}} / R_{ij}$  – вектор единичной длины, сонаправленный с  $\overrightarrow{R_{ij}}$ .

Подставляем (5.15) в (5.14) и после преобразований получаем:

$$\Delta \phi_{\text{OIII}} = \frac{\pi}{\lambda} \left| \left( \overrightarrow{\Delta l_1}, \overrightarrow{\Delta e_{1AB}} \right) + \left( \overrightarrow{\Delta l_2}, \overrightarrow{\Delta e_{2BA}} \right) \right|, \tag{5.16}$$

где  $\overrightarrow{\Delta e_{1AB}} = \overrightarrow{e_{1A}} - \overrightarrow{e_{1B}}, \ \overrightarrow{\Delta e_{2BA}} = \overrightarrow{e_{2B}} - \overrightarrow{e_{2A}}.$ 

Из (5.16) получаем соотношение для расчета фазовой ошибки в наихудшем случае:

$$\Delta \phi_{\text{OIII max}} = \frac{\pi}{\lambda} \left[ \left( \overrightarrow{\Delta l_1}, \overrightarrow{\Delta e_{1AB}} \right)_{\text{max}} + \left( \overrightarrow{\Delta l_2}, \overrightarrow{\Delta e_{2BA}} \right)_{\text{max}} \right] = \frac{\pi \Delta l}{\lambda} \left( \Delta e_{1AB} + \Delta e_{2BA} \right),$$
(5.17)

где

це  $\left(\overrightarrow{\Delta l_i}, \overrightarrow{\Delta e_i}\right)_{\max} = -\left(\overrightarrow{\Delta l_i}, \overrightarrow{\Delta e_i}\right)_{\min} = \Delta l \cdot \Delta e_i, \qquad \Delta l -$ допустимая ошибка

позиционирования (максимум модуля вектора  $\overrightarrow{\Delta l_i}$ ).

Отдельно распишем слагаемые из (5.17).

Длина вектора  $\Delta e_{1AB}$  определяется в соответствии с теоремой косинусов [82]:

$$\Delta e_{1AB} = \sqrt{\left|\overrightarrow{e_{1A}}\right|^2 + \left|\overrightarrow{e_{1B}}\right|^2 - 2\left|\overrightarrow{e_{1A}}\right|\left|\overrightarrow{e_{1B}}\right|\cos\beta} = \sqrt{2(1-\cos\beta)}, \quad (5.18)$$

где  $\beta$  – угол между векторами  $\overrightarrow{R_{1A}}$  и  $\overrightarrow{R_{1B}}$  – определяется местоположением 1го излучателя и рассчитывается по формуле:

$$\cos\beta = \frac{x_1(x_1-b) + y_1^2 + z_1^2}{\sqrt{x_1^2 + y_1^2 + z_1^2}\sqrt{(x_1-b)^2 + y_1^2 + z_1^2}}.$$
(5.19)

Длина вектора  $\Delta e_{2BA}$  определяется соотношениями, аналогичными (5.18) и (5.19).

Наконец, после подстановки (5.19) и (5.18) в (5.17) искомое соотношение для расчета фазовой ошибки в наихудшем случае имеет вид:

$$\Delta \phi_{\text{offit max}} = \frac{\sqrt{2}\pi\Delta l}{\lambda} \begin{bmatrix} \sqrt{1 - \frac{x_1(x_1 - b) + y_1^2 + z_1^2}{\sqrt{x_1^2 + y_1^2 + z_1^2}\sqrt{(x_1 - b)^2 + y_1^2 + z_1^2}} + \\ + \sqrt{1 - \frac{x_2(x_2 - b) + y_2^2 + z_2^2}{\sqrt{x_2^2 + y_2^2 + z_2^2}\sqrt{(x_2 - b)^2 + y_2^2 + z_2^2}} \end{bmatrix}.$$
 (5.20)

Соотношение (5.20) устанавливает связь максимума фазовой ошибки с координатами пары излучателей, точностью их позиционирования и параметрами испытываемой МА.

В случае большего количества излучателей максимум фазовой ошибки определяется как максимум среди всех значений, рассчитываемых для каждой пары:

$$\Delta \phi_{\text{our max}} = \max \left( \Delta \phi_{\text{our max 1}}, \Delta \phi_{\text{our max 2}}, ..., \Delta \phi_{\text{our max }N} \right).$$

где  $\Delta \phi_{\text{ош max } i}$  рассчитывается по (5.20).

Вместо расчета значений  $\Delta \phi_{\text{ош max }i}$  можно ограничиться оценкой максимума максиморум фазовой ошибки. Выражение для  $\Delta \phi_{\text{ош max max}}$  следует из (5.17) – (5.19) при условии  $\Delta e_i \rightarrow \Delta e_{i \max}$ :

$$\Delta \phi_{\text{oIII max max}} = \frac{2\pi\Delta l}{\lambda} \sqrt{\frac{b^2}{\left(b/2\right)^2 + y^2 + z^2}},$$
(5.21)

где  $y = \min(y_1, y_2, ..., y_N), z = \min(z_1, z_2, ..., z_N).$ 

Таким образом, получены соотношения для расчета максимума фазовой ошибки (5.20) и её предельно достижимого максимума (5.21). Величина  $\Delta \phi_{\text{ош max}}$  характеризует верхнюю границу для значения модуля разности фаз откалиброванных сигналов в обеих точках приема. Для конфигураций из большего числа излучателей используется  $\Delta \phi_{\text{ош max max}}$ . Гарантируется, что модуль разности фаз любой пары излучателей в обеих точках приема не превосходит значения  $\Delta \phi_{\text{ош max max}}$ .

Из полученных соотношений (5.20) и (5.21) видно, что фазовая ошибка может быть уменьшена путем:

- 1. увеличения расстояния между матрицей и антеннами МА;
- 2. повышения точности позиционирования излучателей;

Также МА с меньшим расстоянием между приемными антеннами и большей длиной волны соответствуют меньшие значения фазовой ошибки.

В качестве примера рассмотрим матрицу, изображенную на Рисунке 2.1. Пусть ошибка позиционирования излучателей МИ  $\Delta l = 1$  мм. Излучатели 4точечной матрицы лежат на одной прямой y = 4,437 м, z = 0 м. Параметры системы b = 1 м,  $\lambda = 3$  см. Тогда максимальное значение разности фаз любой пары откалиброванных сигналов не превышает  $\Delta \phi_{\text{ош max max}} = 2,69^{\circ}$ . В частности, для пары точек с координатами  $x_1 = -0,903$  м,  $x_2 = 0,097$  м максимум фазовой ошибки  $\Delta \phi_{\text{ош max 1}} = 2,56^{\circ}$ .

Увеличим расстояние между МА и матрицей с сохранением углового размера матрицы:  $x_1 = -2,126$  м,  $x_2 = -0,139$  м,  $x_3 = 1,139$  м,  $x_4 = 3,126$  м, прямая расположения излучателей y = 10,611 м, z = 0 м. Расчетные значения ошибок  $\Delta \phi_{\text{ош max max}} = 1,13^{\circ}$  и  $\Delta \phi_{\text{ош max max}} = 1,1^{\circ}$  уменьшились, что подтверждает сделанные выводы о зависимости величины фазовой ошибки от расстояния между антенной системой РЛС и матрицей излучателей.

#### 5.1.3. Перемещение излучателей матрицы в одну плоскость

Рассмотрим некоторую матрицу, сигналы которой сфокусированы в двух точках приема. Координаты излучателей ( $x_i$ ,  $y_i$ ,  $z_i$ ). В общем случае излучатели не лежат в одной плоскости, что усложняет реализацию матрицы. Переместим их в одну плоскость, в точки с координатами ( $x_{0i}$ ,  $y_{0i}$ ,  $z_{0i}$ ) с нулевой ошибкой позиционирования (Рисунок 5.3). Очевидно, что при этом будут нарушены фазовые соотношения между принимаемыми сигналами.



Рисунок 5.3. Перемещение излучателей матрицы, сигналы которой сфокусированы в двух точках приема, в одну плоскость 1, ..., *N* – излучатели исходной матрицы, 1<sub>0</sub>, ..., *N*<sub>0</sub> – точки одной плоскости, в которые перемещены излучатели исходной матрицы,

 $\overrightarrow{\Delta l_i}$  – векторы перемещений

Для расчета возникающих фазовых ошибок мы можем использовать результаты предыдущего подпункта. Действительно, в *nn. 5.1.2* рассматривалась ситуация случайного перемещения излучателей, обусловленная неточным позиционированием. Здесь же перемещение осуществляется целенаправленно. Тогда фазовую ошибку для *i*-ой пары излучателей мы можем рассчитать с помощью (5.11):

$$\Delta \phi_{\text{our }i} = \begin{cases} \Delta \Phi_{\text{our }i}, \ \Delta \Phi_{\text{our }i} \le \pi/2, \\ \pi - \Delta \Phi_{\text{our }i}, \ \Delta \Phi_{\text{our }i} > \pi/2, \end{cases}$$
(5.22)  
rge 
$$\Delta \Phi_{\text{our }i} = \frac{1}{2} \Biggl( \Biggl[ \frac{2\pi}{\lambda} \Bigl( \Biggl( \overrightarrow{\Delta l_i}, \overrightarrow{\Delta e_{i_{AB}}} \Bigr) + \Bigl( \overrightarrow{\Delta l_{i+1}}, \overrightarrow{\Delta e_{i+1_{BA}}} \Bigr) \Bigr) \Biggr] \mod 2\pi \Biggr).$$

Так как местоположения излучателей известны, мы можем рассчитать координаты вектора перемещения *i*-го излучателя  $\overrightarrow{\Delta l_i}(\Delta x_i, \Delta y_i, \Delta z_i)$ :

$$\Delta x_i = x_i - x_{0i}, \ \Delta y_i = y_i - y_{0i}, \ \Delta z_i = z_i - z_{0i}.$$
(5.23)

Координаты векторов  $\overrightarrow{\Delta e_{i_{AB}}}$  и  $\overrightarrow{\Delta e_{i+1_{BA}}}$  из (5.22) рассчитываются исходя из определения, данного для соотношения (5.16):

$$\overrightarrow{\Delta e_{i_{AB}}} = \overrightarrow{e_{i_{A}}} - \overrightarrow{e_{i_{B}}} = \frac{\overrightarrow{R_{i_{A}}}}{R_{i_{A}}} - \frac{\overrightarrow{R_{i_{B}}}}{R_{i_{B}}}, \ \overrightarrow{\Delta e_{i+1_{BA}}} = \overrightarrow{e_{i+1_{B}}} - \overrightarrow{e_{i+1_{A}}} = \frac{\overrightarrow{R_{i+1_{B}}}}{R_{i+1_{A}}} - \frac{\overrightarrow{R_{i+1_{A}}}}{R_{i+1_{A}}}.$$
(5.24)

Выражения для скалярных произведений, входящих в (5.22), с учетом (5.23) и (5.24) имеют вид:

$$\begin{split} \left( \overline{\Delta l_{i}}, \overline{\Delta e_{i}} \right) &= \Delta x_{i} \left( \frac{x_{i}}{\sqrt{x_{i}^{2} + y_{i}^{2} + z_{i}^{2}}} - \frac{x_{i} - b}{\sqrt{(x_{i} - b)^{2} + y_{i}^{2} + z_{i}^{2}}} \right) + \\ &+ \Delta y_{i} \left( \frac{y_{i}}{\sqrt{x_{i}^{2} + y_{i}^{2} + z_{i}^{2}}} - \frac{y_{i}}{\sqrt{(x_{i} - b)^{2} + y_{i}^{2} + z_{i}^{2}}} \right) + \\ &+ \Delta z_{i} \left( \frac{z_{i}}{\sqrt{x_{i}^{2} + y_{i}^{2} + z_{i}^{2}}} - \frac{z_{i}}{\sqrt{(x_{i} - b)^{2} + y_{i}^{2} + z_{i}^{2}}} \right) + \\ \left( \overline{\Delta l_{i+1}}, \overline{\Delta e_{i+1}} \right) &= \Delta x_{i+1} \left( \frac{x_{i+1} - b}{\sqrt{(x_{i+1} - b)^{2} + y_{i+1}^{2} + z_{i+1}^{2}}} - \frac{x_{i+1}}{\sqrt{x_{i+1}^{2} + y_{i+1}^{2} + z_{i+1}^{2}}} \right) + \\ &+ \Delta y_{i+1} \left( \frac{y_{i+1}}{\sqrt{(x_{i+1} - b)^{2} + y_{i+1}^{2} + z_{i+1}^{2}}} - \frac{y_{i+1}}{\sqrt{x_{i+1}^{2} + y_{i+1}^{2} + z_{i+1}^{2}}} \right) + \\ \end{split}$$
(5.26)

$$+\Delta z_{i+1} \left( \frac{z_{i+1}}{\sqrt{(x_{i+1}-b)^2 + y_{i+1}^2 + z_{i+1}^2}} - \frac{z_{i+1}}{\sqrt{x_{i+1}^2 + y_{i+1}^2 + z_{i+1}^2}} \right).$$

Таким образом, получены соотношения (5.22), (5.25) и (5.26) для расчета фазовой ошибки *i*-ой пары излучателей. Она полностью определяется координатами излучателей и приемных антенн, координатами векторов перемещений излучателей и длиной волны. В качестве фазовой ошибки всей конфигурации выбирается максимальное значение из рассчитанных  $\Delta \phi_{\text{om }i}$ .

$$\Delta \phi_{\text{ourmax}} = \max \left( \Delta \phi_{\text{ourl}1}, \ \Delta \phi_{\text{ourl}2}, \ \dots, \ \Delta \phi_{\text{ourN}-1} \right), \tag{5.27}$$

Величина  $\Delta \phi_{\text{ош max}}$  позволяет определить, допустимо ли перемещение излучателей матрицы, сигналы которой сфокусированы в нескольких точках приема, в одну плоскость.

В соответствии с (5.22), (5.25) и (5.26) минимизация значения  $\Delta \phi_{\text{ош max}}$  достигается при:

1. условии синтеза матрицы, обеспечивающем как можно меньшие значения  $\Delta x_i$ ,  $\Delta y_i$ ,  $\Delta z_i$ ;

2. увеличении расстояния между матрицей и антеннами РЛС.

В качестве примера рассмотрим 7-точечную одномерную матрицу, сигналы которой сфокусированы в двух точках приема (Рисунок 2.2). Координаты излучателей (Таблица 2.1): **x** = (-0,917; -0,421; 0,046; 0,5; 0,954; 1,421; 1,917) м, **y** = (5,032; 5,007; 4,995; 5; 4,995; 5,007; 5,032) м.

Осуществим перемещение излучателей на прямую y = 5 м. Векторы перемещений имеют вид  $\overrightarrow{\Delta l_i}(0, \Delta y_i, 0)$ . Координаты этих векторов:  $\Delta \mathbf{y} = (-0,032; -0,007; 0,005; 0; 0,005; -0,007; -0,032)$  м.

Используя (5.22), (5.25) – (5.27), рассчитаем значения фазовых ошибок и выделим среди них максимальное (Таблица 5.1).

Таблица 5.1. Фазовые ошибки при перемещении излучателей на одну прямую

№ пары излучателей	Δφ <sub>ош i</sub> , град	$\Delta \phi_{ m out\ max}$ , град
1	8,02	
2	1,979	8,02
3	0,531	

№ пары излучателей	Δфош <i>і</i> , град	Δфош max, град
4	0,531	
5	1,979	
6	8,02	

Покажем, что сформулированные выше положения позволяют добиться уменьшения  $\Delta \phi_{\text{ош max}}$ .

Во-первых, величина max( $\Delta y$ ) может быть уменьшена, если излучатели переносить на прямую  $y = (y_{max} + y_{min})/2 = (5,032 + 4,995)/2 = 5,014$  м. Тогда  $\Delta \phi_{out max} = 6,818^{\circ}$ .

Во-вторых, увеличим в два раза расстояние между матрицей и системой с сохранением углового размера матрицы:  $\mathbf{x} = (-2,639; -1,644; 0,405; 0,5; 1,405; 2,644; 3,639)$  м,  $\mathbf{y} = (9,969; 9,968; 10,004; 10; 10,004; 9,968; 9,969)$  м. При перемещении излучателей на прямую y = 9,986 м обеспечивается  $\Delta \phi_{\text{ош max}} = 3,165^{\circ}$ .

Таким образом, величина ∆ф<sub>ош max</sub> была уменьшена с 8,02° сперва до 6,818°, а затем до 3,165°, что подтверждает сделанные выводы о возможностях минимизации фазовой ошибки.

В заключение данного подпункта отметим следующее. Соотношения (5.22), (5.25) – (5.26) получены в предположении, что перемещение излучателей плоскость происходит нулевой ошибкой В одну с позиционирования. В действительности разместить излучатели абсолютно точно в точках с требуемыми координатами невозможно. В таком случае имеет место результирующая фазовая ошибка  $\Delta \Phi_{P om}$ , обусловленная одновременно и переносом излучателей, и их неточным расположением. Используя свойство линейности скалярного произведения для соотношений (5.17) и (5.22), не трудно показать, что  $\Delta \Phi_{P \text{ om}}$  – это результат алгебраического суммирования ошибки, обусловленной переносом излучателей (5.22), и ошибки, обусловленной их неточным позиционированием (5.17).
5.2. Ошибки моделирования матрицы, построенной на основе подхода компенсации сигналов

Геометрические модели, лежащие в основе когерентных МИ и полученные в разделе №4, обеспечивают имитацию КЦИ независимо для двух антенн. Это достигнуто за счет использования подхода компенсации сигналов. Очевидно, что неполная компенсация (например, в результате взвешивания ДН направленной антенны) приводит к появлению нежелательного несинфазного сигнала и, как следствие, к возникновению ошибок моделирования.

Исследуем данные ошибки в виде смещения углового положения КЦИ от требуемого положения. Для этого используем результаты работ [91-93], посвященные изучению ошибок моделирования когерентных синфазных и несинфазных моделей.

Соотношение для расчета ошибок моделирования в виде смещения углового положения КЦИ для несинфазной одномерной модели может быть записано как [92]:

$$\Delta \alpha(\alpha) = \begin{cases} \frac{a_{1}(\alpha)}{2a_{2}(\alpha)} + \sqrt{\left(\frac{a_{1}(\alpha)}{2a_{2}(\alpha)}\right)^{2} + \frac{\delta E_{H}(\alpha)}{a_{2}(\alpha)}}, & \text{при } \frac{a_{1}(\alpha)}{2a_{2}(\alpha)} < 0, \\ \frac{a_{1}(\alpha)}{2a_{2}(\alpha)} - \sqrt{\left(\frac{a_{1}(\alpha)}{2a_{2}(\alpha)}\right)^{2} + \frac{\delta E_{H}(\alpha)}{a_{2}(\alpha)}}, & \text{при } \frac{a_{1}(\alpha)}{2a_{2}(\alpha)} \ge 0, \end{cases}$$
(5.28)

где а – текущая угловая координата сканирования ДН;  $a_1(\alpha) = dF(x)/dx|_{x=\alpha}$ ,  $a_2(\alpha) = 0.5 dF^2(x)/dx^2|_{x=\alpha}$  – параметры аппроксимации ДНА  $F(\alpha)$  полиномом второй степени;  $\delta E_{\mu}(\alpha) = F_{\mu}(\alpha) - F(\alpha - \alpha_0)$  – нормированная функция ошибки;  $\alpha_0$  – угловая координата КЦИ;  $F_{\mu}(\alpha)$  – эквивалентная искаженная нормированная ДНА.

Раскроем смысл функций, входящих в (5.28).

Функция *F<sub>u</sub>*(α) – это интерпретация ошибок моделирования в виде эквивалентной искаженной нормированной ДНА. Для несинфазной когерентной модели она определяется соотношением [93]:

$$F_{\mu}(\alpha) = \left| \sum_{i=1}^{N} \dot{E}_{i} F(\alpha - \alpha_{i}) \right| / \max\left( \left| \sum_{i=1}^{N} \dot{E}_{i} F(\alpha - \alpha_{i}) \right| \right) \right|_{\alpha},$$

где  $\dot{E}_i = E_i \exp(-j\phi_i)$  – комплексная амплитуда сигнала *i*-го излучателя в точке наблюдения,  $\alpha_i$  – угловая координата *i*-го излучателя.

 $\delta E_{\rm H}(\alpha)$  – нормированная функция ошибки – характеризует эквивалентные искажения ДНА (изменения формы, ширины и т.д.) и представляет собой разность нормированных эквивалентной искаженной и неискаженной ДН [92].

**Примечание 5.1.** Для несинфазных моделей величина  $\Delta \alpha$  может принимать комплексные значения (5.28), которые не имеют физической интерпретации. Это означает, что неверно определен знак  $\delta E_{\rm H}(\alpha)$ . Поэтому для  ${\rm Im}(\Delta \alpha) \neq 0$  необходимо в (5.28) вместо  $\delta E_{\rm H}(\alpha)$  использовать  $-\delta E_{\rm H}(\alpha)$ .

С помощью численных расчетов исследуем ошибки моделирования в виде смещения КЦИ (5.28) для одномерной 5-точечной модели для точки наблюдения A (Рисунок 4.6) при различных  $\Delta \xi_A$  и  $\Delta \xi_B$ . (В силу симметрии конфигурации результаты будут справедливы и для точки наблюдения B.)

Для значений  $\Delta \xi_A = \{-0,5; 0,5\}, \Delta \xi_B = \{-0,5; 0; 0,5\}$  и аппроксимаций ДНА функциями  $F(\varepsilon) = (\sin(k\alpha)/(k\alpha))^2$  и  $F(\alpha) = \cos^2(k\alpha)$  приведены графики зависимости нормированного смещения цели  $\Delta \alpha(\alpha)/\alpha_M$  (где  $\alpha_M$  – половина углового размера синфазной модели,  $\alpha$  – текущая угловая координата сканирования диаграммой направленности) (Рисунки 5.4 – 5.7).



Рисунок 5.4. Графики зависимости нормированного смещения КЦИ  $\Delta \alpha(\alpha)/\alpha_{\rm M}$  при  $\Delta \xi_A = -0.5$  и  $\Delta \xi_B = \{-0.5; 0; 0.5\}$ 

 $F(\alpha) - ДНА; \Delta \alpha_{\kappa} - угловой размер всей конфигурации; \Delta \alpha_{c}(\alpha)/\alpha_{M} - нормированное смещение КЦИ для эквивалентной синфазной модели$ 

111



Рисунок 5.5. Графики зависимости нормированного смещения КЦИ  $\Delta \alpha(\alpha)/\alpha_{\rm M}$  при  $\Delta \xi_A = 0,5$  и  $\Delta \xi_B = \{-0,5; 0; 0,5\}$ 

 $F(\alpha) - ДНА; \Delta \alpha_{\kappa} - угловой размер всей конфигурации; \Delta \alpha_{c}(\alpha) / \alpha_{M}$  – нормированное смещение КЦИ для эквивалентной синфазной модели

112



Рисунок 5.6. Графики зависимости нормированного смещения КЦИ  $\Delta \alpha(\alpha)/\alpha_{\rm M}$  при  $\Delta \xi_A = -0.5$  и  $\Delta \xi_B = \{-0.5; 0; 0.5\}$ 

 $F(\alpha) - ДНА; \Delta \alpha_{\kappa} - угловой размер всей конфигурации; <math>\Delta \alpha_{c}(\alpha) / \alpha_{M} -$ нормированное смещение КЦИ для эквивалентной синфазной модели



Рисунок 5.7. Графики зависимости нормированного смещения КЦИ  $\Delta \alpha(\alpha) / \alpha_{\rm M}$  при  $\Delta \xi_A = 0,5$  и  $\Delta \xi_B = \{-0,5; 0; 0,5\}$ 

 $F(\alpha) - ДНА; \Delta \alpha_{\kappa} - угловой размер всей конфигурации; <math>\Delta \alpha_{c}(\alpha) / \alpha_{M} -$ нормированное смещение КЦИ для эквивалентной синфазной модели

На основе графического анализа зависимости (5.28) (и Рисунков (5.4) – (5.7), в частности) были сделаны следующие выводы.

1. При имитации КЦИ полученной 5-точечной моделью (раздел № 4) наблюдаются его смещения от требуемого положения. В пределах ширины ДНА уровень этих ошибок незначительно превосходит те, что соответствуют эквивалентной синфазной 2-точечной модели. Данный результат не противоречит результатам работ [92, 93].

2. Зависимость  $\Delta \alpha(\alpha)/\alpha_{\rm M}$  крайне чувствительна к изменению положения КЦИ, имитируемого для антенны  $B(\Delta \xi_B)$ . Бо́льшим значениям  $\Delta \xi_B$ соответствуют бо́льшие ошибки моделирования. Это обосновывается тем, что сигналы излучателей №2 и 5 в точке приема A компенсируется сигналом 3-го излучателя не полностью, так как они взвешиваются ДН с разными коэффициентами. Точки излучения №2 и 3 расположены относительно недалеко друг от друга, поэтому взвешиваются ДН с близкими по значению коэффициентами. В отличие от точки №5, которая значительно удалена от них. Поэтому с ростом мощности сигнала 2-го излучателя (что приводит к уменьшению значения  $\Delta \xi_B$ ) снижается мощность принимаемого несинфазного сигнала. Как следствие, снижается величина смещения КЦИ.

3. Функция смещения КЦИ  $\Delta \alpha(\alpha)/\alpha_{\rm M}$  практически не зависит от положения КЦИ для рассматриваемой антенны *A* ( $\Delta \xi_A$ ). Незначительные изменения зависимости  $\Delta \alpha(\alpha)/\alpha_{\rm M}$  при изменении  $\Delta \xi_A$  обусловлены асимметрией матрицы относительно точки приема.

4. Чем ближе ДНА к изотропной, тем меньше величина смещения КЦИ. Это обусловлено тем, что сигналы излучателей №2, 3 и 5, которые должны взаимокомпенсироваться в точке приема *A*, взвешиваются ДН с разными коэффициентами. И чем ближе эти коэффициенты по значению друг к другу, тем ниже мощность принимаемого несинфазного сигнала и, как следствие, ниже ошибки моделирования.

5.3. Ошибки моделирования при имитации эхосигналов с модуляцией

Как было отмечено, подход кратных фаз используется в обоих предложенных подходах к построению матрицы как для имитации общего КЦИ для нескольких приемных антенн, так и для имитации КЦИ независимо для каждой приемной антенны.

Подход кратных фаз предполагает использование моногармонического сигнала. Вместе с тем реальные сигналы модулированы и теоретически обладают спектром с бесконечной шириной.

Рассмотрим относительно точки приема *А* матрицу из двух излучателей, сигналы которой сфокусированы в двух точках приема (Рисунок 5.8).



Рисунок 5.8. Конфигурация из 2 излучателей, сигналы которой сфокусированы в 2 точках приема

Запишем соотношения для принимаемых сигналов с учетом их амплитудно-угловой модуляции:

$$s_{1}(t) = A_{1}(t - t_{z1})\cos(2\pi f_{0}(t - t_{z1}) + \varphi(t - t_{z1})),$$
  
$$s_{2}(t) = A_{2}(t - t_{z2})\cos(2\pi f_{0}(t - t_{z2}) + \varphi(t - t_{z2})),$$

где A(t) – закон изменения амплитуды,  $\varphi(t)$  – закон изменения начальной фазы,  $t_{z1} = R_1/c$  и  $t_{z2} = R_2/c$  – задержки сигналов.

Излучатели матрицы расположены так, чтобы сигналы с частотой гармоники несущего колебания (или центральной частоты в спектре эхосигнала) были сфокусированы в точках приема:

$$2\pi f_0(t_{z2} - t_{z1}) = \frac{2\pi f_0}{c} (R_2 - R_1) = \frac{2\pi f_0}{c} n\lambda_0 = 2\pi n, \ n \in \mathbb{Z}, \quad (5.29)$$

где *n* – целое число, равное разности расстояний между антенной и излучателями, выраженной в длинах волн.

Вместе с тем оказываются смещены относительно друг друга по фазе медленно изменяющиеся модуляционные процессы. Это приводит к флуктуациям положения КЦИ около точки, соответствующей задаваемому положению. Исследуем эти флуктуации для различных типовых видов модуляции.

## 5.3.1. Сигнал с амплитудной однотональной модуляцией

Рассмотрим сигнал однотональной амплитудной модуляции:

$$s(t) = A(1 + m\cos(2\pi Ft))\cos(2\pi f_0 t),$$

где *т* – индекс модуляции.

Пусть этот сигнал подается на излучатели. Запишем соотношения для амплитуд, приведенных в точку приема:

$$A_{1}(t) = A \Big[ 1 + m \cos \Big( 2\pi F \big( t - t_{z1} \big) \Big) \Big], \qquad (5.30)$$

$$A_{2}(t) = Az_{0} \Big[ 1 + m \cos \Big( 2\pi F \big( t - t_{z2} \big) \Big) \Big], \qquad (5.31)$$

где *z*<sub>0</sub> – амплитудный коэффициент, определяемый (1.1).

Из (5.30) и (5.31) следует, что величина отношения амплитуд зависит от времени:

$$z(t) = \frac{A_2(t)}{A_1(t)} = z_0 \frac{1 + m\cos(2\pi F(t - t_{z2}))}{1 + m\cos(2\pi F(t - t_{z1}))},$$
(5.32)

На основании (5.32) с учетом (1.1) делаем вывод, что положение КЦИ будет флуктуировать в некотором диапазоне. Значения границ этого диапазона соответствуют экстремумам (5.32). Получим соотношения для расчета этих значений. Для этого преобразуем (5.32) с учетом (5.29):

$$z(t) = z_0 \left[ 1 + \frac{2m\sin\left(\frac{\pi nF}{f_0}\right)\sin\left(2\pi Ft - 2\pi F\frac{t_{z1} + t_{z2}}{2}\right)}{1 + m\cos\left(2\pi Ft - 2\pi Ft_{z1}\right)} \right].$$
 (5.33)

Для функции (5.33) не составляет труда найти её экстремальные значения аналитическим поиском [82]:

$$z_{\max} = z_0 \left[ 1 + \frac{2m\sin\left(\frac{\pi nF}{f_0}\right)\sin\left[\arccos\left(-m\cos\left(\frac{\pi nF}{f_0}\right)\right)\right]}{1 + m\cos\left[\arccos\left(-m\cos\left(\frac{\pi nF}{f_0}\right)\right) + \frac{\pi nF}{f_0}\right]} \right], \quad (5.34)$$

$$z_{\min} = z_0 \left[ 1 + \frac{2m\sin\left(\frac{\pi nF}{f_0}\right)\sin\left[-\arccos\left(-m\cos\left(\frac{\pi nF}{f_0}\right)\right)\right]}{1 + m\cos\left[-\arccos\left(-m\cos\left(\frac{\pi nF}{f_0}\right)\right) + \frac{\pi nF}{f_0}\right]} \right]. \quad (5.35)$$

Для большинства случаев  $\frac{\pi nF}{f_0}$  <<br/> 1. Тогда (5.34) и (5.35) упрощаются к

виду:

$$z_{\max} \approx z_0 \left[ 1 + \frac{2m}{\sqrt{1 - m^2}} \cdot \frac{\pi nF}{f_0} \right], \tag{5.36}$$

$$z_{\min} \approx z_0 \left[ 1 - \frac{2m}{\sqrt{1 - m^2}} \cdot \frac{\pi nF}{f_0} \right].$$
 (5.37)

Соотношения (5.36) и (5.37) не могут быть использованы при  $m \rightarrow 1$ .

Найденные выражения (5.34) – (5.37) с учетом (1.1) позволяют рассчитать границы диапазона флуктуаций положения КЦИ.

Рассмотрим пример. Для типовых значений F = 10 кГц,  $f_0 = 10$  ГГц, m = 0,8 и n = 10 построим зависимость ширины диапазона флуктуаций КЦИ от  $z_0$ , используя логарифмический масштаб по оси  $z_0$  (Рисунок 5.9):



$$\Delta_{\xi} = \Delta \xi_{\max} - \Delta \xi_{\min} = \frac{z_{\max} - 1}{z_{\max} + 1} - \frac{z_{\min} - 1}{z_{\min} + 1}.$$

Рисунок 5.9. Зависимость ширины диапазона флуктуаций от *z*0

Из Рисунка 5.9 видим, что диапазон флуктуаций положения КЦИ не превышает 0,0084% от половины базы матрицы излучателей. Причем экстремум достигается при  $z_0 = 1$ .

### 5.3.2. Сигнал с линейной частотной модуляцией

Рассмотрим сигнал, представляющий собой радиоимпульс с линейной частотной модуляцией (ЛЧМ):

$$s(t) = A\cos\left[2\pi\left(f_0 - \frac{\Delta f}{2}\right)t + \beta \frac{t^2}{2}\right],$$

где  $\Delta f$  – девиация частоты,  $\beta = 2\pi \frac{\Delta f}{T_c}$  – скорость нарастания частоты,  $T_c$  –

длительность импульса.

Пусть этот сигнал подается на излучатели. Как было указано выше, в точку приема они приходят с разными задержками. При этом величина разности фаз сигналов линейно зависит от времени, так как величина разности частот – ненулевая константа.

В соответствии с (1.1) изменения разности фаз приводят к флуктуациям положения КЦИ. Получим соотношения для расчета границ диапазона флуктуаций.

Запишем выражения для фаз сигналов, приведенных в точку приема:

$$\psi_1(t) = 2\pi \left( f_0 - \frac{\Delta f}{2} \right) (t - t_{z1}) + \beta \frac{\left(t - t_{z1}\right)^2}{2}, \qquad (5.38)$$

$$\Psi_{2}(t) = 2\pi \left(f_{0} - \frac{\Delta f}{2}\right) (t - t_{z2}) + \beta \frac{(t - t_{z2})^{2}}{2}.$$
 (5.39)

Функция разности фаз вытекает из (5.38) и (5.39) и после преобразований имеет вид:

$$\Delta \psi(t) = \psi_2(t) - \psi_1(t) = \frac{\pi n \Delta f}{f_0} \left( 1 + \frac{t_{z1} + t_{z2} - 2t}{T_c} \right).$$
(5.40)

Границы временного диапазона, в течение которого одновременно существуют ЛЧМ-импульсы в точке приема, равны значениям  $t_{z2}$  и  $t_{z1} + T_c$ . Так как функция (5.40) линейная, то максимальных значений модуль разности фаз достигает именно в моменты времени  $t_{z2}$  и  $t_{z1} + T_c$ :

$$\left| \Delta \Psi_{\min} \right| = \left| \Delta \Psi_{\max} \right| = \frac{\pi n \Delta f}{f_0} \left( 1 - \frac{n}{f_0 T_c} \right). \tag{5.41}$$

Соотношение (5.41) с учетом (1.1) позволяют рассчитать границы диапазона флуктуаций положения КЦИ.

Рассмотрим пример. Для типовых значений  $\Delta f = 1 \text{ М}\Gamma \mu$ ,  $f_0 = 10 \Gamma \Gamma \mu$ ,  $T_c = 10 \text{ мкс и } n = 10$  построим зависимость ширины диапазона флуктуаций от  $z_0$ , используя логарифмический масштаб по оси  $z_0$  (Рисунок 5.10):



$$\Delta_{\xi} = \Delta \xi_{\max} - \Delta \xi_0 = \frac{z_0^2 - 1}{z_0^2 + 2z_0 \cos(\Delta \psi_{\max}) + 1} - \frac{z_0 - 1}{z_0 + 1}.$$

Рисунок 5.10. Зависимость ширины диапазона флуктуаций от *z*<sub>0</sub>

Из Рисунка 5.10 видим, что диапазон флуктуаций положения КЦИ не превышает 0,000095% от половины базы матрицы излучателей.

# 5.3.2. Сигнал с фазо-кодовой манипуляцией

Рассмотрим сигнал, представляющий собой радиоимпульс с фазокодовой манипуляцией (ФКМ):

$$s(t) = A\cos\left[2\pi f_0 t + \varphi(t)\right],$$

где  $\phi(t)$  принимает значения 0 или  $\pi$ .

Пусть копии этого сигнала подаются на излучатели и зависимости начальных фаз  $\varphi_1(t)$  и  $\varphi_2(t)$  1-го и 2-го сигналов соответственно имеют вид, представленный на Рисунке 5.11.



Рисунок 5.11. Зависимости начальных фаз от времени, приведенные в точку приема

Вследствие того, что запаздывания сигналов различны  $(t_{z2} - t_{z1} \neq 0)$ , имеют место моменты времени «1», «2», и «3» (Рисунок 5.11), для которых разность фаз составляет  $\pi$ . В соответствии с (1.1) в эти моменты времени модуль нормированной координаты КЦИ больше 1 – цель наблюдается за пределами базы матрицы излучателей. Очевидно, величиной данной ошибки невозможно пренебречь – имеет значение длительность данного эффекта. Её можно вычислить следующим образом:

$$\Delta t_z = t_{z2} - t_{z1} = \frac{R_2 - R_1}{c} = \frac{n\lambda_0}{c} = nT_0.$$
(5.42)

В соответствии с (5.42) длительность смещения КЦИ составляет несколько периодов высокочастотного несущего колебания. Так для  $f_0 = 10 \ \Gamma \Gamma \mu \ u \ n = 10$  имеем  $\Delta t_z = 1$  нс.

# 5.4. Имитация отражений от подстилающей поверхности для системы КРИСС

### 5.4.1. Задание параметров КРИСС и синтез матрицы

Системы КРИСС достаточно подробно описаны в литературе [65-69]. Краткое описание основ их работы приведено в 1-м разделе.

В соответствии со сведениями, данными в [65, 69], было решено в качестве примера рассмотреть систему КРИСС со следующими параметрами.

1. Геометрические размеры антенной системы представлены на Рисунке 5.12.

2. Диаграммы направленности приемных антенн параллельны, ориентированы по нормали к подстилающей поверхности и аппроксимированы функцией  $F(\alpha) = |\sin(2,66\alpha)/(2,66\alpha)|$ . Ширина главного лепестка по уровню половинной мощности определяет угловой размер моделируемого участка подстилающей поверхности и составляет 60°.

3. Скорость движения ЛА, в состав бортовой навигационной системы которого входит данная КРИСС, лежит в пределах от 200 до 400 м/с и сонаправлена с осью *OX* введенной системы координат (Рисунок 5.12). Угол сноса равен 0.

Параметры зондирующего сигнала. Зондирующий сигнал – пачка
 из 1500 прямоугольных радиоимпульсов с длиной волны λ = 7 см.

Длительность одного радиоимпульса  $\tau_{\mu} = 10,5$  нс. Период повторения импульсов  $T_{\pi} = 7,5$  мкс.



Рисунок 5.12. Расположение антенн системы КРИСС

Используем подход компенсации сигналов к синтезу матрицы для имитации эхосигналов КРИСС. Полученные в разделе № 4 результаты указывают на необходимость выполнения условий компенсации и ортогональности для того, чтобы обеспечивалась возможность имитации КЦИ независимо для каждой приемной антенны. Однако условие ортогональности сигналов ограничивает нас: мы не можем независимо для каждой приемной антенны задавать фазу имитируемого эхосигнала.

Решим обозначенную проблему следующим образом.

В п.4.1. был сделан вывод о том, что условия взаимокомпенсации сигналов недостаточно для адекватного моделирования эхосигналов, так как сигналы излучателей матрицы взвешиваются ДНА с различными весами. Причем эти веса непостоянны и зависят от положения сканирующей ДНА. Однако особенностью работы системы КРИСС является неизменная

ориентация ДН антенн в процессе работы, а главные лепестки ДН антенн достаточно широкие и практически полностью перекрывают друг друга. Как следствие, сигнал отдельно взятого излучателя матрицы взвешивается ДН каждой антенны с практически одним и тем же весом. Это позволяет ввести предкоррекцию сигналов МИ с целью устранить влияние взвешивания сигналов ДН на результат моделирования [101].

Предкоррекция позволила отказаться от условия ортогональности и осуществить синтез матрицы лишь на основе компенсации сигналов. Существенное преимущество такого решения – возможность независимо для каждой приемной антенны задавать фазу имитируемого эхосигнала.

На первом этапе синтеза МИ был разработан его облик – расположение излучателей (Рисунок 5.13).



Рисунок 5.13. Облик матрицы излучателей для имитации эхосигналов системы КРИСС

Для антенны *A* отражения от объекта имитирует группа излучателей №1, 2, 3 и 4. Для антенны B - №1, 2, 3 и 5. Для антенны C - №1, 2, 3 и 6. Рассмотрим матрицу относительно антенны A. Обозначим сигналы излучателей с 1-го по 4-й как  $S_1$ ,  $S_2$ ,  $S_3$  и  $S_4$ . Они имитируют эхосигнал для антенны A. Чтобы эти сигналы не влияли на результат моделирования для других антенн, выполняются условия компенсации. То есть мощность сигнала  $S_4$  задается равной суммарной мощности сигналов  $S_1$ ,  $S_2$  и  $S_3$ . При этом в точке приема A они синфазны, а в двух других  $S_4$  находится в противофазе по отношению к остальным трем. Аналогичные рассуждения справедливы и относительно других двух антенн.

По сути, условие компенсации было сужено к требованию того, чтобы сигналы излучателей были синфазны либо противофазны во всех точках приема. В разделе № 4 для обеспечения требуемых фазовых соотношений в точках приема использовался подход кратных фаз. В данном случае использовались результаты по развитию подхода кратных фаз возможностью управления начальными фазами сигналов излучателей (Приложение А) [100].

Примечание 5.2. Синтез матриц на основе подхода кратных фаз для имитации эхосигналов двух- и трехантенных систем рассмотрен в первых трех разделах данной работы. Возможность управления начальными фазами сигналов излучателей развивает подход кратных фаз. Однако по своей сути данный способ не предлагает принципиально новых идей по фокусировке сигналов матриц в точках приема, но дает дополнительную степень свободы при размещении точек излучения.

Подход кратных фаз с возможностью управления начальными фазами сигналов излучателей предполагает достижение синфазности (или противофазности) сигналов в точках приема за счет расположения излучателей и задания начальных фаз сигналов. На основании этого была сформирована система уравнений:

$$\begin{cases} \left(R_{1A} - R_{2A}\right)\frac{2\pi}{\lambda} - \Delta\varphi_{2} = 2\pi n_{1}, \\ \left(R_{1A} - R_{3A}\right)\frac{2\pi}{\lambda} - \Delta\varphi_{3} = 2\pi n_{2}, \\ \left\{R_{1A} - R_{4A}\right)\frac{2\pi}{\lambda} - \Delta\varphi_{4} = 2\pi n_{3}, \\ \left(R_{1B} - R_{3B}\right)\frac{2\pi}{\lambda} - \Delta\varphi_{3} = 2\pi k_{2}, \\ \left(R_{1B} - R_{3B}\right)\frac{2\pi}{\lambda} - \Delta\varphi_{3} = 2\pi k_{2}, \\ \left(R_{1B} - R_{3B}\right)\frac{2\pi}{\lambda} - \Delta\varphi_{3} = 2\pi k_{2}, \\ \left(R_{1B} - R_{3B}\right)\frac{2\pi}{\lambda} - \Delta\varphi_{5} = 2\pi k_{3}, \\ \left(R_{1B} - R_{5B}\right)\frac{2\pi}{\lambda} - \Delta\varphi_{5} = (2k_{4} + 1)\pi, \\ \left(R_{1C} - R_{4C}\right)\frac{2\pi}{\lambda} - \Delta\varphi_{4} = (2n_{5} + 1)\pi, \\ \left(R_{1C} - R_{5C}\right)\frac{2\pi}{\lambda} - \Delta\varphi_{5} = (2k_{5} + 1)\pi, \\ \left(R_{1C} - R_{3C}\right)\frac{2\pi}{\lambda} - \Delta\varphi_{4} = 2\pi m_{1}, \\ \left(R_{1C} - R_{3C}\right)\frac{2\pi}{\lambda} - \Delta\varphi_{3} = 2\pi m_{2}, \\ \left(R_{1C} - R_{3C}\right)\frac{2\pi}{\lambda} - \Delta\varphi_{6} = 2\pi m_{3}, \\ \left(R_{1A} - R_{6A}\right)\frac{2\pi}{\lambda} - \Delta\varphi_{6} = (2m_{4} + 1)\pi, \\ \left(R_{1B} - R_{6B}\right)\frac{2\pi}{\lambda} - \Delta\varphi_{6} = (2m_{5} + 1)\pi, \\ \left(R_{1B} - R_{6B}\right)\frac{2\pi}{\lambda} - \Delta\varphi_{6} = (2m_{5} + 1)\pi, \\ \end{array}\right)$$

где  $R_{ik}$  – расстояние между *i*-м излучателем и *k*-й точкой приема;  $\lambda$  – длина волны;  $\Delta \phi_i$  – фазовая добавка к сигналу *i*-го излучателя; *n*, *k*, *m* – целые числа.

Уравнения системы (5.42) могут быть преобразованы в систему для поиска координат тройки излучателей № 1, 2 и 3:

$$\begin{cases} R_{1A} - R_{2A} - R_{1B} + R_{2B} = (n_1 - k_1)\lambda, \\ R_{1A} - R_{2A} - R_{1C} + R_{2C} = (n_1 - m_1)\lambda, \\ R_{1A} - R_{3A} - R_{1B} + R_{3B} = (n_2 - k_2)\lambda, \\ R_{1A} - R_{3A} - R_{1C} + R_{3C} = (n_2 - m_2)\lambda. \end{cases}$$
(5.43)

Система для поиска координат излучателей № 4, 5 и 6 также следует из (5.42):

$$\begin{cases} \left\{ R_{1A} - R_{4A} - R_{1B} + R_{4B} = \left[ 2\left(n_{3} - n_{4}\right) + 1 \right] \frac{\lambda}{2}, \\ R_{1A} - R_{4A} - R_{1C} + R_{4C} = \left[ 2\left(n_{3} - n_{5}\right) + 1 \right] \frac{\lambda}{2}, \\ \left\{ R_{1A} - R_{5A} - R_{1B} + R_{5B} = \left[ 2\left(k_{3} - k_{4}\right) + 1 \right] \frac{\lambda}{2}, \\ R_{1A} - R_{5A} - R_{1C} + R_{5C} = \left[ 2\left(k_{3} - k_{5}\right) + 1 \right] \frac{\lambda}{2}, \\ \left\{ R_{1A} - R_{6A} - R_{1B} + R_{6B} = \left[ 2\left(m_{3} - m_{4}\right) + 1 \right] \frac{\lambda}{2}, \\ R_{1A} - R_{6A} - R_{1C} + R_{6C} = \left[ 2\left(m_{3} - m_{5}\right) + 1 \right] \frac{\lambda}{2}. \end{cases} \right\}$$

$$(5.44)$$

Координаты излучателей были получены из (5.43) и (5.44) с помощью алгоритмов синтеза конфигураций, которые были разработаны в предыдущих разделах и используют методы численного решения систем нелинейных уравнений [87-89] (подобный алгоритм представлен в *nn.2.1.1.*):

•  $x_1 = -1,937, x_2 = 0,104, x_3 = 2,157, x_4 = 0,104, x_5 = 1,122, x_6 = -0,914;$ 

• 
$$y_1 = 5, y_2 = 5, y_3 = 5, y_4 = 5,373, y_5 = 6,294, y_6 = 6,328;$$

•  $z_1 = 3,492, z_2 = -3,992, z_3 = 3,492, z_4 = 3,473, z_5 = -0,259, z_6 = -0,26.$ 

Значения всех координат даны в метрах.

Углы между линиями визирования излучателей матрицы и осью ДН антенны *А*:  $\beta_A = (38,6; 38,6; 39,4; 32,9; 10,4; 8,5)$  град.

Углы между линиями визирования излучателей матрицы и осью ДН антенны *B*:  $\beta_B = (38,8; 38,8; 38,8; 32,6; 9,5; 9,5)$  град.

Углы между линиями визирования излучателей матрицы и осью ДН антенны  $C: \beta_C = (39,2; 38,4; 39,2; 33,1; 9,4; 9,4)$  град.

Заметим, что угловой размер матрицы превышает ширину ДН по уровню половинной мощности. Однако этим можно пренебречь, поскольку взвешивание сигналов ДН антенн скомпенсировано предыскажениями. Это позволило значительно снизить ошибки моделирования, которые имеют место в когерентных МИ для ОА со сканирующей ДН [91, 92]. Фазовые добавки к сигналам были рассчитаны из исходной системы (5.42):  $\Delta \phi = (0; 0; 0; 0; \pi; \pi)$  рад.

5.4.2. Имитация отражений от движущейся подстилающей поверхности

Модель подстилающей поверхности была задана плоскостью со случайно распределёнными на ней точечными отражателями. Общее число отражателей 100 тыс. Высота полета над поверхностью H = 100 м (т.е. уравнение плоскости рельефа y = 100 м во введенной системе координат). Законы распределения *х*- и *z*-координат отражателей задавались равновероятными в таких диапазонах, чтобы в течение всего эксперимента не допустить выход следов ДН антенн (главных лепестков ДН) за край моделируемой поверхности.

Амплитуда эхосигнала каждого отражателя, наблюдаемого той или иной антенной КРИСС, задавалась безразмерной и равной 1 в относительных единицах измерения.

В соответствии с моделью отражения сигналов от распределенного объекта [76, 79] сигналы, снимаемые с приемных антенн рассматриваемой КРИСС, – это пачка из 1500 рассеянных во времени радиоимпульсов. Один принимаемый импульс представлялся в виде *N* отсчетов комплексной огибающей, где *N* соответствует числу колец разрешения по дальности на подстилающей поверхности. Период дискретизации, что очевидно, был задан 10,5 нс – длительности зондирующего импульса.

Для оценки ВКФ, транспортных задержек и составляющих вектора скорости формировались массивы отсчетов путем взятия из каждого принятого импульса *n*-го отсчета, где 0 < n < N [65]. В нашем эксперименте n = 3.

Для имитации эхосигнала от отдельного отражателя движущейся поверхности в соответствии со следующими соотношениями рассчитывались амплитуды сигналов матричного имитатора [79]:

$$\begin{split} E_{1k} &= \frac{E_{\Sigma}}{2} \left[ \frac{2\alpha_{\mu} - \alpha_3 - \alpha_K}{\alpha_2 - \alpha_3} - \frac{2\theta_{\mu} - \theta_3 - \theta_K}{\theta_2 - \theta_3} \right] \cdot \left[ \frac{\alpha_1 - \alpha_3}{\alpha_2 - \alpha_3} - \frac{\theta_1 - \theta_3}{\theta_2 - \theta_3} \right]^{-1}, \\ E_{2k} &= \frac{E_{\Sigma}}{2} \left[ \frac{2\alpha_{\mu} - \alpha_3 - \alpha_K}{\alpha_2 - \alpha_3} \right] - E_{1k} \frac{\alpha_1 - \alpha_3}{\alpha_2 - \alpha_3}, \\ E_{3k} &= \frac{E_{\Sigma}}{2} - E_{1k} - E_{2k}, E_4 = E_5 = E_6 = \frac{E_{\Sigma}}{2}, \end{split}$$

где  $E_{\Sigma}$  – амплитуда сигнала имитируемого точечного отражателя (в нашем эксперименте  $E_{\Sigma} = 1$  o.e.); k, K – индексы, где значениям  $k = \{A, B, C\}$ соответствуют  $K = \{4, 5, 6\}, \alpha_i, \theta_i$  – угловые координаты излучателей (азимут и угол места);  $\alpha_u, \theta_u$  – угловые координаты отражателя (азимут и угол места).

Для имитации эхосигнала всей поверхности использовался принцип суперпозиции, описанный в 1-м разделе (Рисунок 1.2).

Как было указано выше, в *nn*.5.4.1., для обеспечения адекватного моделирования использовалась предкоррекция сигналов имитатора.

Амплитудная коррекция осуществлялась путем взвешивания амплитуд сигналов матрицы обратно пропорционально тому, как они взвешиваются ДН антенн. Коэффициент коррекции амплитуды сигнала излучателя рассчитывался как среднее арифметическое из коэффициентов, получаемых для каждой антенны.

Фазовая коррекция осуществлялась путем задания такой начальной фазы сигнала, подводимого к излучателю, чтобы в точке приема она соответствовала фазе эхосигнала от реального отражателя.

Условия численного эксперимента были заданы приближенными к условиям имитации эхосигналов с помощью МИ в безэховой камере следующим образом.

1. Паразитные переотражения от безэховой камеры учитывались в виде шумовой добавки. Она представляла собой сумму сигналов излучателей матрицы, ослабленных в соответствии со значением коэффициента безэховости, с детерминированной амплитудой и случайной фазой,

распределенной по равномерному закону от 0 до  $2\pi$ . Коэффициент безэховости безэховой камеры, в которой размещаются испытываемая КРИСС и МИ, был задан  $K_6 = -35$  дБ.

2. Влияние неточного позиционирования излучателей и неточной установки фазы сигналов на результат моделирования учитывалось путем введения в модель фазовой ошибки. На основании результатов *nn.5.1.2.* получено, что при идеальной калибровке и неточности расположения излучателей  $\Delta l = 1$  мм в наихудшем случае фазовая ошибка не превышает 0,1° для данной конфигурации. С учетом неидельности калибровки эта ошибка задавалась случайной величиной, прибавляемой к фазе сигнала излучателя и имеющей нормальное распределение с нулевым средним и заданным среднеквадратичным отклонением (СКО)  $\sigma_{\phi \text{ ош}} = 4^\circ$ .

Зависимости амплитуды и фазы реализаций сигналов для одного эксперимента при скорости движения поверхности 200 м/с приведены на Рисунках 5.14 и 5.15. На Рисунке 5.16 приведены ВКФ для реальных и моделируемых эхосигналов.



Рисунок 5.14. Зависимости амплитуды комплексной огибающей первых трех импульсов эхосигнала от имитируемой и реальной поверхности



Рисунок 5.15. Зависимости фазы комплексной огибающей первых трех импульсов эхосигнала от имитируемой и реальной поверхности



Рисунок 5.16. ВКФ комплексных огибающих эхосигналов, снимаемых с антенн *A* и *B*, *A* и *C*, от имитируемой и реальной поверхности

По положению максимумов ВКФ (Рисунок 5.16) получены оценки транспортных задержек. Так для реальных эхосигналов они составляют  $\Delta \tilde{t}_{ABr} = -0,56$  мс и  $\Delta \tilde{t}_{ACr} = -0,53$  мс. Оценки для моделируемых эхосигналов имеют достаточно близкие значения  $\Delta \tilde{t}_{ABm} = -0,563$  мс и  $\Delta \tilde{t}_{ACm} = -0,533$  мс.

Отметим, что действительные значения транспортных задержек  $\Delta t_{AB} = -0,55$  мс и  $\Delta t_{AC} = -0,55$  мс. Отличие оценок для реальных эхосигналов от действительных значений объясняется недостаточной длительностью наблюдения [65].

134

В Таблицах 5.2 и 5.3 приведены нормированные значения корня из среднего квадрата ошибок ( $\varepsilon_{om}$ ) для зависимостей амплитуд и ВКФ моделируемых эхосигналов для значений скорости движения 200 м/с и 400 м/с. Нормировка осуществлялась к средней амплитуде реализации без учета промежутков отсутствия сигнала и максимальному значению ВКФ соответственно. Приведенные значения  $\varepsilon_{om}$  получены путем усреднения по реализациям, полученным в ходе 1000 экспериментов.

Таблица 5.2. Нормированные значения корня из среднего квадрата ошибок амплитуды моделируемого эхосигнала

скорость	Антенна, с которой снимается сигнал				
движения, м/с	A	В	С		
200	0,079	0,08	0,082		
400	0,079	0,081	0,08		

Таблица 5.3. Нормированные значения корня из среднего квадрата ошибок ВКФ моделируемых эхосигналов

скорость движения, м/с	Антенны, с которых снимаются сигналы			
	А и В	АиС		
200	0,024	0,023		
400	0,015	0,016		

В Таблице 5.4 приведены значения выборочного среднего и выборочного среднеквадратичного отклонения ошибки оценивания транспортной задержки по положению максимума ВКФ. Данные значения получены по выборке из 1000 элементов. Ошибка оценивания определялась как разность оценок, получаемых для моделируемых и реальных эхосигналов.

	Выборочное среднее		Выборочное СКО	
скорость движения, м/с	ошибки оценивания		ошибки оценивания	
	$t_{\text{тр}AB}$ , мкс	$t_{\text{TpAC}}$ , MKC	$t_{\text{тр}AB}$ , мкс	$t_{\text{TpAC}}$ , MKC
200	-2,15	-0,66	7,32	7,42
400	1,82	-3,17	3,53	4,38

Таблица 5.4. Значения выборочного среднего и выборочного СКО ошибки оценивания транспортной задержки для моделируемых эхосигналов

Из результатов эксперимента по моделированию эхосигналов с помощью матрицы излучателей для системы КРИСС, приведенных на Рисунках 5.14 – 5.15, видно, что зависимости амплитуды и фазы комплексных огибающих моделированных эхосигналов практически идентичны требуемым. Это подтверждается данными из Таблицы 5.2: усредненные по 1000 реализациям значения  $\varepsilon_{om}$  амплитуды составляют приблизительно 8% от среднего значения амплитуды.

ВКФ моделированных эхосигналов соответствуют требуемым зависимостям (Рисунок 5.16). Это подтверждается данными из Таблицы 5.3: усредненные по 1000 реализациям значения  $\varepsilon_{om}$  ВКФ составляют единицы процентов от максимального значения функции.

Отдельным положением вынесен тот факт, что практически отсутствует смещение максимума ВКФ, по которому происходит оценивание транспортной задержки. Как видно из Таблицы 5.4, несмотря на ошибки фазировки МИ и неполное поглощение сигналов безэховой камерой, усредненные ошибки оценивания транспортных задержек по модулю не превышают половины периода дискретизации ВКФ – 3,25 мкс.

Полученные результаты позволяют утверждать, что разработанный подход может быть использован для синтеза МИ эхосигналов системы КРИСС.

#### 5.5. Заключение по пятому разделу

1. Получены соотношения для расчета амплитудных и фазовых ошибок сигналов откалиброванной матрицы, обусловленных неточным позиционированием излучателей, в наихудшем случае. Показано, что уровень этих ошибок может быть уменьшен путем увеличения расстояния между матрицей и антеннами МА и путем уменьшения ошибок позиционирования излучателей. Полученные результаты использованы для оценки фазовых ошибок, возникающих при намеренном переносе в одну плоскость излучателей матрицы, сигналы которой сфокусированы в точках приема.

2. Показано, что для 5-точечной матрицы, построенной на основе подхода компенсации сигналов, имеют место ошибки моделирования в виде смещения КЦИ от требуемого положения. Уровень этих ошибок определяется соотношением углового размера матрицы к ширине ДНА, положением ДНА и положением имитируемых КЦИ. Показано, что уровень этих ошибок незначительно превосходит уровень ошибок эквивалентной синфазной двухточечной модели.

3. Для модуляции типовых видов эхосигналов получены соотношения для расчета смещения КЦИ, имитируемым матрицей излучателей, сигналы которой сфокусированной на две точки приема для средней частоты в спектре эхосигнала. Показано, что модуляционные процессы с типовыми значениями параметров модуляции приводят к пренебрежимо малым ошибкам моделирования.

4. На основе результатов предыдущих разделов разработан проект МИ эхосигналов КРИСС на основе подходов кратных фаз, компенсации сигналов с возможностью управления начальными фазами сигналов МИ и предкоррекции сигналов МИ.

137

#### ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В диссертационной работе обоснованы методы построения когерентных матричных имитаторов, обеспечивающих моделирование эхосигналов радиолокационной системы, имеющей несколько приемных антенн с разнесенными фазовыми центрами и перекрывающимися ДНА.

1. Предложен подход кратных фаз к построению геометрической модели, лежащей в основе когерентного МИ, основанный на выполнении условия синфазности сигналов во всех точках приема. Получены соотношения для синтеза модели. Показано, что получаемые матрицы обеспечивают возможность имитации общего КЦИ, наблюдаемого антеннами двух-/ трехантенной системы в одном и том же положении.

2. Предложен подход компенсации сигналов К построению геометрической лежащей ΜИ. модели, основе когерентного В Сформулированы требования и получены условия, на основании которых разработаны одномерная и двумерная матрицы излучателей, сигналы которых сфокусированы на две точки приема. Одномерная матрица включает 5 излучателей, двумерная – 10. Показано, что разработанные когерентные геометрические модели позволяют независимо для каждой антенны управлять положением КЦИ по одной из угловых координат.

3. Разработан проект МИ эхосигналов системы КРИСС. Синтез модели осуществлен на основе комбинации подхода кратных фаз, подхода компенсации сигналов и предыскажении сигналов. Полученная матрица позволяет имитировать эхосигналы независимо для каждой антенны КРИСС. Осуществлена апробация матрицы, результаты которой подтвердили достоверность теоретических результатов.

Теоретические результаты диссертационной работы имеют практическое значение и могут быть использованы для разработки МИ эхосигналов МА.

1. Полученные результаты позволяют синтезировать МИ эхосигналов МА, использующего две/три приемные антенны. В зависимости

от используемого подхода к построению МИ обеспечивается либо имитация общего КЦИ для приемных антенн, либо имитация КЦИ независимо для каждой приемной антенны.

2. Разработан проект МИ эхосигналов КРИСС. На примере имитации отражений от движущейся подстилающей поверхности показано, что полученные результаты могут быть использованы для адекватного моделирования эхосигналов КРИСС с помощью МИ.

3. Установлены функциональные зависимости, позволяющие оценить ошибки моделирования эхосигналов для заданных параметров МА и параметров геометрической модели, лежащей в основе когерентного МИ. На основе полученных зависимостей сформулированы пути снижения уровня ошибок моделирования.

Дальнейшие научные исследования могут быть направлены на разработку способов синтеза МИ эхосигналов МА, использующих большее число приемных антенн.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

Веников В. А., Веников Г. В. Теория подобия и моделирования.
 М.: Высш. шк., 1984, 439 с.

 Рассел, Масси. Комплекс моделирования радиообстановки // Вопросы военной техники, № 6, 1973.

3. Антипов В.Ю., Метельников А.Ю., Токарев Е.Г. Метод и технология полунатурного моделирования бортовых радиосистем ближнего действия фазодоплеровского типа // Вестник Концерна ПВО «Алмаз-Антей», № 1, 2016, с. 32–41.

4. Шагурин И.И., Кутепов В.Е. Имитация цифровых радиолокационных сигналов в режиме реального времени // Наукоемкие технологии, № 3, 2009, с. 54–60.

5. Bender E.A. An Introduction to Mathematical Modeling (Dover Books on Computer Science). 1-е изд. Dover Publications (Educa Books), 2000, 272 с.

Вируев А. А., Зайко Е. С., Курапов В. А., Субботин С. В. Цифровое моделирование радиолокационных устройств и систем // Сб. трудов МЭИ. М.: вып. 593, 1982, с. 30–35.

7. Шеннон Р. Имитационное моделирование систем – искусство и наука: Пер. с англ. / Под ред. Е. К. Масловского. М.: Мир, 1987, 418 с.

8. Иванов И. С. Имитационное моделирование радиолокационных изображений. // Тез. докл. Всесоюзной научно-технической конференции. Теория и практика имитационного моделирования и создания тренажеров. Пенза, 1988, с. 73–74.

9. Канащенков А.И., Меркулов В.И., Самарин О.Ф. Облик перспективных бортовых радиолокационных систем. Возможности и ограничения. М.: ИПРЖР, 2002, 176 с.

 Урсатьев А.А., Погребная Н.П. Полунатурная модель сигнальнопомеховой радиолокационной обстановки // Управляемые системы и машины, № 4, 1991, с. 102–111. 11. Полунатурное моделирование радиотехнических информационноизмерительных систем комплекса управления летательных аппаратов с использованием имитаторов / Щаренский В. А., Прощицкий И. П., Рисенберг В. Х. и др. // Вопросы кибернетики. Проблемы авиационной и космической кибернетики (интегрированные системы активного управления), 1981, с.121– 131.

12. Пепеляев В.А., Черный Ю.М. О современных подходах к оценке достоверности имитационных моделей // Теория имитационного моделирования: труды конференции. Киев, 2003, с. 142–146.

13. Ахметов Д. Х., Ситников Ю. К. Имитация внешней электромагнитной среды и работы бортовых подсистем при полунатурных испытаниях радиоэлектронных систем // Прием и обработка информации в сложных информационных системах, 1988, с. 72–91.

14. Борзов А.Б., Соколов А.В., Сучков В.Б. Методы цифрового моделирования радиолокационных характеристик сложных объектов на фоне природных и антропогенных образований // Журнал радиоэлектроники, № 3 2000.

15. Миронов В. М. Некоторые вопросы теории проектирования высокоточных имитационных систем РЛС. // Сб. трудов Ленинградского института авиационного приборостроения, вып. 55, 1968, с. 151–157.

16. Рисенберг В. Х., Щаренский В. А., Прощицкий И. П. Основные принципы построения моделирующих навигационных комплексов // Вопросы кибернетики. Проблемы авиационной и космической кибернетики (интегрированные системы активного управления), Т. 4, 1981, с. 138–151.

17. Тверской Г.Н., Терентьев И.П., Харченко Г.К. Имитаторы эхосигналов судовых радиолокационных станций. Судостроение. Ленинград, 1973, 224 с.

18. Down range returns simulator: пат. 6075480A USA

19. Имитация коррелированных сигналов, рассеянных протяженной поверхностью / В. Г. Важенин, Н. А. Дядьков, А. А. Иофин, Н. Н. Калмыков, А. В. Васильева, С. А. Мельников, Ю. С. Тимошенкова // Труды Международного симпозиума Надежность и качество, Т.1, 2015, с. 129–132.

20. Васильева А.В., Калмыков Н.Н., Мельников С.А., Соловьёв В.В. Модель коррелированных сигналов для имитатора скорости корреляционного радиолокационного измерителя. Вестник Концерна ВКО «Алмаз – Антей», № 4, 2016, с. 18–23.

21. Натурный эксперимент: Информационное обеспечение экспериментальных исследований / А. Н. Белюнов, Г. М. Солодихин и др.; Под ред. Н. И. Баклашова. М.: Радио и связь, 1982, 302 с.

22. Doppler simulator: пат. 3142059 USA

23. Doppler radar target simulator: пат. 3216014 USA

24. Устройство для задержки радиоимпульсов на сверхвысокой частоте: пат. 1742984 СССР.

25. Electromagnetic target generator: пат. 5892479 USA.

26. Radar moving target simulator: пат. 3114910 USA.

27. Radar target simulator: пат. 2934759 USA.

28. Устройство для имитации целей: пат. 2093852 РФ.

29. Target simulation system: пат. 4521780 USA.

30. Имитатор радиолокационного сигнала сцены: пат. 2403587 РФ.

31. Radar scene simulator: пат. 4660041 USA.

32. Имитатор источников радиосигналов: пат. 2094915 РФ.

33. Никулин А., Киселев А., Белоруцкий Р. Алгоритм выбора активных излучателей из матрицы излучателей при моделировании отражений от поверхности Земли // тр. 11 междунар. конф. Актуальные проблемы электронного приборостроения (АПЭП–2012). Новосибирск: Изд-во НГТУ, Т. 4, 2012, с. 55–59.

34. Mitchell E. Sisle, Edward D. McCarthy. Hardware-in-the-loop simulation for an active missile // Simulation, Vol 39, Issue 5, 1982, pp. 159-167.

35. Hao, H., Minghai, P., Zhijunab, L. Hardware-in-the-loop simulation technology of wide-band radar targets based on scattering center model // Chinese Journal of Aeronautics, Vol. 28 (5), 2015, pp. 1476-1484.

36. Richard F. Olson. Fine Range Motion Simulation for Hardware-in-the-Loop Testing of Monostatic Pulsed LFM Radars. // Proc. of SPIE, Conference on Technologies for Synthetic Environments: Hardware-in-the-Loop XVI, (13 May 2011)

37. Wayne, D.J., McBride, S.T., McKenna, J.T. Multiple Target, Dynamic RF Scene Generator // AMTA Proceedings, Suwanee, USA, 2016, pp. 319-324.

38. H. Ergezer, M. F. Keskin and O. Gunay. Hardware-in-the-loop radar test simulator // Proc. of 4th International Conference On Simulation And Modeling Methodologies, Technologies And Applications (SIMULTECH), Vienna, Austria, 2014, pp. 666-673.

39. Mobley, S.B., Cole, J.S. Hardware-in-the-loop simulation of dual-mode common aperture seekers at the US Army Aviation and Missile Command // Proc. of SPIE Conference on Technologies for Synthetic Environments: Hardware-in-the-Loop Testing IV, Orlando, USA, July 1999, pp. 72-79.

40. J. Ma, C. Jin, B. Shi, и D. Chen. Analysis of the Simulation Fidelity in Millimeter Wave Simulation System // Theory, Methodology, Tools and Applications for Modeling and Simulation of Complex Systems, 2016, pp. 333-343.

41. Степанов М.А., Киселев А.В., Тырыкин С.В., Белявская Н.В. Стенд разработчика алгоритмического и программного обеспечения матричных имитаторов радиоэлектронной обстановки // Актуальные проблемы электронного приборостроения (АПЭП–2016): тр. 13 междунар. науч.-техн. конф. Новосибирск: Изд-во НГТУ, Т. 12, 2016 с. 56–59.

42. Analysis and Correction of Triad Field Angle Error in Array Radio Frequency Simulation / Li Hua, Zhou Jianjiang, Pan Minghai, Zhao Hanwu // Future Communication, Computing, Control and Management, Vol. 2, 2012, pp. 125–134.

43. QiFeng Li, KunYi Guo, XinQing Sheng. Angular Glint Simulation Based on Scattering Center Model // IGARSS, 2016, pp. 2646-2649.

44. Guo, K., Xiao, G., Zhai, Y., Sheng, X. Angular glint error simulation using attributed scattering center models // IEEE Access, 2018, pp. 35194-35205

45. Haghighi, K., Rafieinia, F. System for generating virtual radar signatures: United States Patent 10520586 B2, December 2019

46. Mengxia, Y., Susong, Y., Dikai, L. Target vector control method used for radio frequency simulation: China Patent 104133376 A, August 2016

47. Sarafian, G. Methods and systems for generating virtual radar targets: United States Patent 2009/0058715A1, March 2009

48. Carlton H. Cash, James J. Jernigan. N-Element Glint Simulator. United States Patent, № 3760418, 1973.

Степанов М.А., Киселев А.В., Тырыкин С. В., Никулин А.В.
 Способ имитации радиолокационных отражений: пат. 2610837 РФ.

50. Cole A. Chandler. Electronic target position control at millimeter wave for hardware-in-the-loop applications: pat. US 2008/0088501 USA.

51. Киселев А. В., Степанов М.А. Замещение сложного радиолокационного объекта двухточечной моделью // Известия РАН. Теория и системы управления, № 4, 2019, с. 76–81.
52. Степанов М.А. Точность позиционирования кажущегося центра излучения в когерентном трехточечном матричном имитаторе // Вопросы радиоэлектроники. Сер. Общетехническая, № 5, 2015, с. 57–67.

53. Тырыкин С.В., Киселев А.В. Экономичный алгоритм имитации сложных радиолокационных целей // Радиоэлектроника (Изв. высш. учеб. заведений). Т. 4, 2003, с. 76–80.

54. Тырыкин С. В. Двумерная четырехточечная модель радиолокационного объекта // Труды Региональной научно-технической Школы-семинара студентов, аспирантов и молодых ученых «Современные проблемы радиотехники», Новосибирск, НГТУ, 2001, с. 28–31.

55. Тырыкин С. В. Модели радиолокационных объектов, содержащих большое количество блестящих точек // Тезисы докладов Седьмой международной научно-технической конференции студентов и аспирантов «Радиоэлектроника, электротехника и энергетика». М.: МЭИ, т. 1, 2001, с. 65–66.

56. Киселёв А. В. Экономичный алгоритм имитации эхосигналов от распределенных пассивных помех // Радиоэлектроника, №5, 1997, с. 77–80.

57. Козлов И. М. Параметры двухточечной статистической модели для имитации сложного радиолокационного объекта. Известия вузов. Радиоэлектроника, Т. 5, 2000, с. 19–23.

58. Геометрическая модель, составленная из девяти точек, излучающих статистически не связанные случайные сигналы / В. В. Артюшенко, М. А. Степанов // Актуальные проблемы электронного приборостроения (АПЭП–2018) : тр. 14 междунар. науч.-техн. конф., Новосибирск, 2–6 окт. 2018 г. : в 8 т., Новосибирск : Изд-во НГТУ, Т. 4, 2018, с. 179–182.

59. Никулин А.В., Киселев А.В., Тырыкин С.В. Малоточечная модель протяженного отражающего объекта // Доклады Академии наук высшей школы Российской Федерации, Т. 4, № 25, 2015, с. 78–88.

60. Замещение распределенного объекта трехточечной геометрической моделью / А. В. Никулин, М. А. Степанов // Вопросы радиоэлектроники. Сер. Радиолокационная техника, вып. 2, 2014, с. 77–85.

61. Никулин А. В. Исследование возможностей дискретных моделей поверхностно-распределенного объекта // Современные проблемы радиоэлектроники: сб. науч. тр., Красноярск: Сиб. федер. ун-т, 2011, с. 14–19.

62. Четырехточечная модель двухмерного распределенного объекта на основе излучателей коррелированных сигналов / А. О. Подкопаев, М. А. Степанов, С. В. Тырыкин // Радиопромышленность, № 4, 2018, с. 28–34.

63. Об эквивалентности двухточечной частично когерентной модели и трехточечной некогерентной / А. В. Киселев, А. О. Подкопаев, М. А. Степанов // Радиопромышленность, № 1, 2018, с. 62–67.

64. Эквивалентность четырехточечной частично когерентной и пятиточечной некогерентной моделей распределенного объекта / А. О. Подкопаев, М. А. Степанов // Наука. Промышленность. Оборона : тр. 20 Всерос. науч.-техн. конф., Новосибирск, 17–19 апр. 2019 г. В 4 т. Новосибирск : Изд-во НГТУ, Т. 2, 2019, с. 264–269.

65. Боркус, М. К., Черный А. Е. Корреляционные измерители путевой скорости и угла сноса летательных аппаратов. М.: Сов. радио, 1973, 169 с.

66. Модель коррелированных сигналов для имитатора скорости корреляционного радиолокационного измерителя / А. В. Васильева, Н. Н. Калмыков, С. А. Мельников, В. В. Соловьёв // Вестник Концерна ВКО «Алмаз – Антей», № 4, 2016, с. 18-23.

67. Козубовский С. Ф. Корреляционные экстремальные системы: Справочник / Отв. ред. А. Г. Ивахненко, Киев: Наук. думка, 1973, 223 с.

68. Важенин В. Г., Вербицкий В. И., Дядьков Н. А., Калмыков Н. Н., Мельников С. А. Имитационная модель сигнала в приемных каналах корреляционного измерителя скорости // Сб. тр. III Всерос. НТК «Радиолокация и радиосвязь». М.: Институт радиотехники и электроники им. В. А. Котельникова РАН, 2009, с. 959-963. 69. Завьялов В. В. Измерители скорости с линейной базой направленных приемников. Владивосток: Мор. гос. ун-т, 2004, 176 с.

70. С. Петухов, И. Шестаков, Р. Ангельский. Зенитные ракетные комплексы противовоздушной обороны сухопутных войск. Техника и вооружение, №5-6, 1999.

71. Рябоконь И.П., Заика А.Т. Многоканальный автокомпенсатор: пат. 1841060С РФ.

72. Колесников В.Н., Мищенко С.Е., Шацкий В.В. Способ компенсационного подавления помех в многоканальной антенной системе: пат. 2349996С1 РФ.

73. Манохин А.Е. Многоканальный адаптивный компенсатор со слепым разделением помех в опорных каналах // Журнал радиоэлектроники №11(12), 2014.

74. Белоглазов И.Н., Джанджагава Г.И., Чигин Г.П. Основы навигации по геофизическим полям. М.: Наука. Главная редакция физикоматематической литературы, 1985, 328 с.

75. Баклицкий В. К. Корреляционно-экстремальные методы навигации и наведения. Тверь: ТО «Книжный клуб», 2009, 360 с.

76. Давидович И. В., Жуковский А. П. Описание сигнала, отраженного от протяженной статистически неровной поверхности, с помощью модели зеркальных точек. // Сб. науч. трудов МЭИ, Т. 126, 1987 с. 22–26.

77. Волосюк В.К., Кравченко В.Ф. Статистическая теория радиотехнических систем дистанционного зондирования и радиолокации / Под ред. В. Ф. Кравченко. Москва: ФИЗМАТЛИТ, 2008, 704 с.

78. Островитянов Р.В., Монаков А.А. Угловой шум в многоканальных пеленгационных системах. Радиотехника и электроника, т.33, №4, 1988.

79. Островитянов Р. В., Басалов Ф. А. Статистическая теория радиолокации протяженных целей, М.: Радио и связь, 1982, 232 с.

80. Elizavetin, I., Paillou, P. The ground surface backscattering modeling using Integral Equation Model // European Conference on Synthetic Aperture Radar, Friedrichshafen, Germany, 1998, pp. 153–156

81. Архипец Г. А., Киселев А. В. Представление поверхностнораспределенных помех ограниченным числом блестящих точек. // Тр. второй международной научно-технической конференции. Актуальные проблемы приборостроения (в 7 томах), Т. 7, 1994, с. 31–33.

82. Корн Г., Корн Т. Справочник по математике (для научных работников и инженеров). 4-е изд. Москва: Издательство «Наука», 1978, 832 с.

83. Канащенков А.И., Меркулов В.И. Радиолокационные системы многофункциональных самолетов. Т.1. РЛС - информационная основа боевых действий многофункциональных самолетов. Системы и алгоритмы первичной обработки радиолокационных сигналов. М.: Радиотехника, 2006. 656 с.

84. Sherman, S.M., Barton, D.K. Monopulse Principles and Techniques. Dedham: Artech House, 1984.

85. Справочник по радиолокации / под. ред. М.И. Сколника. Пер. с англ. под общей ред. В.С. Вербы. В 2 книгах. Книга 1. Москва: Техносфера, Т. 1, 2014, 672 с.

 Справочник по радиолокации / под. ред. М.И. Сколника. Пер. с англ. под общей ред. В.С. Вербы. В 2 книгах. Книга 2. Москва: Техносфера, Т. 2, 2014, 680 с.

87. Fletcher, R. Practical Methods of Optimization. NY: John Wiley & Sons, 1980.

88. Вабищевич П.Н. Численные методы: Вычислительный практикум.М.: Книжный дом «ЛИБРОКОМ», 2010, 320 с.

89. Шуп Терри Е. Прикладные численные методы в физике и технике.М.: Высшая Школа, 1990, 254 с.

90. Денисенко А.Н. Статистическая теория радиотехнических систем.М: АРИ, 2007, 200 с.

91. Тырыкин С. В. Адекватность моделирования матричным имитатором электромагнитных полей, рассеянных точечной радиолокационной целью // Материалы Всероссийской конф. «Излучение и рассеяние электро-магнитных волн», 2001, с. 27–31.

92. Тырыкин С. В., Киселёв А. В. Искажения пеленгационной характеристики при имитации подвижной точечной радиолокационной цели // Радиоэлектроника, №10, 2003, с. 76–80.

93. Тырыкин С. В. Влияние фазового сдвига между сигналами от излучателей на точностные характеристики матричного имитатора подвижной точечной цели // Материалы 6 международной конференции «Актуальные проблемы электронного приборостроения», Новосибирск, НГТУ, 2002, с. 70–72.

94. Оценка и компенсация систематических ошибок калибровки матричного имитатора / А. В. Киселев, А. О. Подкопаев, М. А. Степанов // Вопросы радиоэлектроники. Сер. Общетехническая, № 4, 2018, с. 24–28.

95. Simulating an object's altitude for two-position systems / A. V. Kiselev,
T. I. Sabitov, M. A. Stepanov // Journal of Computer and Systems Sciences
International, Vol. 59, iss. 2, 2020, pp. 217–222.

96. Двухточечная конфигурация когерентной модели, синфазной в двух точках приема / Т. И. Сабитов, А. В. Киселев // Интеллектуальный потенциал Сибири (РНСК) : сб. науч. тр. 27 регион. науч. студен. конф., Новосибирск : Изд-во НГТУ, Ч. 2, 2019, с. 382–384.

97. Имитация эхосигналов двухпозиционных систем с использованием когерентных излучателей / Т. И. Сабитов, А. В. Киселев // Вопросы радиоэлектроники. Сер. Общетехническая, № 4, 2019, с. 42–46.

98. Матрица излучателей, имитирующая эхосигналы трехпозиционной системы произвольной конфигурации / Т. И. Сабитов, А. В. Киселев, М. А. Степанов // Наука. Промышленность. Оборона : тр. 21 Всерос. науч.-техн. конф., Новосибирск : Изд-во НГТУ, Т. 2, 2020, с. 167–172.

149

99. Simulation of Objects for a Three-position Radar System [Electronic resource] / A. V. Kiselev, T. I. Sabitov // 1 International Conference Problems of Informatics, Electronics, and Radio Engineering (PIERE), Novosibirsk, 10-11 Dec. 2020, Novosibirsk : IEEE, 2020, pp. 28-31.

100. Пространственно-фазовая фокусировка излучателей матричного имитатора на две точки приема / Т. И. Сабитов ; [науч. рук. А. В. Киселев] // Доклады Академии наук высшей школы Российской Федерации, № 1-2 (46-47), 2020, с. 60–67.

101. Сабитов Т. И., Киселев А. В. Коррекция амплитудной ошибки в матричных имитаторах радиолокационных целей // Радиопромышленность. Т. 30, № 4, 2020, с. 106-110.

102. Имитация эхосигналов двухпозиционной системы с использованием матрицы из пяти излучателей / Т. И. Сабитов, А. В. Киселев // Вопр. радиоэлектроники. Сер. Общетехническая, Т. 49, № 5, 2020, с. 6–9.

103. A matrix simulator of echo signals of twoposition radar station [Electronic resource] / T. I. Sabitov, A. V. Kiselev, M. A. Stepanov // International multi-conference on engineering, computer and information sciences: conf. proc., Novosibirsk, 21 Oct 2019, IEEE, 2019, pp. 588–590.

104. Матричный имитатор эхосигналов двухпозиционной радиолокационной системы / Т. И. Сабитов, А. В. Киселев // Вопросы радиоэлектроники. Сер. Общетехническая, № 4, 2019, с. 6–10.

105. Математическое моделирование параметров совместной функции распределения угловых шумов координат / М. А. Степанов, Т. И. Сабитов, А. В. Киселев // Наука. Промышленность. Оборона : тр. 20 Всерос. науч.-техн. конф., Новосибирск, 17–19 апр. 2019 г. В 4 т, Новосибирск : Изд-во НГТУ, Т. 2, 2019, с. 281–286.

106. Двумерная частично когерентная геометрическая модель распределенного радиолокационного объекта / А. В. Киселев, Т. И. Сабитов, М. А. Степанов // Доклады Академии наук высшей школы Российской Федерации, № 1-2 (46-47), 2020, с. 28–36.

107. Two-point model composed of radiators of correlated signals / A. V. Kiselev, T. I. Sabitov, M. A. Stepanov // The 18 international conference of young specialists on micro/nanotechnologies and electron devices, EDM 2017 : proc., Altai, Erlagol, 29 June – 3 July 2017, Novosibirsk : NSTU, 2017, pp. 131–134.

108. Двухточечная геометрическая модель распределенного радиолокационного объекта, составленная из излучателей случайных сигналов с заданным коэффициентом взаимной корреляции / Т. И. Сабитов, М. А. Степанов, А. В. Киселев // Наука. Промышленность. Оборона : тр. 18 Всерос. науч.-техн. конф., Новосибирск, 19–21 апр. 2017 г. В 4 т., Новосибирск : Изд-во НГТУ, Т. 2, 2017, с. 274-279.

109. Модель распределенного радиолокационного объекта на основе коррелированных излучателей / Т. И. Сабитов, М. А. Степанов, А. В. Киселев // Электронные средства и системы управления : материалы докл. 13 Междунар. науч.-практ. конф., Томск, 29 нояб. – 1 дек. 2017 г. : в 2 ч, Томск : В-Спектр, Ч. 1, 2017, с. 43–46.

110. Модель распределенного радиолокационного объекта на основе системы излучателей коррелированных случайных сигналов / Т. И. Сабитов, М. А. Степанов ; науч. рук. А. В. Киселев // Современные проблемы радиоэлектроники : сб. науч. тр. Всерос. науч.-техн. конф. молодых ученых и студентов посвящ. 122-й годовщине Дня радио, Красноярск 4–5 мая 2017 г., Красноярск : Изд-во СФУ, 2017, с. 92–95.

111. Модель распределенного радиолокационного объекта, составленная из излучателей коррелированных сигналов / Т. И. Сабитов, А. В. Киселев, М. А. Степанов // Вопросы радиоэлектроники. Сер. Общетехническая, № 4, 2017, с. 40–43.

112. Possibilities of a two-point model, radiating correlated signals / A. V. Kiselev, T. I. Sabitov, M. A. Stepanov // The 18 international conference of young specialists on micro/nanotechnologies and electron devices, EDM 2017 : proc., Altai, Erlagol, 29 June – 3 July 2017, Novosibirsk : NSTU, 2017, pp. 91–93.

113. Границы области достижимых значений параметров функции распределения шумов координат распределенного радиолокационного объекта, замещаемого геометрической моделью, составленной из излучателей коррелированных сигналов / Т. И. Сабитов, А. В. Киселев, М. А. Степанов // Вопросы радиоэлектроники. Сер. Общетехническая, № 4, 2017, с. 36–39.

114. Влияние неточности задания параметров сигналов двухточечной квазикогерентной модели на характеристики моделируемых шумов координат/ Т. И. Сабитов, М. А. Степанов, А. В. Киселев // Электронные средства и системы управления : материалы докл. 14 Междунар. науч.-практ. конф., Томск, 28–30 нояб. 2017: в 2 ч, Томск : В-Спектр, Ч. 1, 2018, с. 25–27.

115. Сабитов Т. И. Устойчивость двухточечной квазикогерентной модели распределенного объекта по параметрам функции распределения шумов координат / Т. И. Сабитов, М. А. Степанов // Интеллектуальный потенциал Сибири (РНСК): сб. науч. тр. 26 регион. науч. студ. конф., Новосибирск, 22–24 мая 2018 г. – Новосибирск : Изд-во НГТУ, 2018. – Ч. 2. – С. 488–490.

116. Сабитов Т. И. Оценка стабильности параметров функции распределения шумов координат, моделируемых двухточечной моделью распределенного объекта на коррелированных излучателях / Т. И. Сабитов, М. А. Степанов, А. В. Киселев // Наука. Промышленность. Оборона : тр. 19 Всерос. науч.-техн. конф., Новосибирск, 18–20 апр. 2018 г. В 4 т. – Новосибирск : Изд-во НГТУ, 2018. – Т. 2. – С. 225–229.

117. Сабитов Т. И. Требования к точности задания параметров сигналов, излучаемых матричным имитатором / Т. И. Сабитов, М. А. Степанов, А. В. Киселев // Вопросы радиоэлектроники. Сер. Общетехническая. - 2019. – № 4. – С. 27–31.

Simulation of reflected signals in dual-position radar systems / T. I.
 Sabitov, A. V. Kiselev, M. A. Stepanov, M. V. Oreshkina. - DOI: 10.1080/2150704X.2021.1964708. // Remote Sensing Letters. - 2021. - Vol. 12, iss.
 - P. 1082-1089.

## ПРИЛОЖЕНИЕ А

## Подход кратных фаз с возможностью управления начальными фазами сигналов излучателей

Во 2-м и 3-м разделах рассмотрен подход кратных фаз к синтезу геометрической модели, лежащей в основе когерентного МИ эхосигналов МА, использующего две/три приемные антенны. При этом во 2-м и 3-м разделах получены ограничения на размещение излучателей: при заданном положении одного излучателя координаты второго оказываются связаны.

Подход кратных фаз с возможностью управления начальными фазами сигналов излучателей предполагает достижение синфазности сигналов МИ во всех точках приема не только за счет конфигурирования излучателей, но и управления фазами сигналов. По сути, мы имеем не новый подход, а развитие подхода кратных фаз. Покажем, что возможность управления фазами обеспечивает дополнительную степень свободы в размещении излучателей.

Перепишем условие синфазности сигналов двухточечной матрицы в двух точка приема (1.7) с учетом фазовой добавки к сигналу 2-го излучателя:

$$\begin{cases} \frac{2\pi}{\lambda} (R_{1A} - R_{2A}) - \Delta \phi_2 = 2\pi k_1, \\ \frac{2\pi}{\lambda} (R_{1B} - R_{2B}) - \Delta \phi_2 = 2\pi k_2, \end{cases}$$
(A.1)

где  $\Delta \phi_2 - \phi$ азовая добавка к сигналу второго излучателя;  $R_{ij}$  – расстояние между *i*-м излучателем и *j*-й точкой приема (Рисунок А.1);  $\lambda$  – длина волны;  $k_1$  и  $k_2$  – целые числа.



Рисунок А.1. Конфигурация из двух излучающих точек применительно к двухантенной системе

1,2 – излучатели, *A*, *B* – приемные антенны, *b* – расстояние между антеннами, *R<sub>ij</sub>* – расстояние между *i*-ым излучателем и *j*-ой антенной

Разность уравнений системы (А.1) после преобразований имеет вид:

$$R_{1A} - R_{2A} - R_{1B} + R_{2B} = n\lambda, \qquad (A.2)$$

где  $n = k_1 - k_2$  – целое число.

Запишем соотношение (А.2) с учетом введенной системы координат, связанной с антенной А (Рисунок А.1):

$$\sqrt{\left(x_2 - b\right)^2 + y_2^2} - \sqrt{x_2^2 + y_2^2} = \sqrt{\left(x_1 - b\right)^2 + y_1^2} - \sqrt{x_1^2 + y_1^2} + n\lambda.$$
 (A.3)

Очевидно, что система (1.8) является частным случаем решения уравнения (А.3). При этом в отличие от (1.8) координаты излучателей связаны одним уравнением, а не двумя. Это дает возможность задать положение первого излучателя и одну из координат второго. Как следствие, мы можем

154

разместить излучатели матрицы на одной прямой, что не было достижимым по результатам раздела № 2.

Пусть координаты первого излучателя заданы, и излучатели расположены на одной прямой  $y_1 = y_2 = y$ . Тогда правая часть уравнения (А.3) может быть рассчитана отдельно как  $F = f(x_1, y, n, b, \lambda)$ , и (А.3) имеет вид:

$$\sqrt{\left(x_2 - b\right)^2 + y^2} - \sqrt{x_2^2 + y^2} = F.$$
 (A.4)

Сделаем замену  $x_2 = x_2' + b/2$  и подставим её в (А.4):

$$\begin{split} \sqrt{\left(x'_{2}-b/2\right)^{2}+y^{2}} &= \sqrt{\left(x'_{2}+b/2\right)^{2}+y^{2}}+F,\\ -2bx'_{2}-F^{2} &= 2F\sqrt{\left(x'_{2}+b/2\right)^{2}+y^{2}},\\ 4\left(b^{2}-F^{2}\right)x'_{2}^{2} &= F^{2}b^{2}+4F^{2}y^{2}-F^{4},\\ x'_{2} &= \pm \frac{F}{2}\sqrt{1+\frac{4y^{2}}{b^{2}-F^{2}}}. \end{split}$$

Делаем обратную замену:

$$x_2 = \pm \frac{F}{2} \sqrt{1 + \frac{4y^2}{b^2 - F^2}} + \frac{b}{2}.$$
 (A.5)

При расположении 1-го излучателя на оси симметрии двухантенной системы получаем симметричную конфигурацию излучателей, расположенных на одной прямой. Действительно, при  $x_1 = b/2$  из (A.5) получаем, что значения  $x_2$  оказываются симметричными относительно x = b/2:

$$x_2 = \frac{b}{2} \pm \frac{n\lambda}{2} \sqrt{1 + \frac{4y^2}{b^2 - n^2 \lambda^2}}.$$
 (A.6)

Соотношение для расчета фазовой добавки к сигналу 2-го излучателя быть получено из 1-го уравнения системы (А.1):

$$\Delta \phi_2 = \left[ \frac{2\pi}{\lambda} \left( \sqrt{x_1^2 + y^2} - \sqrt{x_2^2 + y^2} \right) \right] \mod 2\pi,$$
 (A.7)

где mod – операция взятия остатка от целочисленного деления.

Из полученных соотношений (А.3) – (А.7) видно, возможность управления начальными фазами, позволяет добиться более гибкого конфигурирования матрицы.

Полученный результат несложно распространить на случаи двумерных матриц и трехантенных систем. Для этого достаточно в соответствующих системах уравнений ввести переменные фазовых добавок к сигналам излучателей относительно фазы сигнала 1-го излучателя по аналогии с (А.1). Затем упростить их, исключив переменную фазовой добавки, и решить либо аналитически, либо с помощью одного из известных численных методов решения систем нелинейных уравнений.

## ПРИЛОЖЕНИЕ Б

## Акт о внедрении



О внедрении научных результатов диссертационной работы Сабитова Т.И.

Мы, представители АО «ЗАСЛОН» в лице первого заместителя генерального директора – генерального конструктора А.И. Живца, начальника отделения А.Л. Лободы, начальника лаборатории А.Н. Бызова, ст.н.с. М.Б. Рыжикова и представители Новосибирского государственного технического университета в лице проректора по научной работе, доцента С.В. Брованова, руководителя темы № 1820187224062452208002088/РТУ-10-19, профессора каф. РПиРПУ А.В. Киселева составили настоящий акт об использовании научных результатов диссертационной работы Сабитова Тимура Ильясовича.

Использование результатов диссертационной работы проходило в рамках хоздоговора № 1820187224062452208002088/РТУ-10-19 от 25.11.2019 г. между АО «ЗАСЛОН» и НГТУ.

Сабитовым Т.И. выполнены теоретические исследования погрешностей имитации радиолокационных эхосигналов с помощью подвижных матричных имитаторов. На их основе разработаны требования к точности позиционирования излучателей матрицы, а также алгоритмы фокусировки подвижной матрицы. Они послужили основой для разработки аппаратных и программных средств матричного излучателя, предназначенного для полунатурной отработки перспективных радиолокационных средств.

От АО «ЗАСЛОН»: Начальник отделения А.Л. Лобода

Начальник лаборатории А.Н. Бызов

Старший научный сотрудник

От НГТУ:

Руководитель темы № 1820187224062452208002088/РТУ-10-19, проф. кафедры РПиРПУ \_\_\_\_\_\_ А.В. Киселев