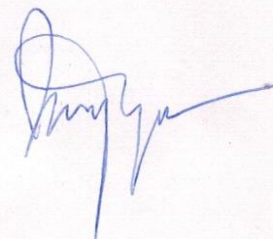


ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ  
УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
ИРКУТСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ  
ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ

*На правах рукописи*



ЛЕ КУАНГ ТУЕН

**ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНО-АНАЛИТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ  
ИЗМЕРИТЕЛЬНОГО КОАКСИАЛЬНОГО РЕЗОНАТОРА**

2.2.14 – Антенны, СВЧ-устройства и их технологии

Диссертация на соискание ученой степени  
кандидата технических наук

Научный руководитель:  
доктор физико-математических наук  
Егоров Виктор Николаевич

Иркутск – 2023

## СОДЕРЖАНИЕ

ВВЕДЕНИЕ .....	4
1. КОАКСИАЛЬНЫЕ РЕЗОНАТОРЫ И МЕТОДЫ ИХ РАСЧЕТА .....	13
1.1. Типы коаксиальных резонаторов .....	13
1.2. Методы расчета коаксиальных резонаторов .....	23
1.3. Коаксиальные резонаторы в диэлектрических измерениях .....	35
1.4. Выводы .....	42
2. АНАЛИТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ ДВОЙНОГО КОАКСИАЛЬНОГО РЕЗОНАТОРА С УКОРАЧИВАЮЩЕЙ ЕМКОСТЬЮ .....	43
2.1. Представление двойного резонатора в виде двух одинарных резонаторов.....	43
2.2. Квазистационарная модель .....	48
2.3. Многоволновая модель методом частичных областей .....	50
2.4. Численное моделирование в CST Studio Suite .....	57
2.5. Результаты расчетов по различным моделям.....	59
2.6. Выводы .....	69
3. ИЗМЕРИТЕЛЬНЫЙ КРУЕ И ЕГО ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ .....	70
3.1. Резонатор с фиксированной высотой зазора .....	70
3.2. Резонатор с регулируемой высотой зазора.....	73
3.3. Точное определение внутренних размеров резонатора .....	80
3.4. Оценка отклонений формы экспериментального КРУЕ от цилиндра.....	83
3.4.1. Оценка эллиптичности цилиндрического корпуса.....	83
3.4.2. Оценка влиния гофра и прогиба стенки-мембраны .....	86
3.5. Выводы .....	91
4. ИЗМЕРИТЕЛЬНЫЙ КРУЕ С ДИЭЛЕКТРИЧЕСКИМ ВКЛЮЧЕНИЕМ ...	92

4.1. Установка с КРУЕ для диэлектрических измерений .....	92
4.2. Влияние периферийной части диэлектрического диска на резонансную частоту .....	95
4.3. Зависимость частотного сдвига от параметров зазора и диэлектрика .....	97
4.3.1. Численное моделирование и эксперимент .....	97
4.3.2. Понижение размерности задачи и аппроксимации .....	102
4.3.3. Квазистационарное рассмотрение резонатора с диэлектрическим включением.....	105
4.4. Измерение диэлектрических параметров материалов.....	115
4.5. Анализ погрешностей измерения в КРУЕ .....	118
4.6. Выводы .....	125
ЗАКЛЮЧЕНИЕ .....	126
СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ.....	129
ПРИЛОЖЕНИЕ А. ПАТЕНТ НА ИЗОБРЕТЕНИЕ .....	137
ПРИЛОЖЕНИЕ Б. СВИДЕТЕЛЬСТВО О ГОСУДАРСТВЕННОЙ РЕГИСТРАЦИИ ПРОГРАММЫ ДЛЯ ЭВМ.....	138
ПРИЛОЖЕНИЕ В. АКТ НА ИСПОЛЬЗОВАНИЕ РЕЗУЛЬТАТОВ ДИССЕРТАЦИОННОГО ИССЛЕДОВАНИЯ .....	139

## Введение

**Актуальность исследования.** Резонансные устройства СВЧ широко применяются в антенно-фидерной и микроволновой технике. Основными характеристиками резонаторов являются резонансная частота  $f_0$  и собственная добротность  $Q_0$ . В частотно-задающих и частотно-избирательных системах добротность определяет кратковременную стабильность частоты источника гармонического сигнала и ширину полосы пропускания фильтров. В измерительной технике высокодобротные резонаторы обеспечивают высокую точность и чувствительность измерения различных величин, в частности, диэлектрических параметров материалов.

Диэлектрики с малым поглощением электромагнитных волн используются в антенных обтекателях, в качестве волноведущих и излучающих структур, изоляции кабелей, радиопрозрачных окон и др. Предельно достижимые характеристики микроволновых устройств и систем существенно зависят от применяемых диэлектриков. Важными требованиями к диэлектрикам в кабелях, антенных обтекателях и других применениях являются невысокие значения относительной диэлектрической проницаемости  $\varepsilon \leq 2 \div 10$  и очень малые значения тангенса угла диэлектрических потерь  $\operatorname{tg} \delta \leq 4 \cdot 10^{-4}$  [76]. Автоматизированное проектирование устройств СВЧ требует точных исходных данных по диэлектрическим параметрам применяемых материалов. Наиболее точные исследования слабопоглощающих диэлектриков в диапазонах низких, высоких и сверхвысоких частот (НЧ, ВЧ, СВЧ) проводят резонансными методами с использованием измерительных устройств с сосредоточенными параметрами на НЧ и ВЧ и с распределенными параметрами на СВЧ.

В дециметровом диапазоне волн сложность таких исследований связана с необходимостью иметь измерительный резонатор с собственной добротностью  $Q_0 \geq 5000$  и высоким коэффициентом заполнения резонатора исследуемым

образцом приемлемых, предпочтительно стандартных, размеров. Другая сложность связана с переходом от устройств и методов измерения на основе цепей с сосредоточенными параметрами  $R, L, C$  к методам СВЧ диапазона на основе устройств с распределенными параметрами. Теория измерительного резонатора и метода измерения в квазистационарном приближении не обеспечивает необходимой точности. Строгое электродинамическое рассмотрение имеет свои сложности и ограничения. Аналитические модели с представлением поля рядами по собственным функциям резонатора эффективны для резонаторов простых правильных форм в отсутствии изломов проводящих поверхностей в виде ребер (внешних углов). Численные методы моделирования в современных универсальных программных пакетах требуют значительных вычислительных ресурсов. Их возможности в расчете полей в узких щелях и зазорах неясны из-за сопоставимости размера зазора и шага сетки разбиения. И аналитические и численные методы в конкретной реализации требуют надежной экспериментальной оценки точности результатов расчета для эффективного практического использования резонаторов.

Наиболее перспективным типом резонатора для исследований слабопоглощающих диэлектриков в дециметровом диапазоне представляется цилиндрический коаксиальный резонатор с «укорачивающей» емкостью - измерительным зазором (КРУЕ). Однако его аналитическая теория и модели численного расчета в литературе представлены недостаточно и не имеют надежной оценки точности. Для измерений используются образцы с диаметром, меньшим диаметра центрального электрода КРУЕ. Это уменьшает коэффициент заполнения резонатора, требует знания точного диаметра образца и его точного центрирования в измерительном зазоре. Применение измеряемых образцов с диаметром, превышающим диаметр центрального электрода КРУЕ, может повысить эффективность процесса измерения диэлектрических параметров. Высокая крутизна зависимости резонансной частоты КРУЕ от величины измерительного зазора делает бессмысленной экспериментальную оценку

точности расчетных моделей без точного измерения величины «укорачивающего» зазора внутри резонатора в собранном состоянии. Таким образом, разработка в дециметровом диапазоне волн экспериментально-аналитической модели измерительного коаксиального резонатора с «укорачивающей» емкостью при диаметре исследуемого образца, превосходящем диаметр центрального электрода, представляет актуальную задачу. Составной частью этой задачи является практическая реализация измерительного резонатора такого типа с максимально достижимой добротностью.

**Цель работы** состоит в разработке расчетной модели измерительного коаксиального резонатора с «укорачивающим» измерительным зазором для измерения параметров СВЧ–диэлектриков и экспериментальное уточнение параметров расчетной модели.

Для достижения поставленной цели решались следующие **задачи**:

1. Анализ типов коаксиальных резонаторов, их конструкций и методов расчета, а также применения в измерительных установках дециметрового диапазона волн.

2. Разработка аналитической модели КРУЕ на основе численного моделирования и экспериментальных исследований с повышенной точностью для расчета резонансных характеристик.

3. Разработка экспериментальной конструкции высокодобротного перестраиваемого КРУЕ дециметрового диапазона для измерения свойств слабопоглощающих диэлектрических материалов.

4. Точное определение внутренних размеров разработанного резонатора, в частности, высоты измерительного зазора для оценки точности расчета резонансной частоты по разработанным моделям.

5. Оценка факторов, вызывающих отклонения экспериментальных характеристик КРУЕ от их расчетных значений и уточнение модели КРУЕ.

6. Поиск аппроксимирующих выражений для простого аналитического расчета диэлектрических параметров измеряемых образцов по их размерам, резонансной частоте и добротности КРУЕ с измеряемым образцом.

7. Измерение диэлектрической проницаемости и тангенса угла диэлектрических потерь слабопоглощающих материалов в дециметровом диапазоне электромагнитных волн и сопоставление с результатами измерения этих же образцов эталонными методами на государственном первичном эталоне единицы комплексной диэлектрической проницаемости ГЭТ 110-2012.

### **Методы исследования**

При выполнении работы проводились экспериментальные, теоретические исследования, численный расчет, математическое моделирование и аппроксимации полученных зависимостей аналитическими выражениями. В теоретических исследованиях использовались квазистационарное приближение КРУЕ с сосредоточенными параметрами, электродинамический метод частичных областей с многоволновым представлением поля, моделирование в пакете симуляции CST Studio Suite 2017 и аппроксимации в программной среде Mathcad. Программы расчета составлены в средах Mathcad и Octave. Экспериментальные исследования проводились на скалярном анализаторе цепей P2M-18 с подтвержденными метрологическими характеристиками. Наиболее критичный размер резонатора – высота зазора между электродами регулировался микрометрическим винтом и измерялся электронным индикатором перемещения с разрешением 1 мкм. Другие внутренние размеры резонатора измерялись предварительно обычным образом и уточнялись по его спектру резонансных частот. Результаты измерения диэлектрических параметров в КРУЕ по полученным аппроксимациям сравнивались с результатами измерения этих же образцов на государственном первичном эталоне единиц комплексной диэлектрической проницаемости ГЭТ 110-2012.

### **Положения, выносимые на защиту**

1. Расчет резонансной частоты двойного КРУЕ может быть сведен к расчету двух одинарных КРУЕ с общей резонансной частотой, равной частоте двойного КРУЕ. Квазистационарный расчет в таком подходе дает приближенные значения «укорачивающих» зазоров в одинарных КРУЕ и резонансной частоты. Результаты квазистационарного расчета являются хорошими начальными приближениями для строгой электродинамической модели методом частичных областей (ЧО).

2. Оценка точности расчетных моделей КРУЕ требует точных внутренних размеров резонатора в собранном состоянии, в особенности, высоты межэлектродного зазора. Полученные в работе оценки точности различных подходов к расчету КРУЕ основаны на размерах экспериментального КРУЕ, измеренных по специальной методике. Погрешность расчета резонансной частоты методом ЧО с многоволновым представлением поля в предложенной модели КРУЕ не более 0,2 %.

3. Разработанная конструкция КРУЕ с регулируемым измерительным зазором обеспечивает уникальную для заданных размеров добротность 7400, регулировку измерительного зазора и перестройку резонансной частоты в пределах от 65 МГц до 650 МГц.

4. Измерения диэлектрических свойств материалов в КРУЕ по разработанным в диссертации расчетным соотношениям обеспечивают эталонный уровень точности в дециметровом диапазоне волн. Чувствительность измерения тангенса угла диэлектрических потерь  $\operatorname{tg}\delta$  составляет  $5 \cdot 10^{-5}$ , что достаточно для исследования существующих диэлектриков с наименьшим поглощением.

### **Научная новизна**

1. Впервые показано, что на основном колебании двойного КРУЕ в области межэлектродного зазора существует параллельная торцевым плоскостям поверхность, на которой радиальная компонента электрического поля обращается в нуль  $E_r = 0$ . По этой поверхности двойной КРУЕ может быть разделен на два



одинарных резонатора и представлен в виде двух одинарных КРУЕ с одинаковой резонансной частотой, равной частоте исходного резонатора.

2. Предложена и экспериментально реализована конструкция перестраиваемого измерительного КРУЕ с изменением межэлектродного зазора за счет прогиба торцевой стенки-мембраны. Новизна разработанной конструкции подтверждена патентом РФ на изобретение. Преимуществами резонатора являются высокая добротность (до 7400) и широкий диапазон перестройки резонансной частоты (65...650 МГц) за счет изменения зазора  $t$  от замыкания электродов (нулевого зазора) до 5,2 мм и его измерение с разрешением 1 мкм.

3. Разработан новый способ определения точных внутренних размеров полых резонаторов на основе исследования их спектра резонансных частот. Способ применен для определения точных внутренних размеров разработанного измерительного КРУЕ, необходимых для оценки точности расчетных моделей резонатора.

4. Получены экспериментальные и расчетные зависимости смещения резонансной частоты разработанного КРУЕ от диэлектрической проницаемости  $\varepsilon$ , толщины  $t_\varepsilon$  и др. параметров диэлектрического включения в зазоре КРУЕ.

5. Найден обобщенный безразмерный параметр  $x(\varepsilon, t_\varepsilon, t)$ , определяющий относительный сдвиг резонансной частоты разработанного КРУЕ  $\mathcal{F}(x)$  как функцию одной переменной  $x$ , что понижает размерность задачи расчета параметров диэлектрика в зазоре КРУЕ по смещению резонансной частоты. Предложены аппроксимирующие функции для  $\mathcal{F}(x)$  и методика диэлектрических измерений в КРУЕ.

### **Личный вклад автора**

Все выносимые на защиту результаты получены при непосредственном участии автора или лично автором. Автором совместно с научным руководителем выяснено распределение электромагнитного поля в КРУЕ и выбраны подходы к расчету его резонансных характеристик. Автором написаны и протестированы программы для ЭВМ в среде Mathcad и Octave для расчета резонансных

характеристик резонатора, проведены математическое моделирование КРУЕ в пакете CST Studio Suite 2017 и экспериментальные исследования.

Постановка задач для экспериментальных исследований, анализ и обобщение экспериментальных данных выполнены совместно с научным руководителем, д.ф.-м.н. В. Н. Егоровым.

### **Теоретическая и практическая значимость работы**

Получены новые данные по распределению электромагнитного поля в двойном КРУЕ без диэлектрического образца и с образцом, дающие основания для выбора наиболее подходящих собственных функций в аналитическом описании КРУЕ.

Разработаны модели для расчета характеристик КРУЕ с экспериментальной оценкой их точности при независимом точном измерении величины «укорачивающего» зазора и других размеров резонатора.

Получены простые аппроксимирующие выражения для расчета диэлектрических параметров образцов в разработанном КРУЕ по относительному уходу резонансной частоты и изменению добротности после ввода образца в резонатор. Вид аппроксимирующей функции пригоден для применения в КРУЕ других размеров.

Разработанный и зарегистрированный в Федеральной службе по интеллектуальной собственности как изобретение коаксиальный измерительный резонатор с цилиндрическим электродом и регулируемым емкостным зазором имеет собственную добротность 7400 на частоте 650 МГц и позволяет проводить наиболее точные измерения диэлектрических параметров слабопоглощающих диэлектриков в дециметровом диапазоне волн. Резонатор планируется к включению в состав Государственного первичного эталона единиц комплексной диэлектрической проницаемости ГЭТ 110-2012 для расширения его частотного диапазона в область дециметровых волн. Точность результатов измерения в разработанном резонаторе удовлетворяет требованиям по метрологическим характеристикам ГЭТ.

Установка с коаксиальным резонатором данного типа и разработанная автором экспериментально-аналитическая модель резонатора используются также в Особом конструкторском бюро кабельной промышленности (АО «ОКБ КП», г. Мытищи) при входном контроле материалов изоляции радиочастотных кабелей.

Разработанная компьютерная программа расчета резонансной частоты двойного коаксиального резонатора с укорачивающей емкостью позволяет точно определить положение «электрической стенки» в зазоре двойного КРУЕ с заданными размерами и резонансную частоту этого резонатора. Программа зарегистрирована в федеральной службе РФ по интеллектуальной собственности.

### **Апробация результатов работы**

Материалы, представленные в диссертации, были доложены на XV Всероссийской научно-технической конференции «Современные проблемы радиоэлектроники и связи» (Иркутск, 2016 г.), XX Всероссийская научно-техническая конференция с международным участием «Современные проблемы радиоэлектроники» (Красноярск, 2017 г.), Всероссийской научно-практической конференции «Прикладные исследования в области физики» (Иркутск, 2021 г.). Результаты диссертационного исследования изложены в 11 публикациях, в т.ч. в четырех статьях в журналах, рекомендованных ВАК.

### **Структура и объем диссертации**

Диссертация состоит из введения, четырех разделов, заключения, списка литературы и приложений. Работа изложена на 139 страницах текста, включает 58 рисунков и 18 таблиц. Список литературы состоит из 78 наименований.

**В первом разделе** представлен обзор основных типов коаксиальных резонаторов, их теория, расчет основных параметров, применение в физических экспериментах и способы перестройки их параметров.

**Во втором разделе** рассматривается применяемый в СВЧ-технике коаксиальный резонатор с укорачивающей емкостью. Кратко описаны основные свойства данного резонатора и теоретическая основа метода измерения диэлектрических параметров в нем. Разработаны различные модели для описания

электромагнитного поля в КРУЕ с регулируемым зазором и его расчета. Представлены расчет резонансной частоты по разработанным моделям, моделирование в среде пакета CST Studio Suite и детальное изучение структуры поля в данном резонаторе.

**В третьем разделе** описаны конструкция разработанного КРУЕ, методики и результаты его экспериментальных исследований и вопросы практической реализации измерительной установки с КРУЕ. Исследована зависимость резонансной частоты от высоты зазора. Описана методика измерения точных внутренних размеров разработанного резонатора по спектру резонансных частот. Представлены оценки отклонений практической формы его резонансной полости от идеальной, влияние прогиба торцевой стенки и гофра на резонансную частоту.

**В четвертом разделе** рассмотрены вопросы диэлектрических измерений в разработанном КРУЕ. Проведены экспериментальное и численное исследование зависимости частотного сдвига от параметров диэлектрического образца и высоты зазора. Найден один обобщенный безразмерный параметр, зависящий от толщины, проницаемости образца и высоты зазора и практически полностью определяющий относительный частотный сдвиг резонатора с диэлектриком. Получены аппроксимирующие аналитические выражения для расчета диэлектрических параметров по относительному частотному сдвигу резонатора. Рассмотрены особенности измерения образцов, плотно зажатых в измерительном зазоре и размещенных свободно с промежутком между образцом и торцом центрального электрода. Показана возможность измерения образцов с большой диэлектрической проницаемостью. Измерены параметры ряда материалов с диэлектрической проницаемостью от 2 до 100 и уровнем потерь  $10^{-2} \dots 3 \cdot 10^{-5}$ . Результаты сопоставлены с данными независимой аттестации.

**В Заключении** кратко изложены основные результаты диссертационной работы.

## 1. Коаксиальные резонаторы и методы их расчета

### 1.1. Типы коаксиальных резонаторов

Коаксиальные резонаторы (КР) нашли широкое применение в антенно-волноводной технике, квантовой и дифракционной электронике, диагностике плазменных и электронных потоков, а также в ряде других областей современной экспериментальной физики и измерительной техники. Коаксиальные резонаторы образуют широкий класс электродинамических устройств от метрового до субмиллиметрового и квазиоптического диапазонов электромагнитных волн. Классы коаксиальных резонаторов представлены на рисунке 1.1.

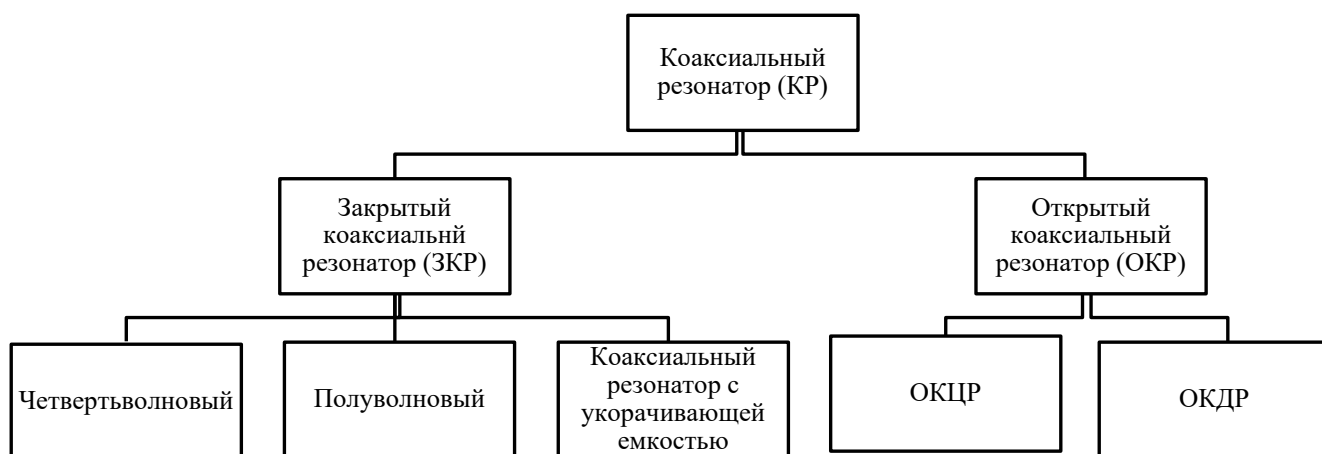


Рисунок 1.1. Обобщенная классификация коаксиальных резонаторов

В диапазоне метровых и дециметровых волн в основном используются закрытые коаксиальные резонаторы (ЗКР), относящиеся к полым металлическим резонаторам. По своим конструкциям и характеристикам, ЗКР классифицируются в трех основных группах: четвертьволновые, полуволновые и коаксиальные резонаторы с укорачивающей емкостью. Устройство основных типов закрытых коаксиальных резонаторов показано на рисунке 1.2 [1].

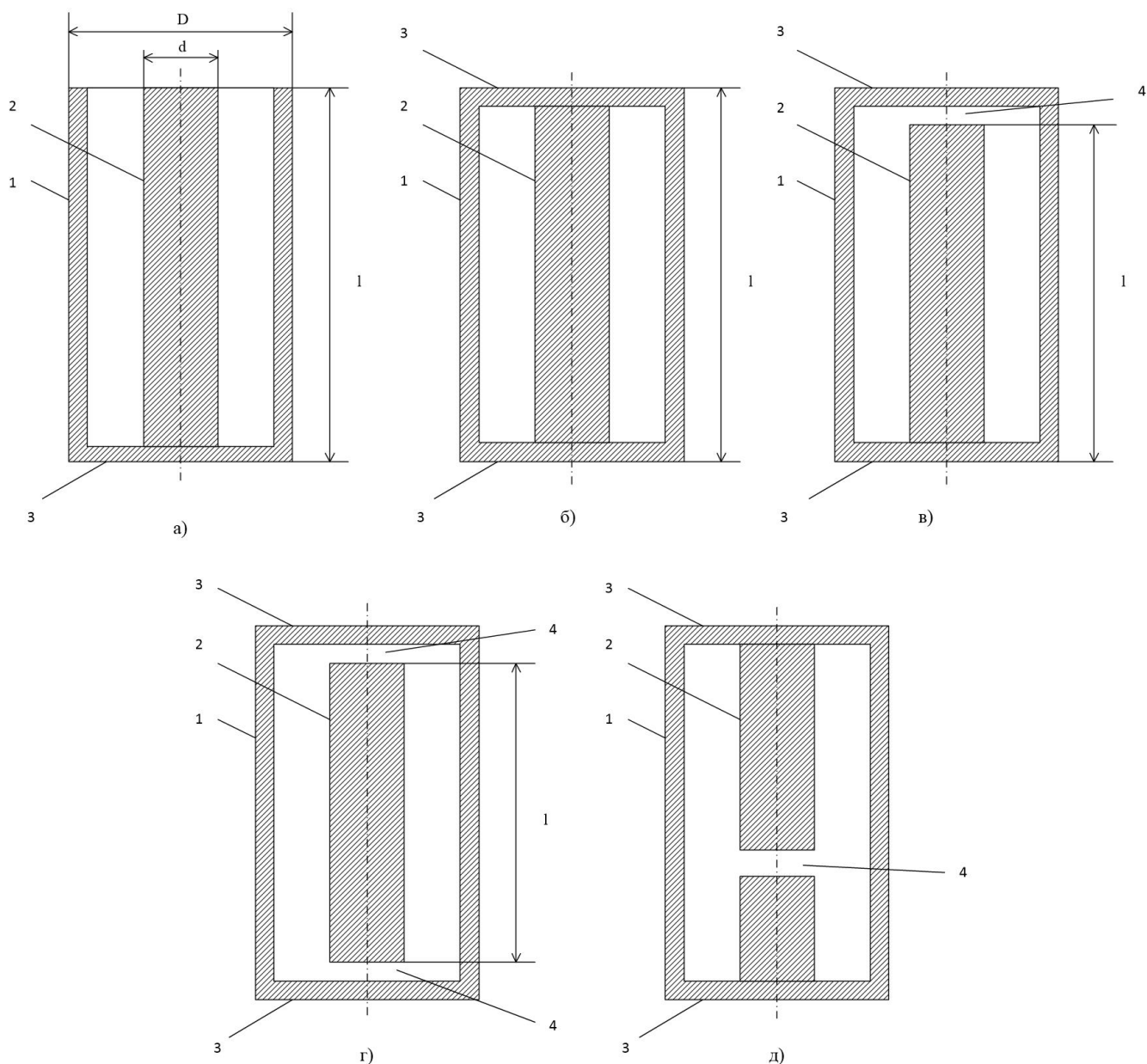


Рисунок 1.2. Типы закрытых коаксиальных резонаторов

а – четвертьволновый КР; б – полуволновый КР; в – односторонний КР с укорачивающей емкостью; г – КР с двумя укорачивающими емкостями; д – двойной КР с укорачивающей емкостью.

1 - наружный проводник коаксиальной линии; 2 – внутренний проводник; 3 – короткозамыкающая (металлическая) стенка; 4 – область сосредоточенной емкости

Четвертьволновые КР (рисунок 1.2а) состоят из металлического цилиндра (наружного проводника), по оси которого расположен круглый металлический стержень (внутренний проводник- электрод). На одном конце эти резонаторы ограничены металлической стенкой, контактирующей как с наружным, так и с внутренним проводниками. На другом конце резонаторы открыты в пространство. Такой тип КР обладает излучением энергии из открытого конца. Этот недостаток легко устранить, сделав наружную трубу резонатора длиннее внутреннего проводника, т.е. создав на этом конце отрезок запердельного волновода с полным отражением от него (рисунок 1.3,а). Длина  $l$  внутреннего проводника несколько менее четвертьволновой за счет реактивной входной проводимости запердельного волновода (небольшого «проваливания» поля в запердельный волновод [1]). Резонансная частота резонаторов при этом регулируется путем изменения длины  $l$  внутреннего проводника. На короткозамкнутом конце четвертьволнового резонатора стоит максимум продольного ВЧ тока, поэтому между подвижным внутренним проводником и корпусом должно обеспечивать хороший электрический контакт. С этой целью используются пружинящие контакты, схематически показанные на рисунке 1.3б [1].

Вторая группа ЗКР представляет полуволновые КР - отрезки коаксиальной линии полуволновой длины, короткозамкнутые на обоих концах. Полуволновые КР могут рассматриваться как комбинация двух четвертьволновых резонаторов, соединенных открытыми концами.

Главными областями применения полуволновых и четвертьволновых КР в прошлом были СВЧ резонансные волномеры и колебательные системы перестраиваемых генераторов. В настоящее время они находят широкое применение в экспериментальной технике и в качестве частотных фильтров в приемопередающих трактах метрового и дециметрового диапазонов, в т.ч. в качестве фильтров внеполосного излучения на высоких уровнях мощности.

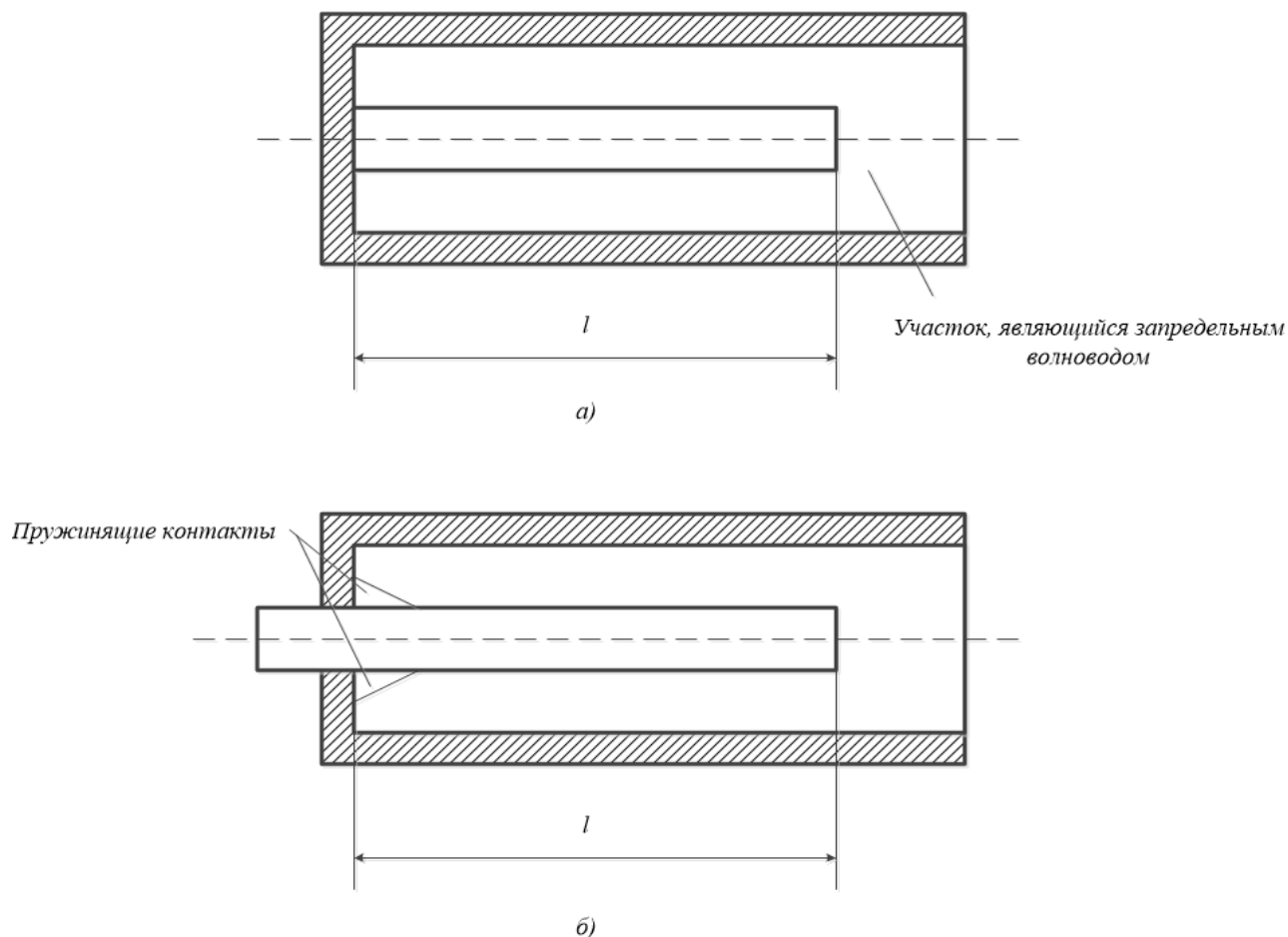


Рисунок 1.3. Особенности конструктивного выполнения четвертьволновых резонаторов: с наружным и внутренним проводниками разной длины (а); с подвижным внутренним проводником (б)

Распространение получили также резонаторы, сходные с полуволновым, но имеющие узкий зазор в центральном электроде. Такие резонаторы называются коаксиальными резонаторами с укорачивающей емкостью (КРУЕ). Резонатор называется одинарным, если его емкостный ("укорачивающий") зазор находится между плоской металлической торцевой поверхностью резонатора и торцом центрального электрода (рисунок 1.2,в). В двойном КРУЕ зазор находится в разрыве центрального электрода (рисунок 1.2,д) [3]. Коаксиальные резонаторы с укорачивающей емкостью используются в диапазоне метровых, дециметровых и более коротких волн как элементы фильтров, генераторов и измерительных приборов [1]. С помощью резонатора этого типа можно получить широкий



диапазон механической перестройки резонансной частоты до 50 % и более за счет изменения емкостного зазора. Коаксиальные резонаторы с двумя укорачивающими емкостями (рисунок 1г) применяются в пролетных клистронах, где сосредоточенные емкостные элементы являются зазорами между торцевыми стенками и обкладками внутреннего проводника. Двойные КРУЕ, находят применение в измерении электрофизических параметров диэлектрических материалов в диапазоне дециметровых волн, что более подробно будет описано в п. 1.3 этой главы.

В диапазонах миллиметровых и субмиллиметровых электромагнитных волн применяются открытые коаксиальные резонаторы (ОКР), в т.ч. квазиоптического типа [2], прародителем которых является закрытый коаксиальный резонатор. Если убрать в ЗКР торцевые стенки и считать внутренний стержень бесконечно протяженным, то получается модель открытого коаксиального цилиндрического резонатора (ОКЦР). Существует на практике группа ОКЦР с прямолинейными образующими (рисунок 1.4), или по-иному, открытые резонаторы с цилиндрическими зеркалами, простейшими представителями которых являются варианты фильтра-пробки в цилиндрическом (рисунок 1.4,а) и коаксиальном (рисунок 1.4,б) волноводах. Другими вариантами резонаторов этой группы являются конструкции, в которых внутреннее зеркало резонатора представляет собой металлическую трубу (рисунок 1.4,в), где выступ  $\Delta = \tilde{L} - L$  может быть положительным, отрицательным или равным нулю. Возможны еще открытые осесимметричные предельные резонаторы, построены на цилиндрическом (рисунок 1.4,г) и коаксиальном (рисунок 1.4,д) волноводах.

Второй группой из этого класса резонаторов являются ОКЦР с фокусирующими зеркалами, в которых частота может быть фиксированной (рисунок 1.5,а – д) или перестраиваемой (рисунок 1.5,е – з). Первая подгруппа ОКЦР с фокусирующими зеркалами включает резонаторы с одним (а – в) или обоим (г, д) фокусирующими зеркалами. В перестраиваемых резонаторах, где

обычно имеется только одно фокусирующее зеркало, частота регулируется смещением одного из зеркал по отношению к другому вдоль их общей оси.

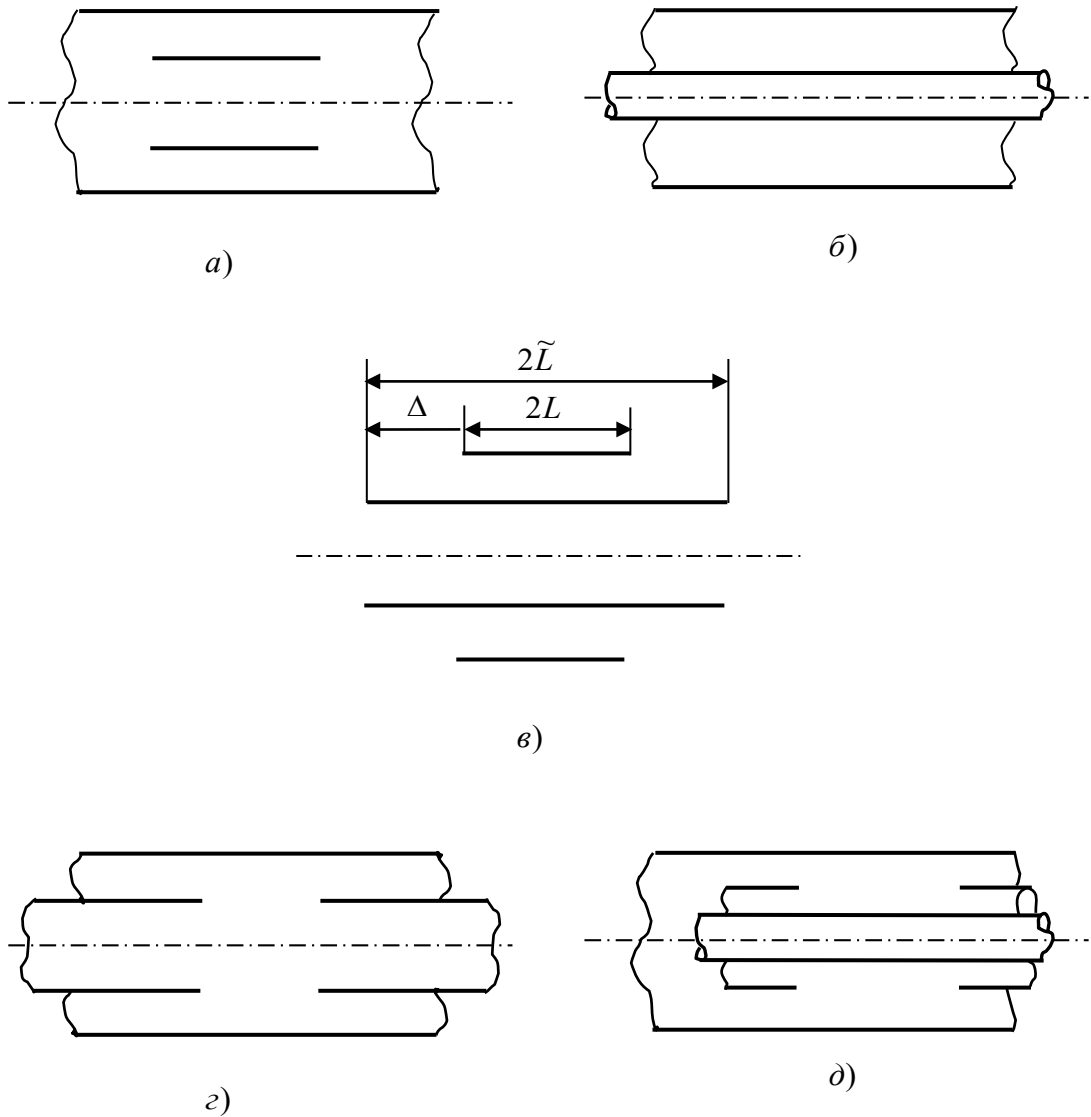


Рисунок 1.4. Типы ОКЦР с прямолинейными образующими: фильтр-пробка в цилиндрическом (а) и коаксиальном (б) трактах; в – ОКЦР с обоими зеркалами конечной длины (открытый резонатор «клистронного» типа); г, д – предельные резонаторы на основе цилиндрического (г) и коаксиального (д) трактов

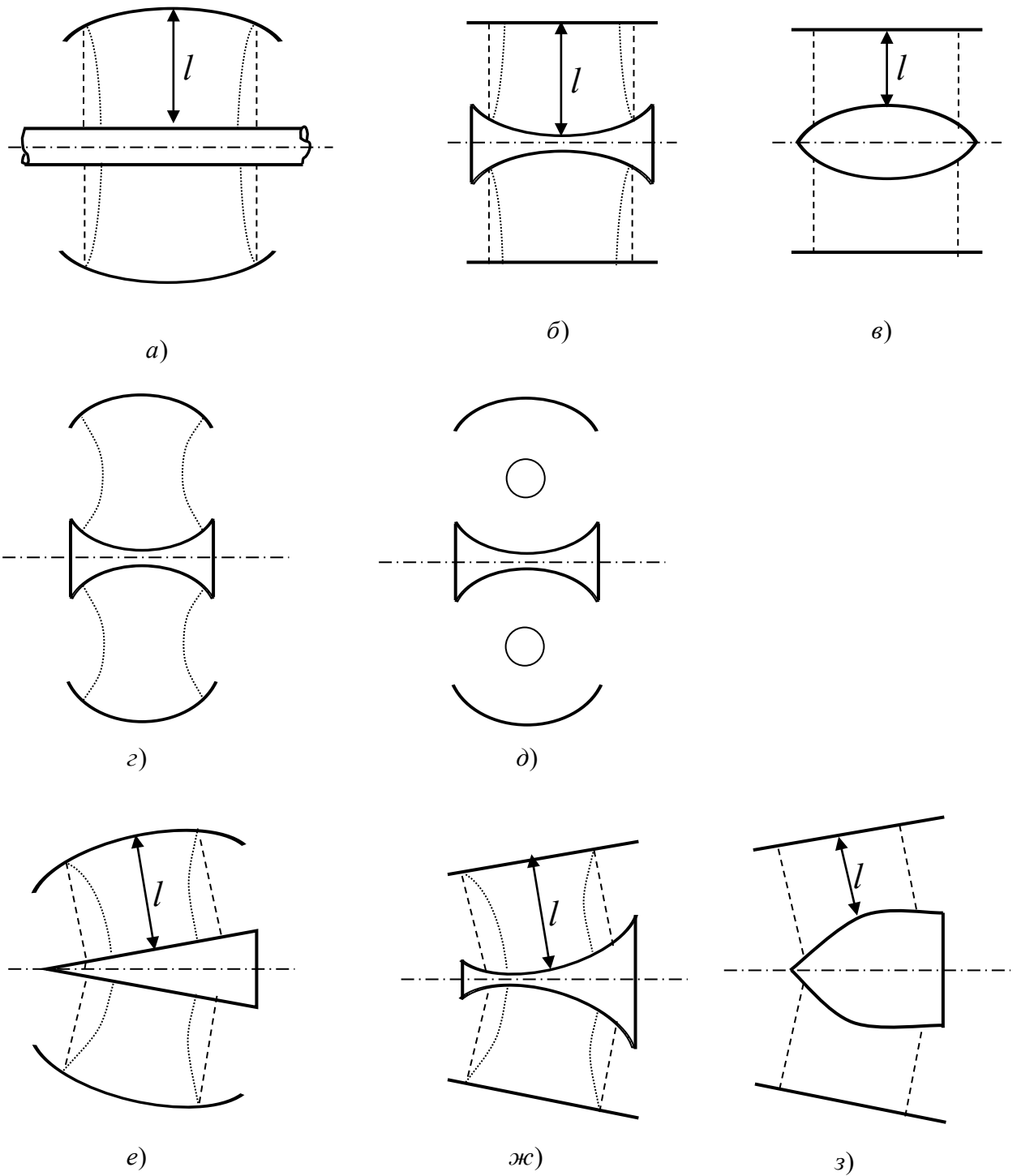


Рисунок 1.5. Типы ОКЦР с фокусирующими зеркалами: а – с бочкообразным внешним и цилиндрическим внутренним зеркалами; б – внутреннее зеркало в виде параболоида вращения, внешнее – цилиндрическое; в – внутреннее зеркало – в виде эллипсоида вращения; г, д – тороидальные резонансные структуры; е, ж, з – перестраиваемые резонаторы, выполненные на основе резонаторов по схемам а,

б, в

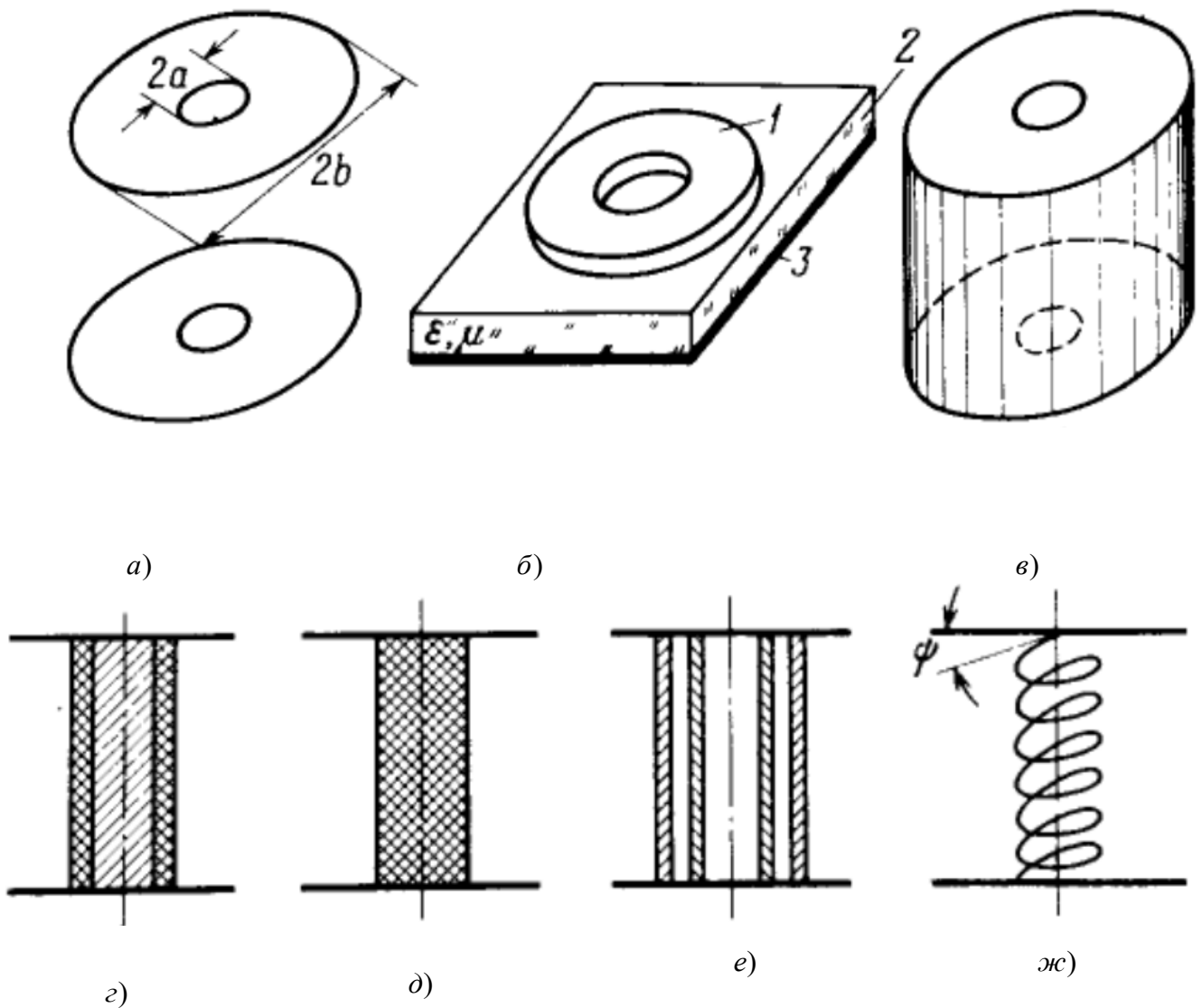


Рисунок 1.6. ОКДР с плоскими зеркалами: а – кольцевой резонатор; б – микрополосковый резонатор; в – полуоткрытый радиальный резонатор; г, д, е, ж – дисковые резонаторы с металлическим стержнем, покрытым слоем магнитодиэлектрика (г), диэлектрическим стержнем (д), металлической (диэлектрической) спиралью (ж)

Если в ЗКР убрать внешнее цилиндрическое зеркало (цилиндрический корпус), то получим открытый коаксиальный дисковый резонатор (ОКДР). ОКДР могут классифицироваться на 2 группы: ОКДР с плоскими зеркалами (рисунок 1.6) и ОКДР с фокусирующими зеркалами и (или) отверстиями на зеркалах

(рисунок 1.7). Примерами первой группы являются кольцевой резонатор; кольцевой микрополосковый резонатор, который переходит в кольцевой при  $\varepsilon, \mu = 1$ ; полуоткрытый или радиальный резонатор; и ОКДР с различными телами между зеркалами: с металлическим стержнем с диэлектрическим покрытием (рисунок 1.6,г), с диэлектрическим стержнем (рисунок 1.6,д), многослойной диэлектрической трубой (рисунок 1.6,е) и спиралью (рисунок 1.6,ж).

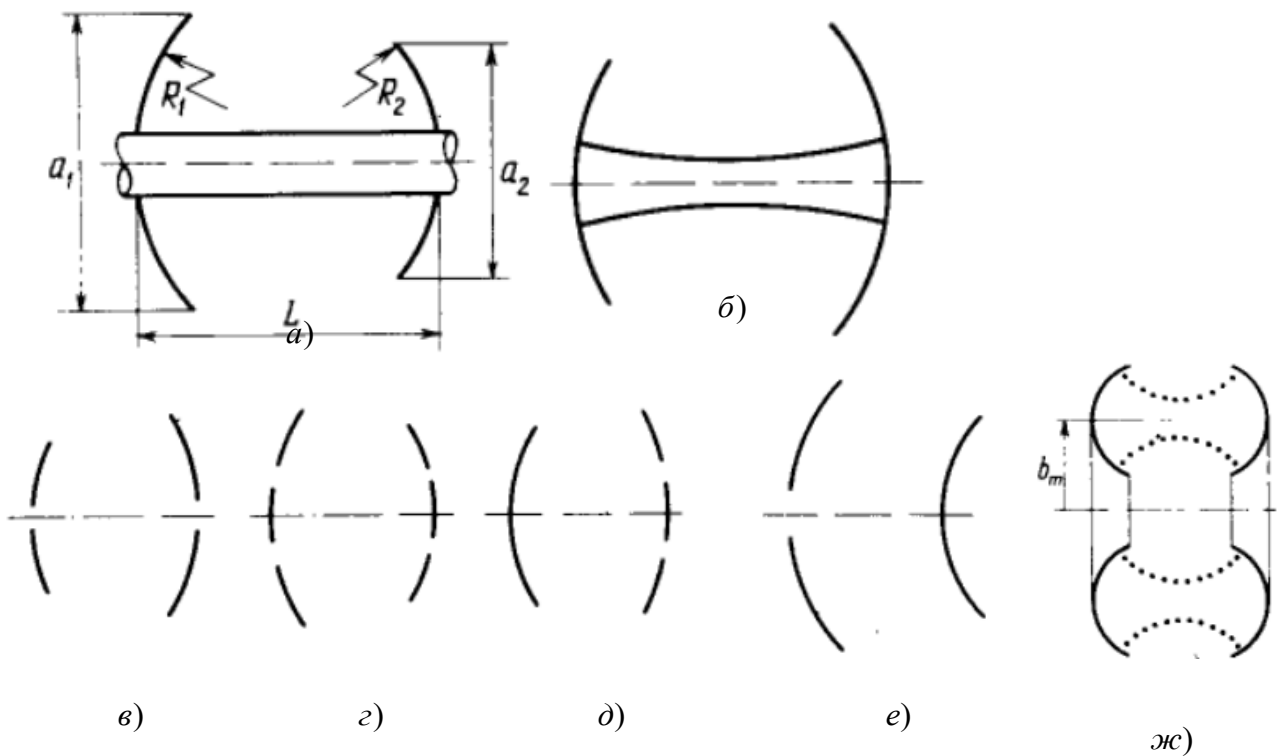


Рисунок 1.7. ОКДР с фокусирующими зеркалами и отверстиями на зеркалах: а – перестраиваемый резонатор; б – с центральным стержнем сложной формы; в – с центральными отверстиями в обоих зеркалах; г – с кольцевыми отверстиями в обоих зеркалах; д – с кольцевым отверстием в одном из зеркал; е – неустойчивый резонатор с центральным отверстием в одном из зеркал; ж – тороидальный открытый резонатор

К второй группе относятся ОКДР со сферическими зеркалами на общем стержне в виде цилиндра или сложной формы (например, формы гиперboloида вращения); ОКДР с отверстиями на зеркалах с более общей точки зрения суть

предельные случаи открытых резонаторов, зеркала которых обладают неоднородной (по радиусу) прозрачностью.

Главным преимуществом открытого коаксиального резонатора является разреженный спектр собственных колебаний в сравнении с соответствующим ему (по размерам) закрытом резонаторе, что позволяет применять их в диагностике структуры плазменных струй, электронных потоков, измерении диэлектрических свойств твердых веществ и жидкостей [12-14] на сверхвысоких частотах. В задачах диагностики, кроме выше сказанного преимущества, ОКР еще позволяют достаточно просто вводить в них плазму и увеличить диапазон исследуемых концентраций заряженных частиц.

На основе ОКР разработаны такие стабильные генераторы колебаний, обладающие высокой выходной мощностью, как гиромонотроны (мазеры на циклотронном резонансе) [15] и оротроны (генераторы дифракционного излучения) [16-19]. ОКР применяется также в лазерной технике, для оптимизации вывода излучения из лазерных устройств [20-29]; в различных типах фильтров миллиметрового и субмиллиметрового диапазонов [30, 23, 31, 32]; в задаче разрежения спектра по поперечному индексу [33, 23] и т.д. Также возможно применение ОКР в полосковых линиях, где коаксиальные конструкции оказываются эффективными в миллиметровом диапазоне, обеспечивая меньше паразитное излучение и, соответственно, большую, чем планарные конструкции, добротность колебаний. Одиночные ОКР и системы дифракционно связанных ОКР находят также применения в антенной технике. Открытые коаксиальные резонаторы являются частным случаем открытых колебательных и направляющих систем. Поэтому для их расчета используются основные методы математической теории дифракции волн в открытых структурах [2].

## 1.2. Методы расчета коаксиальных резонаторов

Расчет коаксиальных резонаторов с разными требованиями по точности требует различных методов. Расчет четвертьволновых и полуволновых КР достаточно точно и просто может выполняться методом эквивалентных электрических схем. В этом методе КР являются отрезками коаксиальной линии, которые представляются двухпроводными линиями с комплексными сопротивлениями  $Z_1$  и  $Z_2$  на концах (рисунок 1.8). Пусть геометрическая длина линии равна  $l$ . Напряжение отраженной волны отстает от напряжения падающей волны при отражении от нагрузок  $Z_1$  и  $Z_2$  соответственно на углы  $\varphi_1$  и  $\varphi_2$ . Фазовую постоянную обозначим как  $\beta = \frac{2\pi}{\lambda_B}$ . Тогда волна, распространяющаяся направо от плоскости АА, приходит в плоскость ББ со сдвигом фазы, равным  $\beta l$ . После отражении от нагрузки  $Z_2$  фаза отстает на величину  $\varphi_2$ . В плоскость АА справа приходит волна с фазой  $2\beta l + \varphi_2$ . При отражении от нагрузки  $Z_1$  фазовый сдвиг волны равно  $2\beta l + \varphi_1 + \varphi_2$ .

Условием резонанса являются синфазное сложение волн в любом сечении линии. Следовательно, полный сдвиг по фазе должен быть кратен  $2\pi$ , т.е.

$$\varphi_1 + \varphi_2 + 2\beta l = 2\pi n \quad (1.1)$$

где  $n = 1, 2, 3, \dots$

Обозначим через  $\lambda_0$  резонансную длину волны рассматриваемого резонатора, то есть длину волны в свободном пространстве, при которой амплитуда колебаний внутри резонатора резко возрастает (при отсутствии потерь стремится в бесконечность). Величину  $\lambda_0$  можно найти с помощью условия (1.1), зная фазы  $\varphi_1$  и  $\varphi_2$  и длину  $l$ , а также (в случае дисперсии) зная критическую длину волны линии при рассматриваемом типе волны.

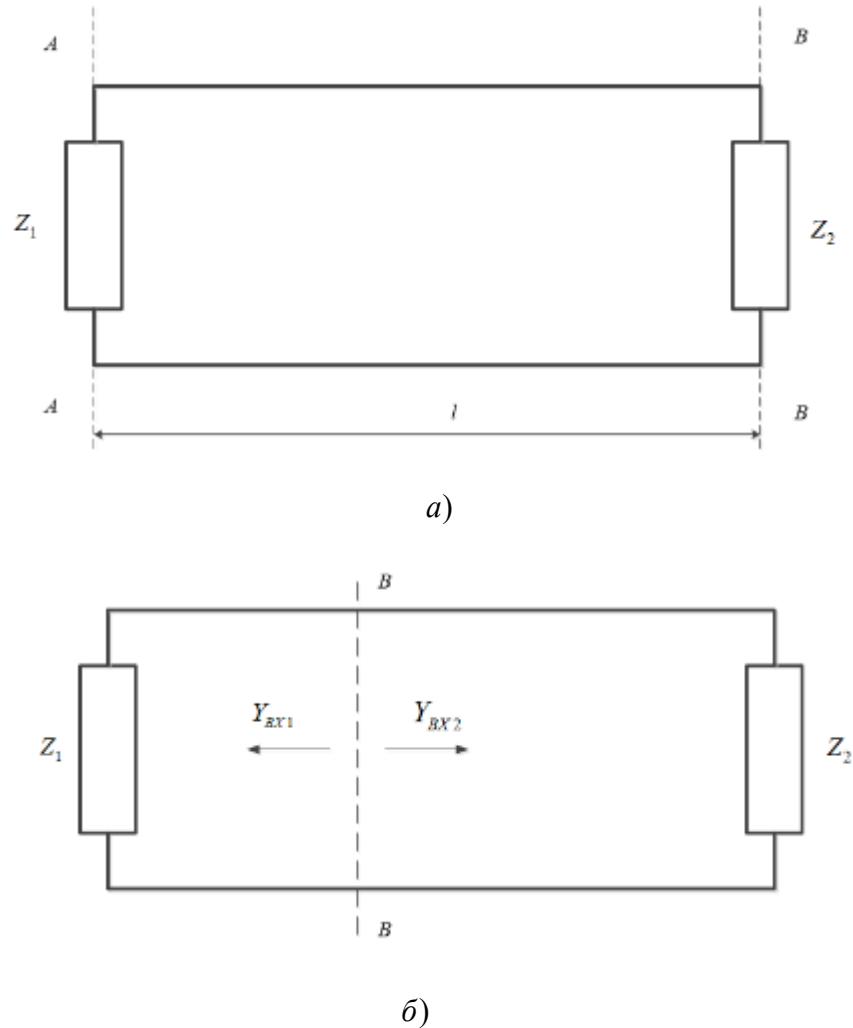


Рисунок 1.8. Обобщенная эквивалентная схема коаксиальных резонаторов

Определение резонансной длины волны  $\lambda_0$  обычно выполняется другим общим методом, в котором применяется условие равенства нулю полного реактивного сопротивления колебательной системы при резонансе. На произвольном мысленном сечении ВВ (рисунок 1.13б) рассмотрим полные входные проводимости из левой ( $Y_{BX1}$ ) и правой ( $Y_{BX2}$ ) частей. Обозначим через  $B_{BX1}$  и  $B_{BX2}$  мнимые части величин  $Y_{BX1}$  и  $Y_{BX2}$ , т.е. реактивные входные проводимости каждой из частей резонатора. Рассматривая полный резонатор как параллельный колебательный контур, при резонансе  $\omega = \omega_0$  можно записать:

$$B_{BX1} + B_{BX2} = 0 \quad (1.2)$$

Применение обобщенных условий (1.1) и (1.2) может быть выполнено для всех систем, сводящихся к схеме, показанной на рисунке 1.8, и во многих случаях



позволяет обходить непосредственное решение уравнений поля и использовать результаты общей теории передающих линий СВЧ.

В расчетах КРУЕ, где применение метода эквивалентных электрических схем затруднено и не дает правильный результат, применяется квазистационарное приближение. КРУЕ в таком подходе рассматривается как колебательный контур индуктивных и емкостных элементов (рисунок 1.9).

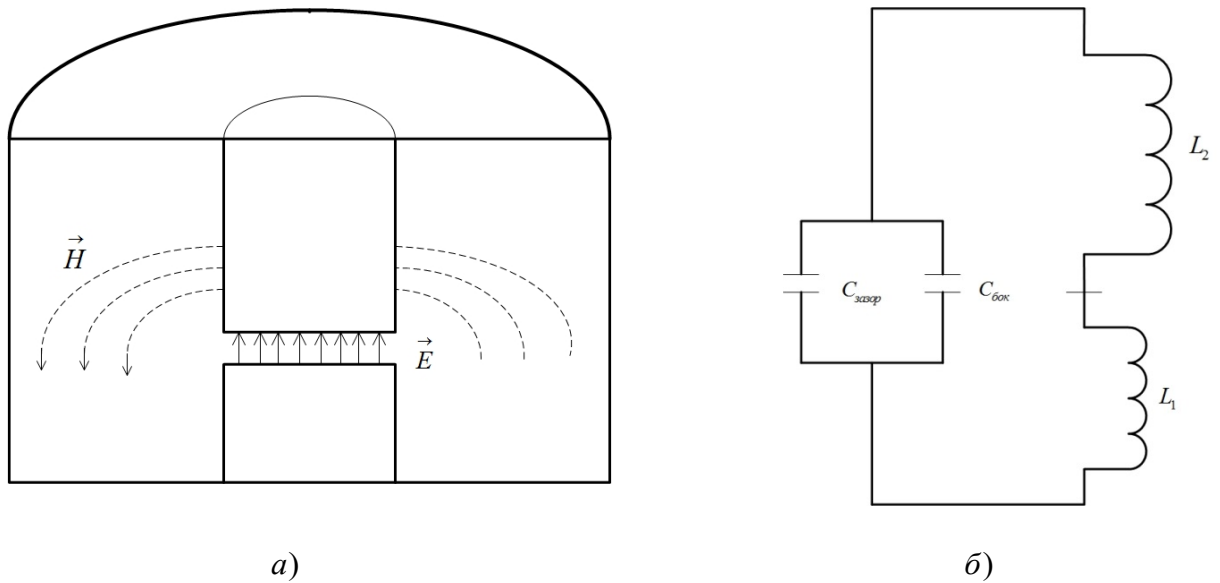


Рисунок 1.9. Квазистационарный резонатор (а) и его эквивалентная схема (б)

Для тока проводимости в центральном электроде и напряжения между центральным электродом и корпусом резонатора имеет место соотношение:

$$\frac{U}{I} = Z = R + jX \quad (1.3)$$

В приближении идеальной проводимости внутренних поверхностей резонатора  $R = 0$ . Поэтому

$$\frac{U}{I} = Z = jX \quad (1.4)$$

Области резонатора с коаксиальными выступами можно рассматривать как закороченные на одном конце и разомкнутые на другом конце отрезки коаксиальных линий (рисунок 1.10). В любом сечении  $x$  замкнутой на конце коаксиальной линии ток и напряжение стоячей волны описываются выражениями

$$\begin{aligned} i(x) &= I_n \cos kx, \\ u(x) &= jU_n \sin kx \end{aligned} \quad (1.5)$$

где  $I_n$  – амплитуда тока в пучности;

$U_n$  – амплитуда напряжения в пучности;

$k = \frac{2\pi}{\lambda}$  – волновое число.

Координата  $x$  отсчитывается от плоскости короткого замыкания линии. Пучности тока и напряжения смещения в пространстве относительно друг друга на расстояние в четверть длины волны.

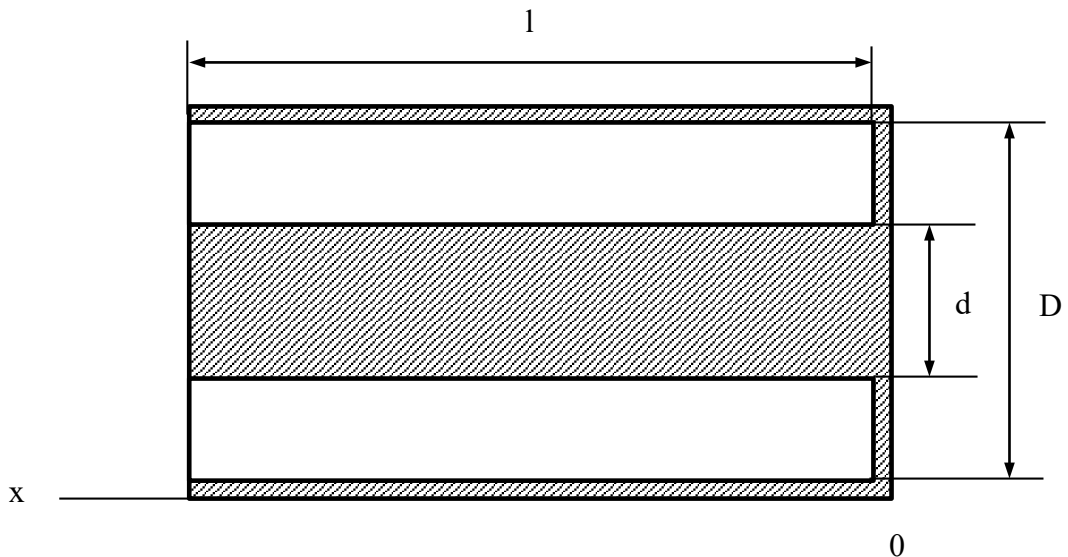


Рисунок 1.10. Короткозамкнутый отрезок коаксиальной линии

Входное сопротивление нижней  $d$  и верхней  $u$  коаксиальных частей резонатора при  $z = L_d$  и  $z = L_d + t$  имеет вид:

$$\begin{aligned} Z_d &= j\rho \cdot \operatorname{tg}(k_2 L_d), \\ Z_u &= j\rho \cdot \operatorname{tg}(k_2 L_u), \end{aligned} \quad (1.6)$$

где  $t$  - высота зазора,  $\rho = 60 \sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}} \ln\left(\frac{D}{d}\right)$  - волновое сопротивление.

При электрической длине коаксиальных частей резонатора [75] меньше  $\frac{\lambda}{4}$  их входные сопротивления имеют индуктивный характер:  $X_{d,u} > 0$ . Эти индуктивные коаксиальные части соединены через зазор, обладающий емкостным характером  $jX_C = -j/(\omega C_\Sigma)$ , где  $C_\Sigma$  - полная емкость области зазора [75] и  $X_C < 0$ .

Полная емкость области зазора  $C_\Sigma = C_0 + C_{бок}$  рассматривается как сумма емкости  $C_0$  плоского конденсатора-зазора и емкости боковой области электродов  $C_{бок}$ . Эти емкости выражаются как [3]

$$C_0 = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon_1 \pi \cdot a^2}{t} \quad C_{бок} = \varepsilon_0 \varepsilon_2 d \cdot \ln \frac{(D-d)}{t}. \quad (1.7)$$

где  $\varepsilon_0$  - электрическая постоянная вакуума,  $\varepsilon_{1,2}$  - относительная диэлектрическая проницаемость среды в резонаторе,  $D = 2b$  - внутренний диаметр внешнего цилиндра,  $d = 2a$  - диаметр внутреннего цилиндра.

Существование емкости боковой области электродов показывает, что сопротивление поверхности внутренних цилиндрических электродов имеет не только индуктивный характер, но и емкостный (с большой долей вблизи зазора, рисунок 1.9,б). Приближенная формула для расчета емкости плоского конденсатора-зазора не учитывает зависимость по радиусу поля во внутренней области зазора и искаженные поля на краевой области зазора (краевой эффект).

Резонансная частота рассчитывается из условия  $X_d + X_u + X_C = 0$ , которое дает

$$\rho \cdot [tg(k_2 L_d) + tg(k_2 L_u)] - 1/(\omega C_\Sigma) = 0. \quad (1.8)$$

В таких задачах, как измерение диэлектрических параметров материалов, расчет КР в квазистационарном приближении не дает необходимой точности. Для повышения точности применяется метод частичных областей (ЧО) с многоволновым представлением поля в этих областях. Электродинамические методы с многоволновым представлением поля требуют выбора подходящих

функций для описания поля в областях резонатора. Методы частичных областей для коаксиального резонатора с укорачивающей емкостью были развиты Веигуо Си и Уэйнн Р. Тинга [4], Джеймс Бейкер-Джавис и Билл Ф. Риддл [5], Ричард Г. Картер [6] и Фелипе Л. Пенаранда-Фуа [7]. Процедура моделирования КР по методам частичных областей заключается в следующих этапах:

- сегментация - разделение пространства внутри КР на более простые области правильной формы (кольцевые и цилиндрические);
- представление поля в каждой разделенной области;
- комбинирование полей областей для получения решения.

Развиваемые расчеты КРУЕ методом ЧО различаются между собой способом сегментации, моделью поля резонатора и техникой комбинирования полей. Веигуо Си и Уэйнн Р. Тинга, Джеймс Бейкер-Джавис и Билл Ф. Риддл и Ричард Г. Картер выполняли свою сегментацию по горизонтальному направлению (рисунок 1.11а), а в другой работе Фелипе Л. Пенаранда-Фуа разделяет КР по вертикальному направлению (рисунок 1.11б).

Поле разделенных областей описывается многоволновой моделью, в которой поле представляется как совокупность ортогональных собственных волн с соответствующими весами с учетом некоторых граничных условий. В случае КР, поскольку разделенные области обладают цилиндрической или кольцевой формой, поле в этих областях лучше представляется совокупностью азимутально-независимых  $E_{0n}$  волн, где  $n = 0, 1, 2, 3, \dots$ . Компоненты этих полей описываются методом разделения переменных в следующих выражениях:

$$\begin{aligned}
 E_z^i(r, z) &= \sum_{n=0}^{\infty} e_{z,n}^i \cdot R(\chi_n^i \cdot r) \cdot Z(h_n^i \cdot z) \\
 E_r^i(r, z) &= \sum_{n=0}^{\infty} e_{r,n}^i \cdot R'(\chi_n^i \cdot r) \cdot Z'(h_n^i \cdot z) \\
 H_z^i(r, z) &= \sum_{n=0}^{\infty} h_{\varphi,n}^i \cdot R'(\chi_n^i \cdot r) \cdot Z'(h_n^i \cdot z)
 \end{aligned} \tag{1.9}$$

где  $i = 1, 2, 3, \dots$  - номер разделенной области;  $\chi_n^i$  - поперечное волновое число;  $h_n^i$  - продольное волновое число;  $R(\chi_n^i \cdot r)$  - радиально-зависимые цилиндрические функции ( $R(\chi_n^i \cdot r) = J_0(\chi_n^i \cdot r)$  для цилиндрической области,  $R(\chi_n^i \cdot r) = J_0(\chi_n^i \cdot r) + Q(\chi_n^i) \cdot N_0(\chi_n^i \cdot r)$  для кольцевой области);  $Z(h_n^i \cdot z)$  - продольно-зависимые гармонические функции,  $e_{z,n}^i, e_{r,n}^i, h_{\varphi,n}^i$  - весовые амплитуды компонент  $E_z^i, E_r^i, H_{\varphi}^i$ .

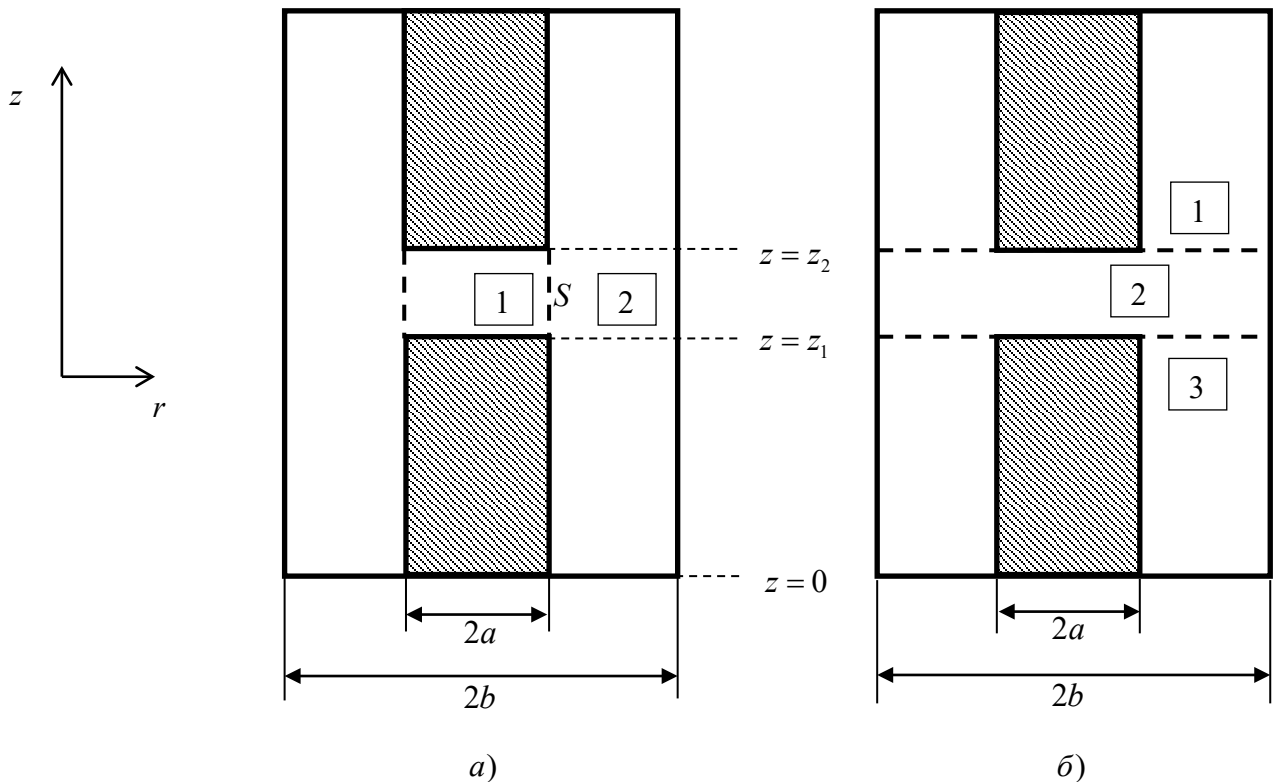


Рисунок 1.11. Сегментация КРУЕ; (а) по горизонтальному направлению; (б) по вертикальному направлению

После того, как все поля в частичных областях математически представлены, применяются разные методы комбинирования этих полей для получения конечного решения. Этими методами являются: «сшивание» мод (mode matching), вариационный метод и контурный анализ.

Суть техники «сшивания» мод заключается в наложении условий непрерывности касательных компонент ( $E_z$  и  $H_\varphi$ ) на граничной поверхности  $S$  раздела двух областей (рисунок 1.11а). Из него получается система уравнений:

$$\sum_{n=0}^{\infty} e_{r,n}^1 \cdot R(\chi_n^1 \cdot r) \cdot Z(h_n^1 \cdot z) = \sum_{n=0}^{\infty} e_{r,n}^2 \cdot R(\chi_n^2 \cdot r) \cdot Z(h_n^2 \cdot z) \quad (1.10).$$

$$\sum_{n=0}^{\infty} h_{\varphi,n}^1 \cdot R'(\chi_n^1 \cdot r) \cdot Z'(h_n^1 \cdot z) = \sum_{n=0}^{\infty} h_{\varphi,n}^2 \cdot R'(\chi_n^2 \cdot r) \cdot Z'(h_n^2 \cdot z)$$

В [4] данная техника была применена для расчета одинарного КРУЕ, размеры которого являются  $L = 200$  мм,  $r_0 = 3,55$  мм,  $r_1 = 12,44$  мм,  $r_2 = 50,00$  мм. При регулировании высоты зазора  $t$  от 2 мм до 10 мм, резонансная частота изменяется от 3040,3 МГц до 3106,8 МГц. Различие расчета от экспериментальных данных составляет не более 0,059%.

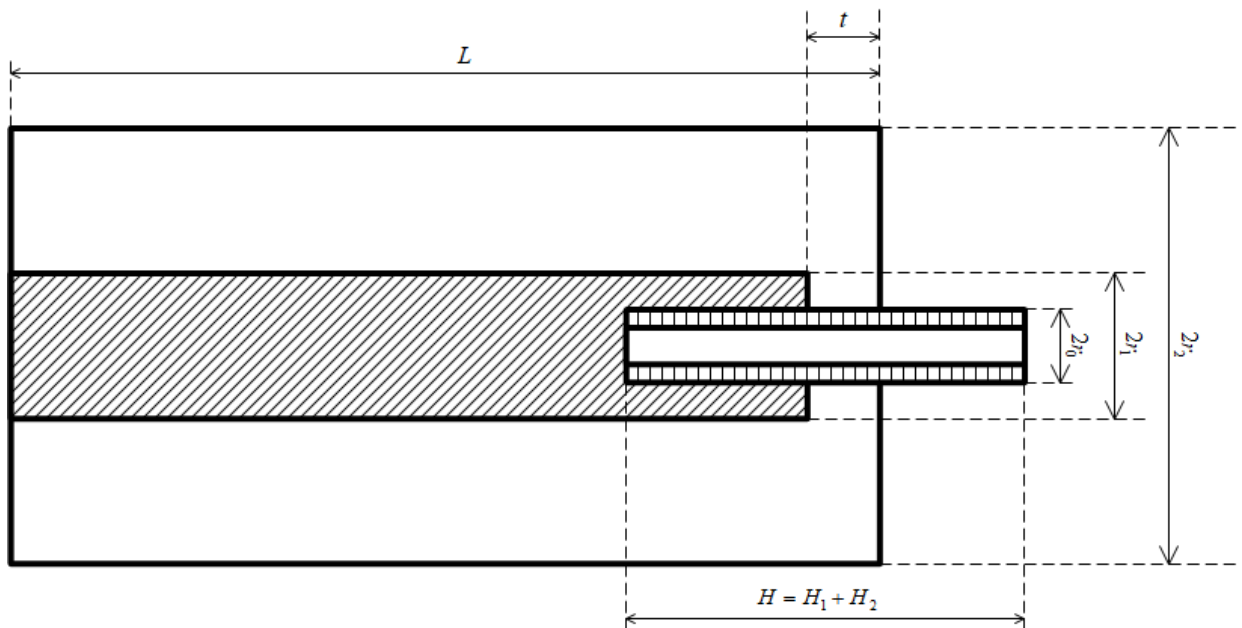


Рисунок 1.12. Одинарный КР с отверстием для диэлектрического образца

Техника «сшивания» мод была дальше развита Джеймс Бейкер-Джавис и Билл Ф. Риддл для двойного КРУЕ [5]. Развитие заключается в умножении обеих сторон полученных уравнений (1.10) на осевые собственные функции и интегрировании по всей граничной поверхности. Этот подход записывается в следующих выражениях:

$$\begin{aligned} \iint_S \sum_{n=0}^{\infty} e_{r,n}^1 \cdot R(\chi_n^1 \cdot r) \cdot Z(h_n^1 \cdot z) \cdot \sum_{m=0}^{\infty} Z(h_m^1 \cdot z) \cdot dS &= \iint_S \sum_{n=0}^{\infty} e_{r,n}^2 \cdot R(\chi_n^2 \cdot r) \cdot Z(h_n^2 \cdot z) \cdot \sum_{m=0}^{\infty} Z(h_m^1 \cdot z) \cdot dS \\ \iint_S \sum_{n=0}^{\infty} h_{\varphi,n}^1 \cdot R'(\chi_n^1 \cdot r) \cdot Z'(h_n^1 \cdot z) \cdot \sum_{m=0}^{\infty} Z'(h_m^1 \cdot z) \cdot dS &= \iint_S \sum_{n=0}^{\infty} h_{\varphi,n}^2 \cdot R'(\chi_n^2 \cdot r) \cdot Z'(h_n^2 \cdot z) \cdot \sum_{m=0}^{\infty} Z'(h_m^1 \cdot z) \cdot dS \end{aligned} \quad (1.11)$$

где  $Z_1(h_m^1 \cdot z)$ ,  $Z_2(h_m^1 \cdot z)$  - осевые собственные функции.

Вариационный метод был развит в [6] для одинарного КРУЕ, и аналогично может применять для двойного КРУЕ. Применяя теорему Пойтинга отдельно для каждой области и выбирая зависимость электрического поля от времени как  $\sin(\omega t)$ , в области 1 можно записать:

$$\frac{dW^1(t)}{dt} = -\cos(\omega t)\sin(\omega t) \int_{S^1} (E^1 \times H^1) \cdot dS^1 \quad (1.12)$$

где  $W^1(t)$  является мгновенным запасом энергии в области 1 и интеграл взят по ее поверхности.  $E^1$  и  $H^1$  определяются как базовые функции, которые удовлетворяют внешним граничным условиям и интеграл равен 0, кроме поверхности  $r = a$ . Подобное уравнение может быть записано для области 2. Эти уравнения могут быть сложены вместе чтобы получить скорость изменения со временем суммарного запаса энергии в резонаторе как:

$$\frac{d[W^1(t) + W^2(t)]}{dt} = -\cos(\omega t)\sin(\omega t) \int_{r=a} (E^1 \times H^1 - E^2 \times H^2) \cdot dS \quad (1.13)$$

где интеграл взят по поверхности  $r = a$ . Отрицательный знак в интеграле связан с тем, что поток вектора Пойтинга в (1.12) определяется относительно внешней нормали к области. Левая часть (1.13) должна быть равна 0 в любой момент времени в резонаторе без потерь. Когда  $E$  и  $H$  являются точными решениями задачи, их тангенциальные компоненты являются непрерывными при  $r = a$  и интеграл в (1.13) тождественно равен 0.

Поток вектора Пойтинга вне области 1 получен следующим путем:

$$S^1 = 2\pi r_1 \int_0^{z_1} E_z^1 \cdot H_\varphi^1 \cdot dz \quad (1.14)$$

$$S^2 = 2\pi r_1 \int_0^{z_2} E_z^2 \cdot H_\varphi^2 \cdot dz$$

Тангенциальные компоненты поля в областях записываются в следующем виде:

для области 1:

$$\begin{aligned} E_z^1(r, z) &= \sum_{n=0}^{\infty} A_{z,n}^1 \cdot Z(h_{z,n}^1 z) \\ H_\varphi^1(r, z) &= \sum_{n=0}^{\infty} B_{\varphi,n}^1 \cdot Z(h_{z,n}^1 z) \end{aligned} \quad (1.15)$$

для области 2:

$$\begin{aligned} E_z^2(r, z) &= \sum_{n=0}^{\infty} A_{z,n}^2 \cdot Z(h_{z,n}^2 z) \\ H_\varphi^2(r, z) &= \sum_{n=0}^{\infty} B_{\varphi,n}^2 \cdot Z(h_{z,n}^2 z) \end{aligned} \quad (1.16)$$

где  $A_{z,n}^{1,2} = e_{z,n}^{1,2} \cdot R(\chi_n^{1,2} \cdot r)$ ,  $B_{\varphi,n}^{1,2} = h_{\varphi,n}^{1,2} \cdot R(\chi_n^{1,2} \cdot r)$  – соответствующие электрические и магнитные амплитудные коэффициенты, которые связаны между собой как

$$B_{\varphi,n}^{1,2} = G_n^{1,2}(k) \cdot A_{z,n}^{1,2}, \quad (1.17)$$

и связь между электрическими амплитудными коэффициентами имеет вид:

$$A_{z,n}^2 = P_n(k) \cdot A_{z,n}^1, \quad (1.18)$$

где  $G_n^{1,2}(k)$ ,  $P_n(k)$  – диагональные матрицы, элементы которых являются функциями от волнового числа.

Тогда можно записать выражение (1.14) в виде:

$$S^1 = 2\pi \cdot a \cdot z_1 \left[ G_0^1(k) \cdot (A_0^1)^2 + \frac{1}{2} \sum_{n=1}^N G_n^1(k) \cdot (A_n^1)^2 \right] \quad (1.19)$$

В области 2 ряд волн бесконечен. Поэтому мы имеем:



$$S^2 = 2\pi \cdot a \cdot z_2 \left[ G_0^2(k) \cdot (A_0^2)^2 + \frac{1}{2} \sum_{m=1}^{\infty} G_m^2(k) \cdot (A_m^2)^2 \right] \quad (1.20)$$

Используя выражение (1.17) для (1.20), мы получим:

$$S^2 = 2\pi \cdot r_1 \cdot z_2 \left[ G_0^2(k) \cdot \left( \sum_{n=0}^N P_{0,n} A_n^1 \right)^2 + \frac{1}{2} \sum_{m=1}^{\infty} G_m^2(k) \cdot \left( \sum_{n=0}^N P_{m,n} A_n^1 \right)^2 \right] \quad (1.21)$$

Тогда приближенное условие непрерывности является:

$$\left[ S^1(k, A^1) - S^2(k, A^1) \right] = S(k, A^1) = 0 \quad (1.22)$$

Значения коэффициентов  $A^1$  могут быть найдены путем их рассмотрения как вариационных параметров, что требует постоянства  $k$  при их небольшом изменении. Тогда:

$$\frac{\partial}{\partial k} [S(k, A^1)] \delta k + \sum_{n=0}^N \frac{\partial}{\partial A_n^1} [S(k, A^1)] \delta A_n^1 = 0. \quad (1.23)$$

Первый член равен 0 когда  $k$  постоянно и значения  $A^1$  и  $k$  тогда являются решением системы уравнений, полученных путем приравнивания второго члена в (1.23) в 0. Вышеописанная техника реализуется программой в среде Mathcad. Решение ищется методом секущих до различия в значениях  $k$  менее  $10^{-12}$ .

С применением этой техники исследован одинарный КР [6] следующего размера: высота  $L = 22,792 \text{ мм}$ , высота зазора  $t = 7,958 \text{ мм}$ , радиус внутреннего проводника  $r_1 = 6,004 \text{ мм}$  и внешнего проводника  $r_2 = 42,29 \text{ мм}$ . Результат расчета резонансной частоты зависит от числа выбранных волн и изменяется вблизи 2,216 ГГц. Усечение ряда по  $n$  с удержанием бесконечного числа членов в ряде по  $m$  приводит к стационарному значению  $k$ . Подобная процедура может быть выполнена, когда ряд для  $H_\varphi$  ограничится значением  $m = M$  с удержанием бесконечного числа членов во внутренней области зазора. Было показано [6], что два значения  $k$ , определенные таким путем, различаются и будут верхней и нижней границами правильного решения.

Контурный анализ был развит Фелипе Л. Пенаранда-Фуа [7]. В этом методе каждая разделенная область может рассматриваться как многополюсник с одним или множеством связей (рисунок 1.13а). Выполняется расчет матрицы рассеяния для каждой связи. Затем все области комбинируются контурным методом в одну цепь, резонансные характеристики которой могут быть рассчитаны.

Для КРУЕ с диэлектрическим образцом, резонатор разделяется на шесть более мелких структур как показано на рисунке 1.13: двухпортовая цепь для верхней коаксиальной части - 1, двухпортовая цепь для нижней коаксиальной части - 5, четырехпортовая цепь для кольцевой области вокруг диэлектрического материала - 3, трехпортовая для диэлектрического материала - 4. Чтобы комбинировать две двухпортовые коаксиальные части с остальными цепями, применяется также короткозамкнутый электрод-элемент - 2.

После расчета параметров рассеяния каждой связи, области комбинируются с помощью контурного анализа (рисунок 1.13б). Условие резонанса дает:

$$[S_{ниж}(f) \cdot S_{верх}(f) - 1] = 0 \quad (1.24)$$

где  $S_{ниж}(f)$  является матрицей рассеяния нижней части КР, как показано на рис 2б, и  $S_{верх}(f)$  является матрицей рассеяния для верхней короткозамкнутой части.

Уравнение (1.24) может быть использовано в двух разных подходах. В первом подходе, если известны параметры образца, то можно изменять резонансную частоту чтобы (1.24) удовлетворилось. Во втором подходе, более распространенном, резонансные частоты измеряются и затем варьируется диэлектрическая проницаемость и тангенс угла потерь образца.

С появлением более производительных компьютеров, ряд сложных численных методов расчета, таких как метод конечных элементов и метод конечных разностей во временной области, был развит и применен [9,10].

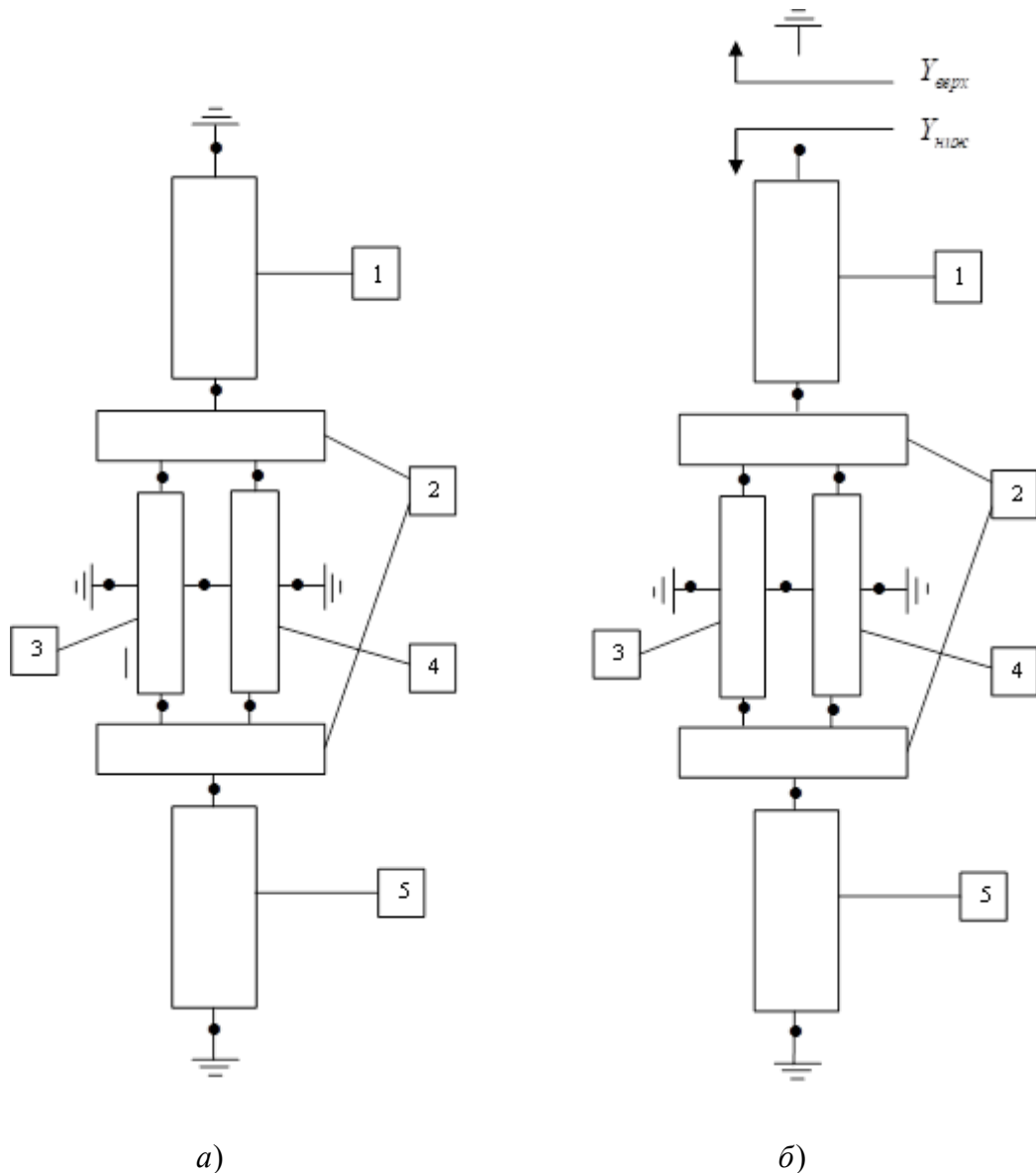


Рисунок 1.13. Применение контурного анализа к расчету КРУЕ: а – коаксиальный резонатор как совокупность связей; б – контурный анализ для КР

### 1.3. Коаксиальные резонаторы в диэлектрических измерениях

КРУЕ распространено применяется для построения измерительных приборов в диапазоне дециметровых волн, где размеры полых объемных резонаторов, в т.ч. полуволновых и четвертьволновых коаксиальных резонаторов, оказываются грамозкими. Зазор между центральными внутренними электродами позволяет значительно укорачивать длину резонатора. КРУЕ как измерительный

резонатор применяется, в частности, в измерениях диэлектрических параметров материалов  $\varepsilon$ ,  $\operatorname{tg} \delta$  в диапазоне частот (0,1...1) ГГц. Для такой задачи наличие зазора является удобным для размещения измеряемых диэлектрических образцов дискового вида в полость резонатора.

Измерение параметров  $\varepsilon$ ,  $\operatorname{tg} \delta$  в КРУЕ сводится к частотным измерениям [10]. В резонансных методах смещение резонансной частоты после ввода образца в резонатор связано с величиной  $\varepsilon$ , изменение собственной добротности резонатора связано с величиной  $\operatorname{tg} \delta$ . Чувствительность резонансной частоты  $\omega$  к диэлектрической проницаемости образца  $\varepsilon$  определяется энергетическим коэффициентом заполнения резонатора  $K_{1E}$  [10]:

$$K_{1E} = -2 \frac{\varepsilon}{\omega} \frac{\partial \omega}{\partial \varepsilon}. \quad (1.25)$$

Коэффициент  $K_{1E}$  равен отношению электрической энергии в объеме  $V_1$  измеряемого образца к полному запасу энергии резонатора

$$K_{1E} = \frac{W_{1E}}{W_{\Sigma}}, \quad (1.26)$$

где  $W_{\Sigma} = W_{1E} + W_{2E} = W_{1H} + W_{2H}$ ,  $W_{iE,H}$  - энергия электрического ( $E$ ) и магнитного ( $H$ ) поля в образце ( $i=1$ ) и в «пустой» части резонатора ( $i=2$ ) (рисунок 1.20).

Наиболее общее выражение для  $\operatorname{tg} \delta$  измеряемого образца имеет вид [10]:

$$\operatorname{tg} \delta = K_{1E}^{-1} \left( \frac{1}{Q_{0\varepsilon}} - \frac{\eta}{Q_{00}} \right) \quad (1.27)$$

где  $Q_{0\varepsilon}$  - собственная добротность резонатора с образцом,  $Q_{00}$  - собственная добротность резонатора без образца;  $\eta$  - коэффициент изменения омических потерь в резонаторе после ввода образца.

Определение  $\varepsilon$  и  $\operatorname{tg} \delta$  сводится к решению краевой задачи в резонаторе определенной конфигурации без диэлектрического образца и с образцом. Внутренняя область КРУЕ (рисунок 1.14) содержит острые ребра -изломы

проводящей границы на стыке цилиндрической поверхности электродов с их плоскими поверхностями в зазоре. Это существенно усложняет постановку и решение краевой задачи в резонаторе данной конфигурации.

В практических конструкциях измерительного КРУЕ необходимо решить проблему ввода образца в резонатор без ухудшения его характеристик. Для ввода образца резонатор должен иметь отверстие соответствующих размеров или съемные (разборные) части. В металлическом корпусе резонатора отверстие с размерами, сопоставимыми с длиной волны, в общем случае будет приводить к излучению части энергии колебания и снижать собственную добротность, что нежелательно. Отверстия, закрываемые металлическим экраном после ввода образца в резонатор, не обеспечивают достаточной воспроизводимости резонансной частоты и добротности из-за невоспроизводимости сопротивления в контакте экрана и корпуса резонатора при многократном вводе образца.

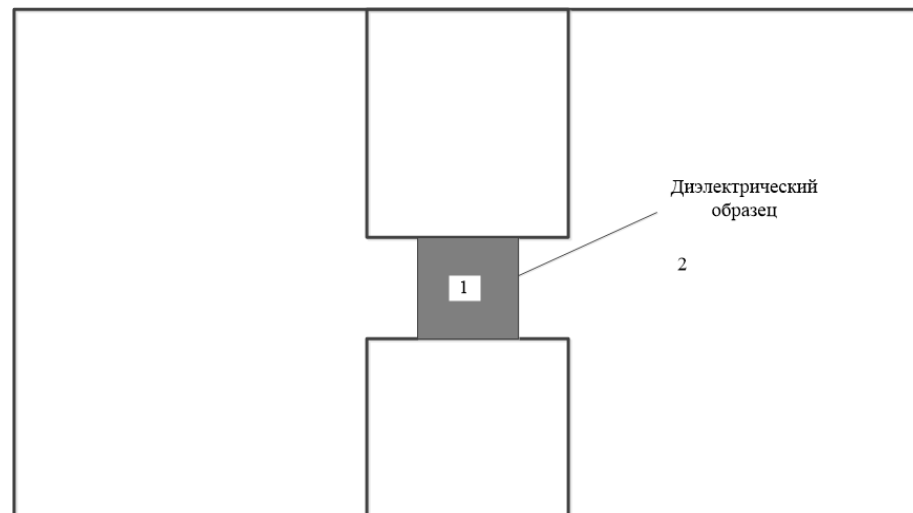


Рисунок 1.14 – КРУЕ с измеряемым цилиндрическим образцом

Возможность регулирования высоты межэлектродного зазора и его точного измерения в собранном состоянии резонатора также представляется важной. Наиболее распространенные конструкции КРУЕ для диэлектрических измерений приведены на рисунках 1.15 -1.16. В работе [1] изменение высоты зазора

осуществляется перемещением одного из центральных электродов в упругой цанге, обеспечивающей подвижный электрический контакт электрода с торцевой крышкой (рисунок 1.15). Такая конструкция обладает следующие недостатки:

- электрический подвижный контакт имеет непостоянное на СВЧ сопротивление, что вызывает скачки резонансной частоты и добротности резонатора и приводит к снижению точности измерений;
- добротность резонатора снижается из-за омических потерь в электрическом контакте, что снижает чувствительность измерения диэлектрических параметров;
- сложность изготовления подвижного контакта высокого качества и ограниченное число перемещений электрода из-за изнашивания трущихся деталей в контакте.

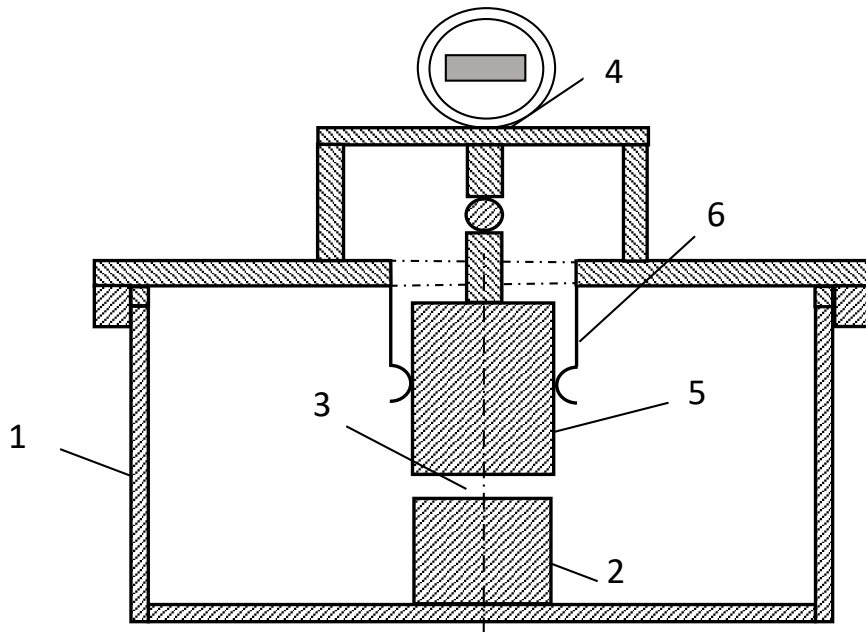


Рисунок 1.15 – Коаксиальный резонатор с контактом в подвижном электроде  
 1 – корпус, 2 – нижний электрод, 3 – измерительный зазор, 4 – микрометрический винт с микрометром, 5 – верхний электрод, 6 – электрический контакт

Другой способ изменения высоты зазора встречается в конструкции с центральным электродом, изготовленным в виде металлического сиффона (рисунок 1.16-1.17) [11]. Микрометрический винт, упор которого в торцевую

плоскость верхнего электрода внутри сиффона, установлен на верхней крышке резонатора и позволяет растягивать или сжимать сиффон и, тем самым, регулирует высоту верхнего электрода и высоту зазора.

Неконтролируемое изменение импеданса гофрированной поверхности сиффона при изменении его длины и параметров гофра приводит к искажению расчетной резонансной частоты от экспериментальной и повышению погрешности в измерениях параметров диэлектрических образцов. Чувствительность и точность измерения диэлектрических параметров в этом резонаторе также снижается из-за уменьшения добротности резонатора, причина которого является удлинением поверхностного тока на гофрированной поверхности в сравнении с гладкой поверхностью цилиндрического электрода.

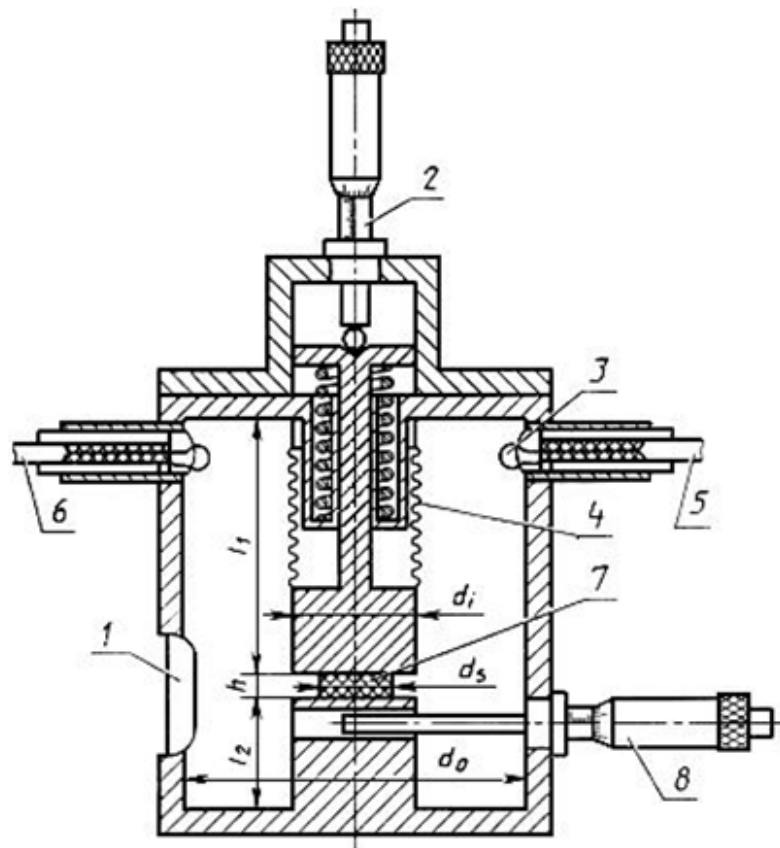


Рисунок 1.16 – Коаксиальный измерительный резонатор по стандарту МЭК [11]

1–окно; 2– главный микрометр; 3– петля связи; 4– металлический сиффон;

5– к генератору; 6– к детектору; 7– образец; 8– боковой микрометр

$d_i$  – диаметр центрального проводника;  $d_s$ ,  $h_s$  – диаметр и толщина образца.

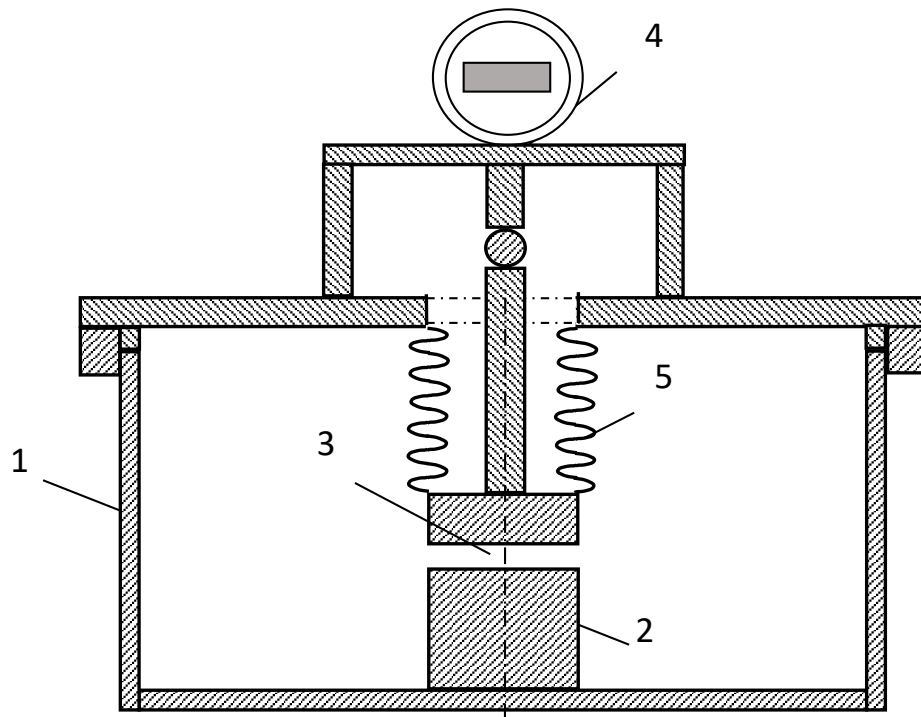


Рисунок 1.17. – Коаксиальный измерительный резонатор с электродом–сильфоном

1 – корпус резонатора, 2 – нижний электрод, 3 – измерительный зазор, 4 – микрометрический винт с микрометром, 5 – сильфон (верхний электрод)

Обычно применяемые для измерения цилиндрические диэлектрические образцы имеют диаметр менее диаметра центрального электрода, высоту, равную измерительному зазору [5,11] (рисунок 1.14а) и помещаются в измерительный зазор соосно. Таким образом, образец необходимо центрировать по оси резонатора и зажимать по высоте. Это существенно усложняет процесс измерения. Диаметр образца входит в расчетные соотношения для  $\varepsilon$ ,  $\operatorname{tg} \delta$  и погрешность его измерения входит в погрешность результатов. Остаточные микрозазоры между плоскими поверхностями образца и электродами, неизбежно существующие из-за неровности этих поверхностей, вносят существенную погрешность в результат измерения. Образец занимает по диаметру лишь часть зазора, что снижает коэффициент заполнения  $K_{1E}$  и, соответственно, чувствительность резонатора по  $\varepsilon$ . Электрическое поле сконцентрировано в



основном в зазоре и вблизи него в внешней области электродов. Если использовать образцы с диаметром больше диаметра электродов, так чтобы периферийная часть образца находилась в области слабого электрического поля, то требования к центрированию образца и к точности измерения его диаметра можно существенно ослабить, не уменьшая коэффициент заполнения резонатора.

Окно 1 в корпусе резонатора (рисунок 1.16) [11] для ввода измеряемого дискового образца диэлектрика 7 в измерительный зазор выполнено так, чтобы измеряемый образец можно было свободно ввести в измерительный зазор между электродами без поворота плоскости дискового образца, т.е. параллельно измерительному зазору. При таком расположении окно перпендикулярно линиям поверхностного тока в корпусе резонатора и пересекает их, что приводит к излучению части запасенной в резонаторе энергии, снижению добротности резонатора относительно максимально достижимой и ограничению в измерениях малых диэлектрических потерь.

## 1.4. Выводы

Проведенный аналитический обзор позволяет сделать следующие выводы.

1. Коаксиальный резонатор с укорачивающей емкостью (КРУЕ) широко применяется для диэлектрических измерений в дециметровом диапазоне электромагнитных волн.

2. Четвертьволновые и полуволновые коаксиальные резонаторы могут рассчитываться приближенно простым методом эквивалентных электрических схем. Для расчета КРУЕ применяются квазистационарное приближение, метод частичных областей и сложные численные методы с использованием производительных компьютеров. В опубликованных работах по методу частичных областей отсутствуют четкое описание процедуры расчета резонансной частоты резонатора и надежные оценки точности моделей. Оценка точности существующих расчетных моделей КРУЕ затруднена из-за отсутствия в литературе сопоставлений результатов расчета резонансной частоты с экспериментом и (или) из-за отсутствия данных о внутренних размерах резонатора и неизвестной точности этих данных.

3. Существующие конструкции коаксиальных измерительных резонаторов обеспечивают простой ввод-вывод образца через излучающее отверстие в его корпусе, что снижает добротность. Возможность регулирования измерительного зазора при сохранении высокой добротности резонатора, близкой к теоретическому пределу, не реализуется в конструкциях с электрическим контактом подвижного электрода и электродом в виде деформируемого сильфона.

4. Актуальной является разработка расчетной модели и конструкции КРУЕ с возможностью регулировки измерительного зазора, высоким коэффициентом заполнения измеряемым образцом, возможностью достаточно простого ввода образца в резонатор при сохранении высокой добротности резонатора и воспроизводимости его параметров.

## 2. Аналитические модели двойного коаксиального резонатора с укорачивающей емкостью

### 2.1. Представление двойного резонатора в виде двух одинарных резонаторов

Рассмотрим вначале КРУЕ без диэлектрического образца (рисунок 2.1). При рассмотрении будем использовать цилиндрическую систему координат  $r, \varphi, z$  и обозначения:

$L = L_d + t + L_u$  - высота резонатора;

$L_d, L_u$  - высота нижнего и верхнего электродов соответственно;

$t$  - высота зазора между электродами;

$d = 2a$  - диаметр электродов;

$D = 2b$  - внутренний диаметр цилиндрического корпуса резонатора;

$\omega = 2\pi f$  - круговая частота;  $f$  - циклическая частота;

$\varepsilon_i, \mu_i$  - относительные диэлектрическая и магнитная проницаемости среды в  $i$ -той области резонатора ( $i=1,2,3$ , рисунок 2.1)

$r_i, z_i$  - координаты в  $i$ -той области резонатора ( $i=1,2,3$ )

$k_i = \omega \sqrt{\varepsilon_0 \varepsilon_i \mu_0 \mu_i}$  - волновое число в  $i$ -той области резонатора ( $i=1,2,3$ )

КРУЕ с основным типом колебания *ТЕМ* можно получить из цилиндрического объемного  $E_{010}$ -резонатора (рисунок 2.2а) непрерывным деформированием его торцевых стенок с появлением коаксиальных цилиндрических выступов (рисунок 2.2б), понижающих резонансную частоту. У колебаний  $E_{0m0}$  в цилиндрическом резонаторе (рисунок 2.2а) отсутствует радиальная компонента электрического поля:  $E_r = 0$ . В объеме резонатора с выступами (рисунок 2.2б) появляется  $E_r \neq 0$ . Условие  $E_r = 0$  («электрическая стенка») выполняется на торцевых стенках резонатора, (включая торцы выступов)

и, кроме того, в зазоре между выступами (электродами) остается поверхность, на которой  $E_r = 0$ .

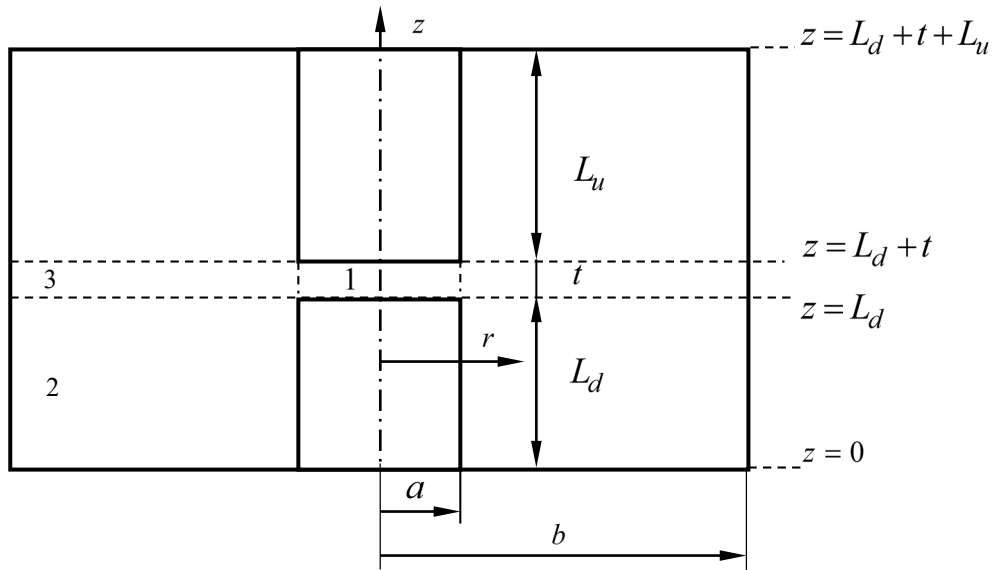


Рисунок 2.1. Коаксиальный резонатор с укорачивающей емкостью

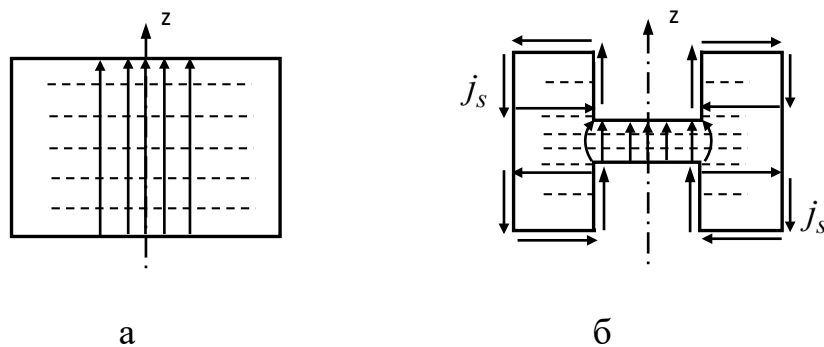


Рисунок 2.2. Объемный резонатор с колебанием  $E_{010}$  без коаксиальных выступов (а) и с коаксиальными выступами (б)

Существование поверхности с нулевой радиальной компонентой  $E_r = 0$  (со сменой знака  $E_r$  на ней) во внутренней области зазора достаточно очевидно. В симметричном резонаторе эта поверхность является плоскостью симметрии во всем поперечном сечении резонатора при  $0 \leq r \leq b$ .

В несимметричном резонаторе поверхность со сменой знака  $E_r$  является плоскостью в центральной области зазора при  $0 \leq r < a$ . Вне зазора при  $a \leq r \leq b$

такая поверхность  $E_r = 0$  также должна существовать, однако она может быть криволинейной. Электрическое поле основного колебания сосредоточено в зазоре и очень мало во внешней области. Можно ожидать, что во внешней области зазора замена криволинейной поверхности с  $E_r = 0$  на плоскость не приведет к значительным ошибкам в результатах при разделении исходного двойного резонатора такой плоскостью на два одинарных резонатора. Вопрос об искривлении поверхности с  $E_r = 0$  во всем сечении резонатора  $0 \leq r \leq b$  при смещении зазора от среднего положения к торцевой стенке (при переходе к несимметричному резонатору) является важным как для теории, так и в практическом отношении и будет исследован в численном эксперименте.

Рассмотрим более подробно структуру поля двойного КРУЕ в зазоре между центральными цилиндрами-электродами и снаружи цилиндров в области зазора. Приближенный расчет емкости плоского конденсатора – зазора часто применяется при  $a \ll \lambda/4$  когда электрическое поле однородно по радиальному направлению. При радиусе электродов больше или равен четверть длины волны, квазистационарное приближение уже стало грубой. Однородность поля по высоте зазора  $L_d \leq z \leq L_d + t$  имеет место в центральной части электродов при  $r \ll a$ , где  $E_r = 0$ . Вблизи края зазора при  $r \approx a$  поле "выпучивается" из плоского конденсатора ("краевой эффект"), что приводит к появлению  $E_r \neq 0$  между торцами электродов вблизи их краев и во внешней области зазора. На основной (низшей) *TEM*-моды поле в коаксиальных частях двойного КРУЕ находится в противофазе. В поперечном сечении резонатора в области зазора  $0 \leq r < a$  при некотором  $z_0 = L_d + t_d$ , ( $t - t_d = t_u > 0$ ) имеется плоскость с  $E_r(z_0) = 0$ . В пределах  $a \leq r \leq b$  также имеется некоторая поверхность - «электрическая стенка» [75] с компонентой  $E_r(z) = 0$ . Будем полагать эту поверхность плоскостью  $z = z_0$  в соответствии со сказанным выше (рисунок 2.3).

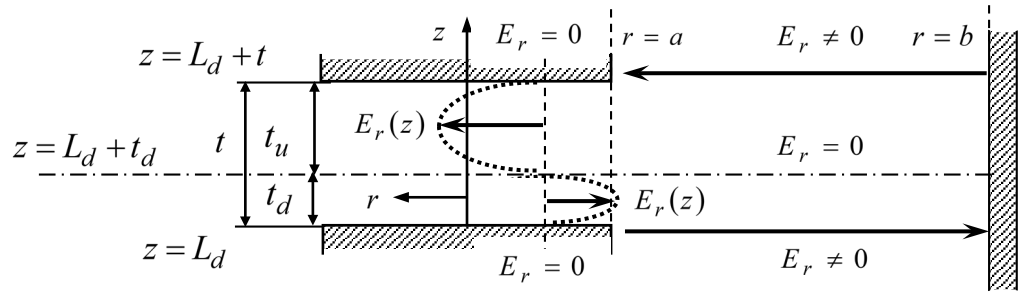


Рисунок 2.3. Компонента поля  $E_r(z)$  в области зазора между электродами

Граничное условие  $E_r(z_0) = 0$  на "виртуальной" поверхности позволяет разделить двойной КРУЕ с низшей  $TEM$ -модой на два одинарных. Компонента  $E_r$  при переходе через "электрическую" стенку  $z_0 = L_d + t_d$  меняет знак. Условие  $E_r(z_0) = 0$  конкретизирует зависимость поля от координаты  $z$  и ограничивает вид функций, пригодных для представления поля [75]. Использование этого условия в цитированных выше и в других, известных автору работах по КРУЕ, не встречается. Кроме того, должно выполняться условие  $E_r = 0$  на торцевых поверхностях электродов при  $z = L_d$ ,  $z = L_d + t$ . Таким образом, радиальная компонента  $E_r$  должна иметь в зазоре два (противоположных) экстремума с обращением в 0 на торцах электродов при  $z = L_d$ ,  $z = L_d + t$  при  $0 \leq r \leq a$  и с переходом через 0 на некоторой поверхности  $z$  при  $0 \leq r \leq b$ . В выбранном приближении эта поверхность - плоскость  $z = z_0 = L_d + t_d$  (рисунок 2.3).

Вторая (квази-)  $TEM$  мода в двойном КР с зазором вблизи середины соответствует синфазному возбуждению его частей и "магнитной стенке"  $H_\varphi = 0$  между ними. Такой резонатор можно представить как два соединенных открытыми концами синфазных  $\lambda/4$ -КР или цилиндрический резонатор с торцевыми выступами (рисунок 2.2б) и колебанием  $E_{011}$ . Резонансная частота синфазной  $TEM$ -моды в симметричном двойном КР с узким зазором близка к частоте полуволнового КР тех же размеров без зазора.

В соответствии с изложенным, при противофазном возбуждении (на основной моде  $TEM$ ) можно разделить двойной КРУЕ плоской "электрической" стенкой с условием  $E_r = 0$  на два одинарных. В несимметричном резонаторе с различной высотой коаксиальных выступов-электродов будем полагать поверхность  $E_r = 0$  («электрическую стенку») также плоскостью, но смещенной от середины зазора. Такое представление позволяет разделить несимметричный двойной КРУЕ на два одинарных КРУЕ с различными зазорами высотой  $t_d$ ,  $t_u = t - t_d$  (рисунок 2.4). Значения высоты зазора  $t_d, t_u$  одинарных резонаторов рассчитываются решением систем уравнений, полученных из следующих условий: совпадения резонансных частот одинарных КРУЕ с резонансной частотой двойного КРУЕ; сумма значений  $t_d, t_u$  является высотой зазора исходного резонатора  $t$ . Таким образом, в несимметричном резонаторе плоскость  $E_r = 0$  смещена от середины зазора на некоторую величину  $\Delta z = t_d - t_u$ , оценка которой может быть найдена в квазистационарном приближении.

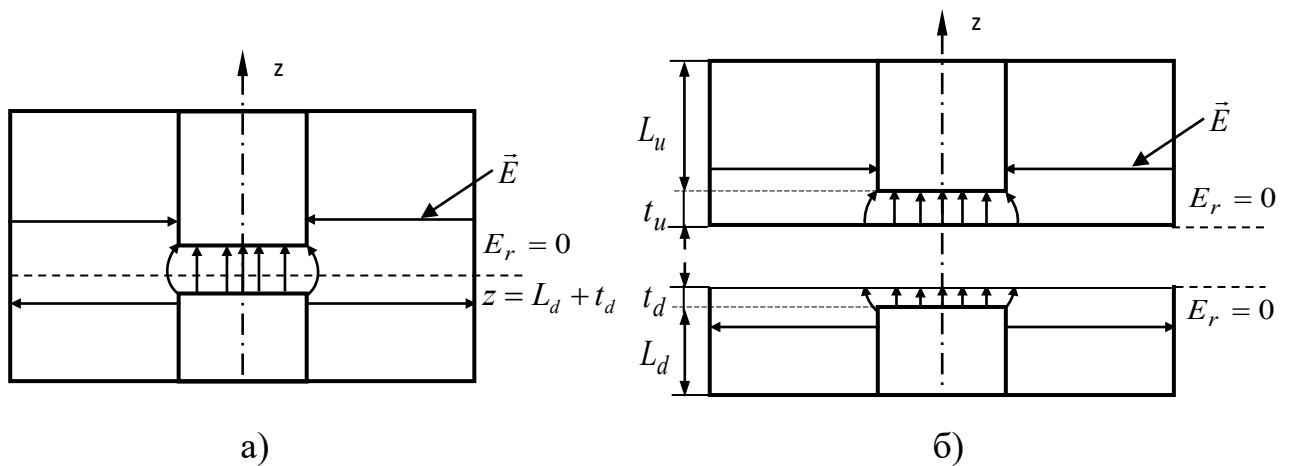


Рисунок 2.4. "Двойной" коаксиальный резонатор (а) и его представление в виде двух "одинарных" резонаторов (б)

Применим такое представление совместно с различными моделями электромагнитного поля КРУЕ (квазистационарная модель, строгая многоволновая модель) для расчета его резонансной частоты.

## 2.2. Квазистационарная модель

Области резонатора с коаксиальными выступами можно рассматривать как разделенные зазором высотой  $t$  замкнутые на одном конце и разомкнутые на другом конце отрезки коаксиальных линий длиной  $L_d$  и  $L_u$  (рисунок 2.1,а) с модой  $TEM$ . Для тока проводимости  $I$  в центральном электроде и напряжения между центральным электродом и корпусом резонатора  $U$  имеет место соотношение

$$\frac{U}{I} = Z = R + jX \quad (2.1)$$

В приближении идеальной проводимости внутренних поверхностей резонатора  $R = 0$  входное сопротивление короткозамкнутой при  $z = 0$  нижней коаксиальной части резонатора будет [34]

$$Z_d(z) = jX_d(z) = j\rho \operatorname{tg}(kz),$$

где  $k = \omega \sqrt{\varepsilon_0 \varepsilon \mu_0 \mu} = 2\pi/\lambda$  - волновое число,  $\lambda$  - длина  $TEM$  - волны,  $\omega = 2\pi f$  - частота,  $\rho = 60 \sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}} \ln\left(\frac{b}{a}\right)$  - волновое сопротивление коаксиальных частей резонатора,  $\varepsilon, \mu$  - относительные диэлектрическая и магнитная проницаемости среды в резонаторе. Далее полагаем среду немагнитной ( $\mu = 1, \varepsilon \geq 1$ ). Для верхней коаксиальной части, короткозамкнутой при  $z = L = L_u + t + L_d$ , входное сопротивление будет

$$Z_u(z) = jX_u(z) = j\rho \operatorname{tg}[k(L - z)].$$

В плоскостях  $z = L_d$  и  $z = L_d + t$  входные сопротивления будут соответственно  $Z_d = jX_d = j\rho \operatorname{tg}(kL_d)$ ,  $Z_u = jX_u = j\rho \operatorname{tg}(kL_u)$ . При электрической длине коаксиальных частей резонатора менее  $\lambda/4$  они имеют индуктивное входное сопротивление  $X_{d,u} > 0$ . Коаксиальные части резонатора соединены через зазор высотой  $t$  с емкостным сопротивлением  $jX_C = -j/(\omega C_\Sigma)$ , где  $C_\Sigma$  - полная емкость области зазора.



Полная емкость  $C_{\Sigma} = C_a + C_{бок}$ , как описано в п. 1.2, включает емкость  $C_a$  плоского конденсатора-зазора и боковую емкость электродов  $C_{бок}$ . Емкости  $C_{a,d,u}$  плоского конденсатора (рисунок 2.4б) для каждого из одинарных КРУЕ приближенно рассчитываются по выражению [34]

$$C_{a,d,u} = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon_2 \pi \cdot a^2}{t_{d,u}}, \quad (2.2)$$

Для одинарного коаксиального резонатора с зазором  $t_d, t_u$  (рисунок 2.4б) приближенное выражение для боковой емкости имеет вид [1]

$$C_{бок d,u} = \varepsilon_0 \varepsilon_2 2a \cdot \ln \left[ \frac{2(b-a)}{t_{d,u}} \right]. \quad (2.3)$$

Для исходного двойного резонатора применяется резонансное условие  $X_d + X_u + X_C = 0$ , которое дает

$$\rho \cdot [\operatorname{tg}(k_2 L_d) + \operatorname{tg}(k_2 L_u)] - 1/(\omega C_{\Sigma}) = 0. \quad (2.4)$$

Уравнение (2.4) можно рассматривать как условие резонанса в последовательном колебательном контуре (резонанса напряжений). Ток  $I$  одинаков во всех его элементах и изменяется синхронно. Падения напряжений на отрезках коаксиала (индуктивностях) и в области зазора (на емкости) будут соответственно

$$\begin{aligned} U_d &= I \cdot jX_d = I \cdot j\rho \cdot \operatorname{tg}(k_2 L_d), \\ U_u &= I \cdot jX_u = I \cdot j\rho \cdot \operatorname{tg}(k_2 L_u), \\ U_C &= I \cdot jX_C = I \cdot (-j/\omega C_{\Sigma}). \end{aligned} \quad (2.5)$$

Сумма последовательно включенных  $U_d, U_u, U_C$  дает уравнение (2.4), в котором при резонансе фазовые сдвиги напряжений в индуктивных (коаксиальных) частях компенсируются фазовым сдвигом напряжения на емкостном зазоре (включая боковую емкость электродов), так что  $U_d + U_u + U_C = 0$  в любой момент времени.

Полная емкость  $C_{\Sigma}$  зазора исходного двойного КРУЕ может рассматриваться как последовательное соединение двух полных емкостей одинарных КРУЕ (рисунок 2.4). Для их общей емкости имеет место соотношение

$$C_{\Sigma}^{-1} = C_d^{-1}(t_d) + C_u^{-1}(t_u) , \quad (2.6)$$

где  $C_d(t_d), C_u(t_u)$  -емкости зазоров высотой  $t_d, t_u$ , включая "боковые" емкости. Величины зазоров  $t_d, t_u = t - t_d$  определяются равенством резонансных частот двух одинарных КРУЕ между собой и частоте исходного двойного КРУЕ. Подстановка (2.6) в (2.4) дает уравнение

$$\rho \cdot \operatorname{tg}(kL_d) - 1/[\omega C_d(t_d)] + \rho \cdot \operatorname{tg}(kL_u) - 1/[\omega C_u(t - t_d)] = 0 , \quad (2.7)$$

которое с учетом условия  $E_r(z_0) = 0$  на "электрической" стенке распадается на два

$$\rho \cdot \operatorname{tg}[k(\omega)L_{d,u}] - 1/[\omega C_{d,u}(t_d)] = 0 \quad (2.8)$$

для двух одинарных КРУЕ. Система уравнений (2.8) дает общую для одинарных КРУЕ резонансную частоту  $\omega$  и величину зазора  $t_d$ , а также  $t_u = t - t_d$ . В симметричном двойном резонаторе  $t_d = t_u = t/2$  и система (2.8) вырождается до одного уравнения для  $\omega$ . Емкости  $C_{d,u}$  включают кроме емкостей плоских конденсаторов также "боковые" емкости между цилиндрической поверхностью центрального электрода и корпусом соответствующего резонатора.

$$C_{d,u} = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon \cdot \pi a^2}{t_{d,u}} + \varepsilon_0 \varepsilon \cdot 2a \cdot \ln \left( \frac{2b - 2a}{t_{d,u}} \right) . \quad (2.9)$$

Равенство частоты  $\omega$  одинарных КРУЕ частоте исходного двойного КРУЕ с суммарным зазором  $t$  выполняется с точностью квазистационарного приближения.

### 2.3. Многоволновая модель методом частичных областей

Электродинамический расчет резонансной частоты двойного КРУЕ проведем методом ЧО. Вначале рассмотрим одинарный КРУЕ с коаксиальной

частью длиной  $L_d, L_u$  и соответствующей высотой зазора  $t_d, t_u$ . Частоты одинарных КРУЕ монотонно возрастают с ростом зазоров, при этом росту  $t_d$  соответствует убывание  $t_u(t_d) = t - t_d$ . При изменении  $t_d$  частоты нижнего и верхнего одинарных КРУЕ  $f_d(t_d), f_u(t_u(t_d))$  будут меняться противоположным образом и совпадут при некотором зазоре  $t_{d0}$ . Точка  $f_d(t_{d0}) = f_u(t_u(t_{d0})) = f_0$  даст значение резонансной частоты двойного КРУЕ  $f_0$  и величину  $t_{d0}$ , т.е. положение стенки  $z_{d0} = L_d + t_{d0}$ . Высота зазора  $t$  в двойном реальном КРУЕ должна быть найдена из отдельных измерений.

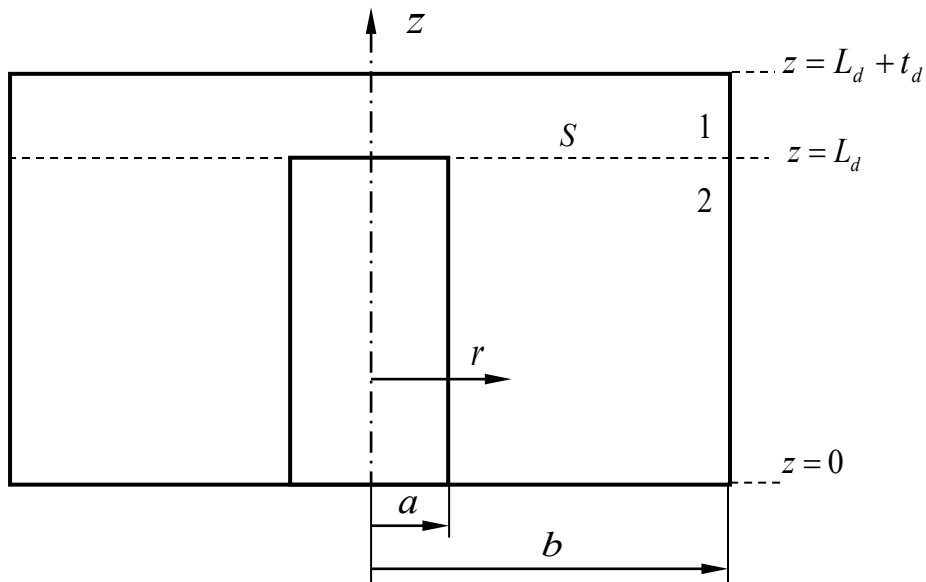


Рисунок 2.5 – Закрытый одинарный КРУЕ

Рассмотрим для определенности нижнюю часть двойного КРУЕ - одинарный КРУЕ с высотой центрального электрода  $L_d$  и высотой зазора  $t_d$  (рисунок 2.5). Будем использовать представление электромагнитного поля одинарного КРУЕ аналогичное работе [35]. Разделим плоскостью  $z = L_d$  одинарный КРУЕ на две ЧО: волноводную 1 и коаксиальную 2 (рисунок 2.5).

В силу независимости поля от азимутального угла  $\varphi$  функции для представления поля должны зависеть только от координат  $r, z$ . Поле основного

колебания в КР имеет компоненты  $E_z$ ,  $H_\varphi$ ,  $E_r$ . Другие составляющие  $H_z = H_r = 0$ ,  $E_\varphi = 0$ . Компоненты поля связаны между собой и, в частности, поперечные компоненты поля  $H_\varphi$ ,  $E_r$  могут быть выражены через продольную  $E_z$ , а также  $E_z$  и  $E_r$  через поперечную  $H_\varphi$ . В соответствии с методом разделения переменных искомая продольная компонента поля  $E_z(r, \varphi, z)$  представляется в виде произведения трех функций с неопределенным коэффициентом (амплитудой)  $A$  [36]:

$$E_z(r, \varphi, z) = A \cdot R(\chi r) \cdot \Phi(n\varphi) \cdot Z(hz)$$

Поперечные компоненты поля в резонаторе стоячей волны  $E_{0m}$  выражаются через продольную компоненту  $E_z(r, \varphi, z)$  как:

$$H_\varphi = -j\omega\varepsilon_0\varepsilon \frac{A}{\chi^2} \frac{\partial R(\chi r)}{\partial r} \Phi(n\varphi) Z(hz) = -j\omega\varepsilon_0\varepsilon \frac{A}{\chi^2} \chi \cdot R'(\chi r) \Phi(n\varphi) Z(hz),$$

$$E_r = \frac{A}{\chi^2} \frac{\partial R(\chi r)}{\partial r} \Phi(n\varphi) \frac{\partial Z(hz)}{\partial z} = \frac{A}{\chi^2} \chi \cdot h \cdot R'(\chi r) \Phi(n\varphi) Z'(hz),$$

где  $R(\chi r)$ ,  $\Phi(n\varphi)$ ,  $Z(hz)$  - решение уравнения Бесселя по  $r$ , волновых уравнений по  $\varphi$ ,  $z$  соответственно,  $R'(\chi r)$ ,  $Z'(hz)$  - производные функций  $R(\chi r)$ ,  $Z(hz)$  по всему аргументу и  $-j$  означает сдвиг по фазе компоненты  $H_\varphi$  на  $-\pi/2$  относительно  $E_z$ ,  $E_r$  в стоячей волне (колебании),  $\chi$ ,  $h$ ,  $n$  поперечное (радиальное), продольное и азимутальное волновые числа. У основного колебания КР зависимость поля по  $\varphi$  отсутствует ( $n=0$ ),  $\Phi(n\varphi) \equiv 1$  и  $E_z(r, z) = AR(\chi r)Z(hz)$ .

Величину  $\omega\varepsilon_0\varepsilon$  удобно представить как:

$$\omega\varepsilon_0\varepsilon = \omega \sqrt{\varepsilon_0\varepsilon\mu_0\mu} \sqrt{\frac{\varepsilon_0\varepsilon}{\mu_0\mu}} = \frac{k}{W},$$

где  $k = \omega \sqrt{\varepsilon_0\varepsilon\mu_0\mu}$  - волновое число в безграничной среде,  $W = \sqrt{\frac{\mu_0\mu}{\varepsilon_0\varepsilon}}$  -

характеристическое сопротивление среды. Тогда

$$H_{\varphi} = -j \frac{k}{W} \frac{A}{\chi} R'(\chi r) Z(hz),$$

$$E_r = \frac{A \cdot h}{\chi} R'(\chi r) Z'(hz).$$

Будем использовать эту связь компонент поля в КР для выражения компонент поля в ЧО одинарного КРУЕ

Поле в волноводной области 1 при  $L_d \leq z \leq L_d + t_d$ ,  $0 \leq r \leq b$  представим спектром волн  $E_{0q}$ . Для практически используемых резонаторов резонансная частота основной  $TEM$ -моды ниже критических частот волноводных мод  $E_{0q}$ , т.е. волноводная область 1 на резонансной частоте является для них закритическим волноводом. Компоненты поля в области 1 выразятся функциями

$$E_{z,1} = \sum_{q=1}^{\infty} B_q J_0(u_q r) \cosh[\beta_q (z - L_d - t_d)], \quad (2.10)$$

$$H_{\varphi,1} = j \sum_{q=1}^{\infty} \frac{k}{u_q} B_q J_1(u_q r) \cosh[\beta_q (z - L_d - t_d)], \quad (2.11)$$

$$E_{r,1} = - \sum_{q=1}^{\infty} \frac{\beta_q}{u_q} B_q J_1(u_q r) \sinh[\beta_q (z - L_d - t_d)], \quad (2.12)$$

где  $B_q$  - амплитуды;  $u_q, \beta_q = \sqrt{u_q^2 - k^2}$  - поперечное и продольное волновые числа в области 1,  $q = 1, 2, 3, \dots$ ;  $J_0(u_q r)$ ,  $J_1(u_q r)$  - функции Бесселя нулевого и первого порядка. Граничное условие  $E_{z,1}(b) = 0$  дает из (2.10) уравнение  $J_0(u_q b) = 0$ , корни которого определяют значения поперечных волновых чисел  $u_q$ . Функции в (2.10)-(2.12) удовлетворяют введенному граничному условию  $E_{r,1}(z) = 0$  при  $z = L_d + t_d$ . В двойном КРУЕ без этого условия зависимости от  $z$  в каждом из выражений (2.10)-(2.12) должны содержать и четные  $\cosh(\cdot)$  и нечетные  $\sinh(\cdot)$  функции.

Поле в коаксиальной области 2 представим суммой  $TEM$ -моды и спектра высших волноводных  $E_{0s}$ -мод коаксиальной линии

$$E_{z,2} = \sum_{s=1}^{\infty} C_s Z_0(\chi_s r) \cosh(\gamma_s z), \quad (2.13)$$

$$H_{\varphi,2} = jC_0 \frac{a \cos(kz)}{2\pi r} + j \sum_{s=1}^{\infty} \frac{k}{\chi_s} C_s Z_1(\chi_s r) \cosh(\gamma_s z), \quad (2.14)$$

$$E_{r,2} = C_0 \frac{a \sin(kz)}{2\pi r} - \sum_{s=1}^{\infty} \frac{\gamma_s}{\chi_s} C_s Z_1(\chi_s r) \sinh(\gamma_s z), \quad (2.15)$$

где  $C_0, C_s$  - амплитуды;  $\chi_s, \gamma_s = \sqrt{\chi_s^2 - k^2}$  - поперечное и продольное волновые числа в области 2;

$$Z_0(\chi_s r) = J_0(\chi_s r) - \frac{J_0(\chi_s a)}{N_0(\chi_s a)} N_0(\chi_s r), \quad Z_1(\chi_s r) = J_1(\chi_s r) - \frac{J_1(\chi_s a)}{N_1(\chi_s a)} N_1(\chi_s r),$$

$$s = 1, 2, 3, \dots,$$

$N_0(u_q r), N_1(u_q r)$  - функции Неймана нулевого и первого порядка. Граничное условие  $E_{z,2}(b) = 0$  из (2.13) дает для  $\chi_s$  уравнение

$$Z_0(\chi_s b) = J_0(\chi_s b) - \frac{J_0(\chi_s a)}{N_0(\chi_s a)} N_0(\chi_s b) = 0.$$

Количество собственных волн при расчете КРУЕ должно быть ограничено. Возьмем  $Q$  собственных волн для волноводной ЧО 1 и  $S$  собственных волн (кроме  $TEM$  -волны) для коаксиальной ЧО 2. При  $z = L_d$  касательные компоненты поля в ЧО 1,2 должны быть непрерывны:  $E_{r,1}(L_d) = E_{r,2}(L_d)$ ,  $H_{\varphi,1}(L_d) = H_{\varphi,2}(L_d)$ , что дает из (2.11),(2.12),(2.14),(2.15) уравнения:

$$\sum_{q=1}^Q \frac{\beta_q}{u_q} B_q J_1(u_q r) \sinh(\beta_q L_d) - C_0 \frac{a \sin(kL_d)}{2\pi r} + \sum_{s=1}^S \frac{\gamma_s}{\chi_s} C_s Z_1(\chi_s r) \sinh(\gamma_s L_d) = 0, \quad (2.16)$$

$$\sum_{q=1}^Q \frac{k}{u_q} B_q J_1(u_q r) \cosh(\beta_q L_d) - C_0 \frac{a \cos(kL_d)}{2\pi r} - \sum_{s=1}^S \frac{k}{\chi_s} C_s Z_1(\chi_s r) \cosh(\gamma_s L_d) = 0. \quad (2.17)$$

Умножим уравнение (2.16) на  $r \cdot J_1(u_m r)$ , ( $m = 1, 2, \dots, Q$ ) и проинтегрируем по  $r$  в пределах  $(0, b)$ . Уравнение (2.17) умножим на функцию  $r \cdot 1/r = 1$ , соответствующую волне  $TEM$ , и проинтегрируем по  $r$  в пределах  $(a, b)$ . Далее

умножим уравнение (2.17) на  $r \cdot Z_1(\chi_n r)$ , ( $n = 1, 2, \dots, S$ ) и проинтегрируем по  $r$  в пределах  $(a, b)$ . Интегралы от функций Бесселя и их производений имеют аналитические выражения [37]:

$$\int_0^b J_1(u_m r) \cdot J_1(u_q r) \cdot r \cdot dr = \begin{cases} \frac{1}{(u_m)^2 - (u_q)^2} [u_q \cdot b \cdot J_1(u_m b) \cdot J_0(u_q b) - u_m \cdot b \cdot J_0(u_m b) \cdot J_1(u_q b)] & \text{если } m \neq q \\ \frac{b^2}{2} \{ [J_1(u_m b)]^2 - J_0(u_m b) J_2(u_m b) \} & \text{если } m = q \end{cases}$$

$$\int_0^b J_1(u_m r) dr = -[J_0(u_m b) - J_0(u_m \cdot 0)] = -[J_0(u_m b) - 1]$$

$$\int_0^b J_1(u_m r) \cdot Z_1(\chi_s r) \cdot r \cdot dr = \frac{1}{(u_m)^2 - (\chi_s)^2} [\chi_s \cdot b \cdot J_1(u_m b) \cdot Z_0(\chi_s b) - u_m \cdot b \cdot J_0(u_m b) \cdot Z_1(\chi_s b)]$$

$$\int_a^b J_1(u_q r) dr = -[J_0(u_q b) - J_0(u_q a)]$$

$$\int_a^b Z_1(\chi_s r) dr = -[Z_0(\chi_s b) - Z_0(\chi_s a)]$$

$$\int_a^b Z_1(\chi_n r) \cdot J_1(u_q r) \cdot r \cdot dr = \frac{1}{(\chi_n)^2 - (u_q)^2} (M - N)$$

где:

$$M = u_q \cdot b \cdot Z_1(\chi_n b) \cdot Z_0(u_q b) - u_q \cdot b \cdot Z_0(\chi_n b) \cdot Z_1(u_q b),$$

$$N = u_q \cdot a \cdot Z_1(\chi_n a) \cdot J_0(u_q a) - u_q \cdot a \cdot Z_0(\chi_n a) \cdot J_1(u_q a)$$

$$\int_a^b Z_1(\chi_n r) dr = -[Z_0(\chi_n b) - Z_0(\chi_n a)]$$

$$\int_a^b Z_1(\chi_n r) \cdot Z_1(\chi_s r) \cdot r \cdot dr = \begin{cases} \frac{1}{(\chi_n)^2 - (\chi_s)^2} (R - T) & \text{если } n \neq s \\ K - H & \text{если } n = s \end{cases}$$

где:

$$R = \chi_s \cdot b \cdot Z_1(\chi_n b) \cdot Z_0(\chi_s b) - \chi_n \cdot b \cdot Z_0(\chi_n b) \cdot Z_1(\chi_s b)$$

$$T = \chi_s \cdot a \cdot Z_1(\chi_n a) \cdot Z_0(\chi_s a) - \chi_n \cdot a \cdot Z_0(\chi_n a) \cdot Z_1(\chi_s a)$$

$$K = \frac{b^2}{2} \{ [Z_1(\chi_n b)]^2 - Z_0(\chi_n b) Z_2(\chi_n b) \}$$

$$H = \frac{a^2}{2} \{ [Z_1(\chi_n a)]^2 - Z_0(\chi_n a) Z_2(\chi_n a) \}$$

После интегрирования получим из (2.16)  $Q$  однородных линейных уравнений, из (2.17) получим  $1+S$  линейных однородных уравнений. Таким образом, уравнения (2.16), (2.17) приводят к системе из  $M=Q+1+S$  линейных однородных уравнений относительно амплитуд  $B_m, C_0, C_n$  мод, используемых для представления поля в ЧО 1, 2 одинарного КРУЕ. Обозначим  $Q+1=p$ , тогда элементы главной матрицы системы будут иметь вид:

$$D_{i,j} = \begin{cases} (\beta_i/u_i) \sinh(\beta_i t_d) [J(u_i b)]^2 / 2, & i = j \\ 0 & i \neq j \end{cases} \quad i = 1 \dots Q, \quad j = 1 \dots Q;$$

$$D_{i,j} = -\frac{a \sin(kL_d)}{2\pi b} \cdot \frac{J_0(u_i a)}{u_i b}, \quad i = 1 \dots Q, \quad j = p;$$

$$D_{i,j} = (\gamma_{j-p}/\chi_{j-p}) \sinh(\gamma_{j-p} L_d) \frac{(u_i a) J_0(u_i a) Z_1(\chi_{j-p} a)}{(u_i b)^2 - (\chi_{j-p} b)^2}, \quad i = 1 \dots Q, \quad j = p+1 \dots M;$$

$$D_{i,j} = (k/u_j) \cosh(\beta_j t_d) \frac{J_0(u_j a)}{u_j b}, \quad i = p, \quad j = 1 \dots Q;$$

$$D_{i,j} = \frac{a \cos(kL_d)}{2\pi b} \ln(a/b), \quad i = p, \quad j = p;$$

$$D_{i,j} = 0, \quad i = p, \quad j = p+1 \dots M \quad \text{и} \quad i = p+1 \dots M, \quad j = p;$$

$$D_{i,j} = (k/u_{i-p}) \cosh(\beta_{i-p} t_d) \frac{(u_{i-p} a) J_0(u_{i-p} a) Z_1(\chi_j a)}{(u_{i-p} b)^2 - (\chi_j b)^2}, \quad i = p+1 \dots M, \quad j = 1 \dots Q;$$

$$D_{i,j} = \begin{cases} (k/\chi_{j-p}) \cosh(\gamma_{j-p} L_d) \cdot \frac{[Z_1(\chi_{j-p} a)]^2 - [Z_1(\chi_{j-p} b)]^2}{2}, & i = j, \quad i = p+1 \dots M, \quad i = p+1 \dots M; \\ 0, & i \neq j \end{cases}$$

Определитель матрицы  $D$  является функцией частоты и обращается в 0 на резонансной частоте. Для расчета двойного КРУЕ необходимо найти по одной и той же программе резонансные частоты  $f_d, f_u$  (нули определителей) одинарных КРУЕ и величину  $t_d$ , при которой  $f_d = f_u$ . Начальными приближениями служат результаты квазистационарного расчета.



## 2.4. Численное моделирование в CST Studio Suite

С развитием мощных компьютерных технологий численные методы успешно применяются для решения ряда сложных электромагнитных задач. Наиболее распространенными численными методами является метод конечных разностей во временной области - FDTD (Finite difference time domain) [38-52] и метод конечных элементов - FEM (Finite element method) [53-63]. Эти методы реализованы в различных программных пакетах моделирования.

Пакет CST Studio Suite [64] компании Simula является мощным инструментом для проектирования, численного моделирования и оптимизации трехмерных электромагнитных структур. Пакет обладает множеством вычислителей для разных типов задач. Для моделирования объемных резонансных устройств используется вычислитель собственных резонансных мод – Eigenmode Solver.

Процедура моделирования резонатора включает следующие этапы: построение геометрии, настройка вычислителей, поиск собственных мод с использованием вычислителей, вычисление добротности и потерь. Геометрическая форма, созданная в пакете CST для двойного КРУЕ, (рисунок 2.6) включает 3 цилиндрических компонента: 1 - воздушное объемное пространство, 2, 3 - нижний и верхний внутренние электроды. Для воздушного объемного пространства используются параметры  $\varepsilon = 1,0006$ ,  $\mu = 1$ . Выбраны внутренние электроды из отожженной меди (annealed copper). Материал корпуса (background material) является идеальным электрическим проводником – PEC (perfect electrical conductor).

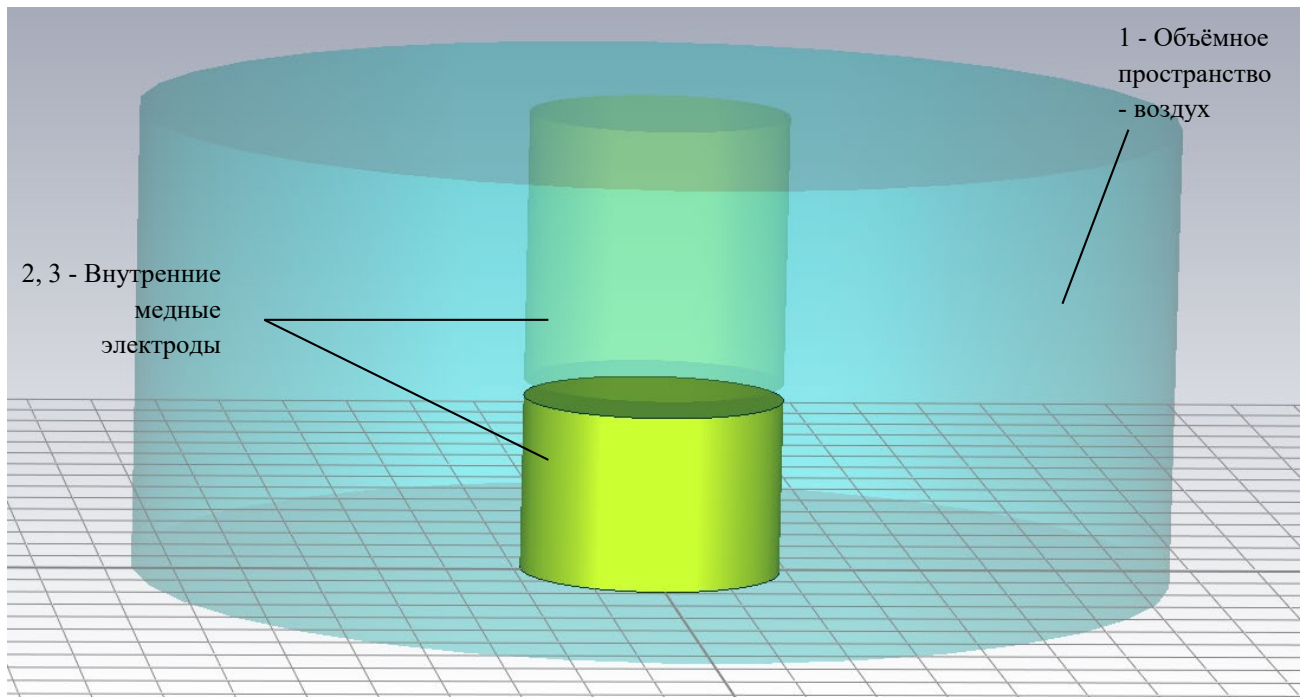


Рисунок 2.6. Построение геометрии модели двойного КРУЕ в пакете CST Studio Suite

Далее для применения к структуре численного моделирования требуется пространственная дискретизация исследуемой модели. Пакет CST Studio Suite включает средства построения гексаэдральных (hexahedral), тетраэдральных (tetrahedral) элементов, которые по-разному подходят для моделирования различных ситуаций. Тетраэдральные сетки более подходят для данной задачи благодаря возможности точного описания криволинейных структур. На рисунке 2.7 показан двойной КРУЕ с тетраэдральной дискретизационной сеткой. Гексаэдральная сетка в этой задаче должна иметь более мелкие ячейки для получения результата с той же погрешностью.

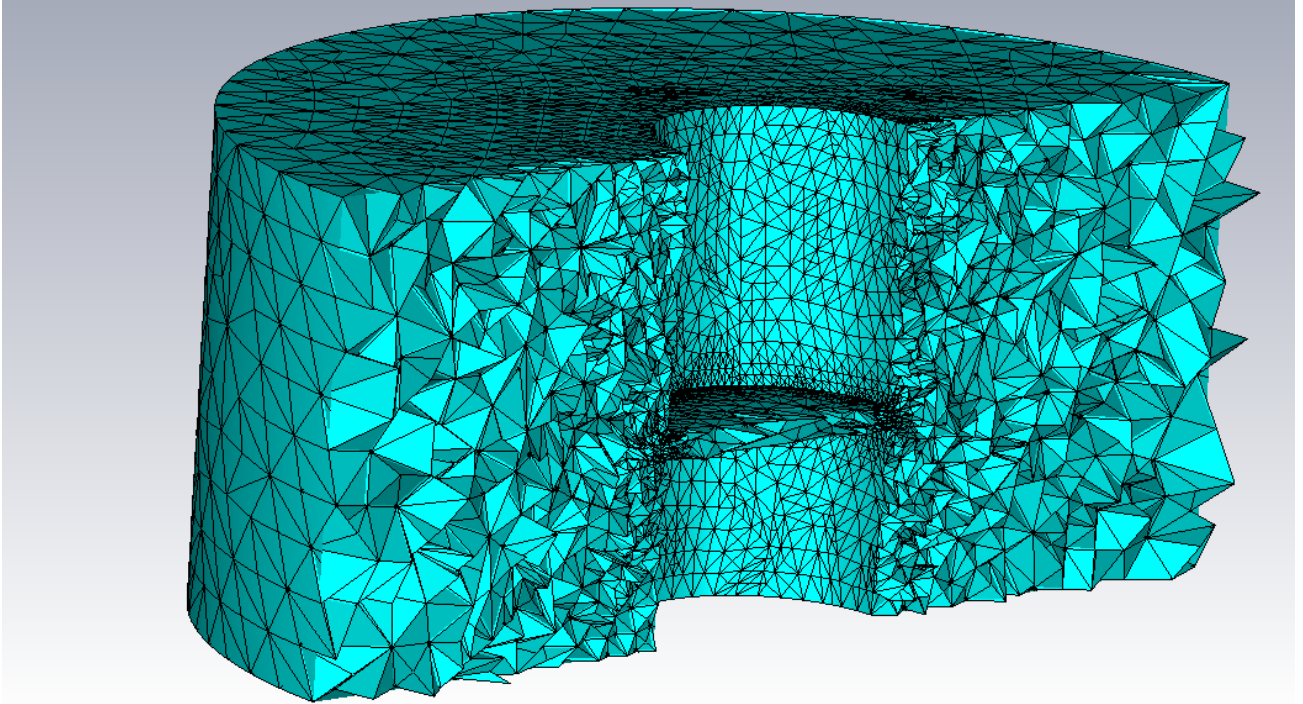


Рисунок 2.7. Двойной КРУЕ с дискретизационными тетраэдральными сетками

## 2.5. Результаты расчетов по различным моделям

Алгоритмы расчета резонансной частоты двойного КРУЕ в квазистационарном приближении (п. 2.2) и по многоволновой модели с методом ЧО (п. 2.3) реализованы для резонатора с точно измеренными размерами (приведены ниже в мм).

$2b$	$2a$	$L_d$	$L_u$	$t_0$	$L_0$
152,167	38,029	25,52	39,391	2,159	67,07

Точное измерение внутренних размеров резонатора описано в п. 3.2. Программа для квазистационарной модели составлена в среде Mathcad14, а программа для многоволновой модели методом ЧО [65] – в среде Octave [66-68].

Сходимость расчетной резонансной частоты одинарного КРУЕ по многоволновой модели исследована при неизменном числе волн  $S = 60$  в ЧО 2 с ростом числа волн  $Q$  в ЧО 1 (рисунок 2.8,а) и при числе волн  $Q = 60$  в ЧО 1 с

ростом числа волн  $S$  в ЧО 2 (рисунок 2.8,б). Результаты расчета резонансных частот одинарных резонаторов  $f_d, f_u$  и отклонения  $\Delta f = f_d - f_u$  при изменении высоты зазора  $t_d$  (при  $Q=S=70$ ) приведены в таблице 2.1. Экспериментальная резонансная частота, результаты квазистационарного расчета и методом ЧО приведены в таблице 2.2 [72,75].

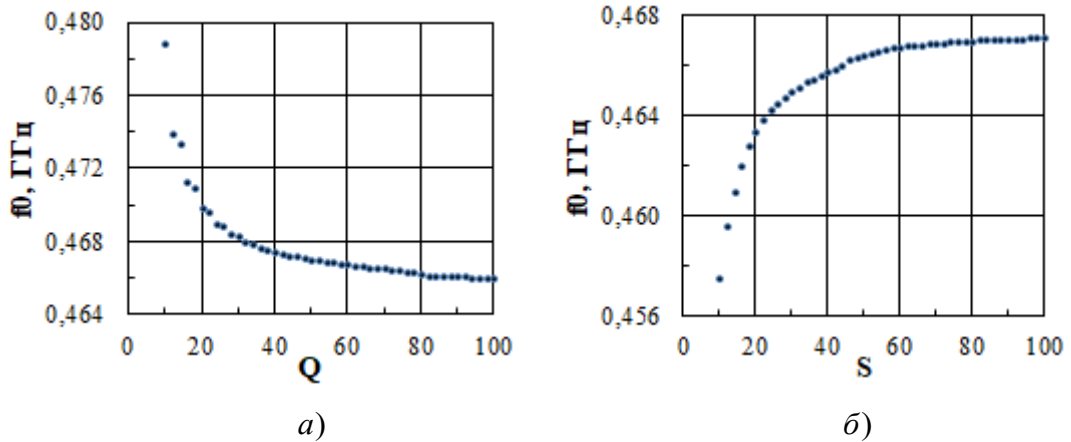


Рисунок 2.8. Зависимость резонансной частоты от числа волн  $Q$  в волноводной области 1 (а) и от числа волн  $S$  в коаксиальной области (б)

Таблица 2.1. Расчетные частоты  $f_d, f_u$  одинарных КРУЕ при зазоре  $t_d$  ( $Q = S = 70$ )

$t_d$ , мм	0,790976	0,790977	0,790978	0,790979	0,790980
$f_d$ , ГГц	0,4667079	0,4667081	0,4667084	0,4667086	0,4667088
$f_u$ , ГГц	0,4667086	0,4667085	0,4667083	0,4667082	0,4667081
$\Delta f$ , кГц	-0,7	-0,4	0,1	0,4	0,7

Таблица 2.2. Экспериментальная частота  $f_{\text{экс}}$  и расчетные  $f_{\text{расч}}, t_{d0}, t_{u0}$

$f_{\text{экс}}$ , ГГц	Модель	$f_{\text{расч}}$ , ГГц	$\delta f$ , %	$t_{d0}$ , мм	$t_{u0}$ , мм
0,467648	квазистационар.	0,495473	5,9	0,801	1,358
	многоволн. с ЧО	0,466708	0,2	0,79098	1,36802
	CST Studio Suite	0,467470	0,038		

Из таблиц 2.1, 2.2 видно, что существует точка равенства частот одинарных КРУЕ с различными  $L_d, L_u$  и зазорами  $t_d, t_u = t - t_d$  как в квазистационарной, так и в многоволновой моделях. Результат расчета по численной модели в CST Studio Suite резонансной частоты резонатора с теми же размерами также приведен в таблице 2.2.

Численная модель показывает преимущество по точности. Это преимущество получено за счет значительного объема вычислений, которые требуют большого объема оперативной памяти, высокой скорости процессора и большого времени расчетов. Для достижения результата (таблица 2.2) потребовалось 120 минут. Квазистационарная модель и многоволновая модель с ЧО в данной реализации уступают по точности, но имеют преимущество в скорости расчета. Многоволновая модель с ЧО требует 30 минут, квазистационарная – доли секунды.

Численным моделированием в CST Studio Suite проведено детальное изучение структуры поля и вида поверхности с нулевой радиальной компонентой электрического поля  $E_r = 0$  при  $0 \leq r \leq b$  в области зазора в двойном КР с различным положением зазора  $z_3$ . Положение зазора задавалось серединой зазора  $z_3$  (рисунок 2.9) при  $z_3 = L/2, L/2\left(1 - \frac{2}{(L/2)}\right), L/2\left(1 - \frac{4}{(L/2)}\right), L/2\left(\frac{3}{4}\right), L/2\left(\frac{2}{4}\right), L/2\left(\frac{1}{4}\right)$ .

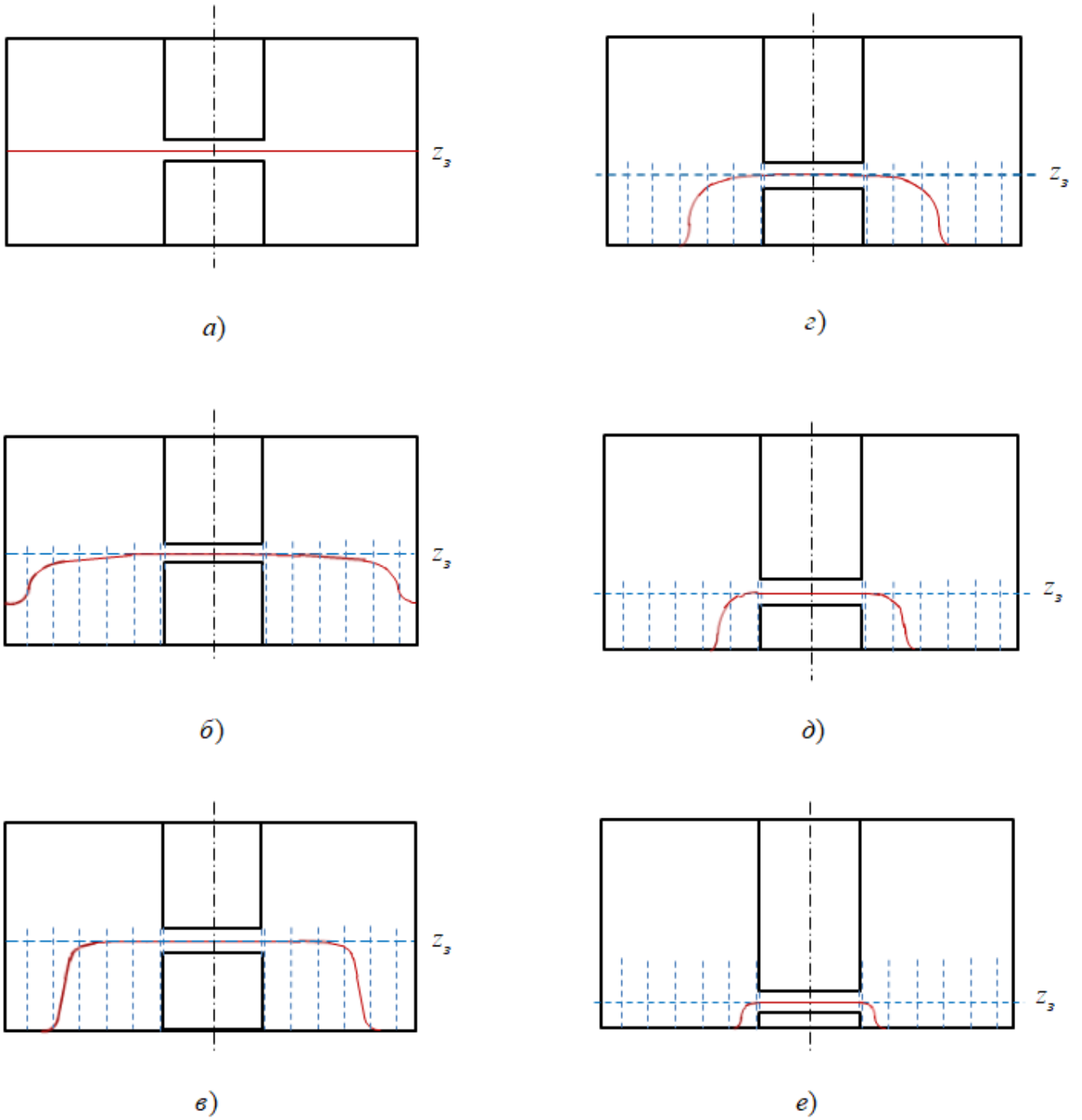


Рисунок 2.9. Поверхность с  $E_r = 0$  в КРУЕ при различном положении зазора  $z_3$ .

(а) —  $z_3 = L/2$ ; (б) —  $z_3 = L/2\left(1 - \frac{2}{(L/2)}\right)$ ; (в) —  $z_3 = L/2\left(1 - \frac{4}{(L/2)}\right)$ ; (г) —  $z_3 = L/2\left(\frac{3}{4}\right)$ ;  
 (д) —  $z_3 = L/2\left(\frac{2}{4}\right)$ ; (е) —  $z_3 = L/2\left(\frac{1}{4}\right)$ .

По результатам численного моделирования можно сделать следующие выводы:

- максимальная напряженность электрического поля наблюдается в микроне зоне стыков на краю зазора (рисунок 2.10). В микроне зоне стыков силовые линии выходят из боковой поверхности цилиндра и входят в торцевую поверхность.

- в симметричном резонаторе на плоскости  $z_3 = L/2$  на краю зазора при  $r \rightarrow a$  наблюдается изменение фазы  $E_r$  на  $\pi$ . Это означает изменение направления изгиба силовых линий. При  $r \rightarrow a^-$  линия изгибается в сторону центра зазора. При  $r \rightarrow a^+$  линия изгибается во внешнюю сторону (рисунок 2.10)

- нулевая поверхность является плоской только в симметричном резонаторе (рисунок 2.9а). В несимметричных резонаторах, часть нулевой поверхности вне зазора изгибается в сторону электрода с меньшей высотой (рисунок 2.9б, в, г, д, е). Это объясняет погрешность в расчете по многоволновой модели с ЧО и представлением как совокупности одинарных резонаторов.

- при смещении зазора от симметричной позиции нулевая поверхность перестает быть плоской (рисунок 2.9б). При  $r = b$  (на внешней стенке) по высоте резонатора наблюдается три точки  $E_r = 0$ . При смещении зазора от симметричной позиции на 4 мм в области  $50 \text{ мм} \leq r \leq b$  по высоте наблюдается только две точки  $E_r = 0$ , соответствующие одному экстремуму  $E_r(z)$ .

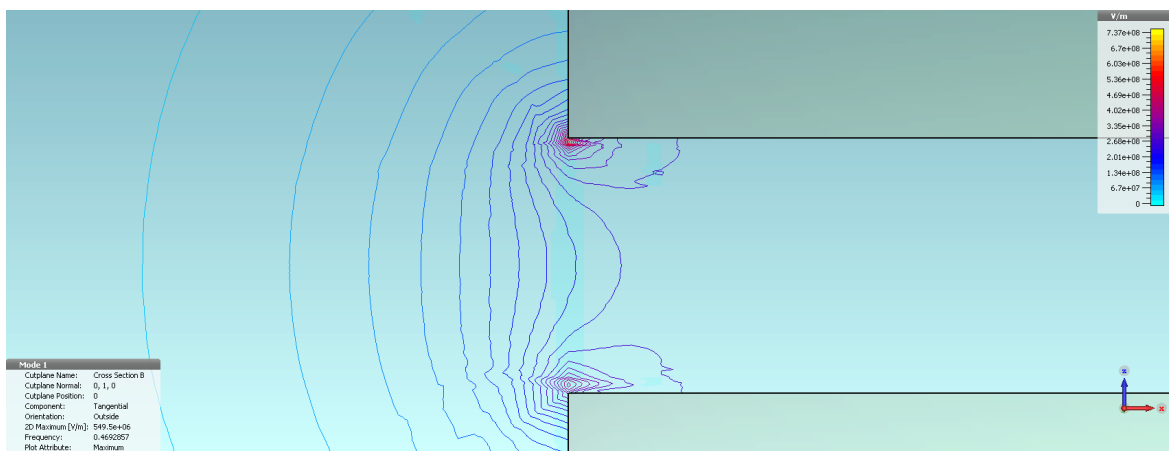


Рисунок 2.10. Тангенциальная компонента электрического поля  $\sqrt{E_r^2 + E_z^2}$  на краю зазора

- в симметричном резонаторе вне зазора силовые линии выходят из одного электрода и входят в другой. Часть линий, ближайших к торцевой стенке, выходит из цилиндрической поверхности электрода и входит в нее (рисунок 2.11). В несимметричных резонаторах часть линий, выходящих из цилиндрической поверхности более длинного электрода входит в противоположную торцевую стенку. Эта часть увеличивается с ростом несимметрии резонатора.

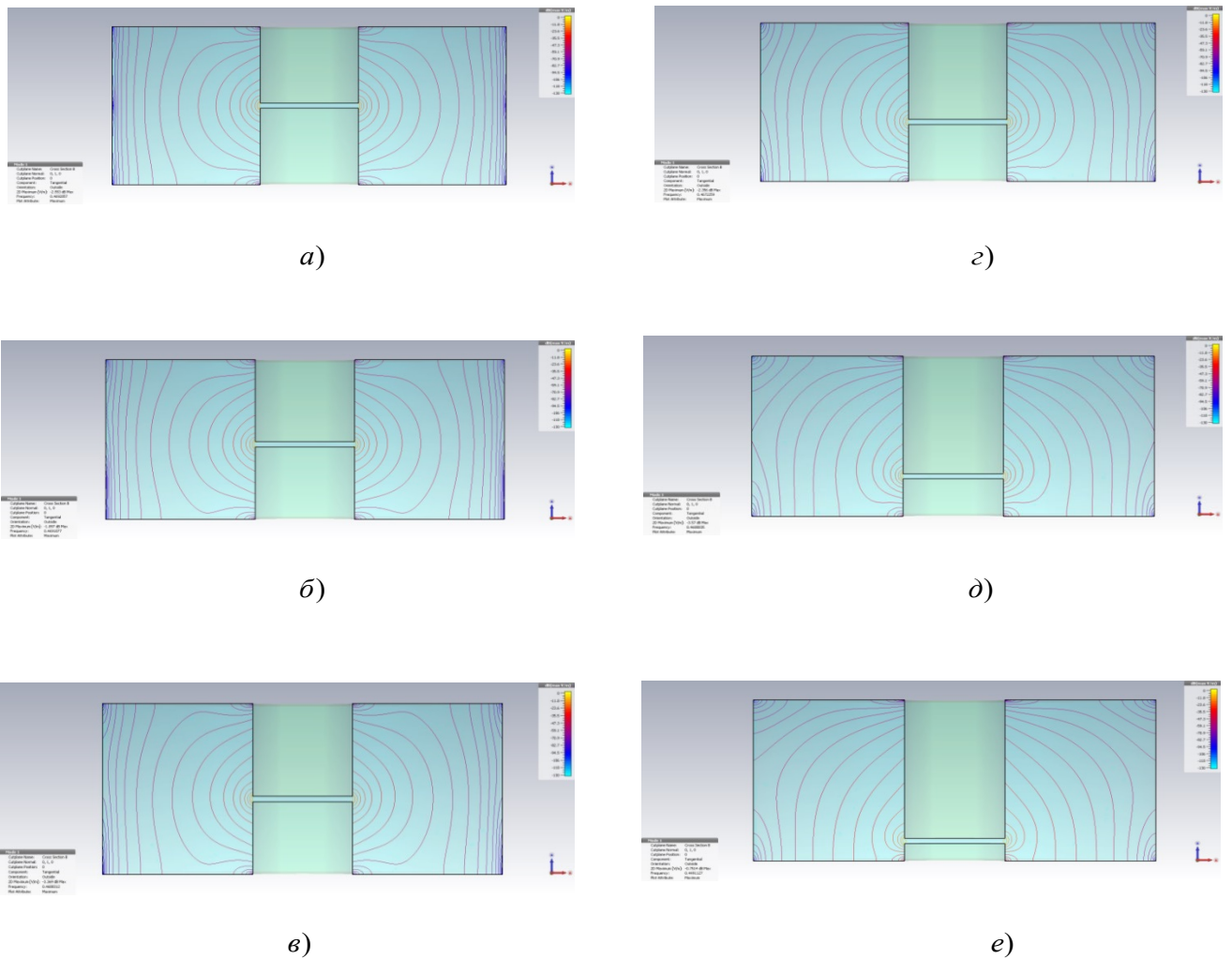


Рисунок 2.11. Тангенциальная компонента электрического поля  $\sqrt{E_r^2 + E_z^2}$  в двойном КРУЕ при зазоре на различной высоте  $z_3$ :

$$(a) - z_3 = L/2; (б) - z_3 = L/2 \left(1 - \frac{2}{(L/2)}\right); (в) - z_3 = L/2 \left(1 - \frac{4}{(L/2)}\right); (г) - z_3 = L/2 \left(\frac{3}{4}\right);$$

$$(д) - z_3 = L/2 \left(\frac{2}{4}\right); (е) - z_3 = L/2 \left(\frac{1}{4}\right).$$



- электрическое поле резко убывает в области вне зазора около края ( $r = a$ ). Это показано в детальном исследовании распределения радиальной  $E_r(r)$  и продольной  $E_z(r)$  компонент электрического поля КРУЕ по радиусу  $0 \leq r \leq b$  в области между элетродами  $L_d \leq z \leq L_d + t$ . В таблице 2.3 показана амплитуда  $E_r(r)$  симметричного резонатора при  $a \leq r \leq b$  и  $z = L/2 + t/2$ , т.е на верхней границе зазора. На нижней границе зазора при  $z = L/2 - t/2$  напряженность  $E_r(r)$  ведет себя таким же образом, но с противоположной фазой (рисунок 2.9).

Таблица 2.3. Амплитуда  $E_r(r)$  (отн. ед.–о.е.) симметричного КРУЕ при  $z = L/2 + t/2$

$r, \text{ мм}$	19,0145	19,5	19,75	20	20,25	20,5	20,75	21	21,25
$E_r, \text{ о.е.}$	1	0,701	0,573	0,463	0,371	0,297	0,241	0,197	0,165
$r, \text{ мм}$	21,5	22	22,5	25	27,5	30	35	37,5	76,085
$E_r, \text{ о.е.}$	0,145	0,110	0,082	0,029	0,015	0,008	0,003	0,002	0

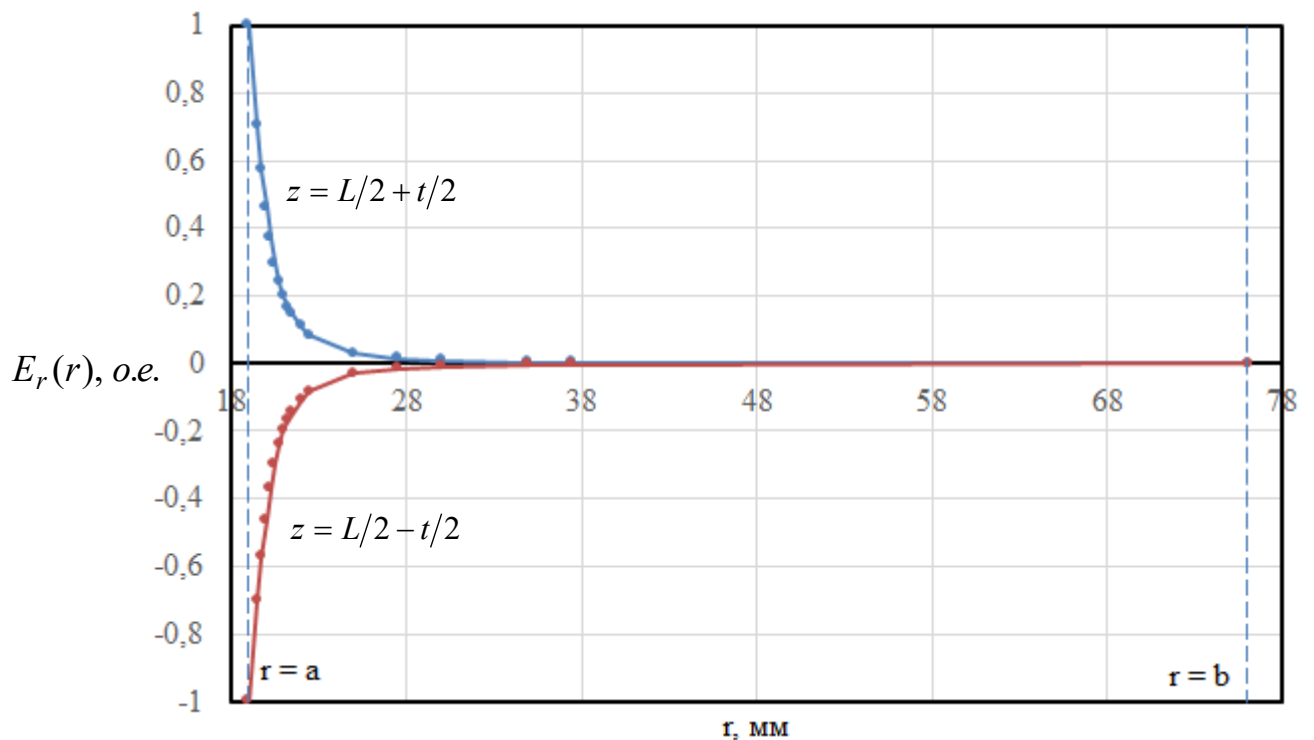


Рисунок 2.12. Зависимость  $E_r(r)$  симметричного КРУЕ при  $a \leq r \leq b$

Распределение амплитуды  $E_z(r)$  симметричного резонатора при  $0 \leq r \leq b$  и  $z = L/2$  приведено в таблице 2.4 и показано на рисунке 2.13.

Таблица 2.4. Амплитуда  $E_z(r)$  (о.е.) симметричного КРУЕ при  $z = L/2$

$r, \text{ мм}$	0	5	10	11	12	13	14	15
$E_z, \text{ о.е.}$	1	0,999	0,998	0,997	0,997	0,998	0,995	0,992
$r, \text{ мм}$	16	17	17,5	18	18,5	18,6	18,7	18,8
$E_z, \text{ о.е.}$	1,007	1,008	0,989	0,959	0,916	0,906	0,895	0,884
$r, \text{ мм}$	18,9	19,0145	19,5	19,75	20	20,5	21	21,5
$E_z, \text{ о.е.}$	0,872	0,858	0,663	0,577	0,500	0,376	0,292	0,244
$r, \text{ мм}$	22	22,5	25	27	30	35	37,5	76,805
$E_z, \text{ о.е.}$	0,204	0,174	0,100	0,068	0,051	0,032	0,027	0

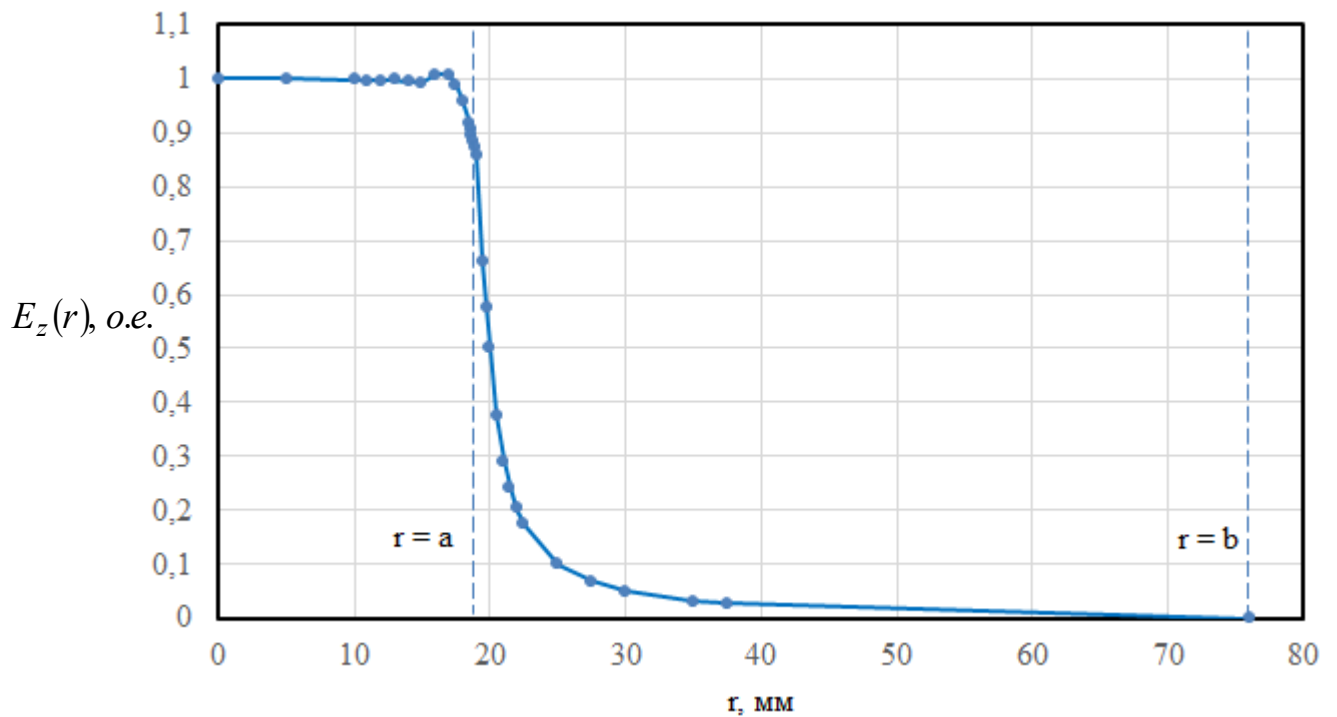


Рисунок 2.13. Зависимость  $E_z(r)$  симметричного КРУЕ при  $0 \leq r \leq b$ ,  $z = L/2$

В несимметричном экспериментальном резонаторе наблюдается несимметрия в поведении  $E_r(r)$  на поверхностях верхнего и нижнего электродов (таблица 2.5, 2.6 и рисунок 2.14). Рисунок 2.15 более детально показывает эту несимметрию в диапазоне по  $r$  с началом от  $r=22$  мм. Особенность в поведении  $E_r(r)$  на поверхности  $z = L_d$  состоит в том, что в области  $r=28$  мм существует изменение фазы  $E_r(r)$ .

Таблица 2.5. Амплитуда  $E_r(r)$  (о.е.) экспериментального КРУЕ при  $z = L_d + t$

$r, \text{ мм}$	19,0145	19,5	19,75	20	20,25	20,5	20,75	21	21,25
$E_r, \text{ о.е.}$	1	0,632	0,516	0,448	0,358	0,290	0,227	0,184	0,158
$r, \text{ мм}$	21,5	22	22,5	25	27,5	30	35	37,5	38
$E_r, \text{ о.е.}$	0,139	0,107	0,084	0,038	0,024	0,022	0,022	0,019	0,0089
$r, \text{ мм}$	40	42	44	46	50	55	60	70	76,085
$E_r, \text{ о.е.}$	0,0079	0,007	0,0063	0,0052	0,0047	0,0038	0,0032	0,0023	0

Таблица 2.6. Амплитуда  $E_r(r)$  (о.е.) экспериментального КРУЕ при  $z = L_d$

$r, \text{ мм}$	19,0145	19,5	19,75	20	20,25	20,5	20,75	21	21,25
$E_r, \text{ о.е.}$	-1,049	-0,686	-0,536	-0,411	-0,311	-0,255	-0,209	-0,151	-0,122
$r, \text{ мм}$	21,5	22	22,5	25	27,5	27,9	28	29	30
$E_r, \text{ о.е.}$	-0,107	-0,074	-0,059	-0,013	-0,0009	$-6,4 \cdot 10^{-5}$	$5,33 \cdot 10^{-5}$	0,0016	0,0027
$r, \text{ мм}$	35	37,5	38	40	50	55	60	70	76,085
$E_r, \text{ о.е.}$	0,005	0,005	0,005	0,005	0,0039	0,0033	0,0028	0,0022	0

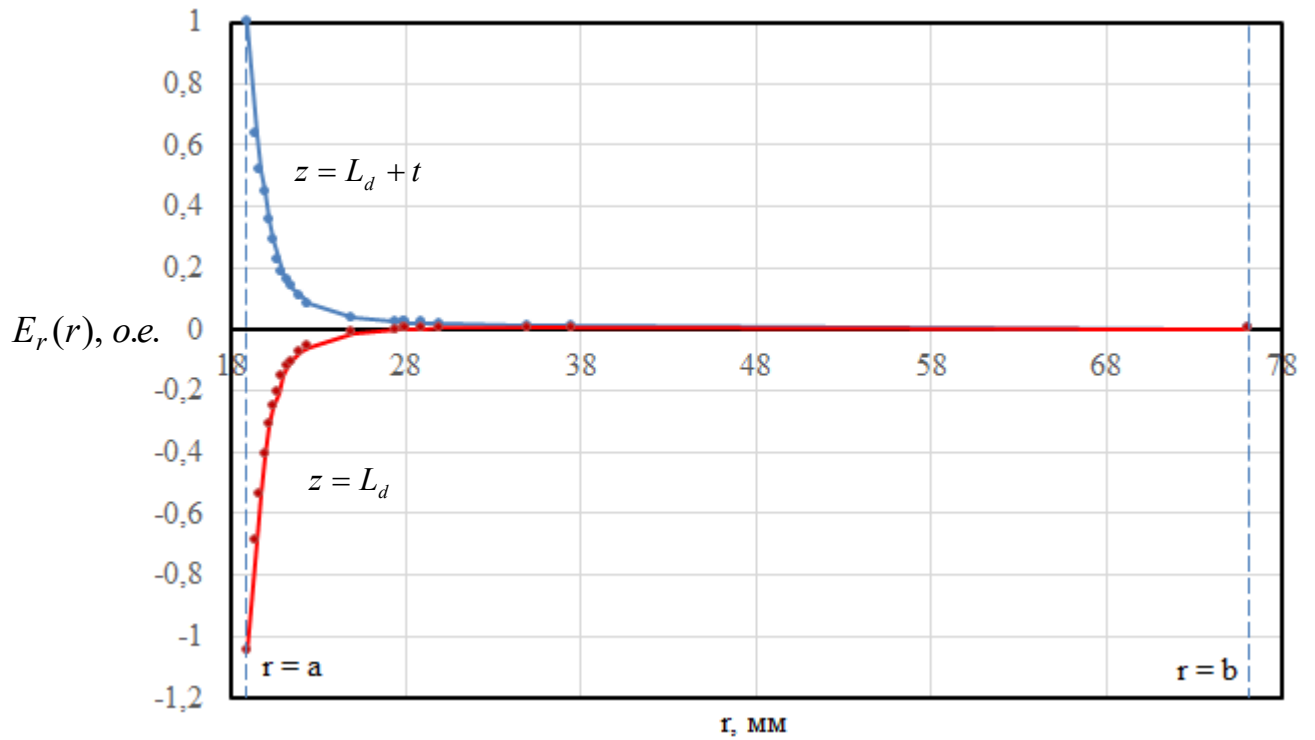


Рисунок 2.14. Зависимость  $E_r(r)$  экспериментального КРУЕ при  $a \leq r \leq b$

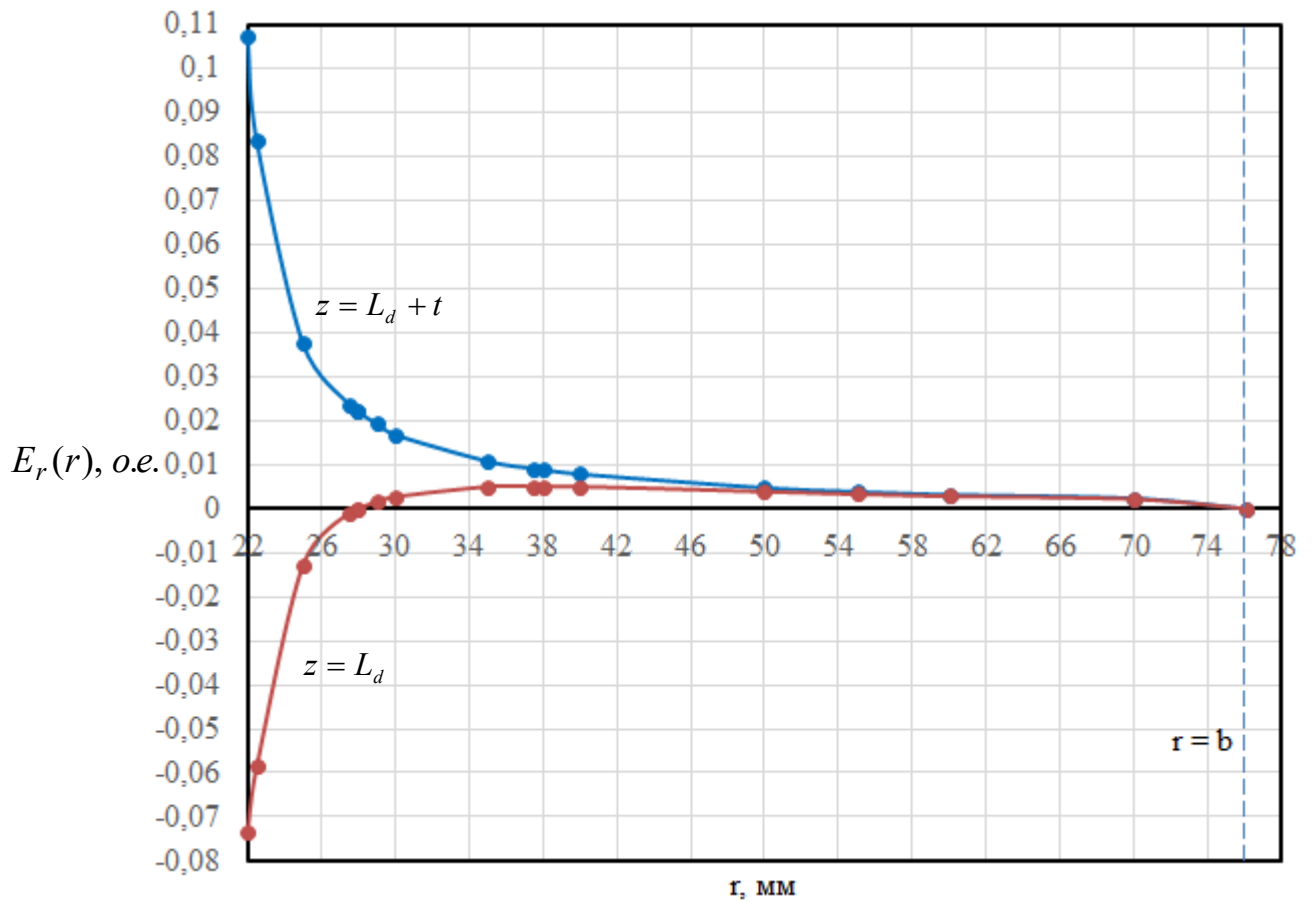


Рисунок 2.15. Зависимость  $E_r(r)$  экспериментального КРУЕ при

$$22 \text{ мм} \leq r \leq b$$

## 2.6. Выводы

1. Аналитический расчет двойного КРУЕ, близкого к симметричному, может выполняться с помощью представления этого резонатора в виде двух одинарных КРУЕ. В двойном симметричном КРУЕ на основной моде поле в коаксиальных частях находится в противофазе и в поперечном сечении резонатора в области зазора плоскость  $z_0 = L_d + t_d$ , ( $t - t_d = t_u > 0$ ) в пределах  $0 \leq r \leq b$  представляется как "электрическая" стенка – с радиальной компонентой электрического поля  $E_r(z_0) = 0$  на всей плоскости поперечного сечения. Это граничное условие на виртуальной поверхности позволяет представить близкий к симметричному двойной КРУЕ с низшей *ТЕМ*-модой на два одинарных КРУЕ различными высотами зазора и одинаковой резонансной частотой, равной частоте исходного резонатора.

2. Расчет резонансной частоты двойного КРУЕ по квазистационарной модели имеет преимущество по простоте и скорости, но дает недостаточную точность. Многоволновая модель методом ЧО дает результат расчета с достаточно высокой точности и приемлемым временем вычисления. Численная модель с применением пакета моделирования показывает преимущество по точности результата, но требует большое время вычисления и высокое качество компьютерных ресурсов.

3. Численное моделирование электромагнитного поля в области зазора в двойном КРУЕ с зазором на различной высоте показывает существование "электрической" стенки в зазоре и в его внешней области.

4. Квазистационарная модель и многоволновая модель методом ЧО с приближенным представлением двойного КРУЕ в виде двух одинарных, могут успешно применяться для расчета резонансной частоты КРУЕ в задачах с допустимой погрешностью от 0,2 % до 6 %. Численное моделирование КРУЕ (в пакете CST Studio Suite) дополняет и уточняет другие модели и представляется необходимым в эталонных диэлектрических измерениях.

### 3. Измерительный КРУЕ и его экспериментальное исследование

#### 3.1. Резонатор с фиксированной высотой зазора

Ранее был разработан коаксиальный резонатор КР-500М с неизлучающим окном для ввода образца и фиксированным измерительным зазором [69], [70]. Основными элементами конструкции резонатора являются посеребренный цилиндрический корпус и медные соосные цилиндрические электроды с измерительным зазором между ними (рисунок 3.1). С целью размещения измеряемого дискового образца в измерительном зазоре резонатора в цилиндрическом корпусе резонатора прорезано неизлучающее окно в виде щели. Щель параллельна оси резонатора и линиями поверхностного тока в стенке корпуса и не вносит потерь энергии на излучение из резонатора. Образец с помощью держателя вводится через щелевое окно и поворачивается на  $90^\circ$  перед вводом в измерительный зазор.

В резонатор введены тонкие диэлектрические нити для центрирования образца в измерительном зазоре, параллельные центральному проводнику (электродам) и расположенные на окружности с диаметром, близким к диаметру измеряемого дискового образца  $d_c \approx d_\varepsilon$  и общим с электродами центром (рисунок 3.2). Диаметр электродов  $2a$  выбран меньше диаметра измеряемого дискового образца  $d_\varepsilon$ . Внутренний диаметр корпуса резонатора выбран из соотношения  $D \geq 2(a + d)_\varepsilon$  для обеспечения возможности разворота образца с держателем на  $90^\circ$  внутри резонатора перед вводом образца в измерительный зазор.

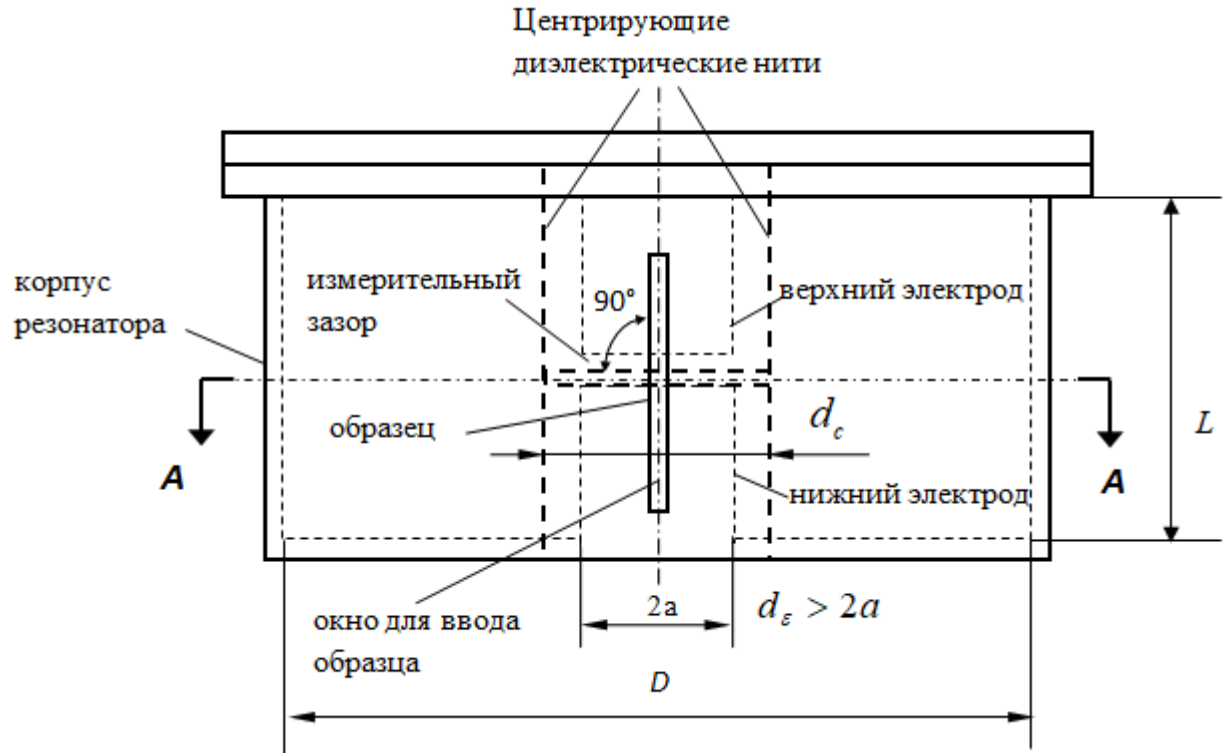


Рисунок 3.1. Коаксиальный измерительный резонатор КР-500М с фиксированной высотой зазора

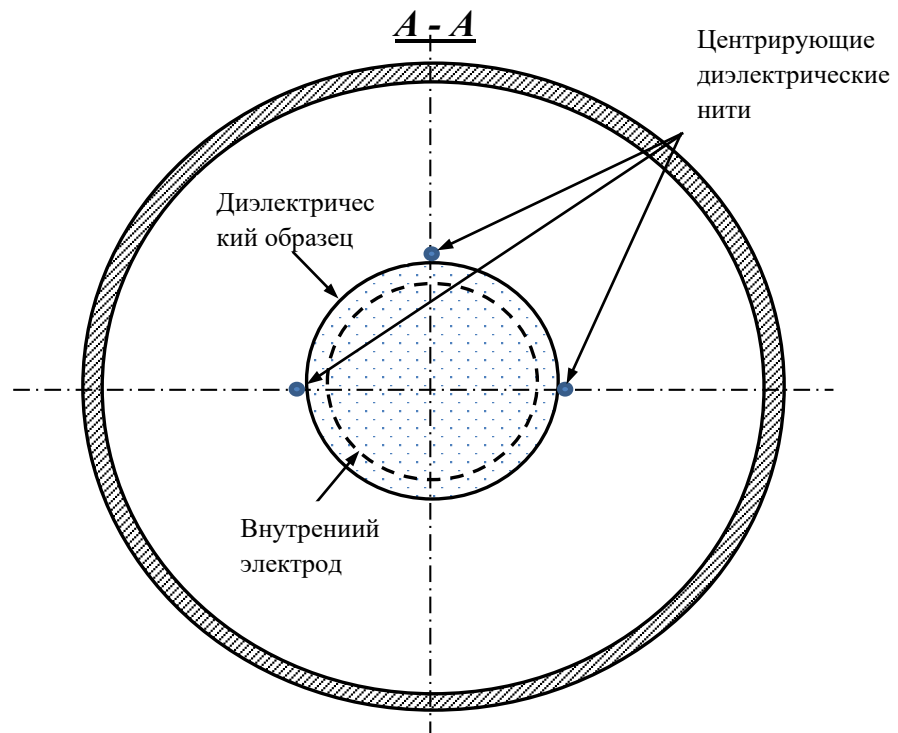


Рисунок 3.2. Расположение центрирующих диэлектрических нитей

Конструкция данного резонатора не предусматривает регулировку измерительного зазора, т.к. электроды жестко зафиксированы. Существует необходимость регулирования высоты измерительного зазора, в т.ч. для перестройки резонатора по частоте.

В задачу данной работы входила разработка КРУЕ с неизлучающим окном для ввода образца и регулируемым измерительным зазором с точным измерением его высоты. При разработке резонатора для диэлектрических измерений были учтены следующие факторы:

- резонансная частота резонатора зазором 2,5 -3,0 мм без образца должна находиться в области 400 -550 МГц;

- собственная добротность резонатора без диэлектрического образца должна быть высокой (порядка 6000 – 7000), т.е. омические потери в резонаторе должны быть минимальными.

- для измерений должны использоваться образцы стандартного диаметра 50 мм толщиной 0,5 до 3,0 мм. Диаметр электродов должен быть менее 50 мм с тем, чтобы периферийная часть образца выходила за диаметр электродов и на кромке образца диаметром 50 мм напряженность электрического поля была пренебрежимо малой в сравнении с напряженностью в межэлектродном зазоре.

- конструкция резонатора должна обеспечить простой ввод-вывод образца с его одновременным центрированием в измерительном зазоре без дополнительных операций;

- высота измерительного зазора должна плавно регулироваться и измеряться с разрешением 1 мкм.

Для обеспечения минимальных омических потерь в воздушной коаксиальной линии, необходимо выбрать соотношение радиусов электрода  $a$  и корпуса  $b$  такое, чтобы волновое сопротивление  $\rho$  было близко к 77 Ом:

$$\rho = 60 \ln \left( \frac{b}{a} \right) \approx 77 \text{ Ом} \quad \text{или} \quad b \approx 3,6a . \quad (3.1)$$



При этом диаметр электрода  $2a$  должен быть существенно менее диаметра образца  $d_\varepsilon = 50$  мм. Должна быть также предусмотрена возможность поворота плоскости образца на  $90^\circ$  в пространстве между центральным электродом и цилиндрическим корпусом с помощью держателя образца, имеющего ширину по радиусу  $\Delta d \approx 10$  мм. Таким образом, разность радиусов должна удовлетворять неравенству  $b - a \geq d_\varepsilon + \Delta d \approx 60$  мм при отношении  $b/a \approx 3,6$  и  $2a \approx (0,6 \div 0,8)d_\varepsilon = 30 \div 40$  мм. Выбран диаметр электродов  $2a \approx 38$  мм и внутренний диаметр корпуса  $2b \approx 152$  мм, что дает  $b - a \approx 57$  мм и волновое сопротивление  $\rho = 83$  Ом, что близко к оптимальному.

На основе резонатора КР-500М, приведенных выше ограничений и результатов исследований разработана и изготовлена экспериментальная конструкция коаксиального измерительного резонатора с регулируемой высотой зазора и неизлучающим окном для ввода образца.

### 3.2. Резонатор с регулируемой высотой зазора

Резонатор с регулируемой высотой зазора [71] (далее КР-500Р) является развитием резонатора с фиксированной высотой зазора и его конструктивное отличие состоит в том, что верхняя торцевая стенка корпуса резонатора выполнена в виде упругой медной мембраны с закрепленным на ней центральным цилиндрическим электродом (рисунок 3.3). Конструкция этого резонатора показана на рисунке 3.4. Путь поверхностных токов по гофрированной поверхности торцевой стенки резонатора практически не увеличивается в сравнении с гладкой стенкой и омическая добротность резонатора не снижается. При деформации торцевой стенки его конический прогиб и шесть гофров мембраны приводят к незначительному смещению резонансной частоты от расчетного значения. Это смещение уточняется с помощью численного моделирования в CST Studio Suite.



Рисунок 3.3. Торцевая стенка-мембрана с электродом

На верхней жесткой крышке резонатора закреплен электронный цифровой индикатор перемещения центрального электрода с разрешением 1 мкм. Деформация торцевой мембраны-стенки дает возможность регулирования величины зазора от замыкания электродов до 5,2 мм. Замыкание электродов соответствует нулевому зазору и служит началом отсчета высоты зазора в собранной конструкции резонатора. В исходном состоянии мембрана прогнута микрометрическим винтом и электроды сведены вместе (замкнуты). На микрометре устанавливают величину измерительного зазора, равную нулю (обнуляют показания микрометра). Затем электроды разводят микрометрическим винтом до образования измерительного зазора, достаточного для ввода в него измеряемого образца. При этом прогиб упругой мембраны уменьшается.

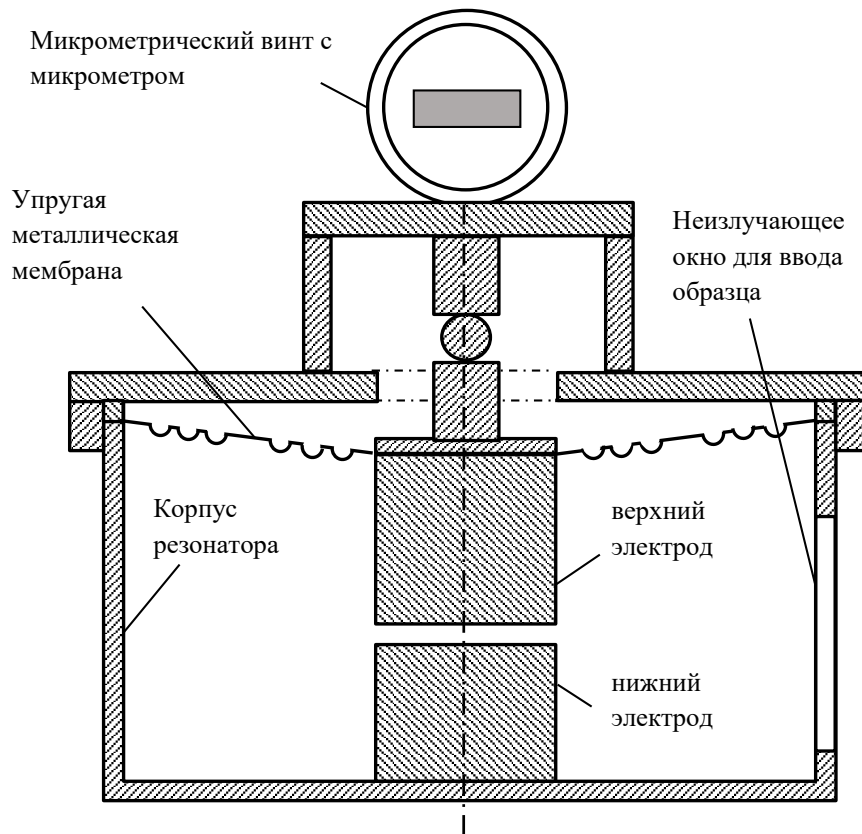


Рисунок 3.4. КРУЕ с регулируемой высотой зазора и неизлучающим окном

Резонансная частота первой (основной) *ТЕМ*-моды после сборки резонатора перестраивалась в диапазоне  $\sim 100 \dots 600$  МГц. Тонкая юстировка соосности электродов и параллельности их торцевых поверхностей позволили в окончательном варианте резонатора уменьшить нижний предел диапазона перестройки резонансной частоты до 65 МГц (рисунок 3.5) и увеличить верхний предел перестройки до 650 МГц (рисунок 3.6). Отметим, что замыкание электродов позволяет измерить эффективную высоту получаемого при этом полуволнового резонатора для второй *ТЕМ*-моды. Ее частота составила 2,27 ГГц (рисунок 3.7).

Экспериментальные исследования резонатора проводились на скалярном анализаторе цепей P2M-18. Возбуждение резонатора и вывод сигнала проводились с помощью петлевых возбуждителей на цилиндрической поверхности резонатора. Резонатор размещен в защитном кожухе для снижения

чувствительности к механическим воздействиям, в частности к нагрузкам на верхнюю крышку, и к изменениям окружающей температуры. На внешней поверхности резонаторов размещены светодиод и видеокамера, которые через отверстия в корпусе резонатора обеспечивают подсветку и визуальное наблюдение процесса ввода образца в измерительный зазор резонатора и вывода его обратно.

Для ввода образца в измерительный зазор его начальная высота должна быть больше толщины измеряемого образца. Возможны два варианта измерения:

- с зажимом образца между электродами (при  $t = t_c$ );
- при свободном положении образца в зазоре (при  $t > t_c$ ).

Второй вариант представляется предпочтительным, поскольку зажатие образца неизбежно связано с деформациями конструкции резонатора, невозпроизводимостью усилия зажима и не избавляет от остаточных микрозазоров между поверхностями образца и электродов из-за их шероховатости и отклонений от плоскости. Недостатком этого варианта измерения является невозможность строгого электродинамического анализа и необходимость применения численного моделирования, точность которого требуется еще исследовать.

Технические характеристики резонатора с регулируемой высотой зазора приведены ниже:

Диапазон перестройки резонансной частоты без образца, МГц	(65 ... 650)
Собственная добротность резонатора	1600 ... 7400
Коэффициент передачи резонатора на резонансе, дБ	-29
Габаритные размеры резонатора не более, мм	280×200×152
Масса резонатора не более, кг	3,5
Диапазона регулирования высоты зазора, мм	0 ... 5,2
Высота зазора при мембране-стенке без прогиба, мм	2,159

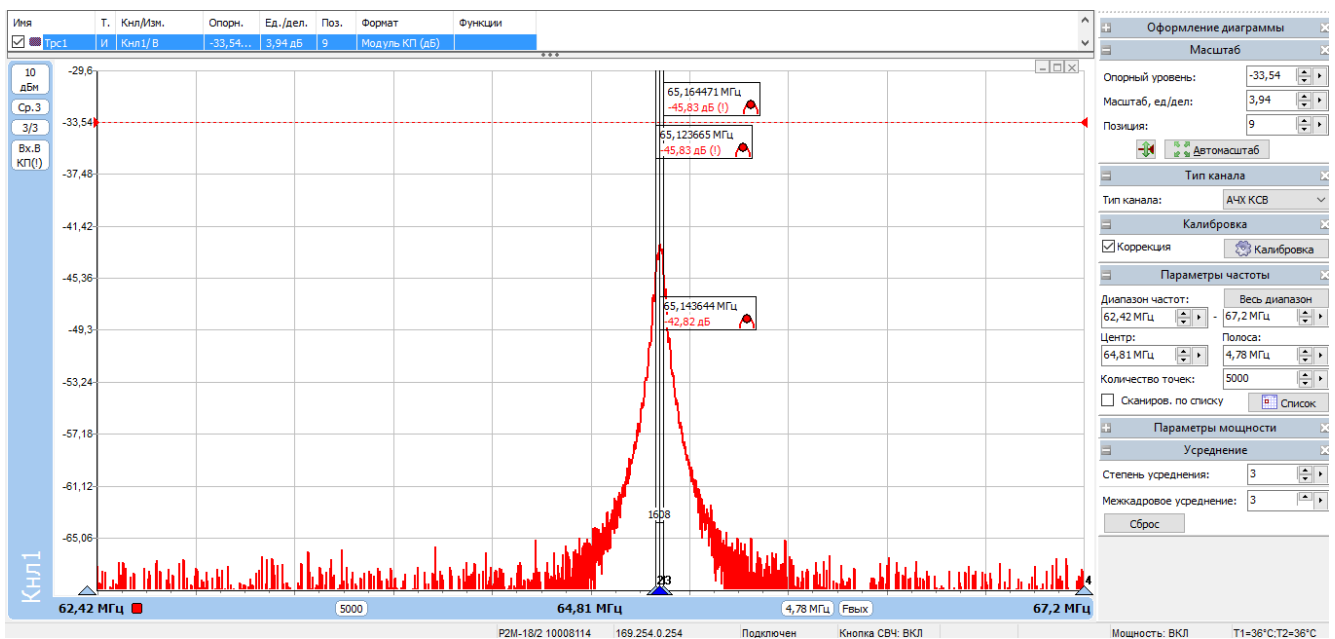


Рисунок 3.5. Нижний предел диапазона перестройки резонансной частоты

$$f_0(t) = 65,1436 \text{ МГц}, Q_0(t) = 1608$$

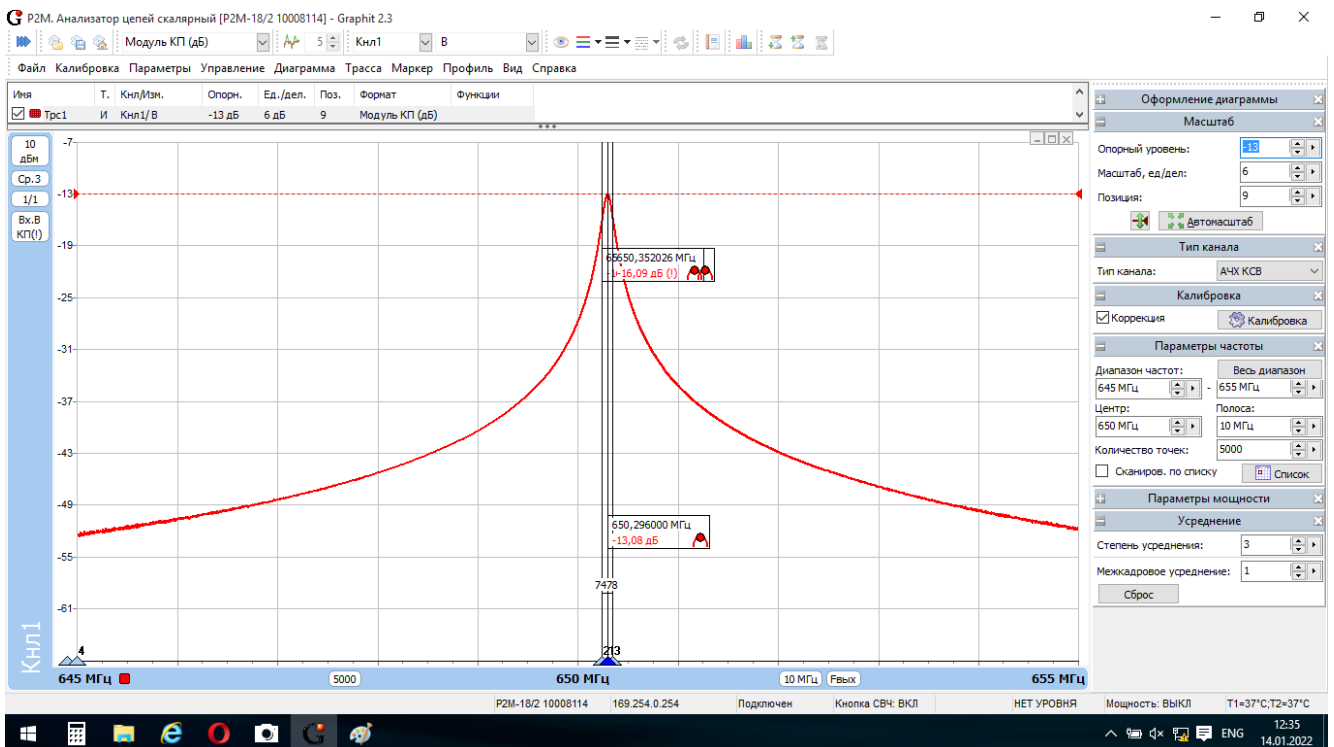


Рисунок 3.6. Верхний предел диапазона перестройки резонансной частоты

$$f_0(t) = 650,296 \text{ МГц}, Q_0(t) = 7478$$

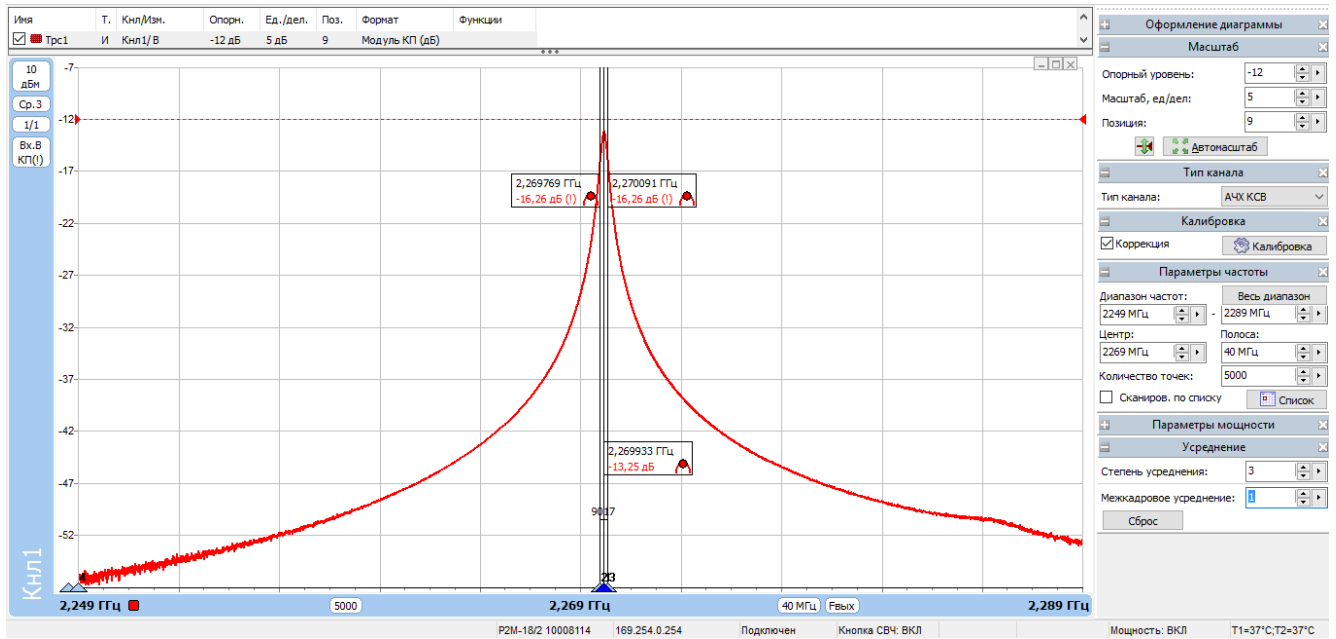


Рисунок 3.7. Вторая мода в КРУЕ с замкнутыми электродами  
(мода полуволнового резонатора,  $f=2,26993$  ГГц,  $Q=9017$ )

Зависимости резонансной частоты и собственной добротности  $f_0(t)$  и  $Q_0(t)$  двойного КРУЕ от высоты зазора  $t$  исследованы экспериментально [72]. Величина зазора  $t$  регулировалась в данном исследовании от 0 мм до 5,2 мм. По трём повторным экспериментальным характеристикам получены усредненные зависимости  $f_0(t)$  и  $Q_0(t)$ . Эти зависимости аппроксимированы в среде Mathcad 14 следующими степенными полиномами параметра  $z = t^{0,25}$ :

$$f_0 = (0,5199 + 0,5916z - 1,3863z^2 + 8,3703z^3 - 5,906z^4 + 1,2953z^5) \cdot 10^2, \text{ МГц}, \quad (3.2)$$

$$Q_0 = (0,8399 + 4,4832z + 2,0417z^2 - 1,8917z^3) \cdot 10^3. \quad (3.3)$$

Экспериментальные зависимости  $f_0(t)$  и  $Q_0(t)$  и их аппроксимации показаны на рисунке 3.8.

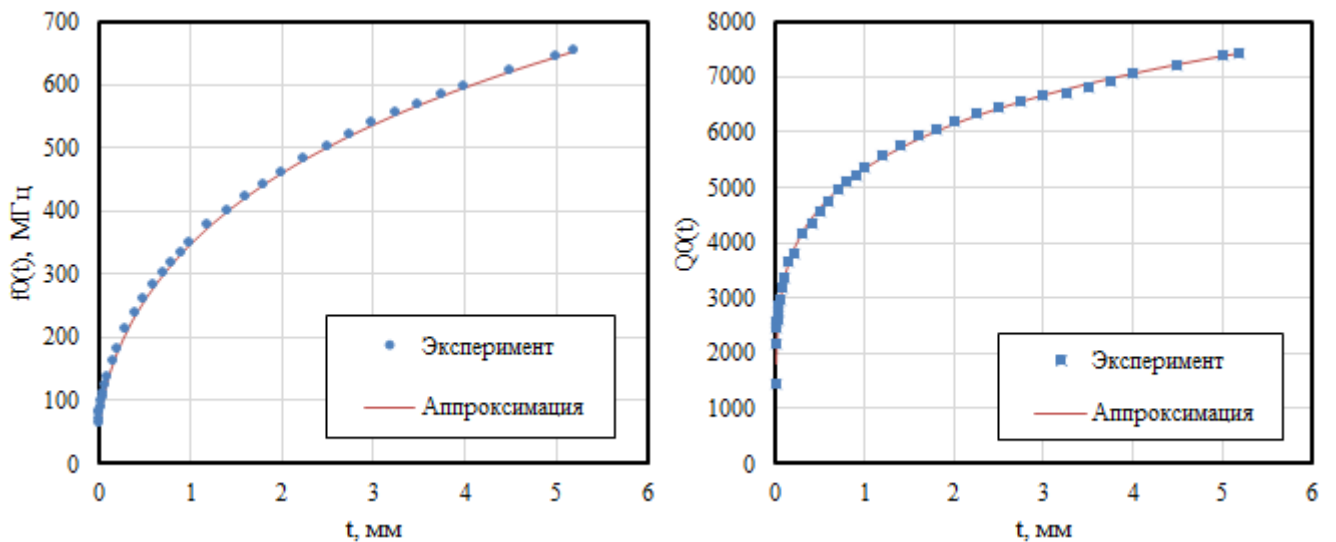


Рисунок 3.8. Экспериментальные зависимости  $f_0(t)$  и  $Q_0(t)$  и их аппроксимации

Крутизна перестройки резонансной частоты в диапазоне высоты зазора 0,01 мм... 0,1 мм составляет  $\Delta f_d / \Delta t_d \approx 600$  МГц/мм, в диапазоне 0,5 мм...1,0 мм –  $\sim 160$  МГц/мм, и в диапазоне 2,0 мм...3,2 мм –  $\sim 80$  МГц/мм. Большая чувствительность резонансной частоты к высоте зазора подтверждает важность точного определения величины зазора и других внутренних размеров КРУЕ для оценки реальной точности расчетной модели.

Сопоставление собственной добротности экспериментального резонатора с теоретическим пределом на основной моде затруднено отсутствием корректных выражений для собственной добротности КРУЕ. На второй моде КРУЕ с замкнутыми электродами является полуволновым коаксиальным резонатором, собственная добротность которого рассчитывается как [36]

$$Q_0 = \frac{2L \cdot \ln(b/a)}{\Delta_0 \left[ 4 \ln(b/a) + L \cdot (a^{-1} + b^{-1}) \right]},$$

где  $\Delta_0$  -глубина скин-слоя в стенках резонатора,  $L$  -высота резонатора. В окончательном варианте резонатора экспериментальная собственная добротность второй моды составила 9800 при расчетном пределе 12900. В резонаторе имеются четыре механических соединения, одновременно являющихся электрическими контактами. Это соединение стенки-мембраны с корпусом, верхнего электрода с

мембраной, нижнего электрода с дном резонатора и контакт между электродами при их замыкании. Снижение добротности в сравнении с предельным расчетным значением в первую очередь связано с потерями в контактах, которые не учитываются в расчете.

### 3.3. Точное определение внутренних размеров резонатора

Оценка реальной точности расчета резонансной частоты КРУЕ в различных моделях невозможна без знания точных внутренних размеров резонатора. В частности, резонансная частота очень чувствительна к величине «укорачивающего» зазора. Его точное измерение представляет наибольшую сложность. Поэтому определение внутренних размеров КРУЕ является важной задачей перед исследованием точности расчетных моделей. Диаметр  $2a$ , высота нижнего  $L_d$  и верхнего  $L_u$  электродов могут быть достаточно просто и точно измерены инструментальным способом с помощью микрометра в разобранном состоянии резонатора. Их значения с неопределенностью 3 мкм приведены ниже

$2a$ , мм	$L_d$ , мм	$L_u$ , мм
38,029	25,520	39,391

Точное измерение внутреннего диаметра цилиндрического корпуса  $D_0 = 2b$  и его высоты  $L_0$  лучше проводить по спектру резонансных частот объемного цилиндрического резонатора (ЦР), получаемого из исходного КРУЕ путем удаления съемных центральных электродов – верхнего и нижнего цилиндров. Отметим, что резонансные частоты колебаний  $E_{nm0}$  не зависят от высоты ЦР и удобны для измерения его диаметра  $D_0$ . Этот диаметр будет некоторым «эффективным» диаметром, учитывающим неизбежное отклонение геометрии корпуса от идеального цилиндра (конусность, эллиптичность и др.) и более подходящим для расчетов резонансных частот. Учет влияния отклонений



формы резонансной полости от идеального цилиндра описывается в п. 3.3.

Рассмотрим подробнее способ определения  $D_0$  по спектру резонансных частот объемного резонатора. Для исключения прогиба мембраны и влияния гофра упругая стенка-мембрана заменялась на плоскую жесткую стенку. Внутренний диаметр цилиндрического корпуса КРУЕ будем определять как диаметр объемного цилиндрического резонатора (ЦР), полученного после извлечения из КРУЕ центральных электродов. Связь между резонансной частотой ЦР и его размерами известна [36]:

$$f_{nmp} = \frac{c}{2\pi\sqrt{\varepsilon\mu}} \sqrt{\left(\frac{p\pi}{L_0}\right)^2 + \left(2\frac{B_{nm}}{D_0}\right)^2}, \quad (3.4)$$

где  $p = 0, 1, 2, \dots$  – число полуволин на длине (высоте) ЦР,  $m = 1, 2, \dots$  – число полуволин на радиусе,  $n = 0, 1, 2, \dots$  – число полуволин на половине окружности ЦР;  $c = 2,99792458 \cdot 10^8$  – скорость электромагнитной волны в вакууме (м/с);  $\varepsilon, \mu$  – относительная диэлектрическая и магнитная проницаемость среды, заполняющей резонатор (для воздуха  $\varepsilon = 1,0006 \approx 1$ ,  $\mu = 1$ );  $B_{nm}$  –  $m$ -ый корень уравнения  $J_n(z) = 0$  для  $E_{nmp}$ -колебаний или уравнения  $J'_n(z) = 0$  для  $H_{nmp}$ -колебаний, где  $J_n(z), J'_n(z)$  – функция Бесселя  $n$ -го порядка и ее производная.

Размеры ЦР, полученные инструментальным путем, составили:  $L_0 = L = 67,8$  мм,  $D_0 = 2b = 152,17$  мм. По формуле (3.4) для данного  $D_0$  и  $p = 0$  рассчитаны резонансные частоты  $E_{n10}$ -колебаний с азимутальным индексом  $n = 0 \dots 8$ . Расчетные и экспериментальные значения резонансных частот для  $E_{n10}$ -колебаний приведены в таблице 3.1. Из-за эллиптичности резонатора и возможных других причин наблюдалось разщепление резонансов на два (снятие двухкратного поляризационного вырождения) у колебаний с азимутальным индексом  $n \geq 1$ . Резонансные частоты колебаний  $E_{n10}$  не зависят от высоты резонатора и из (3.4) получим при  $p = 0$  :

$$D_0 = \frac{c \cdot B_{nm}}{\pi \sqrt{\varepsilon \mu} \cdot f_{nm}}. \quad (3.5)$$

Таблица 3.1. Расчетные и экспериментальные частоты колебаний  $E_{n10}$

$n$	$E_{n10}$	$f_{рас}, ГГц$	$f_{экс}, ГГц$	
			Нижний резонанс	Верхний резонанс
0	$E_{010}$	1,507665	1,506391	
1	$E_{110}$	2,402223	2,40319	2,404365
2	$E_{210}$	3,219692	3,220067	3,220673
3	$E_{310}$	3,999936	4,00032	4,001047
4	$E_{410}$	4,757384	4,75805	4,75879
5	$E_{510}$	5,499135	5,500138	5,50069
6	$E_{610}$	6,229277	6,229036	6,231313
7	$E_{710}$	6,950414	6,951743	6,952395
8	$E_{810}$	7,664394	7,665949	7,666593

Расчет на частотах нижних и верхних резонансов по (3.5) дает соответственно средние значения  $D_{0(ниж)} = 152,169$  мм и  $D_{0(верх)} = 152,165$  мм. Усредненное значение диаметра КРУЕ составило  $D_0 = 152,167$  мм с относительным СКО  $\delta D = 9,1 \cdot 10^{-5}$ .

Полную высоту резонатора можно определить путем суммирования высот электродов и зазора  $t$ :  $L_0 = L_d + t + L_u$ . Высоты нижнего и верхнего цилиндров  $L_d$ ,  $L_u$  измерялись микрометром и приведены выше. Межэлектродный зазор  $t_0$  при плоской жесткой негофрированной крышке измерялся цифровым индикатором перемещения с разрешением 1 мкм по смещению верхнего электрода от упора в нижний электрод до его фиксации на жесткой верхней крышке резонатора. Процедура была повторена пять раз с усреднением

результатов. Высота резонатора по спектру и по инструментальным измерениям первоначально оказалась существенно различной. Как было выяснено, причиной этого был прогиб дна внутрь резонатора. После устранения прогиба дна измерялась высота полуволнового резонатора с замкнутыми электродами по резонансной частоте второй моды, что дало «электромагнитную» высоту, близкую к инструментальной высоте у цилиндрической стенки резонатора. Уточненные значения размеров экспериментальных КРУЕ приведены в таблице 3.2.

Таблица 3.2. Внутренние размеры измерительных КРУЕ, мм

Резонатор	$2b$	$2a$	$L_d$	$L_u$	$t_0$	$L_0$
КР-500М	152,20	38,0	26,1	38,57	3,354	68,024
КР-500Р	152,167	38,029	25,52	39,391	2,159	67,07

При измерении по спектру резонансных частот «электродинамические» размеры оказываются больше геометрических из-за проникновения поля в стенки резонатора [73]. Это увеличение имеет порядок глубины скин-слоя. В медных и посеребренных поверхностях резонатора увеличение не превосходит 1,5 мкм в частотном диапазоне измерений, что менее погрешности измерения размеров и не учитывается.

### 3.4. Оценка отклонений формы экспериментального КРУЕ от цилиндра

#### 3.4.1. Оценка эллиптичности цилиндрического корпуса

В цилиндрических резонаторах колебания с азимутальным индексом  $n \geq 1$  имеют двукратное поляризационное вырождение. В реальных резонаторах вырождение обычно снимается и резонансные частоты расщепляются. Одна из основных причин этого – деформация кругового поперечного сечения (рисунок

3.9), которая характеризуется относительным отклонением диаметра поперечного сечения от среднего значения  $D_0$  [73]:

$$\delta D = (D_{\max} - D_{\min}) / D_0 \ll 1.$$

Первое приближение для деформированного круга – эллипс с эксцентриситетом  $e \approx 2\sqrt{\delta D}$ .

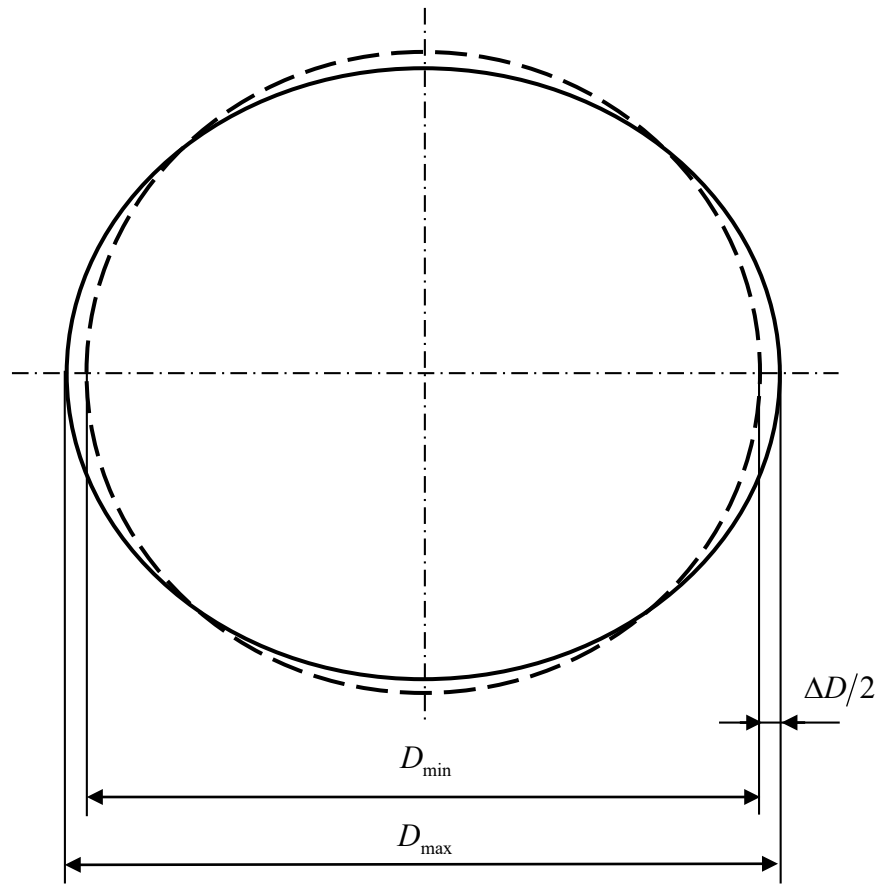


Рисунок 3.9. Эллиптическая деформация кругового цилиндра

Эллиптическая деформация смещает на разную величину поперечные числа и резонансные частоты  $H_{nlp}$ -колебаний с чётным (с) и нечётными (s) по углу  $\varphi$  функциями  $H_z(\varphi)$ . Здесь  $\varphi$  - азимутальный угол в системе координат  $r, \varphi, z$  с отсчётом  $\varphi$  от минимального диаметра. Резонансные частоты  $H_{nlp}$ -колебаний связаны с волновыми числами:

$$k^2 = h^2 + \chi^2,$$

где  $h = p\pi/L$ ,  $p=1, 2, 3, \dots$ ;  $k = 2\pi f_n \sqrt{\varepsilon_2}/c$ .

В деформированном резонаторе расщепляются волновые числа  $\chi$  на  $\chi_{nc, s}$  и резонансные частоты на  $f_{nc, s}^H$  для чётных и нечётных колебаний [28]:

$$f_{nc, s}^H = \frac{c}{2\pi\sqrt{\varepsilon_2}} \sqrt{\left(\frac{p\pi}{L}\right)^2 + (\chi_{nc, s})^2}; \quad \chi_{nc, s} = (2\nu'_{n1}/D_0)(1 + \delta x_{nc, s}), \quad (3.6)$$

где  $\nu'_{n1}$  - первый корень производной функции Бесселя  $J'_n(x)$ ;  $\delta x_{nc, s}$  - относительные смещения безразмерного радиального волнового числа  $\chi D_0/2$  под влиянием деформации. Из (3.6) получим относительные смещения

$$\delta x_{nc, s} = -1 + \left(\frac{D_0}{2\nu'_{n1}}\right) \sqrt{\left(\frac{2\pi f_{nc, s}^H \sqrt{\varepsilon_2}}{c}\right)^2 - \left(\frac{p\pi}{L}\right)^2}.$$

Из колебаний с азимутальными индексом  $n \geq 1$  только  $H_{11p}$ -колебания имеют расщепление  $\delta\chi_1^H = \delta x_{1s} - \delta x_{1c}$  порядка  $\delta D$ , у других колебаний этот порядок  $(\delta D)^2$  [74]. Поэтому для оценки эллиптичности используем  $H_{11p}$ -колебания с расщеплением [73]

$$\delta\chi_1^H \approx \frac{x_0^2 + 1}{x_0^2 - 1} \delta D - \frac{1}{8} \left[ \frac{(5x_0^2 - 3)(x_0^2 - 1)(x_0^2 - 12) + 2(x_0^2 - 3)^2}{(x_0^2 - 1)} \right] (\delta D)^2, \quad (3.7)$$

где  $x_0 = \nu'_{11}$ . Для оценки эллиптичности в (3.7) достаточно первого члена:

$\delta D \approx [(x_0^2 - 1)/(x_0^2 + 1)] \delta\chi_1^H$ . Частоты расщепленных колебаний  $H_{111}$  составили

$f_{ns}^H = 2,518432$  ГГц и  $f_{nc}^H = 2,518080$  ГГц, что дало  $\delta D \approx 3,6 \cdot 10^{-4}$  и соответствует

$\Delta D = D_{\max} - D_{\min} \approx 0,055$  мм.

### 3.4.2. Оценка влияния гофра и прогиба стенки-мембраны

В резонаторе с регулируемым зазором при изменении высоты зазора  $t$  за счет прогиба стенки-мембраны изменяется и эффективная высота резонатора (высота резонатора с "эффективной" плоской стенкой)  $L_t$  и "эффективная" высота электрода  $L_u$  [76]. Эффективная плоская стенка на высоте  $L_t$  пересекает реальную коническую поверхность мембраны по окружности радиуса  $r_t$  (рисунок 3.10). Коническая деформация мембраны относительно плоской поверхности внутрь резонатора при  $r < r_t$  повышает его резонансную частоту, что компенсируется понижением резонансной частоты вследствие деформации мембраны во внешнюю относительно этой плоскости область при  $r > r_t$ . При некотором зазоре  $t = t_0$  эффективная плоская стенка на высоте  $L_t$  совпадает с плоской поверхностью стенки без прогиба  $L_t = L_0$ . В резонаторе с гофрированной стенкой – мембраной разность  $\Delta L = L_0 - L_t$  при  $t = t_0$  даст смещение эффективной плоскости отражения мембраны гофром, которое будет зависеть от формы гофра.

Смещение должно быть минимальным при симметричном профиле гофра относительно плоской поверхности. При вдавленных внутрь резонатора канавках гофра следует ожидать смещения плоскости отражения внутрь резонатора и повышения резонансной частоты. При канавках, выдавленных во внешнюю область резонатора, плоскость отражения также смещается во внешнюю область резонатора, что понижает резонансную частоту.

Положение эффективной плоской стенки можно приближенно рассчитать из условия равенства потоков энергии внутри трубок радиусом  $a \leq r \leq r_t$  и  $r_t \leq r \leq b$  (рисунок 3.10). Будем предполагать, что вблизи стенки- мембраны поле представляется только двумя встречными модами  $TEM$  с компонентами в поперечном сечении

$$H_\varphi = \frac{H_0}{2\pi r} \quad \text{и} \quad E_r = W \frac{H_0}{2\pi r}, \quad (3.8)$$

где  $W$  - характеристическое сопротивление среды в резонаторе. Продольная зависимость поля в данном случае несущественна. Вычисляя поток энергии моды в трубках радиуса [76]  $a \leq r \leq R$  и  $R \leq r \leq b$ , получим

$$P_a = W \frac{H_0^2}{4\pi^2} \int_a^R \frac{dr}{r} \int_0^{2\pi} d\varphi = W \frac{H_0^2}{2\pi} \ln\left(\frac{R}{a}\right), \quad P_b = W \frac{H_0^2}{4\pi^2} \int_R^b \frac{dr}{r} \int_0^{2\pi} d\varphi = W \frac{H_0^2}{2\pi} \ln\left(\frac{b}{R}\right). \quad (3.9)$$

Приравнявая  $P_a = P_b$  и полагая  $R = r_t$  найдем  $r_t = \sqrt{ab}$ .

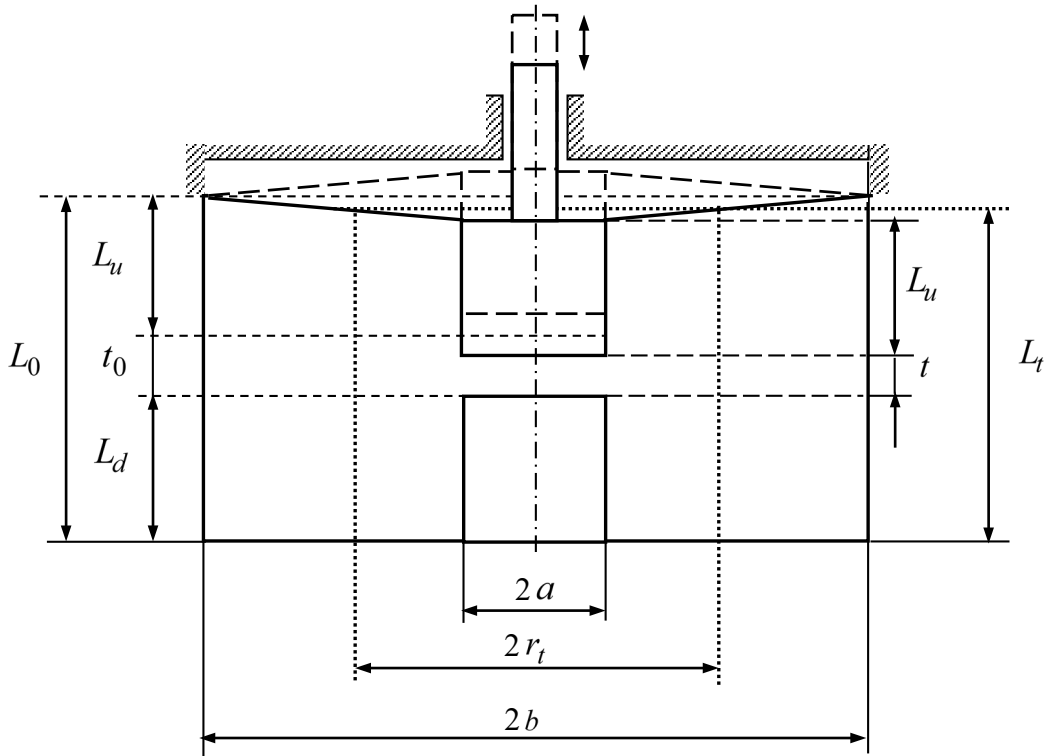


Рисунок 3.10. Деформация стенки-мембраны и эффективная высота резонатора  $L_t$

Из подобия треугольников на рисунке 3.10 следует

$$\frac{r_t - a}{L_t - (L_u + t + L_d)} = \frac{b - r_t}{L_0 - L_t},$$

откуда

$$L_t = \left[ L_0 + \frac{b - r_t}{r_t - a} (L_d + t + L_u) \right] \left[ \frac{(r_t - a)}{(b - a)} \right]. \quad (3.10)$$

Легко видеть, что при  $t = t_0$  и, соответственно,  $L_d + t + L_u = L_0$  эффективная высота  $L_t = L_0$ .

При сомкнутых электродах ( $t = 0$ ) эффективная высота (полуволнового) резонатора с вогнутой стенкой

$$L_t = L_0 \left( \frac{r_t - a}{b - a} \right) + (L_d + L_u) \left( \frac{b - r_t}{b - a} \right). \quad (3.11)$$

Корректная экспериментальная оценка точности моделирования требует точного знания величины зазора в собранном состоянии резонатора [76]. Замыкание электродов ( $t = 0$ ) позволяет иметь опорную плоскость при измерении зазора и определить «эффективную» высоту резонатора  $L_t$  по резонансной частоте получаемого полуволнового коаксиального резонатора с вогнутой гофрированной стенкой [76]. На рисунке 3.11 показаны положения мембраны при замкнутых электродах (а) и в резонаторе с измерительным зазором (б).

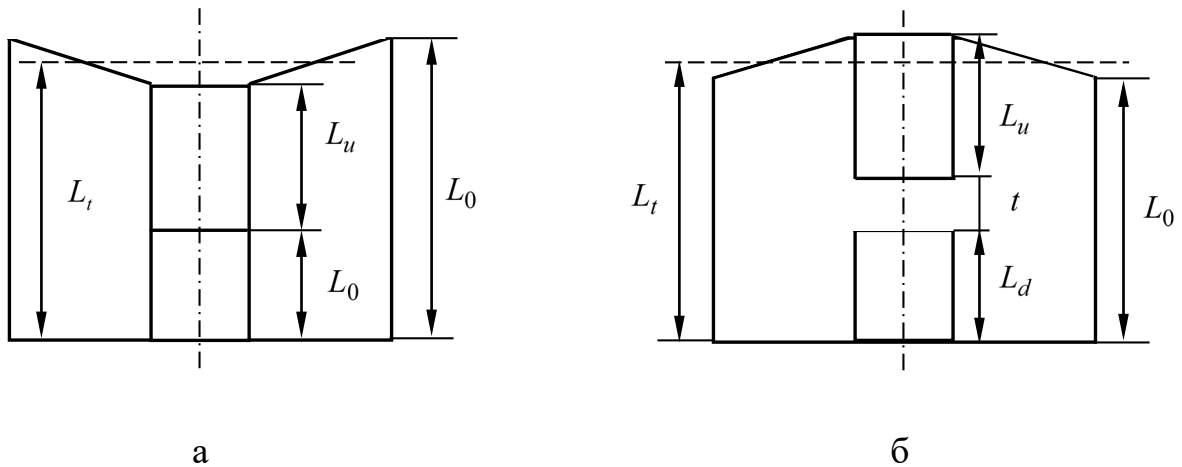


Рисунок 3.11. Полуволновый резонатор (а) и резонатор с измерительным зазором (б)

Экспериментальная резонансная частота полуволнового *TEM*-резонатора при  $t = 0$  составила 2,270067 ГГц, что соответствует полуволновому резонатору высотой  $L_t = 66,011$  мм с плоскими стенками. Величина удлинения резонатора составила  $\Delta L = L_t - (L_d + L_u) = 1,100$  мм.

Отметим, что увеличение межэлектродного зазора  $t$  повышает резонансную частоту за счет уменьшения емкости зазора, где сосредоточено электрическое поле. Прогиб мембраны во внешнюю сторону при увеличении зазора увеличивает



объем области резонатора с магнитным полем, что, как известно, понижает резонансную частоту. Результирующий эффект будет суммой двух противоположных сдвигов резонансной частоты – от изменения зазора и от прогиба мембраны. Это объясняет снижение крутизны перестройки резонансной частоты с ростом зазора на рисунке 3.8.

Оценка влияния конусного прогиба и гофра мембраны на характеристику перестройки резонансной частоты КР проведена в допущении аддитивности их вкладов из-за малости. Гофр представляет шесть кольцевых канавок в плоской поверхности медной мембраны, продавленных внутрь резонатора. Оценка влияния гофра проведена при плоском состоянии мембраны (без прогиба). Экспериментальная резонансная частота резонатора с жесткой плоской торцевой стенкой без гофра составила 467,65 МГц при высоте зазора  $t_0=2,159$  мм. Численное моделирование резонатора с такой высотой зазора дает резонансную частоту 467,62 МГц, что показывает высокую точность моделирования. Экспериментальная резонансная частота при плоском состоянии гофрированной мембраны составила 471,58 МГц. Таким образом, смещение резонансной частоты гофром составило 3,93 МГц или 0,83%, что соответствует укорочению резонатора (и верхнего электрода) на  $\Delta L = \Delta L_u = 1,036$  мм при глубине канавок гофра 1,7 мм. Квазистационарный расчет резонатора [3] высотой  $L$  с представлением его в виде двух одинарных КР [75] дает 496,91 МГц. Зависимости резонансной частоты  $f_0$  и собственной добротности  $Q_0$  резонатора от высоты зазора  $t$  без диэлектрического заполнения с гофрированной мембраной исследованы экспериментально. Высота зазора регулировалась от 0,02 мм до 3,2 мм. В силу квазистационарности резонатора его электрические размеры малы и выбор какого-либо безразмерного («электрического») аргумента в модели не представляется обоснованным, поэтому используется абсолютная величина зазора [76].

Численное моделирование резонансной частоты проведено при  $t=1,0 \div 3,2$  мм. На рисунке 3.12 представлены относительные отклонения результатов

численного расчета резонансной частоты от эксперимента  $\delta f_{0,расч}$  в моделях с коническим прогибом мембраны, с плоской торцевой «эффективной» стенкой с учетом влияния гофра и модели с плоской гладкой стенкой и суммарной высотой [76]  $L = L_d + t + L_u$ .

Замена в расчетах конической деформированной мембраны на плоскую эффективную поверхность на высоте  $L_t$  в соответствии с (3.11) приводит к погрешности в расчете резонансной частоты не более 0,06 % [76].

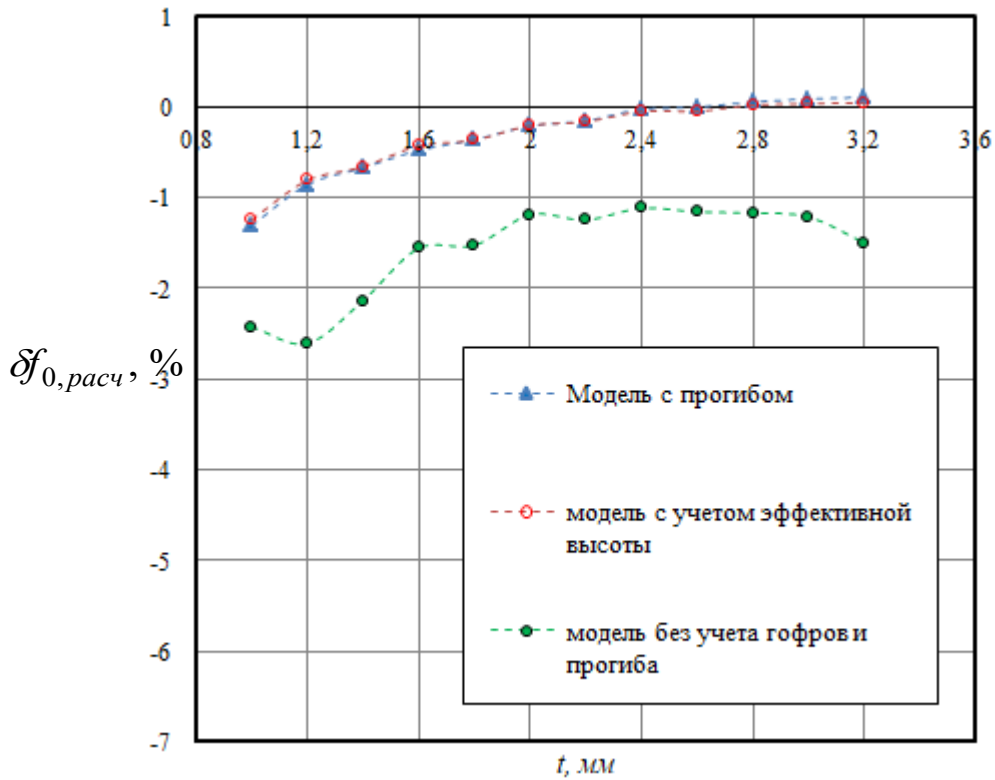


Рисунок 3.12. Погрешность численного расчета резонансной частоты относительно эксперимента  $\delta f_{0,расч}$ , %

### 3.5. Выводы

1. Разработан измерительный КРУЕ дециметрового диапазона с регулируемой высотой межэлектродного зазора. Резонатор позволяет плавно перестраивать резонансную частоту диапазоне 65...650 МГц. Собственная добротность резонатора изменяется в пределах 1600...7400. Высота межэлектродного зазора регулируется в пределах от 0 мм до 5,2 мм и измеряется с неопределенностью не более 3 мкм. Резонатор обеспечивает измерение диэлектрических образцов стандартного диаметра 50 мм с вводом-выводом через неизлучающее окно и центрирование образца в измерительном зазоре.

2. Разработан новый метод точного определения внутренних размеров цилиндрического корпуса КРУЕ по экспериментальному спектру резонансных частот. Данным методом и стандартными измерительным приборами определены внутренние размеры экспериментального КРУЕ. Уточнённые размеры и экспериментальные резонансные частоты позволяют оценить погрешности расчётных моделей.

3. Проведена оценка влияния отклонений формы разработанного КРУЕ от идеального цилиндра. Эллиптичность цилиндрического корпуса слабо влияет на резонансную частоту основной *ТЕМ*-моды и может быть учтена через средний диаметр корпуса. Оценка влияния гофра на мембране проведена независимо от влияния прогиба мембраны. В расчётных моделях для экспериментальной конструкции резонатора с регулируемой высотой зазора эффективная высота верхнего электрода уменьшается относительно истинной из-за смещения плоскости отражения гофром на торцевой стенке-мембране. Конический прогиб стенки-мембраны в реальных резонаторах возможно заменить в расчетах на плоскую поверхность на эффективной высоте.

## 4. Измерительный КРУЕ с диэлектрическим включением

### 4.1. Установка с КРУЕ для диэлектрических измерений

Измерение диэлектрических параметров резонансными методами сводится к измерению частотной зависимости коэффициента передачи измерительного резонатора без диэлектрического образца и с образцом исследуемого диэлектрика. Установка для измерений состоит из скалярного анализатора цепей P2M-18 с ноутбуком и измерительного КРУЕ. Структурная схема измерительной установки и ее фото приведены на рисунках 4.1, 4.2.

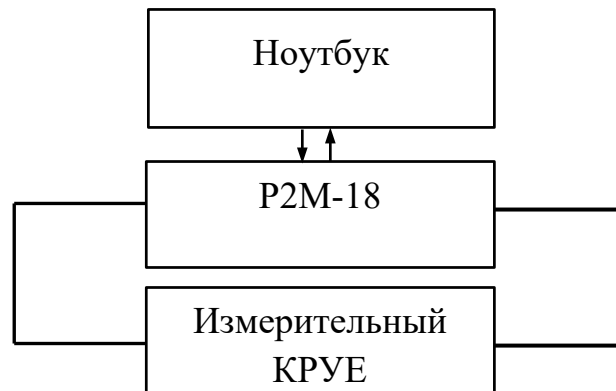


Рисунок 4.1. Структурная схема измерительной установки

Перед измерением электроды КРУЕ микрометрическим винтом сводят до резонансной частоты 65 МГц и далее до исчезновения резонанса, т.е. замыкания электродов. Обнуляют микрометр и разводят электроды по микрометру до нужного зазора  $t > t_{\varepsilon}$ . Измеряют резонансную частоту и добротность резонатора без образца. С помощью держателя образец вводится в резонатор (рисунок 4.3.), плоскость образца поворачивается на  $90^\circ$  и образец помещается в измерительный зазор. Держатель без образца выводится из резонатора (рисунок 4.4). Измеряют резонансную частоту и добротность резонатора с образцом и рассчитывают диэлектрические параметры образца. Возможно измерение с зажатием образца между электродами при  $t = t_{\varepsilon}$ .

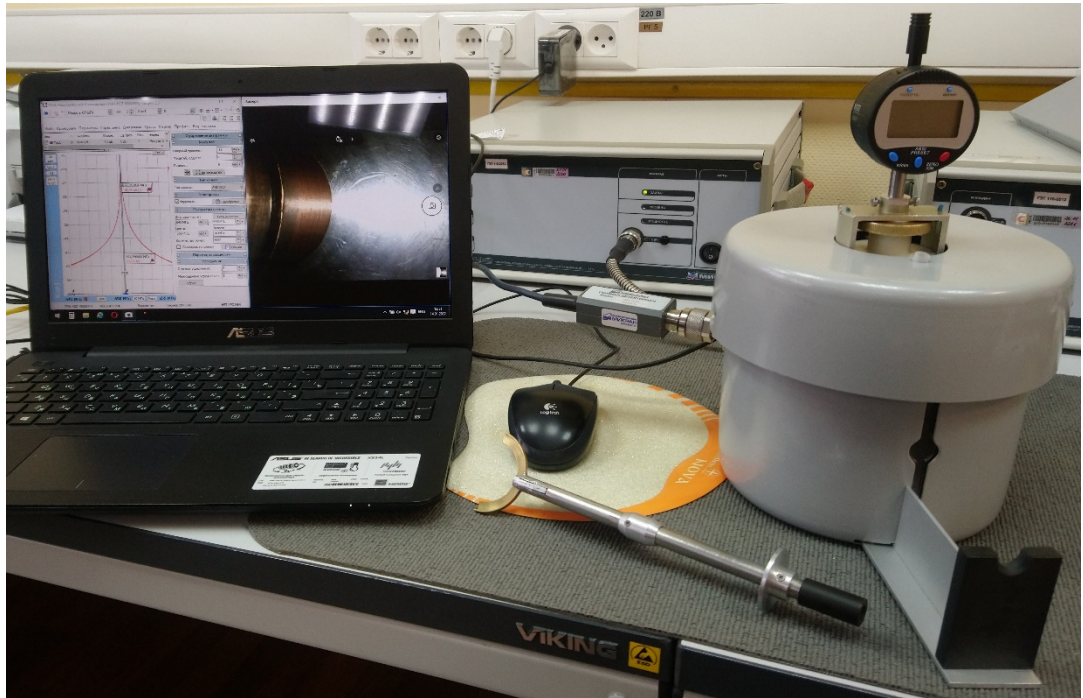


Рисунок 4.2. Установка с КРУЕ для диэлектрических измерений

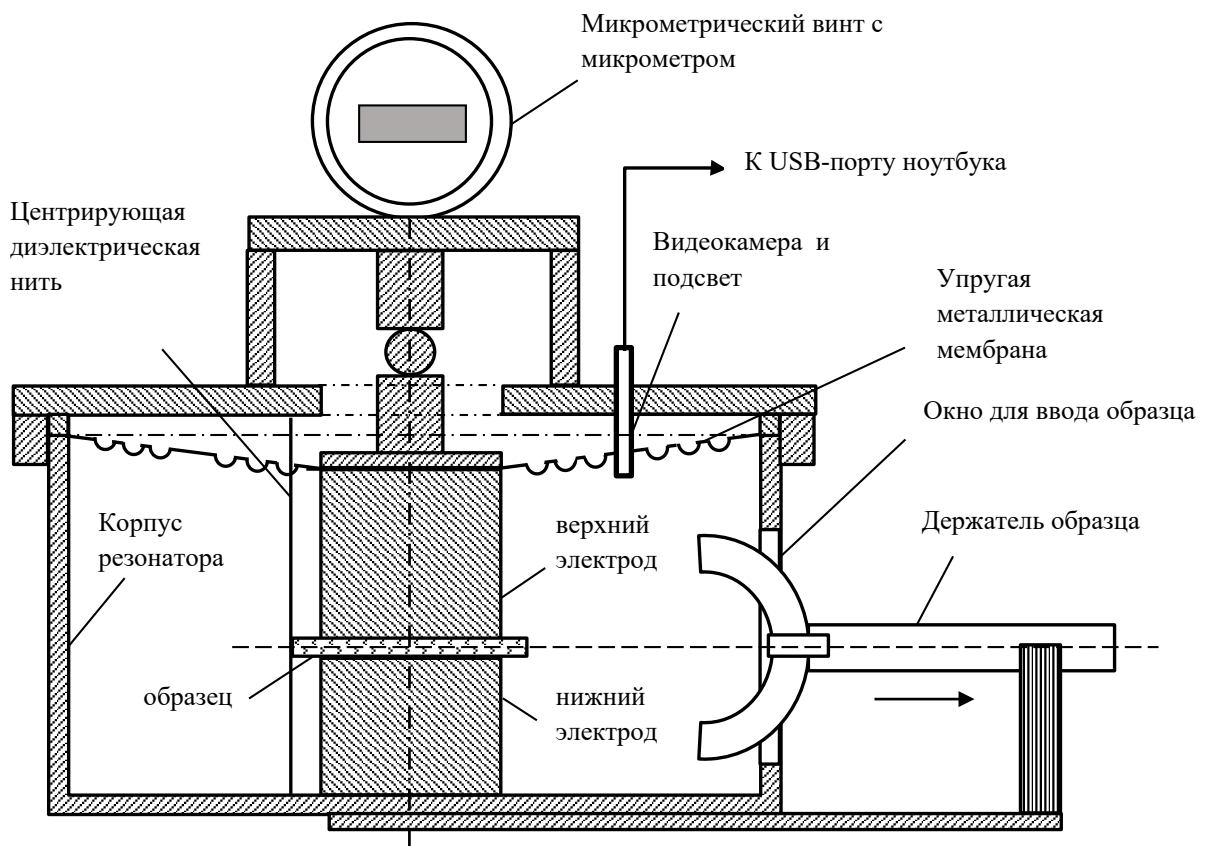


Рисунок 4.3. Измерительный КР-500Р с диэлектрическим образцом, держателем образца, видеокамерой и подсветом

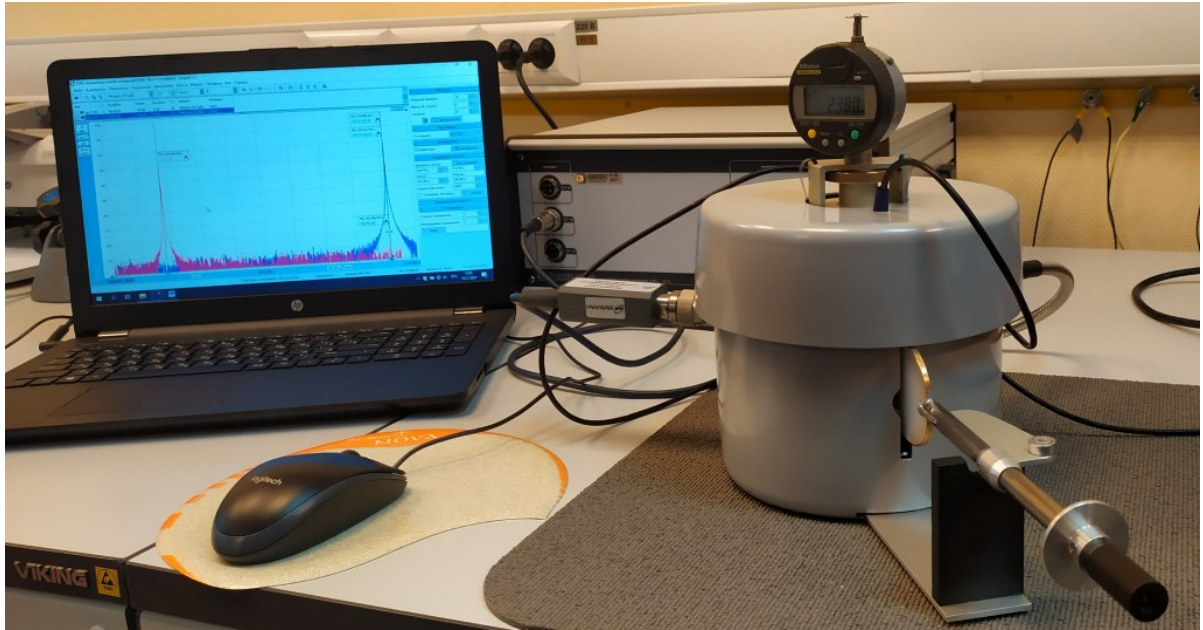


Рисунок 4.4. Ввод диэлектрического образца в резонатор

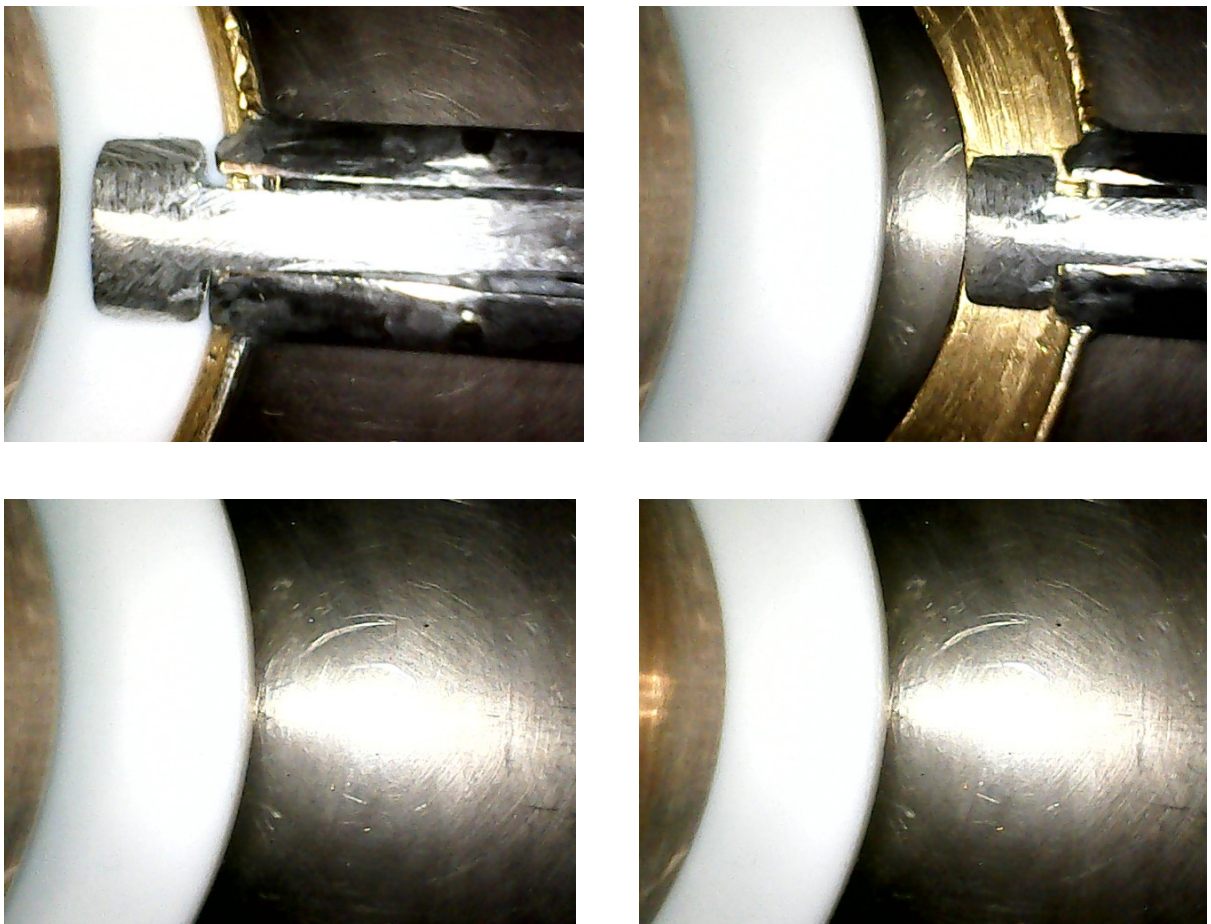


Рисунок 4.5. Размещение диэлектрического образца в зазоре

## 4.2. Влияние периферийной части диэлектрического диска на резонансную частоту

Ранее был обоснован выбор стандартного диаметра образцов для измерений  $d_\varepsilon=50$  мм и его превышение над диаметром электродов  $d=2a=38,029$  мм. Предполагается, что из-за малости электрической компоненты поля в периферийной части образца такое решение позволит снизить требования к центрированию образца в зазоре, к точности изготовления образца по диаметру и к точности измерения диаметра. Это предположение требует подтверждения.

Оценка влияния периферийной области измеряемого образца за пределами зазора проводилась численным моделированием [76] с помощью пакета CST Studio Suite. Моделирование резонансной частоты проведено при зазоре  $t=t_\varepsilon$  и диаметре образца  $2a \leq d_\varepsilon \leq 50$  мм для диэлектрических дисков, приведенных в таблице 4.1. Относительный сдвиг резонансной частоты  $\delta f_d(\rho)$ , % как функция относительного диаметра диэлектрического образца  $\rho = d_\varepsilon/2a$  показан на рисунке 4.6.

Таблица 4.1. Аттестованные данные диэлектрических образцов ФЛАН (резонатор ОБР-1, 5-7 ГГц)

Название образца	$\varepsilon$	$t_\varepsilon$ , мм	$tg\delta$
ФЛАН-3,8	3,84	2,422	$1,4 \cdot 10^{-3}$
ФЛАН-5	5,15	2,477	$1,7 \cdot 10^{-3}$
ФЛАН-7	7,51	2,496	$1,9 \cdot 10^{-3}$
ФЛАН-10	10,39	2,441	$2,2 \cdot 10^{-3}$

Из рисунка 4.6 видно, что при  $\rho \geq 1,32$  ( $d_\varepsilon \geq 50$  мм), зависимость резонансной частоты от диаметра диэлектрического образца с  $3,8 \leq \varepsilon \leq 10,4$  практически отсутствует. Это подтверждает высокую концентрацию

электрического поля в измерительном зазоре и резкое убывание поля во внешней области электродов. Поэтому при относительном диаметре образца  $\rho \geq 1,32$  знание точного диаметра образца и его точное центрирование не требуются [76].

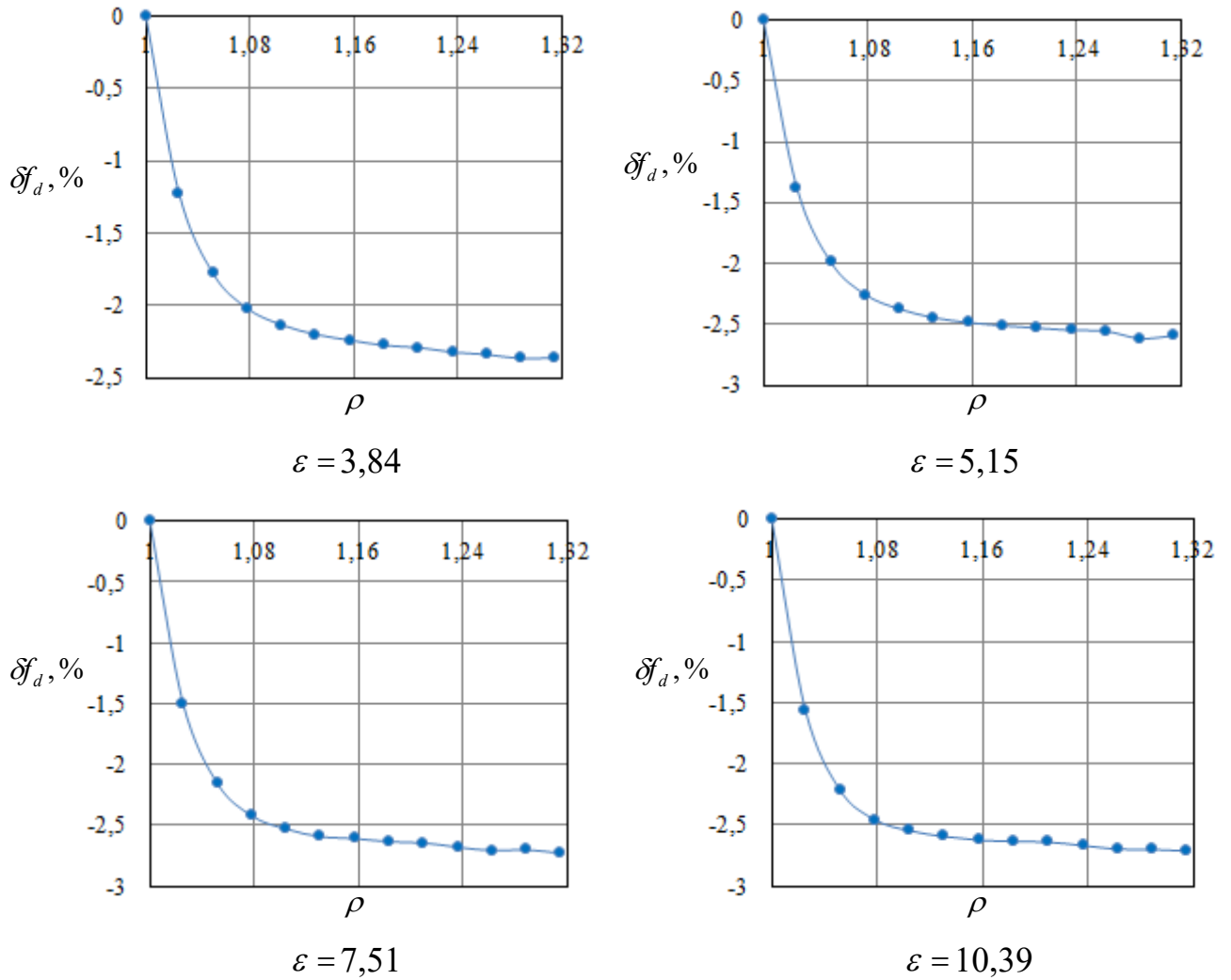


Рисунок 4.6. Относительное смещение резонансной частоты периферийной частью образца с различной проницаемостью



### 4.3. Зависимость частотного сдвига от параметров зазора и диэлектрика

#### 4.3.1. Численное моделирование и эксперимент

Заполнение измерительного зазора диэлектрическим диском с относительной диэлектрической проницаемостью  $\varepsilon$  понижает резонансную частоту пустого резонатора  $f_0$  до значения  $f_\varepsilon$ . При фиксированном диаметре диска  $d_\varepsilon$  смещение резонансной частоты в рассматриваемом КРУЕ зависит от диэлектрической проницаемости образца  $\varepsilon$ , толщины образца  $t_\varepsilon$ , высоты зазора  $t$  и практически не зависит от диаметра образца при  $d_\varepsilon \geq 50$  мм.

Проведено численное исследование частоты  $f_\varepsilon$  резонатора с диэлектрическим диском с  $2 \leq \varepsilon \leq 10$  диаметром  $d_\varepsilon = 50$  мм. Относительный сдвиг резонансной частоты  $\delta f(\varepsilon) = |f_0 - f_\varepsilon(\varepsilon)| / f_0$  как функция  $\varepsilon$  образца более удобен в практических задачах. При измерении  $\varepsilon$  по частотному сдвигу  $\delta f$  важна обратная зависимость  $\varepsilon(\delta f)$ . Экспериментально исследовались дисковые образцы из материала ФЛАН диаметром 50 мм с толщиной  $t_\varepsilon$  вблизи 2,4 мм и значением  $\varepsilon$ , точно измеренным в объемном  $H_{0mp}$ -резонаторе (таблица 4.1).

Экспериментальные значения  $f_\varepsilon(\varepsilon)$  получены для образцов различной толщины (таблица 4.1) вблизи 2,4 мм и для корректного сопоставления с расчетом экспериментальные значения  $f_\varepsilon(\varepsilon)$  (и  $\delta f$ ) корректировались к толщине образца 2,4 мм по зависимостям  $f_\varepsilon(\varepsilon, t_\varepsilon)$ . При диэлектрической проницаемости  $\varepsilon$  образцов из таблицы 4.1 моделировались резонансные частоты  $f_\varepsilon(\varepsilon)$  и пересчитывались в зависимость  $\varepsilon(\delta f)$  в трех вариантах: а) для образца, зажатого в зазоре при  $t = t_\varepsilon = 2,4$  мм, б) свободно расположенного в зазоре на нижнем электроде при  $t = 2,6$  мм и в) в зазоре  $t = 3$  мм. Отношение  $t_\varepsilon / t$  составляет 1,00; 0,923; 0,80 соответственно [76].

На рисунке 4.7 приведены результаты измерений и численного моделирования зависимостей  $\varepsilon(\delta f)$ . Как видно из рисунка, наблюдается существенное расхождение экспериментальных и расчетных зависимостей  $\varepsilon(\delta f)$ . Между поверхностями зажатого диэлектрического образца и электродами существуют остаточные микроразоры из-за неровностей на этих поверхностях. Их «эффективная» величина неизвестна и не может быть учтена при моделировании [76]. Остаточные микроразоры при ортогональной ориентации вектора  $E$ , как известно, существенно повышают частоту  $f_\varepsilon$ , что соответствует заниженным  $\delta f$  и измеряемым значениям  $\varepsilon$ . Другая проблема состоит в соотношении величины зазора и шага сетки разбиения в численных методах. В вариантах с заданным односторонним зазором над диэлектриком (при  $t_\varepsilon/t=0,923$ ;  $t_\varepsilon/t=0,8$ ) расхождение эксперимента с моделью меньше, чем при зажатом образце ( $t_\varepsilon/t=1,00$ ), поскольку остаточный микроразор существует только по нижней поверхности, верхний же учитывается в численном моделировании [76].

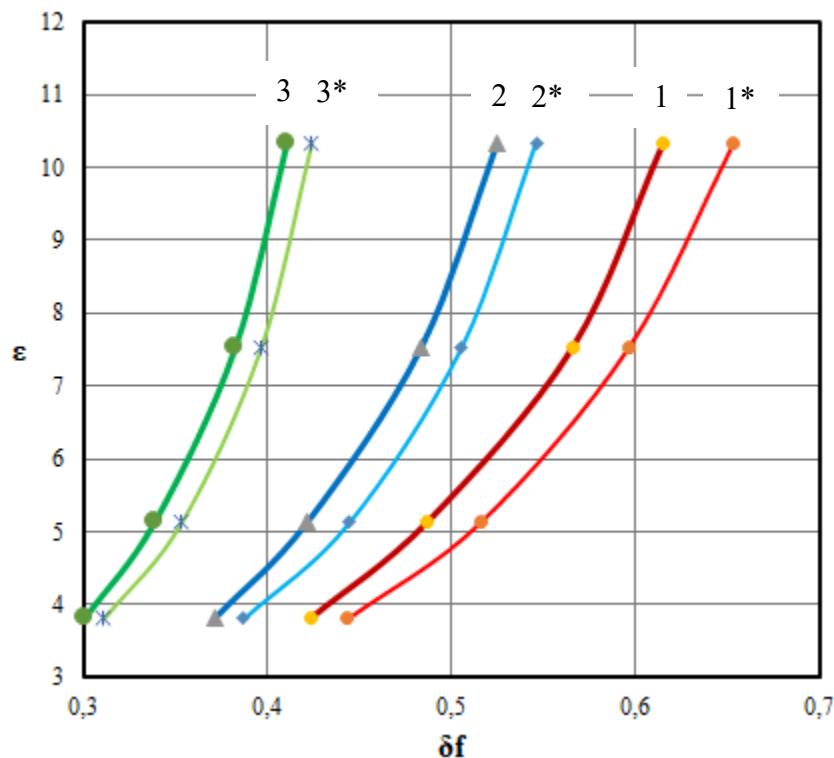


Рисунок 4.7. Экспериментальные (1,2,3) и численные расчетные (1\*,2\*,3\*) зависимости  $\varepsilon(\delta f)$  при  $t_\varepsilon/t=1,00$ ;  $t_\varepsilon/t=0,923$ ;  $t_\varepsilon/t=0,8$

Проведена оценка возможности измерения образцов с большой диэлектрической проницаемостью (керамики Д130, Д100 и СТК). Аттестованные данные этих образцов приведены в таблице 4.2.

Таблица 4.2. Аттестованные данные образцов керамик при 5-7 ГГц

Название образца	$t_{\varepsilon}$ , мм	$\varepsilon$	$\operatorname{tg}\delta$
Д130	1,005	120,32	$1,6 \cdot 10^{-3}$
Д100	0,981	102,49	$9,5 \cdot 10^{-4}$
СТК	2,04	19,87	$6,0 \cdot 10^{-4}$

Экспериментальное исследование и моделирование проведены для резонатора с разными значениями высоты зазора  $t$ . Расхождение  $\delta(\delta f)(\%)$  расчетного частотного сдвига  $\delta f$  по моделированию и экспериментального показано в таблице 4.3.

Таблица 4.3. Расхождение частотного сдвига  $\delta f$  между численным моделированием и экспериментом

Название образца	Высота зазора $t$ , мм	Экс. $\delta f$	Расч. $\delta f$	$\delta(\delta f)(\%)$
Д130	$t = t_{\varepsilon} = 1,005$	0,770681	0,902399	-17,09
	2	0,272528	0,279013	-2,38
	3	0,18769	0,18762	0,04
	4	0,14992	0,14913	0,53
Д100	$t = t_{\varepsilon} = 0,981$	0,749351	0,894425	-19,36
	2	0,263936	0,271123	-2,72
	3	0,18278	0,18317	-0,21
	4	0,14727	0,14547	1,22

СТК	$t = t_{\varepsilon} = 2,04$	0,701404	0,750988	-7,07
	2,5	0,471818	0,482498	-2,26
	3	0,359971	0,365304	-1,48

Из таблицы 4.2 видно, что наибольшее расхождение получилось при образце, зажато в измерительном зазоре ( $t = t_{\varepsilon}$ ). Это подтверждает значительное влияние остаточных микрозазоров при измерении. Наилучшее значение высоты зазора  $t$  для измерения оказывается вблизи 3 мм, где моделирование показывает наиболее высокую точность.

Тангенс угла диэлектрических потерь рассчитывался по экспериментальной собственной добротности пустого резонатора  $Q_0$  и резонатора с образцом  $Q_{\varepsilon}$  по формуле (1.27), где коэффициент изменения омических потерь в резонаторе после ввода образца имеет вид  $\eta = \sqrt{f_0/f_{\varepsilon}}$ .

Коэффициент заполнения  $K_{1E}$  рассчитывался путем вариации проницаемости образца  $\varepsilon$  на относительную величину  $\delta\varepsilon \approx 10^{-4}$  в обе стороны от измеренного значения: вверх  $\varepsilon_u = \varepsilon(1 + \delta\varepsilon)$  и вниз  $\varepsilon_d = \varepsilon(1 - \delta\varepsilon)$  в соответствии с его дифференциальным определением [10]. Результаты расчета коэффициента заполнения  $K_{1E}$  и тангенса угла диэлектрических потерь  $\operatorname{tg} \delta$  для образцов из таблиц 4.1 и 4.2 при высоте зазора резонатора  $t=3$  мм показаны в таблице 4.4. Выявлено изменение  $\operatorname{tg} \delta$  образцов в дециметровом диапазоне в сравнении с аттестованными данными в диапазоне 5-7 ГГц. Из таблицы 4.4 видно, что измеренные в КРУЕ на частотах (0,4 - 0,5) ГГц значения  $\operatorname{tg} \delta$  существенно ниже значений, аттестованных на частотах (5 - 7) ГГц. Это различие не является погрешностью и описывает рост  $\operatorname{tg} \delta$  с ростом частоты, что обычно наблюдается на практике. Отношение измеренных значений  $\operatorname{tg} \delta$  к аттестованным на других частотах для материала ФЛАН остается примерно постоянным (около 2,2 - 2,6) и растет с ростом  $\varepsilon$  материала, что также обычно наблюдается на практике.

Таблица 4.4. Расчетные значения  $K_{1E}$  и  $\text{tg } \delta$  для образцов ФЛАН и керамики в резонаторе с высотой зазора  $t=3$  мм

Название образца	$K_{1E}$	$\text{tg } \delta$ изм $f = (0,4 - 0,5) \text{ ГГц}$	$\text{tg } \delta$ атт $f = (5 - 7) \text{ ГГц}$	$\frac{\text{tg } \delta_{\text{атт}}}{\text{tg } \delta_{\text{изм}}}$
ФЛАН-3,8	0,4865	$6,0 \cdot 10^{-4}$	$1,4 \cdot 10^{-3}$	2,33
ФЛАН-5	0,4217	$7,7 \cdot 10^{-4}$	$1,7 \cdot 10^{-3}$	2,21
ФЛАН-7	0,3906	$7,7 \cdot 10^{-4}$	$1,9 \cdot 10^{-3}$	2,47
ФЛАН-10	0,2717	$8,5 \cdot 10^{-4}$	$2,2 \cdot 10^{-3}$	2,59
Д130	0,0138	$1,1 \cdot 10^{-3}$	$1,6 \cdot 10^{-3}$	1,45
Д100	0,0137	$3,5 \cdot 10^{-4}$	$9,5 \cdot 10^{-4}$	2,71
СТК	0,1031	$2,4 \cdot 10^{-4}$	$6,0 \cdot 10^{-4}$	2,5

Минимальные измеряемые значения  $\text{tg } \delta$  определяются собственной добротностью пустого резонатора, коэффициентом заполнения резонатора с образцом и погрешностью измерения добротности. Относительная погрешность измерения добротности при использовании современных цифровых анализаторов цепей может составлять  $\delta Q = 10^{-2}$ . Типичный коэффициент заполнения резонатора составляет  $K_{1E} \approx 0,3$ . Приблизительно минимальное регистрируемое значение  $\text{tg } \delta$  будет  $\text{tg } \delta_{\min} \approx K_{1E}^{-1} \cdot Q^{-1} \cdot \delta Q \sim 0,5 \cdot 10^{-5}$  при собственной добротности резонатора  $6 \cdot 10^3$ .

Численное моделирование требует значительных вычислительных ресурсов и занимает много времени. При каждом измерении диэлектрических параметров такое моделирование является непрактичным. Для практического применения КР-500Р необходимы точные аппроксимации по двум переменным  $\delta f = \delta f(\varepsilon, t_\varepsilon)$  или  $\varepsilon = \varepsilon(\delta f, t_\varepsilon)$  при заданной величине зазора  $t$ , что является сложной задачей. Выбором подходящих переменных и их комбинации можно попытаться понизить размерность задачи, т.е. свести задачу к зависимости  $\delta f$  при данной высоте

зазора  $t$  практически от одного параметра  $\delta f(x)$ , содержащего, естественно, обе переменные в каком-либо сочетании:  $x = x(\varepsilon, t_\varepsilon)$ .

### 4.3.2. Понижение размерности задачи и аппроксимации

Для резонатора с диэлектрическим включением (образцом) и с фиксированными размерами резонансная частота зависит от толщины образца  $t_\varepsilon$  и его проницаемости  $\varepsilon$ :  $f_\varepsilon = f_\varepsilon(\varepsilon, t_\varepsilon)$  или для относительного сдвига  $\delta f = (f_0 - f_\varepsilon)/f_0 = \delta f(\varepsilon, t_\varepsilon)$ , где  $f_0$  - резонансная частота КРУЕ без диэлектрика. Обратная зависимость для расчета  $\varepsilon$  также содержит две переменные  $\varepsilon = \varepsilon(\delta f, t_\varepsilon)$ . Численно исследованы зависимости  $\delta f = \delta f(\varepsilon, t_\varepsilon)$  для образцов при  $1 < \varepsilon \leq 3$  и  $3 < \varepsilon < 12$  с целью поиска переменной  $x = x(\varepsilon, t_\varepsilon)$  для сведения зависимости  $\delta f(\varepsilon, t_\varepsilon)$  к функции одной переменной  $\delta f(x)$ . Зависимости частотного сдвига от толщины диэлектрического образца  $\delta f(t_\varepsilon)$  для разных значений  $\varepsilon$  (на графиках eps) при высоте зазора  $t = 3$  мм показаны на рисунке 4.8.

Толщина образца  $t_\varepsilon$  является размерной величиной, более универсальной представляется безразмерная относительная толщина образца  $t_\varepsilon/t$ . Для сведения четырех зависимостей  $\delta f(t_\varepsilon)$  при различных значениях  $\varepsilon$  (рисунок 4.8 а,б) в одну зависимость  $\delta f(x)$  опробованы переменные  $x(\varepsilon, t_\varepsilon)$  в диапазонах по  $\varepsilon$  :

$$x = \frac{t_\varepsilon}{t} \cdot \frac{\varepsilon - 1}{\varepsilon} + 0,2 \left( \frac{t_\varepsilon}{t} \cdot \frac{\varepsilon - 1}{\varepsilon} \right)^2 + 0,5 \left( \frac{t_\varepsilon}{t} \cdot \frac{\varepsilon - 1}{\varepsilon} \right)^3 \quad \text{при } 1 < \varepsilon \leq 3, \quad (4.1)$$

$$x = \frac{t_\varepsilon}{t} \sqrt{\frac{\varepsilon - 1}{\varepsilon}} - a(\varepsilon) \cdot \sqrt{\frac{t_\varepsilon}{t}} \cdot \frac{\varepsilon - 1}{\varepsilon} \quad \text{при } 3 < \varepsilon < 12, \quad (4.2)$$

где  $a(\varepsilon)$ - некоторая функция, определяемая по данным численного моделирования,  $a(\varepsilon) \approx 0,46 \exp(-0,34\varepsilon)$ . Удобство параметра  $x$ , кроме безразмерности, еще и в том, что он обращается в 0 при диэлектрической проницаемости образца  $\varepsilon = 1$  (воздух в зазоре без образца) и при толщине образца

$t_\varepsilon = 0$ . Результат «сжимания» зависимостей  $\delta f = \delta f(\varepsilon, t_\varepsilon)$  (рисунок 4.8) в одну зависимость  $\delta f(x)$  показан на рисунке 4.9.

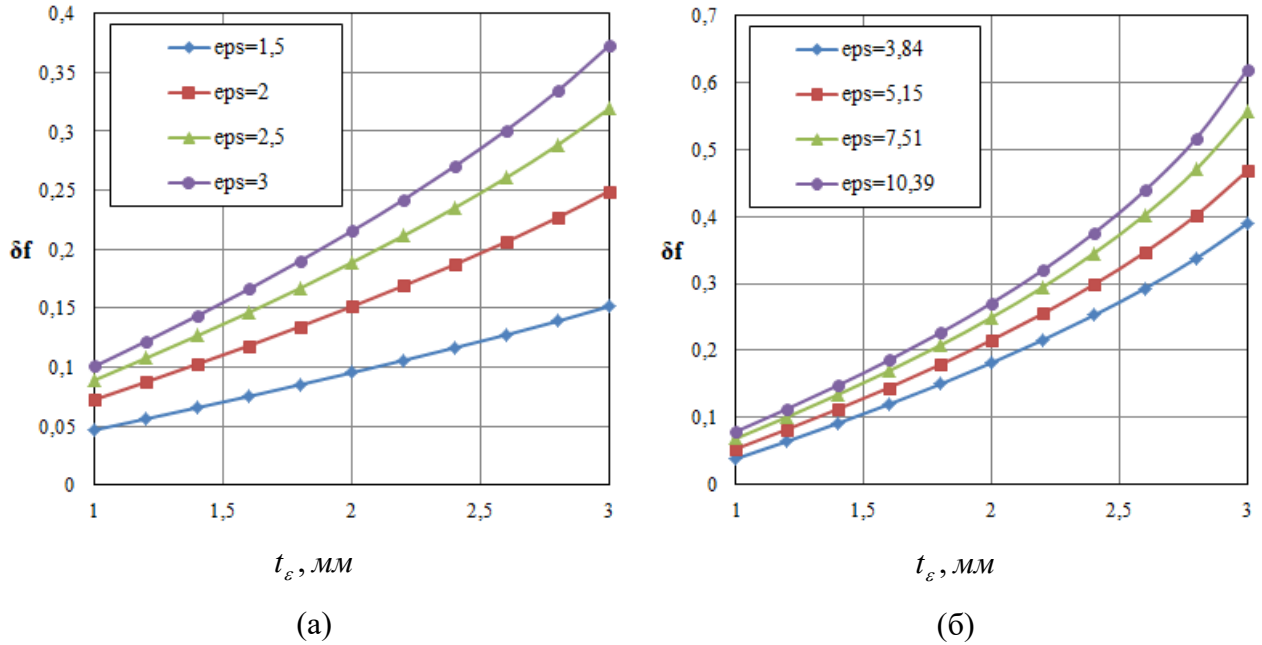


Рисунок 4.8. Зависимость частотного сдвига от толщины образца при различных значениях диэлектрической проницаемости  $\text{eps} = \varepsilon$  :

$1 < \varepsilon \leq 3$  (а);  $3 < \varepsilon < 12$  (б).

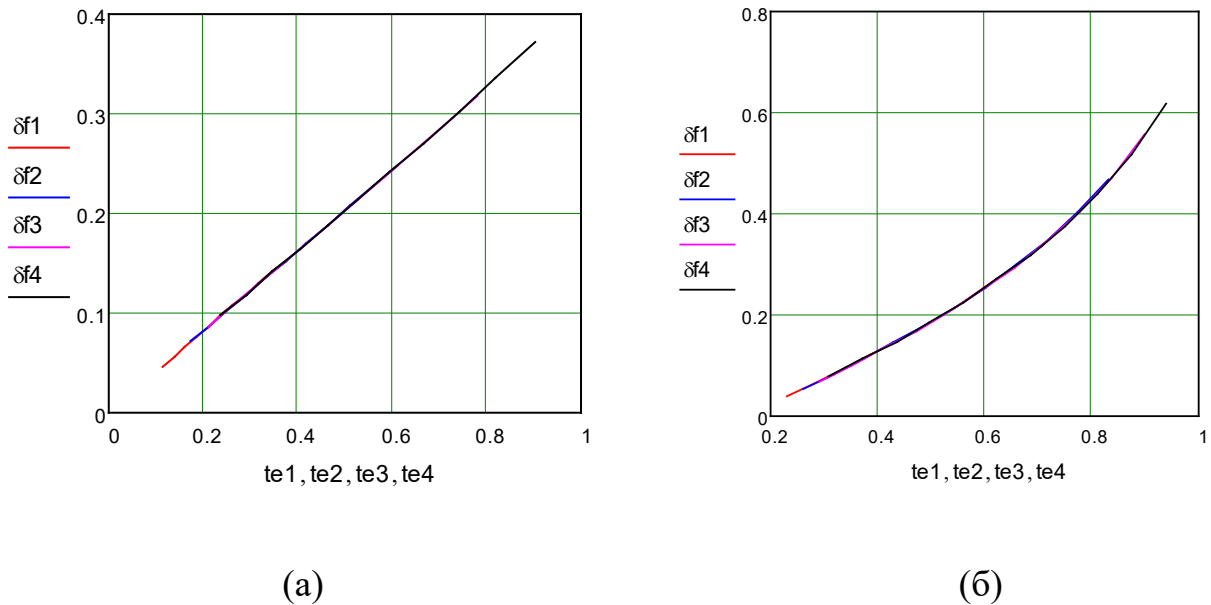


Рисунок 4.9. Зависимости частотного сдвига  $\delta fi$  от переменной  $x = te_i$ , ( $i = 1, 2, 3, 4$ )

(а) при  $1 < \varepsilon \leq 3$  ; (б) при  $3 < \varepsilon < 12$

Видно, что зависимости на рисунке 4.9 могут быть аппроксимированы функциями от одной переменной  $x = tei$ . Таким образом, исходные зависимости от двух переменных приближенно сведены к функции одной переменной. Функция имеет монотонно возрастающий характер и может быть аппроксимирована достаточно простыми аналитическими выражениями. В результате аппроксимации получены следующие функции:

а) при  $1 < \varepsilon \leq 3$ :

$$F(x) = -0,0141 \cdot x^{0,5} + 0,4204 \cdot x - 0,0944 \cdot x^2 + 0,0584 \cdot x^3 + 0,0489 \cdot \text{tg}(0,7458 \cdot x) \quad (4.3)$$

б) при  $3 < \varepsilon < 12$ :

$$F(x) = -0,076 + 0,224 \cdot x + 0,215 \cdot \text{tg}(1,23 \cdot x) \quad (4.4)$$

Более сложный вид аппроксимирующей функции  $F(x)$  в (4.3) в сравнении с (4.4) вызван условием  $F(0) = 0$  (при  $\varepsilon = 1$ ) в (4.3), которого нет в (4.4). Рассмотрим возможность расчета  $\varepsilon$  по измеренному относительному частному сдвигу  $\delta f$ . Известными величинами являются толщина образца  $t_\varepsilon$  и высота зазора  $t$ . Для расчета неизвестной диэлектрической проницаемости нужно найти расчетный частотный сдвиг, равный экспериментальному  $\delta f$ , путем изменения  $x$ . Таким образом, уравнение для нахождения  $x$  и последующего расчета  $\varepsilon$  будет иметь вид

$$\delta f = F(x) \quad (4.5)$$

где  $F(x)$  - аппроксимирующая функция (4.3), (4.4) для зависимости на рисунке 4.9 аб. После нахождения корня (4.5)  $x = x_0$  диэлектрическая проницаемость образца может быть найдена из (4.1) или (4.2).

Комбинации переменных вида (4.1) и (4.2) найдены эмпирически и не следуют из теории. Возможно, существует лучшая комбинация переменных  $\varepsilon, t_\varepsilon, t$ , вытекающая из теоретических основ, в частности, из теории КРУЕ с диэлектрическим включением в квазистационарном приближении.



### 4.3.3. Квазистационарное рассмотрение резонатора с диэлектрическим включением

Рассмотрим в квазистационарном приближении КРУЕ с диэлектрическим диском в измерительном зазоре при толщине диска менее высоты зазора и эквивалентную электрическую схему КРУЕ с образцом (рисунок 4.10). Диэлектрический диск с относительной диэлектрической проницаемостью  $\varepsilon$  толщиной  $t_\varepsilon$  находится в измерительном зазоре коаксиального резонатора. Между поверхностями диска и электродов существуют зазоры: остаточный микрозазор высотой  $t_d$  и зазор над диэлектриком высотой  $t_u$ . Полная высота зазора в КР  $t = t_d + t_\varepsilon + t_u$  (рисунок 4.10а).

Рассмотрим распределение электрической энергии между зазорами и диэлектрическим образцом. Будем полагать электрическое поле резонатора сосредоточенным в окрестности зазора КР в его трех областях – двух зазорах и измеряемом образце. Эти области представим в виде трех последовательно соединенных емкостей  $C_d$ ,  $C_\varepsilon$ ,  $C_u$  (рисунок 4.10б). Они включают не только емкости плоских конденсаторов -зазоров, но и боковые (краевые) емкости.

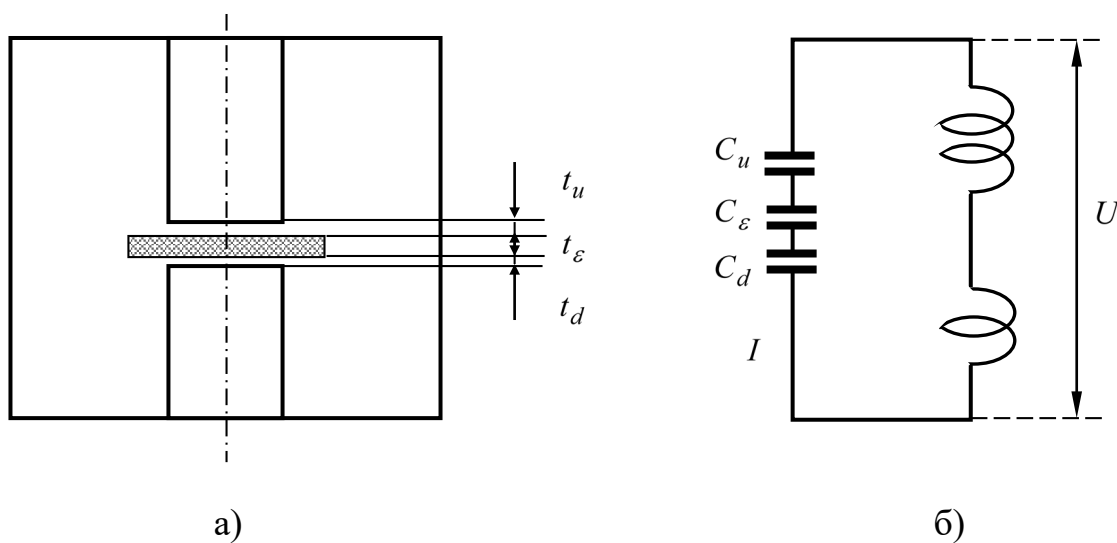


Рисунок 4.10. Коаксиальный резонатор с диэлектриком (а) и его эквивалентная схема (б)

Ток через конденсаторы определится как

$$I = U/Z,$$

где  $Z = (\omega C)^{-1} = \omega^{-1}(C_d^{-1} + C_\varepsilon^{-1} + C_u^{-1})$  -сопротивление последовательно соединенных конденсаторов

$$C = \frac{C_\varepsilon C_d C_u}{(C_u + C_d)C_\varepsilon + C_u C_d}, \quad I = \omega U \frac{C_\varepsilon C_d C_u}{(C_u + C_d)C_\varepsilon + C_u C_d}.$$

Энергия в каждом из конденсаторов будет

$$W_d = \frac{C_d U_d^2}{2} = \frac{C_d U^2}{2} \left[ \frac{C_\varepsilon C_u}{(C_u + C_d)C_\varepsilon + C_u C_d} \right]^2, \quad (4.6)$$

$$W_\varepsilon = \frac{C_\varepsilon U_\varepsilon^2}{2} = \frac{C_\varepsilon U^2}{2} \left[ \frac{C_\varepsilon C_u}{(C_u + C_d)C_\varepsilon + C_u C_d} \right]^2, \quad (4.7)$$

$$W_u = \frac{C_u U_u^2}{2} = \frac{C_u U^2}{2} \left[ \frac{C_\varepsilon C_u}{(C_u + C_d)C_\varepsilon + C_u C_d} \right]^2. \quad (4.8)$$

Полная энергия конденсатора - зазора выразится как

$$W = W_d + W_\varepsilon + W_u = \frac{U^2}{2} \left[ \frac{C_\varepsilon}{(C_u + C_d)C_\varepsilon + C_u C_d} \right]^2 C_u C_d \left[ (C_u + C_d) + \frac{C_u C_d}{C_\varepsilon} \right]. \quad (4.9)$$

Относительная доля электрической энергии в каждой из областей резонатора будет

$$K_{dE} = \frac{W_d}{W}, \quad K_{\varepsilon E} = \frac{W_\varepsilon}{W}, \quad K_{uE} = \frac{W_u}{W}.$$

Рассмотрим относительную долю электрической энергии в измеряемом образце, называемую коэффициентом заполнения резонатора  $K_{1E} = K_{\varepsilon E}$  [10].

$$K_{1E} = \frac{C_u C_d}{(C_u + C_d)C_\varepsilon + C_u C_d}. \quad (4.10)$$

Емкости  $C_d, C_\varepsilon, C_u$  являются некоторыми "эффективными" емкостями, которые можно представить в виде емкости плоского конденсатора с площадью

обкладок  $S$ , разнесенных на расстояния  $t_d, t_\varepsilon, t_u$  соответственно и параллельно включенных краевых (боковых) емкостей. Внесем каждую краевую емкость в полную емкость каждого из конденсаторов и будем полагать их плоскими конденсаторами с одинаковой площадью обкладок  $S$ , разнесенных на различные расстояния  $t_d, t_\varepsilon, t_u$ . Среду в зазорах будем полагать воздухом с проницаемостью  $\varepsilon_d = \varepsilon_u = 1$ , проницаемость образца  $\varepsilon$ . Емкость плоского конденсатора, как известно, равна  $C = \varepsilon_0 \varepsilon \cdot S/t$  и неограниченно растет при уменьшении расстояния между обкладками:  $C \rightarrow \infty$  при  $t \rightarrow 0$ . Представим  $K_{1E}$  в (4.10) в виде

$$K_{1E} = \frac{C_u}{(1 + C_u/C_d)C_\varepsilon + C_u} = \frac{C_u}{(1 + t_d/t_u)C_\varepsilon + C_u}. \quad (4.11)$$

При нулевом нижнем зазоре ( $t_d \rightarrow 0$  и  $C_d \rightarrow \infty$ ) получаем из (4.11).

$$K_{1E} = \frac{C_u}{C_\varepsilon + C_u}.$$

При нулевых нижнем и верхнем зазорах ( $t_{u,d} \rightarrow 0$ ,  $C_{u,d} \rightarrow \infty$ ) из (4.10) видно, что коэффициент  $K_{1E} \rightarrow 1$ . Выразим в (4.11) емкость конденсатора с образцом и емкость зазоров через площадь обкладок  $S$ , толщину образца  $t_\varepsilon$ , и высоту зазора  $t_u = t - t_\varepsilon - t_d$

$$C_\varepsilon \approx \varepsilon_0 \varepsilon \frac{S}{t_\varepsilon}, \quad C_u \approx \varepsilon_0 \frac{S}{t - t_\varepsilon - t_d}, \quad C_d \approx \varepsilon_0 \frac{S}{t_d}. \quad (4.12)$$

Подстановка (4.12) в (4.11) и элементарные преобразования дают

$$K_{1E} \approx \frac{\tau}{(1 + t_d/t_u)\varepsilon(1 - \tau - t_d/t) + \tau}, \quad (4.13)$$

где  $\tau = t_\varepsilon/t \leq 1$  - относительная толщина образца. При нулевом нижнем зазоре ( $t_d \rightarrow 0$ ) из (4.13) имеем

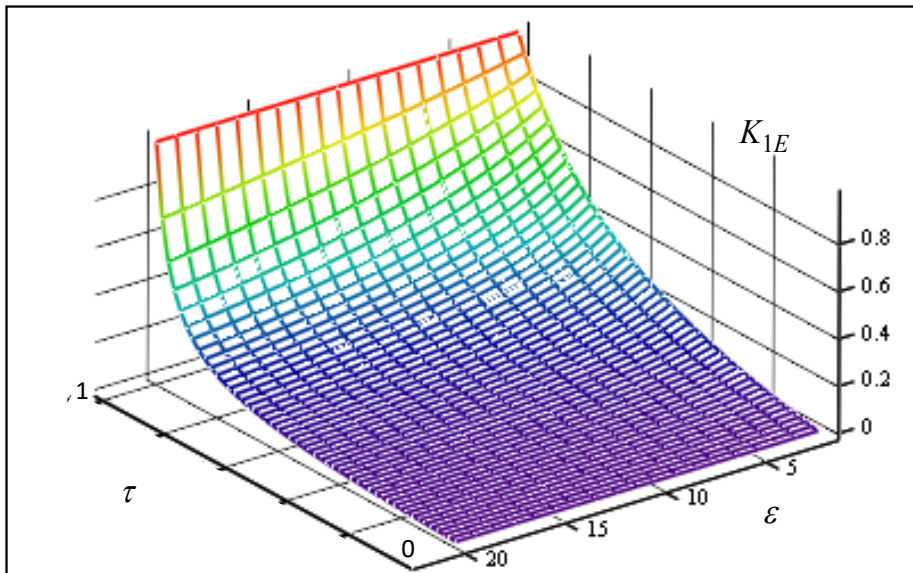
$$K_{1E} \approx \frac{\tau}{\varepsilon(1 - \tau) + \tau}. \quad (4.13a)$$

Из выражения (4.13a) можно сделать следующие выводы. При данной толщине образца  $t_\varepsilon < t$ , ( $\tau < 1$ ), коэффициент заполнения монотонно убывает с

ростом диэлектрической проницаемости образца  $\varepsilon$ . Это поведение коэффициента заполнения, не отмеченное ранее в публикациях, имеет объяснение. В зазоре электрическое поле обладает в принятом приближении только нормальной компонентой  $\vec{E}_u = \varepsilon \vec{E}_\varepsilon$ , где  $\vec{E}_\varepsilon$  - напряженность поля в образце. Плотность энергии в образце и в воздушном зазоре будет соответственно  $\varepsilon E_\varepsilon^2/2$  и  $(\varepsilon E_\varepsilon)^2/2$ , т.е. в зазоре она в  $\varepsilon$  раз выше, чем в образце. Для равных запасов энергии в образце и в зазоре ( $K_{1E} = 0,5$ ) получим из (4.13)

$$\tau = \frac{\varepsilon}{\varepsilon + 1}. \quad (4.14)$$

Из выражения (4.14) следует, что с увеличением диэлектрической проницаемости образца, для сохранения высокого коэффициента заполнения резонатора необходимо увеличивать относительную толщину образца  $\tau$  (см. рисунок 4.11). Так, при  $\varepsilon = 10$  для сохранения  $K_{1E} = 0,5$  из (4.14) следует  $\tau = 10/11$  или  $t_u = t - t_\varepsilon \approx 0,1 \cdot t$ , что соответствует  $t_\varepsilon \approx 0,9 \cdot t$ .



Kle

Рисунок 4.11. Коэффициент заполнения  $K_{1E}(\varepsilon, \tau)$  (квазистационарное приближение)

Выражения (4.13),(4.13а) позволяют найти зависимость резонансной частоты от диэлектрической проницаемости в квазистационарном приближении. Коэффициент заполнения имеет дифференциальное определение [10]

$$K_{1E} = -2 \frac{\varepsilon}{f_\varepsilon} \frac{\partial f_\varepsilon}{\partial \varepsilon}, \quad (4.15)$$

откуда

$$\frac{\partial f_\varepsilon}{f_\varepsilon} = -\frac{K_{1E}}{2} \frac{\partial \varepsilon}{\varepsilon}. \quad (4.16)$$

Выражение (4.16) можно рассматривать как дифференциальное уравнение для нахождения  $f_\varepsilon$  при известном  $K_{1E}$ . Подставим в (4.16) выражение (4.13а) для  $K_{1E}$  в квазистационарном приближении и выполним интегрирование по  $\varepsilon$  в пределах от 1 до текущего значения. Этим пределам по  $\varepsilon$  будут соответствовать пределы по резонансной частоте от частоты резонатора без образца  $f_0$  до частоты резонатора с образцом  $f_\varepsilon$

$$\int_{f_0}^{f_\varepsilon} \frac{\partial f_\varepsilon}{f_\varepsilon} = -\frac{\tau}{2} \int_1^\varepsilon \frac{\partial \varepsilon}{\varepsilon[\varepsilon(1-\tau)+\tau]}. \quad (4.17)$$

Интеграл в (4.17) сводится к табличному [77]

$$\int \frac{\partial v}{v[a+bv]} = -\frac{1}{a} \ln \left| \frac{a}{v} + b \right|, \quad \text{где } a = \tau, \quad b = (1-\tau)$$

Введем переменную интегрирования  $v$  вместо  $\varepsilon$  и выполним интегрирование в правой части (4.17)

$$-\frac{\tau}{2} \int_1^\varepsilon \frac{\partial v}{v[\tau+(1-\tau)v]} = -\frac{\tau}{2} \left\{ -\frac{1}{\tau} \ln \left| \frac{\tau}{v} + (1-\tau) \right| \right\}_1^\varepsilon = \frac{1}{2} \ln \left| \frac{\tau}{\varepsilon} + (1-\tau) \right| = \ln \sqrt{\frac{\tau}{\varepsilon} + (1-\tau)}.$$

Левая часть (4.17) после введения переменной интегрирования  $v$  дает

$$\int_{f_0}^{f_\varepsilon} \frac{\partial v}{v} = [\ln(v)]_{f_0}^{f_\varepsilon} = \ln(f_\varepsilon) - \ln(f_0) = \ln \left( \frac{f_\varepsilon}{f_0} \right) = \ln \left( \frac{f_\varepsilon}{f_0} - 1 + 1 \right) = \ln \left( 1 - \frac{f_0 - f_\varepsilon}{f_0} \right) = \ln(1 - \delta f_\varepsilon).$$

Окончательно имеем  $\ln(1 - \delta f_\varepsilon) = \ln \sqrt{\frac{\tau}{\varepsilon} + (1-\tau)}$  или  $(1 - \delta f_\varepsilon) = \sqrt{\frac{\tau}{\varepsilon} + (1-\tau)}$ , откуда

$$\delta f = 1 - \sqrt{\frac{\tau}{\varepsilon} + (1 - \tau)}. \quad (4.18)$$

При ненулевом нижнем зазоре

$$\frac{\partial f_\varepsilon}{f_\varepsilon} = -\frac{K_{1E}}{2} \frac{\partial \varepsilon}{\varepsilon}, \quad K_{1E} \approx \frac{\tau}{(1 + t_d/t_u)(1 - \tau - t_d/t) \cdot \varepsilon + \tau},$$

$$\int_{f_0}^{f_\varepsilon} \frac{\partial f_\varepsilon}{f_\varepsilon} = -\frac{\tau}{2} \int_1^\varepsilon \frac{\partial \varepsilon}{\varepsilon [(1 + t_d/t_u)(1 - \tau - t_d/t) \cdot \varepsilon + \tau]}.$$

Интеграл также сводится к табличному

$$\int \frac{\partial v}{v[a + bv]} = -\frac{1}{a} \ln \left| \frac{a}{v} + b \right|, \quad \text{где} \quad a = \tau, \quad b = (1 + t_d/t_u) \cdot (1 - \tau - t_d/t),$$

и после элементарных преобразований так же дает

$$\delta f = 1 - \sqrt{\frac{\tau}{\varepsilon} + (1 - \tau)},$$

что совпадает с частотным сдвигом в отсутствии нижнего микрозазора (4.18) в квазистационарном приближении.

Таким образом, в квазистационарном приближении относительный частотный сдвиг резонатора  $\delta f$  определяется по (4.18) одной переменной  $x = 1 - \sqrt{\tau/\varepsilon + (1 - \tau)}$ , зависящей от параметров  $\varepsilon, t_\varepsilon, t$ . Безразмерная переменная  $x$  изменяется в пределах  $0 \leq x \leq 1$  и при  $\varepsilon = 1$  и/или  $\tau = 0$  (т.е. при  $t_\varepsilon = 0$ ) частотный сдвиг резонатора отсутствует:  $x = 0$ . Для  $\tau = 1$  (т.е. при  $t_\varepsilon = t$ ) выражение (4.18) преобразуется к виду  $\delta f = (f_0 - f_\varepsilon)/f_0 = 1 - 1/\sqrt{\varepsilon}$ , откуда  $f_0/f_\varepsilon = \sqrt{\varepsilon}$ . При  $\tau = 1$  в квазистационарном приближении коэффициент заполнения  $K_{1E} = 1$ , т.е. резонатор полностью заполнен диэлектриком (правильнее: «вся энергия электрической компоненты находится в диэлектрике, т.е. в конденсаторе – зазоре с диэлектриком»). Заполнение всего резонатора диэлектриком, как известно, понижает его резонансную частоту в  $\sqrt{\varepsilon}$  раз. Отличие реального КРУЕ с диэлектрическим диском в зазоре от квазистационарного приводит к тому, что  $K_{1E} < 1$  (часть энергии электрической

компоненты находится вне диэлектрика) и  $f_0/f_\varepsilon < \sqrt{\varepsilon}$  при  $t_\varepsilon = t$ . Отметим, что превышение диаметра диэлектрического диска над диаметром электрода  $d_\varepsilon > d$ , принятое в рассматриваемом КРУЕ, повышает  $K_{1E}$  относительно того же резонатора с диском при  $d_\varepsilon < d$  и приближает КРУЕ к квазистационарному.

Рассмотренные выше свойства переменной  $x(\varepsilon, t_\varepsilon, t)$  делают ее удобной для построения более точных аналитических выражений, чем квазистационарное приближение (4.18). Аппроксимация численной зависимости  $\delta f(\varepsilon, t_\varepsilon, t)$  в реальном резонаторе может быть сделана в виде полинома по степеням  $x$  или другой подходящей функцией  $x$ . Относительная толщина образца  $\tau = t_\varepsilon/t$  в параметре  $x$  позволяет путем регулировки зазора  $t$  в резонаторе приводить  $x$  к одному и тому же значению для образцов с одинаковым  $\varepsilon$ , но разной толщины  $t_\varepsilon$ . Другие простейшие комбинации  $\varepsilon, \tau$ , не вытекающие из квазистационарного приближения, но обладающие свойствами  $0 \leq x \leq 1$  и  $x=0$  при  $\varepsilon=1$  и/или  $\tau=0$  имеют вид

$$x = \tau(\varepsilon - 1)/\varepsilon, \quad x = \tau \frac{(\sqrt{\varepsilon} - 1)}{\varepsilon}, \quad x = \tau \frac{\sqrt{\varepsilon} - 1}{\varepsilon}. \quad (4.19)$$

Зависимость первого параметра в (4.19) от  $\varepsilon$  ослабевает с ростом  $\varepsilon$ :  $x(\tau, \varepsilon) \rightarrow x(\tau) \rightarrow \tau$  при  $\varepsilon \rightarrow \infty$ . Поэтому в аппроксимациях для высоких значений проницаемости  $\varepsilon \gg 1$  более подходят два последних параметра из (4.19), которые имеют асимптотическое поведение

$$x(\tau, \varepsilon) \rightarrow \tau/\sqrt{\varepsilon} \quad \text{при} \quad \varepsilon \gg 1.$$

Из предыдущих исследований можно сформулировать требования для методики измерения в разработанном КРУЕ. Наибольшая точность измерения достигается при коэффициентах заполнения резонатора  $K_{1E}$ , близких к 1. С другой стороны, зажимание образца в зазоре для достижения  $K_{1E}=1$  приводит к невоспроизводимости резонансной частоты и дополнительной неопределенности от перемещения электрода. Поэтому оптимальным представляется измерение без

зажимания образца в зазоре, близком по высоте к толщине образца при  $t_\varepsilon/t = \tau = 0,8 \dots 0,95$ . Превышение зазора над толщиной образца должно быть минимально достаточным для свободного ввода образца в зазор. Наиболее распространенным типоразмером образцов для измерения являются диски диаметром 50 мм толщиной  $2,5 \pm 0,3$  мм. Для их свободного ввода в измерительный зазор КР высота последнего должна составлять  $2,7 \dots 3,0$  мм. Экспериментально исследованы относительные частотные сдвиги  $\delta f$  для образцов с толщиной вблизи 2,5 мм при высоте измерительного зазора  $t = 2,700$  мм и  $t = 3,000$  мм. Относительная толщина образцов  $t_\varepsilon/t = \tau$  составила  $\tau \approx 0,84$  и  $\tau \approx 0,93$ . На рисунке 4.12 приведены полученные экспериментальные зависимости  $\delta f$  от переменной  $x = 1 - \sqrt{\tau/\varepsilon + (1 - \tau)}$  для 11 образцов с проницаемостью  $\varepsilon = 2 \dots 100$  при двух значениях зазора. Величины  $\delta f_{27, x27}$  и  $\delta f_{30, x30}$  соответствуют зазорам  $t = 2,7$  мм и  $t = 3,0$  мм.

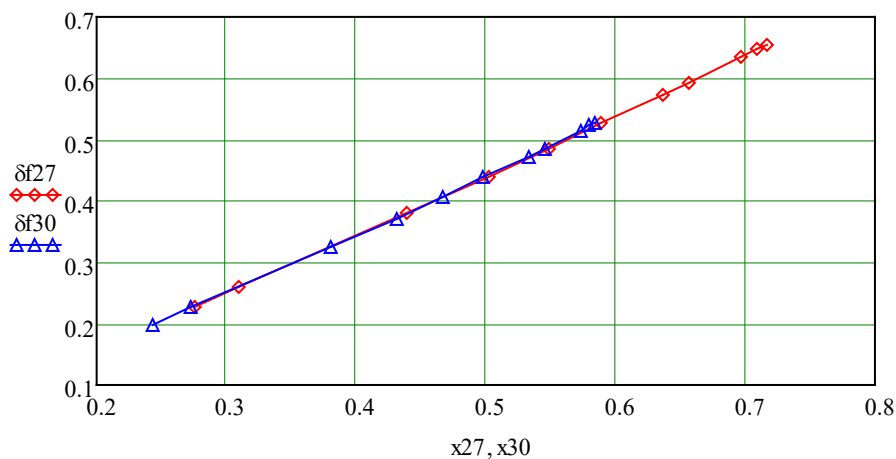


Рисунок 4.12. Зависимость относительного сдвига резонансной частоты  $\delta f$  от параметра  $x = 1 - \sqrt{\tau/\varepsilon + (1 - \tau)}$  (эксперимент при  $t = 2,7$  мм,  $t = 3,0$  мм,  $\varepsilon = 2 \dots 100$ )

Из рисунка 4.12 видно, что для образцов с  $\varepsilon = 2 \dots 100$  относительный частотный сдвиг КР определяется переменной  $x = 1 - \sqrt{\tau/\varepsilon + (1 - \tau)}$  и практически не зависит от параметров образца  $t_\varepsilon, \varepsilon$  в других комбинациях. Это означает



возможность аппроксимации частотного сдвига функцией одной переменной  $\delta f(x)$ . В более точном рассмотрении существует очень слабая зависимость  $\delta f(x)$  от диаметра образца  $d_\varepsilon$  и толщины  $t_\varepsilon$ , которые могут быть учтены методом возмущения в виде малой поправки.

Теоретическая зависимость  $\delta f(x)$  рассчитывалась в пакете CST Studio Suite и далее уточнялась калибровкой по стандартным образцам бездисперсных диэлектриков. Современные пакеты моделирования СВЧ устройств и расчета полей обладают высокой и регулируемой точностью. Необходимая точность достигается уменьшением шага дискретизации рассматриваемого объема с электромагнитным полем, что повышает размерность системы уравнений и время счета. Возможным ограничением для численного моделирования представляется расчет полей в узких щелях, в частности, в остаточных микрозазорах между поверхностями образца и электродов из-за сопоставимости зазоров с шагом сетки разбиения. В пакете CST Studio Suite предусмотрен автоматический выбор шага дискретизации с его уменьшением (увеличением числа элементов) в областях с повышенной напряженностью поля.

Остаточные микрозазоры неизвестной эффективной высоты между плоскими поверхностями образца и электродов являются основным фактором, ограничивающим точность измерений диэлектрических параметров в полях с поперечной к зазору компонентой электрического поля. Микрозазоры не могут быть учтены теоретически и требуется экспериментальная оценка их влияния. В используемой методике измерений остаточный микрозазор существует только по одной (нижней) поверхности образца. Для такой оценки в пакете CST Studio Suite рассчитывались резонансные частоты КР реальных образцов диэлектрической проницаемости и относительные частотные сдвиги  $\delta f_{cal}(x)$  и аппроксимировались полиномом. Эти же образцы с известным значением  $\varepsilon$  измерялись в КР и их экспериментальные частотные сдвиги  $\delta f_{ex}(x)$  с поправками на отклонения

диаметра и толщины аппроксимировались аналогичным полиномом. На рисунке 4.13 приведены аппроксимации  $\delta f_{cal}(x)$  и  $\delta f_{ex}(x)$ .

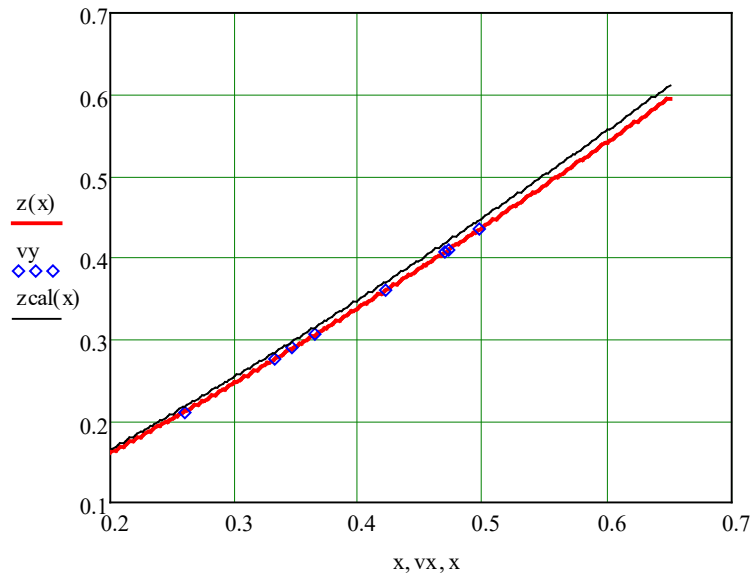


Рисунок 4.13. Модельная и экспериментальная функции

$$\delta f_{cal}(x) = z_{cal}(x), \quad \delta f_{ex}(x) = z(x)$$

Как видно из рисунка 4.13 расчетные значения частотного сдвига превышают экспериментальные, что означает превышение экспериментальных частот  $f_\varepsilon$  над расчетными. Это превышение объясняется существованием остаточных микрозазоров между образцом и электродами, повышающих  $f_\varepsilon$ , и может быть учтено калибровкой по стандартным образцам диэлектриков.

Несмотря на близость зависимости  $\delta f(x)$  к линейной (рисунки 4.12, 4.13), для ее точной аппроксимации необходима более сложная функция, например полином по степеням  $x$ . Для достижения необходимой точности аппроксимации может потребоваться разбиение области изменения  $x$  на несколько подобластей. Отметим, что в силу условия  $\delta f(0) = 0$  аппроксимация полиномом не должна содержать свободного члена, т.е.  $x$  в нулевой степени (по крайней мере в подобласти изменения  $0 < x \ll 1$ ). Коэффициенты аппроксимации во всем интервале  $\varepsilon = 2 \dots 100$  полиномом

$$F(x) = a_1x + a_2x^2 + a_3x^3 + a_4x^4 \quad (4.20)$$

приведены в таблице 4.5.

Таблица 4.5. Коэффициенты аппроксимирующего полинома

$a_1$	$a_2$	$a_3$	$a_4$
0.71825	0.58937	-0.95749	0.84084

На рисунке 4.14 приведена относительная погрешность (%) аппроксимации  $\delta\Delta = [F(x) - \mathcal{F}(x)]/\mathcal{F}(x)$ .

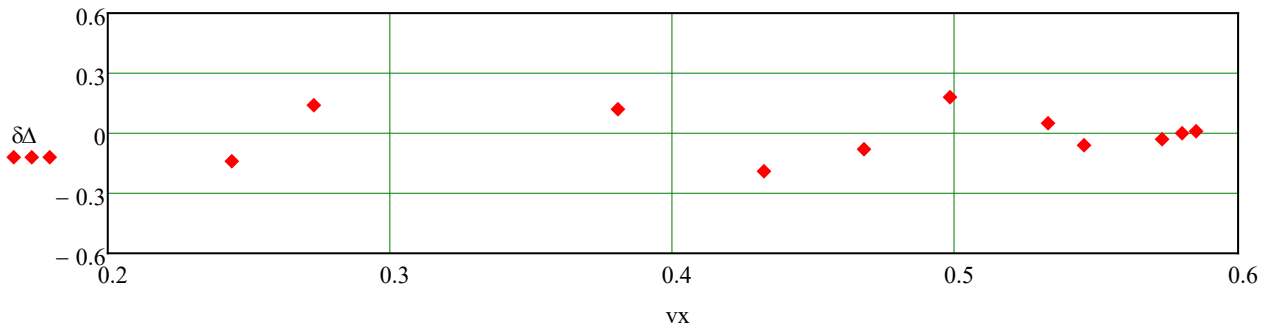


Рисунок 4.14. Относительная погрешность аппроксимации (%)

Достаточно большая (до 0,2%) погрешность аппроксимации  $\mathcal{F}(x)$  объясняется большим диапазоном изменения проницаемости образцов  $\varepsilon = 2 \dots 100$ . Практически требуются аппроксимации в более узких интервалах по  $\varepsilon$ , что позволяет повысить точность, не усложняя аппроксимирующую функцию.

#### 4.4. Измерение диэлектрических параметров материалов

Схема расчета  $\varepsilon$  по относительному частотному сдвигу  $\mathcal{F}$  в КР-500Р такова. Выразим диэлектрическую проницаемость  $\varepsilon$  из параметра  $x(\tau, \varepsilon)$

$$\varepsilon = \frac{\tau}{(1-x)^2 - (1-\tau)} \quad (4.21)$$

Зависимость  $\delta f(x)$  в (4.20) может быть обращена относительно  $x$  как  $x(\delta f)$  и аппроксимирована полиномом по степеням экспериментального значения  $\delta f$ .

$$x = \sum_i c_i (\delta f)^i. \quad (4.22)$$

Подстановка  $x$  из (4.22) в (4.21) дает измеряемое значение  $\varepsilon$  через экспериментальный относительный частотный сдвиг  $\delta f$  и  $\tau$ .

Тангенс угла диэлектрических потерь в резонансных методах находится по общей формуле [10]

$$\operatorname{tg} \delta = K_{1E}^{-1} (Q_e^{-1} - \eta Q_0^{-1}), \quad (4.23)$$

где  $K_{1E}$  - коэффициент заполнения резонатора,  $Q_{0,e}$  - собственная добротность резонатора без образца и с образцом,  $\eta = \sqrt{f_0/f_\varepsilon}$  - коэффициент изменения омических потерь в резонаторе после ввода образца в резонатор.

Данный подход к измерению  $\varepsilon$  был исследован на эталонных бездисперсных мерах с  $t_\varepsilon \approx 2,5$  мм из состава ГЭТ 110, диэлектрические параметры которых  $\varepsilon_{\text{атт}}$  и  $\operatorname{tg} \delta_{\text{атт}}$  аттестованы на установке с объемным резонатором. В таблице 4.6 приведены результаты измерения в КР-500Р и аттестованные в частотном диапазоне 5-7 ГГц значения  $\varepsilon$ ,  $\operatorname{tg} \delta$  ряда материалов. В таблице 4.7 приведены результаты измерения высоких значений  $\varepsilon$  в КР при  $t = 2,700$  мм и результаты аттестации на частотах 2-5 ГГц. Отметим, что сопоставление измеренных и аттестованных значений  $\operatorname{tg} \delta$  на существенно различных частотах не является корректным (в особенности для  $\operatorname{tg} \delta \sim 10^{-5}$ ) и не приведено. Как правило,  $\operatorname{tg} \delta$  в керамиках растет с частотой, и тем быстрее, чем больше  $\varepsilon$ .

Таблица 4.6 Результаты измерения  $\varepsilon$ ,  $\operatorname{tg}\delta$  по аппроксимации при  $t = 3,000$  мм

материал	$\varepsilon_{\text{изм}}$	$\varepsilon_{\text{атт}}$	$\delta\varepsilon, \%$	$\operatorname{tg}\delta \cdot 10^4_{\text{изм}}$	$\operatorname{tg}\delta \cdot 10^4_{\text{атт}}$	$K_{1E}$
фторопласт Ф-4	2,042	2,043	-0,05	2,5	2,1	0,600
полиэтилен	2,293	2,292	0,04	30,2	20,7	0,582
кварц	3,812	3,812	0,00	0,5	0,8	0,492
керамика КО-1	5,254	5,263	-0,17	0,3	0,7	0,427
ситалл СТ-38	7,147	7,164	-0,24	2,3	1,7	0,362
керамика В10	9,871	9,900	-0,29	0,4	1,0	0,300
керамика МТ15	15,33	15,362	-0,21	0,4	0,5	0,228

Таблица 4.7 Результаты измерения  $\varepsilon$ ,  $\operatorname{tg}\delta$  при больших  $\varepsilon \gg 1$  и  $t = 2,700$  мм

материал	$\varepsilon_{\text{изм}}$	$\varepsilon_{\text{атт}}$	$\delta\varepsilon, \%$	$\operatorname{tg}\delta \cdot 10^4_{\text{изм}}$	$\operatorname{tg}\delta \cdot 10^4_{\text{атт}}$	$K_{1E}$
керамика МТ15	15,359	15,362	-0,02	0,5	0,5	0,368
керамика В20	19,948	19,937	-0,06	0,4	0,6	0,332
керамика В45	43,56	43,75	-0,45	0,5	0,7	0,200
керамика В80	80,67	79,59	1,4	1,2	2,5	0,113
керамика В100	99,14	99,94	-0,8	1,8	4,7	0,095

Как видно из таблиц 4.6, 4.7, отклонение измеренных значений  $\varepsilon$  от аттестованных (т.е. погрешность аппроксимации) не более 0,3 % для  $2 \leq \varepsilon \leq 15$  и не более 2 % для  $20 \leq \varepsilon \leq 100$ . Отклонение от аттестованных значений растет с ростом  $\varepsilon$  и снижением по этой причине коэффициента заполнения  $K_{1E}$  при неизменном  $\tau$ . Чувствительность разработанного КР-500Р по  $\operatorname{tg}\delta$  позволяет контролировать диэлектрические потери в материалах с  $\operatorname{tg}\delta < 0,5 \cdot 10^{-4}$ . Погрешность результатов  $\varepsilon, \operatorname{tg}\delta$  от аппроксимации может быть снижена уточнением зависимости  $x(\delta f)$  в (4.22) и разбиением всего интервала значений  $\varepsilon$  на большее число поддиапазонов.

Кроме погрешности аппроксимации, точность результатов по  $\varepsilon, \operatorname{tg} \delta$  зависит от точности исходных для расчета величин. Проведем анализ погрешности измерения  $\varepsilon, \operatorname{tg} \delta$  в зависимости от погрешностей измерения  $t, t_\varepsilon, \delta f, Q_0, Q_\varepsilon \dots$ .

#### 4.5. Анализ погрешностей измерения в КРУЕ

Оценка погрешности результатов измерений в терминах неопределенности [78] предусматривает два способа: статистический (тип  $A$ ) и иной (нестатистический - тип  $B$ ). Измеряемая величина  $y = \varepsilon$  в общем случае рассчитывается по входным величинам  $u_i = \delta f, t, t_\varepsilon, \dots$ . Величина  $y = \operatorname{tg} \delta$  рассчитывается по входным величинам  $u_i = Q_0, Q_\varepsilon$  и константам  $K_{1E}, \eta$ .

Расширенная относительная неопределенность результата  $U$  выражается через относительные неопределенности  $U_{A,B}$  по типам  $A$  и  $B$  [78]

$$U = k \sqrt{U_A^2 + U_B^2}, \quad (4.24)$$

где  $k$  - коэффициент охвата. Для нормального закона распределения возможных значений измеряемой величины обычно принимают коэффициент  $k=2$  при доверительной вероятности  $p=0,95$  и  $k=3$  при  $p=0,99$  [78]. Стандартная относительная неопределенность  $U_A$  находится из  $n$  наблюдений как среднее квадратическое отклонение (СКО) среднего арифметического  $\bar{y}$  измеряемой величины  $y$

$$U_A = \frac{1}{\bar{y}} \cdot \sqrt{\frac{\sum_{k=1}^n (y_k - \bar{y})^2}{n(n-1)}}, \quad (4.25)$$

где  $y_k$  - значение величины в  $k$ -том наблюдении. Невоспроизводимость результатов многократных наблюдений, т.е. составляющая  $U_A$ , в эталонных

измерениях, как правило, мала в сравнении с  $U_B$ . Последняя обусловлена приближениями в теории измерительного резонатора и метрологическими характеристиками приборов, в том числе, применяемых для измерения размеров образца.

Для стандартной относительной неопределенности  $U_B$  типа  $B$  обычно известны оценки границ неопределенности  $b_i$  входных величин  $u_i$ , вид же распределения каждой из них чаще всего неизвестен и обычно принимается равномерным. При симметричных границах интервала неопределенности входных величин  $b_i$  значение  $U_B$  рассчитывается как [78]

$$U_B = \frac{1}{\sqrt{3}} \sqrt{\sum_i (C_i b_i)^2}, \quad (4.26)$$

где  $C_i = [\partial y / \partial u_i](u_i / y)$  - относительный коэффициент влияния входной величины  $u_i$  на результат измерения  $y(u_i)$ ,  $b_i = \delta u_i$  - относительное стандартное отклонение входной величины  $u_i$ .

Источники неопределенности, имеющие методическую и инструментальную природу, не могут быть оценены статистически по типу  $A$  и оцениваются по типу  $B$ . К ним следует отнести неполную адекватность используемой теоретической модели, т.е. приближенный характер расчетных соотношений. Составляющие неопределенности типа  $B$  могут быть уменьшены уточнением теоретических моделей (введением поправок) и/или калибровкой с помощью более точных методов или стандартных образцов диэлектриков. Конечная точность измерения размеров образца и резонатора приводит к неопределенности, оцениваемой по характеристикам применяемых в этих целях инструментов и также относящейся к типу  $B$ .

Расчет относительной неопределенности измерения  $\varepsilon$  проведем на основании формул (4.21), (4.24)-(4.26). Неопределенность типа  $A$  будем находить по результатам 11- кратных независимых измерений одного и того же образца с

обработкой результатов по (4.25). Коэффициенты влияния входных величин  $Cu_i = [\partial \varepsilon / \partial u_i](u_i / \varepsilon) = \delta \varepsilon / \delta u_i$  для расчета относительной неопределенности типа B по входным величинам  $\tau, x$  получим дифференцированием (4.21)

$$C\tau = (1 - \varepsilon), \quad Cx = 2x \frac{\varepsilon}{\tau}.$$

Неопределенности входных величин  $\delta\tau, \delta x$  могут быть выражены через относительные неопределенности измеряемых величин  $\delta t, \delta t_\varepsilon, \delta(f)$ :

$$\delta\tau = \delta t_\varepsilon - \delta t, \quad \delta x = \frac{\partial x}{\partial(f)} \cdot \frac{\delta f}{x} [\delta(f)],$$

где  $\delta(f) = \frac{f_\varepsilon}{f_0} (\delta f_0 - \delta f_\varepsilon)$  и  $\delta t, \delta t_\varepsilon, \delta f_0, \delta f_\varepsilon$  - относительные неопределенности

измеряемых величин  $t, t_\varepsilon, f_0, f_\varepsilon$ . Величины  $t, t_\varepsilon, f_0, f_\varepsilon$  являются попарно коррелированными, поскольку измеряются одними и теми же инструментами в неизменных в течение эксперимента условиях. Производная  $\partial x / \partial(f)$  определится из (4.22). Как видно из графика на рисунке 4.12, значение  $\partial x / \partial(f) \leq 1,1$ . Тогда  $\delta x \approx (1.1/x) (f_\varepsilon / f_0) (\delta f_0 - \delta f_\varepsilon)$ . Окончательная формула для неопределенности типа B с учетом попарной коррелированности  $t, t_\varepsilon, f_0, f_\varepsilon$  будет

$$U_B = \frac{1}{\sqrt{3}} \sqrt{(C\tau)^2 (\delta t_\varepsilon^2 + \delta t^2 - \tau \delta t_\varepsilon \delta t) + (Cx)^2 \left[ \frac{1.1}{x} \cdot \frac{f_\varepsilon}{f_0} \right]^2 (\delta f_0^2 + \delta f_\varepsilon^2 - \frac{f_\varepsilon}{f_0} \delta f_\varepsilon \delta f_0)}. \quad (4.27)$$

Для анализа вклада погрешностей измеряемых величин подставим в (4.27) выражения для коэффициентов влияния и получим

$$U_B \approx \frac{1}{\sqrt{3}} \sqrt{(1 - \varepsilon)^2 (\delta t_\varepsilon^2 + \delta t^2 - \tau \delta t_\varepsilon \delta t) + \left[ 2.2 \frac{\varepsilon}{\tau} \cdot \frac{f_\varepsilon}{f_0} \right]^2 (\delta f_0^2 + \delta f_\varepsilon^2 - \frac{f_\varepsilon}{f_0} \delta f_\varepsilon \delta f_0)}. \quad (4.28)$$

Из (4.28) видно, что относительная неопределенность растет с ростом измеряемой величины  $\varepsilon$ . Для достижения вклада неопределенности от размеров зазора и образца около процента необходимо иметь относительные неопределенности в размерах порядка  $10^{-2} / \varepsilon$ , что трудно выполнить при



больших  $\varepsilon \sim 100$ . Коэффициенты влияния входных величин  $C_t, C_{t\varepsilon}, C_{f_0}, C_{f\varepsilon}$  в

(4.27) выражаются через  $C_\tau$  и  $C_x \left[ \frac{1.1}{x} \cdot \frac{f_\varepsilon}{f_0} \right]$ :

$$-C_{t\varepsilon} = C_t = C_\tau, \quad C_{f_0} = -C_{f\varepsilon} = C_x \left[ \frac{1.1}{x} \cdot \frac{f_\varepsilon}{f_0} \right].$$

Относительная неопределенность измерения резонансной частоты (частоты максимума резонансной характеристики) зависит от нагруженной добротности резонатора. Опыт показывает, что для современных цифровых анализаторов цепей относительная погрешность определения точки максимума резонансной характеристики составляет  $\delta_{f_{0,\varepsilon}} \leq 10^{-2} Q_{0,\varepsilon}^{-1}$ .

Другой варианта расчета вклада по резонансной частоте в относительную неопределенность  $\varepsilon$  может быть на основе дифференциального определения  $K_{1E}$

$$\delta\varepsilon_f = -2K_{1E}^{-1} \delta f_\varepsilon, \quad (4.29)$$

где  $\delta f_\varepsilon = \Delta f_\varepsilon / f_\varepsilon$  - относительная неопределенность измерения резонансной частоты  $f_\varepsilon$ . При измерениях в КР-500Р используется относительный частотный сдвиг  $\delta f = (f_0 - f_\varepsilon) / f_0$ , зависящий от частот  $f_0, f_\varepsilon$ . Поэтому неопределенность измерения резонансной частоты  $\delta f_\varepsilon$  в (4.29) должна быть выражена через относительную неопределенность относительного частотного сдвига  $\delta(\delta f)$

$$\delta(\delta f) = \frac{f_\varepsilon}{f_0 \cdot \delta f} (\delta f_0 - \delta f_\varepsilon). \quad (4.30)$$

В предположении равенства относительных неопределенностей частот  $f_0, f_\varepsilon$  и их статистической независимости выражения (4.29), (4.30) дают

$$\left| \delta\varepsilon_f \right| \leq \left| \frac{\sqrt{2}}{K_{1E}} \left( \frac{f_0}{f_\varepsilon} - 1 \right) \delta(\delta f) \right| = \left| \frac{\sqrt{2}}{K_{1E}} \Delta(\delta f) \right|, \quad (4.31)$$

где  $\Delta(\delta f)$  - абсолютная неопределенность относительного частотного сдвига.

Как следует из (4.29), (4.31), наиболее точными являются измерения в резонаторах с коэффициентом заполнения  $K_{1E} \approx 1$ , когда частотный сдвиг  $\delta f$  максимальный. Для достижения высокой точности необходимо, чтобы относительный частотный сдвиг  $\delta f$  был значительно больше относительной неопределенности резонансной частоты резонатора  $(f_0 - f_\varepsilon)/f_0 \gg \Delta f_\varepsilon/f_\varepsilon$ , где  $\Delta f_\varepsilon \approx f_\varepsilon \cdot 10^{-2} Q_\varepsilon^{-1}$  - абсолютная неопределенность измерения резонансной частоты резонатора с образцом, что соответствует  $\delta f \gg 10^{-2} Q_\varepsilon^{-1}$ .

Неопределенность типа  $A$  по  $\varepsilon$  и  $\operatorname{tg} \delta$  для конкретного образца выражается по (4.25) при многократных измерениях. Расчет составляющей  $u_B$  для  $\operatorname{tg} \delta$  проведем на основании формул (4.23), (4.26). Неопределенность типа  $B$  рассчитывается по (4.26) через коэффициенты влияния входных данных:

$$U_B = \frac{1}{\sqrt{3}} \sqrt{\left(C_K \delta K\right)^2 + \left(C_{Q_0} \delta Q_0\right)^2 + \left(C_{Q_\varepsilon} \delta Q_\varepsilon\right)^2 + \left(C_\eta \delta \eta\right)^2 + rt C_{Q_0} C_{Q_\varepsilon} \delta Q_0 \delta Q_\varepsilon}, \quad (4.32)$$

где коэффициенты влияния  $Cu_i = [\partial(\operatorname{tg} \delta) / \partial u_i](u_i / \operatorname{tg} \delta) = \delta(\operatorname{tg} \delta) / \delta u_i$  найдены из (4.23) в явном виде

$$C_K = -1, \quad C_{Q_\varepsilon} = -(Q_{0\varepsilon} K_{1E} \operatorname{tg} \delta)^{-1}, \quad C_{Q_0} = \eta (Q_0 K_{1E} \operatorname{tg} \delta)^{-1}, \quad C_\eta = -C_{Q_0}. \quad (4.33)$$

Оценкой коэффициента корреляции может служить величина  $rt = Q_\varepsilon / Q_0$ .

Составляющая  $u_A$  находилась расчетом диэлектрических параметров для нескольких диэлектрических образцов по 11 измерениям резонансных частот и собственных добротностей. Составляющая  $u_A$  (СКО) результатов не превышает 0,1 % по  $\varepsilon$  и не превышает 2 % по  $\operatorname{tg} \delta$  в диапазоне  $\varepsilon = 2 \dots 20$ . В таблицах 4.8, 4.9, 4.10 приведены рассчитанные неопределенности входных величин и результатов измерения диэлектрических образцов из таблиц 4.6, 4.7.

Таблица 4.8. Относительные неопределенности входных величин

$t$ , мм	$\delta t$	$\delta t_\varepsilon$	$\delta f$	$\delta Q_0$	$\delta Q_\varepsilon$	$\delta K_{1E}$	$\delta \eta$
3,000	$3,3 \cdot 10^{-4}$	$1,2 \cdot 10^{-3}$	$3 \cdot 10^{-6}$	$2 \cdot 10^{-2}$	$2 \cdot 10^{-2}$	$1 \cdot 10^{-3}$	$1 \cdot 10^{-3}$
2,700	$3,7 \cdot 10^{-3}$	$1,2 \cdot 10^{-3}$	$3 \cdot 10^{-6}$	$2 \cdot 10^{-2}$	$2 \cdot 10^{-2}$	$1 \cdot 10^{-3}$	$1 \cdot 10^{-3}$

Таблица 4.9. Коэффициенты влияния входных величин и расширенные неопределенности результатов при  $t = 3,000$  мм

$\varepsilon$	$C_f$	$C_{te}$	$C_{tz}$	$U_\varepsilon$ , %	$\text{tg} \delta \cdot 10^4$	$C_{Q\varepsilon}$	$C_{Q0}$	$C_\eta$	$U_{\text{tg}}$ , %
2,042	-3,34	-1,04	1,04	0,24	2,5	-2,13	2,38	-2,38	9
2,293	-3,44	-1,29	1,29	0,26	30,2	-1,1	1,25	-1,25	7
3,812	-4,07	-2,81	2,81	0,41	0,48	-8,89	10,8	-10,8	27
5,254	-4,69	-4,25	4,25	0,58	0,30	-16,2	20,5	-20,5	49
7,147	-5,53	-6,15	6,15	0,81	2,3	-3,38	4,39	-4,39	13
9,871	-6,67	-8,87	8,87	1,2	0,36	-20,1	26,7	-26,7	63
15,33	-8,75	-14,3	14,3	1,8	0,39	-24,5	33,8	-33,8	79

Таблица 4.10 Коэффициенты влияния входных величин и расширенные неопределенности результатов при  $t = 2,700$  мм

$\varepsilon$	$C_f$	$C_{te}$	$C_{tz}$	$U_\varepsilon$ , %	$\text{tg} \delta \cdot 10^4$	$C_{Q\varepsilon}$	$C_{Q0}$	$C_\eta$	$U_{\text{tg}}$ , %
15,36	-5,44	-14,4	14,4	1,8	0,49	-14,1	21,6	-21,6	52
19,95	-6,02	-19,0	19,0	1,3	0,40	-19,5	30,6	-30,6	36
43,56	-10,0	-42,6	42,6	5,3	0,52	-26,0	42,9	-42,9	100
80,67	-17,7	-79,7	79,7	9,9	1,2	-20,0	33,7	-33,7	79
99,14	-21,2	-98,1	98,1	12	1,8	-16,6	28,2	-28,2	67

Из таблиц 4.9, 4.10 видно, что расширенная относительная неопределенность измеренных значений  $\varepsilon$  растет с ростом  $\varepsilon$  и снижением по этой причине коэффициента заполнения  $K_{1E}$  при неизменном  $\tau$ . Расширенная относительная

неопределенность измеренных значений  $\operatorname{tg} \delta$  также растет с ростом  $\varepsilon$  и с уменьшением самой величины  $\operatorname{tg} \delta$  (снижением уровня диэлектрических потерь). При очень малых  $\operatorname{tg} \delta \sim 10^{-5}$  неопределенность оказывается значительной, что характерно и для других методов и измерительных резонаторов. Она принимает обычные значения 7-15 % при  $\operatorname{tg} \delta \geq 10^{-4}$  и коэффициентах заполнения  $K_{1E} \geq 0,3$ .

Действующий в настоящее время стандарт ГОСТ 8.358-79 определяет методы измерения диэлектрических параметров в дециметровом диапазоне волн с погрешностью по  $\varepsilon$  до 4 % для  $\varepsilon \leq 20$  при значениях  $\operatorname{tg} \delta \geq 1 \cdot 10^{-4}$ . Стандарт ГОСТ 27496.2-87 (МЭК-377-2-77) рекомендует КР с электродом в виде сильфона для регулирования измерительного зазора и заведомо уступает предложенному в данной работе резонатору по добротности и, соответственно, по наименьшим измеряемым диэлектрическим потерям. Область измеряемых значений по данному стандарту  $\varepsilon \leq 10$ .

Таким образом, результаты исследования разработанного резонатора и методики измерения диэлектрических параметров в нем показывают существенное повышение точности измерения в более широком диапазоне измеряемых величин.

#### 4.6. Выводы

1. Численным моделированием получены зависимости резонансной частоты КРУЕ от диэлектрической проницаемости  $\varepsilon$  и толщины  $t_\varepsilon$  диэлектрического диска в измерительном зазоре высотой  $t$ .

2. Периферийная часть диэлектрических образцов с диаметром  $d_\varepsilon$ , существенно превышающим диаметр электродов  $2a$  при  $d_\varepsilon/2a \geq 1,32$ , слабо влияет на резонансную частоту, что позволяет снизить требования к центрированию образца в резонаторе и точности измерения его диаметра  $d_\varepsilon$ .

3. Найдена безразмерная переменная  $x = 1 - \sqrt{\tau/\varepsilon + (1-\tau)}$ , где  $\tau = t_\varepsilon/t$ , описывающая относительный сдвиг резонансной частоты  $\delta f$  диэлектрическим образцом в зазоре КРУЕ. Зависимость частотного сдвига  $\delta f$  от трех переменных: толщины  $t_\varepsilon$ , диэлектрической проницаемости  $\varepsilon$  образца и высоты зазора  $t$  сведена к зависимости от одной безразмерной переменной  $x$ . Зависимость  $\delta f(x)$  близка к линейной в широком диапазоне изменения  $\varepsilon$  и может быть аппроксимирована аналитическим выражением от одной переменной  $x$  для расчета  $\varepsilon$ .

4. Исследование измеренных значений  $\varepsilon(\delta f)$  при различной относительной толщине образца  $t_\varepsilon/t$  показало, что оптимальные значения  $t_\varepsilon/t$  находятся в диапазоне  $0,8 \dots 0,96$ , повышаясь с ростом  $\varepsilon$ . Экспериментально показана возможность измерения высоких значений проницаемости (до 100 и более).

5. Микрозазоры между поверхностями зажатого образца (при  $t_\varepsilon/t = 1$ ) и электродов, неизбежно существующие из-за микронеровностей поверхностей, вносят значительные погрешности в измеряемое значение  $\varepsilon$ . Метод измерения с гарантированным зазором между образцом и электродом (при  $t_\varepsilon/t < 1$ ) дает более точные результаты, чем с плотным зажимом образца.

## Заключение

Основные результаты проведенных исследований таковы.

В диссертации проанализированы коаксиальные резонаторы различных типов для измерений параметров диэлектриков в дециметровом диапазоне волн и предложен коаксиальный резонатор с измерительным укорачивающим зазором, регулируемым по высоте за счет деформации упругой торцевой стенки-мембраны с электродом. Использование неизлучающего окна для ввода диэлектрического образца в резонатор обеспечило близкую к теоретической добротность. Конструкция защищена патентом на изобретение.

Проанализированы распределение поля в резонаторе, расчетные модели коаксиальных резонаторов и подходы к их расчету. Показано, что в средней плоскости межэлектродного зазора на основной моде симметричного резонатора имеется плоскость – «электрическая стенка» с нулевой радиальной электрической компонентой, разделяющая двойной симметричный резонатор на два одинарных с той же самой резонансной частотой. Численным моделированием выяснено, что в несимметричном резонаторе эта поверхность смещается в зазоре в сторону короткого электрода и остается плоскостью в центральной области межэлектродного зазора. Во внешней области центральных электродов эта поверхность становится криволинейной, изгибаясь к торцевой стенке с коротким электродом.

Малость электрической компоненты во внешней области электродов позволяет приближенно пренебречь кривизной виртуальной «электрической стенки», считать ее плоской и разделить несимметричный двойной резонатор на два одинарных с суммарной высотой, равной высоте исходного двойного резонатора и общей резонансной частотой. На основе данного предположения разработана многоволновая электродинамическая модель несимметричного двойного резонатора. Модель реализована в виде компьютерной программы,

зарегистрированной в Федеральной службе по интеллектуальной собственности России.

Практически реализована конструкция измерительного коаксиального резонатора для диэлектрических измерений с регулировкой и точным измерением межэлектродного зазора. Экспериментально получен диапазон перестройки резонансной частоты от 65 МГц до 650 МГц при изменении зазора от нескольких мкм до 5,2 мм. Использование неизлучающего окна для ввода диэлектрика позволило достичь собственной добротности резонатора 7400 и обеспечить чувствительность по диэлектрическим потерям до  $10^{-5}$ .

Проведена оценка точности расчетов резонансной частоты по квазистационарной модели, по разработанной автором многоволновой модели в методе частичных областей (ЧО) и численным моделированием в программном пакете CST Studio Suite относительно эксперимента. С целью корректного сравнения расчетов с экспериментом внутренние размеры резонатора в собранном состоянии определены с высокой точностью по его спектру резонансных частот по специальной методике. Получена оценка влияния гофра на упругой торцевой стенке-мембране и ее конического прогиба при перестройке резонатора. Погрешность расчета резонансной частоты методом ЧО с многоволновым представлением поля в предложенной модели не более 0,2 %. Численный расчет позволяет получить достаточную для практики точность, но требует значительных компьютерных ресурсов. Его точность падает при расчетах структур с узкими зазорами и высокой концентрацией поля в них.

Исследованы вопросы применения реализованной конструкции резонатора для диэлектрических измерений. Впервые предложено использовать для измерений образцы диэлектриков с диаметром, большим диаметра центрального электрода резонатора. Выяснено соотношение между диаметром образца и электрода, при котором изменения в периферийной части образца практически не влияют на резонансную частоту. Это позволило снизить требования к точности измерения диаметра образца и к точности его центрирования.

Исследование зависимости резонансной частоты от диэлектрической проницаемости и толщины образца при различной величине зазора проведено в двух подходах: в квазистационарном приближении и численным моделированием. Найден обобщенный параметр, зависящий от высоты зазора, толщины и диэлектрической проницаемости образца и однозначно определяющий относительный сдвиг резонансной частоты резонатора с диэлектриком при проницаемости диэлектрика 2...100. Параметр содержит простые функции от проницаемости и от толщины образца относительно высоты зазора. Это позволяет проводить аппроксимацию частотного сдвига резонатора по единственному параметру, повысить точность и упростить измерительную процедуру. Численным моделированием реального резонатора с последующей аппроксимацией найдено аналитическое выражение для относительного частотного сдвига в виде полинома по степеням обобщенного параметра.

Экспериментальное исследование возможности измерения диэлектрических параметров в разработанном резонаторе показало высокую воспроизводимость и точность результатов, превосходящую достижимую в стандартных методиках и устройствах. Показана возможность измерения высоких значений проницаемости (до 100 и более). Результаты проведенных исследований используются в работах по расширению частотного диапазона Государственного первичного эталона единиц комплексной диэлектрической проницаемости ГЭТ 110-2012.



### Список литературы

1. Лебедев И.В. Техника и приборы СВЧ // М.: Высшая школа, 1970
2. Е. И. Нефедов. Открытые коаксиальные резонансные структуры/ под. ред. В. А. Григорова // М.: Наука. Главная редакция физико-математической литературы, 1982. – 220 с.
3. Орлов С. И. Расчет и конструирование коаксиальных резонаторов // Советское радио. М.: 1970
4. Weiguo Xi и Wayne R. Tinga. Field analysis of new coaxial dielectrometer // IEEE Transactions on microwave theory and techniques, Vol. 40, No. 10, October 1992
5. James Baker-Javis and Bill F. Riddle. Dielectric measurements using a reentrant cavity: mode-matching analysis // NIST Technical Note 1384. P 1-13. 1996
6. Richard G. Carter, Jinjun Feng, Ulrich Becker. Calculation of the properties of reentrant cylindrical cavity resonators // IEEE Transactions on microwave theory and techniques, Vol. 55, No. 12, October 1992
7. Felipe L. Penaranda-Foix, Jose M. Catala-Civera, Antoni J. Canos-Marin, and Beatriz Garcia-Banos. Circuitual analysis of a coaxial reentrant cavity for performing dielectric measurement. IEEE Transactions on microwave theory and techniques. 2009.
8. Yashuni Kanai, T. Tsukamoto, M. Miyakawa and T. Kashiwa. Resonant frequency analysis of reentrant resonant cavity by using FEM and FD-TD method. IEEE Transactions and Microwave Theory and techniques, Vol. 36, No. 4, July 2000, p. 1750-1753
9. F. Thompson, A. D. Haigh, B. M. Dillon and A. A. P. Gibson. Analysis and design of a reentrant microwave cavity for the characterization of single wheat grain kernels. IEEE Proc. Sci. Meas. Technol., Vol. 150, No. 3, May 2003, p. 113-117
10. Егоров В.Н. Резонансные методы исследования диэлектриков на СВЧ (обзор). Приборы и техника эксперимента, 2007, № 2, с. 1-34.
11. ГОСТ 27496.1-87, ГОСТ 27496.2-87, (МЭК 377-1-73, МЭК 377-2-77) Материалы электроизоляционные. Методы определения диэлектрических свойств

на частотах свыше 300 МГц., с.23. (и более поздняя редакция стандарта МЭК: IEC 60377-2 Recommended methods for the determination of the dielectric properties of insulating materials at frequencies above 300 MHz. Part 2: Resonance methods, p. 33).

12. Голант В. Е. Сверхвысокочастотные методы исследования плазмы. – М.: Наука, 1968. 327с.

13. Кравченко В. Ф., Нефедов Е. И., Российский И. М. Метрологическое обеспечение измерений высоких температур и параметров плазмы. – Харьков: Изд. ВНИИ метрологии, 1979, с. 34-35.

14. Пилипенко В. В., Половников Г. Г., Сологуб В. Г. И др. Новый метод измерения диэлектрической проницаемости вещества в миллиметровом и субмиллиметровом диапазонах. –ЖТФ, 1969, 39, № 12, с 2203-2214.

15. Гапонов А. В., Петелин М. И., Юлпатов В. К. Индуцированное возбуждение классических осцилляторов и его использование в высокочастотной электронике. – Изв. Вузов. Радиофизика, 1967, 10, № 9-10, с. 1414-1453.

16. Болотовский Б. М., Воскресеньский Г. В. Дифракционное излучение. – УФН, 1966, 88, № 2, с. 209-251; Излучение заряженных частиц в периодических структурах. – УФН, 1968, 94, № 3, с. 377-416

17. Русин Ф. С., Богомоллов Г. Д. Электроника больших мощностей. – М.: Наука, 1968, с. 9-37.

18. Шестопапов В. П. Дифракционная электроника. – Харьков: Виша Школа, 1976. 232с.

19. Нефедов Е. И. Коаксиальный оротрон. – Известия вузов: Радиофизика., 1977, 20, № 11, с. 1740-1743.

20. Ананьев Ю. А. Оптические резонаторы и проблема расходимости лазерного излучения. – М.: Наука, 1979, 328с.

21. Власов С. Н., Таланов В. И. Конфокальный резонатор с отверстиями на зеркалах. – Радиотехника и электроника, 1970, 15, № 11, с.2383-2385.

22. Нефедов Е. И., Сивов А. Н. К оптимизации энергетической диаграммы направленности излучения из щели в плоском экране. – Радиотехника и электроника, 1971, 16, № 2, с. 423-425.
23. Нефедов Е. И., Сивов А. Н. Электродинамика периодических структур. – М. Наука, 1977. 208с.
24. Фельд Я. Н., Бахрах Л. Д. Современное состояние теории синтеза антенн. – Радиотехника и электроника. 1963, 8, № 2, с. 187-205.
25. Тихонов А. Н., Арсенин В. Я. Методы решения некорректных задач. – М.: Наука, 1979. 286с.
26. Крылов К. И., Балошин Ю. А., Аверьянов Н. Е. Влияние на выходную мощность отверстия связи резонатора газового лазера на CO<sub>2</sub>, работающего в режиме возбуждения микросекундными импульсами тока. – Известия вузов: Приборостроение, 1973, 16, № 3, с. 122-127.
27. Прокопенко В. Т., Богданов М. П. Влияние отверстия связи в зеркале резонатора на мощность излучения лазера на основе CO<sub>2</sub>. – Труды Ленинградского института точного механика и оптики, 1970, выпуск 67, с. 98-104.
28. Гордеев Д. В., Гримблатов В. М., Остапченко Е. П. и др. О возможности применения резонатора с отверстием в зеркале в ионных ОКГ на аргоне. – Радиотехника и электроника, 1969, 14, № 9, с. 1637-1640.
29. Strong J. Procedures for infrared spectroscopy. – Appl. Opt., 1972, 11, N 10, p. 2331-2336.
30. Нефедов Е. И., Фиалковский А. Т. Асимптотическая теория дифракции электромагнитных волн на конечных структурах. – М.: Наука, 1972, 204с.
31. Salen A. A. M. An adjustable quasi-optical bandpass filter. – IEEE Trans. MTT. 1974. 22, N 77, p. 728-739.
32. Виноградов Е. А., Дианов Е. М. Ирисова Н. А. Интерферометр Фабри-Перо короткого миллиметрового и субмиллиметрового диапазона с металлическими сетками. – Письма в ЖЭТФ, 1965, 26 № 7, с. 323-326.

33. Вайштейн Л. А. Открытые резонаторы и открытые волноводы. – М.: Советское Радио, 1966. – 327с.
34. Орлов С. И. Расчет и конструирование коаксиальных резонаторов. – М.: Советское радио. 1970. 256с.
35. Рыжакова Т. С. Расчет и исследование СВЧ резонаторов на основе цилиндрических ступенчатых структур: автореф. дисс. ...канд. техн. наук: 05.12.07 / Рыжакова Татьяна Станиславовна. – Нижний Новгород. – ННГТУ. – 2002. – 16с.
36. Никольский В. В., Никольская Т. И. Электродинамика и распространение радиоволн / М.: Наука. 1989. 544с.
37. Янке Е., Эмде Ф., Леш Ф. Специальные функции / М.: Наука. 1964. 344с.
38. H. De Raedt, K. Michielsen, J. S. Kole, and M. T. Figge. Solving the Maxwell equations by the Chebyshev method: A one-step finite difference time-domain algorithm // Antennas and Propagation, IEEE Transactions on : journal. – 2003. – Vol. 51. – P. 3155-3160.
39. M. Hayakawa and T. Otsuyama. FDTD analysis of ELF wave propagation in inhomogeneous subionospheric waveguide models // ACES Journal. – 2002. – Vol. 17. – P. 239-244.
40. T. Rylander and A. Bondeson. Stable FDTD-FEM hybrid method for Maxwell's equations // Computer Physics Communications : journal. – 2000. – Vol. 125. – P. 75-82.
41. F. Zheng and Z. Chen. Numerical dispersion analysis of the unconditionally stable 3-D ADI-FDTD method // Microwave Theory and Techniques, IEEE Transactions on : journal. – 2001. – Vol. 49. – P. 1006-1009.
42. F. Zhen, Z. Chen, and J. Zhang. Toward the development of a three-dimensional unconditionally stable finite-difference time-domain method // Microwave Theory and Techniques, IEEE Transactions on : journal. – 2000. – Vol. 48. – P. 1550-1558.

43. J. B. Schneider, and C. L. Wagner. FDTD dispersion revisited: Faster-than-light propagation // *Microwave and Guided Wave Letters, IEEE : journal.* – 1999. – Vol. 9. – P. 54-56.
44. J. J. Simpson, R. P. Heikes, and A. Taflove. FDTD modeling of a novel ELF radar for major oil deposits using a three-dimensional geodesic grid of the Earth-ionosphere waveguide // *Antennas and Propagation, IEEE Transactions on : journal.* – 2006. – Vol. 54. – P. 1734-1741.
45. S. C. Hagness, A. Taflove, and J. E. Bridges. Two-dimensional FDTD analysis of a pulsed microwave confocal system for breast cancer detection: Fixed-focus and antenna-array sensors // *Biomedical Engineering, IEEE Transactions on : journal.* – 1998. – Vol. 45. – P. 1470-1479.
46. J. G. Maloney and M. P. Kesler. Analysis of Periodic Structures (неопр.) // Chap. 6 in *Advances in Computational Electrodynamics: the Finite-Difference Time-Domain Method*, A. Taflove, ed., Artech House, publishers. – 1998.
47. M. J. Piket-May, A. Taflove, and J. Baron. FD-TD modeling of digital signal propagation in 3-D circuits with passive and active loads // *Microwave Theory and Techniques, IEEE Transactions on : journal.* – 1994. – Vol. 42. – P. 1514-1523.
48. S. M. El-Ghazaly, R. P. Joshi, and R. O. Grondin. Electromagnetic and transport considerations in subpicosecond photoconductive switch modeling // *Microwave Theory and Techniques, IEEE Transactions on : journal.* – 1990. – Vol. 38. – P. 629-637.
49. D. H. Choi and W. J. Hofer. The finite-difference time-domain method and its application to eigenvalue problems // *Microwave Theory and Techniques, IEEE Transactions on : journal.* – 1986. – Vol. 34. – P. 1464-1470.
50. A. Taflove and K. R. Umashankar. Radar cross section of general three-dimensional scatterers // *Electromagnetic Compatibility, IEEE Transactions on : journal.* – 1983. – Vol. 25. – P. 433-440.

51. K. R. Umashankar and A. Taflove. A novel method to analyze electromagnetic scattering of complex objects // *Electromagnetic Compatibility, IEEE Transactions on : journal.* – 1982. – Vol. 24. – P. 397-405.
52. A. Taflove. Application of the finite-difference time-domain method to sinusoidal steady state electromagnetic penetration problems // *Electromagnetic Compatibility, IEEE Transactions on : journal.* – 1980. – Vol. 22. – P. 191-202.
53. K. S. Kunz and K. M. Lee. A three-dimensional finite-difference solution of the external response of an aircraft to a complex transient EM environment // *Electromagnetic Compatibility, IEEE Transactions on : journal.* – 1978. – Vol. 20. – P. 328-341.
54. Nedelec, J.C. A new family of mixed finite elements in  $R^3$  / J.C. Nedelec / *Numer. Math.* – 1986. – Vol. 50. – P. 57-81.
55. Галлагер Р. Метод конечных элементов. Основы: Пер. с англ. / М.: Мир, 1984.
56. Деклу Ж. Метод конечных элементов: Пер. с франц / М.: Мир, 1976.
57. Зенкевич О. Метод конечных элементов в технике / М.: Мир, 1975.
58. Сегерлинд Л. Применение метода конечных элементов / М.: Мир, 1979. – 392 С.
- 2.25. Зенкевич О., Морган К. Конечные элементы и аппроксимация: Пер. с англ. – М.: Мир, 1986
59. Кулин В. П. Метод конечных элементов в прикладной электродинамике // *Радиотехника и связь.* № 3(102), 2017.
60. Barkanov, E. Introduction to the Finite Element Method / E. Barkanov. – Riga: Riga Technical University, 2001. – 70 p.
61. Moaveni, S. Finite Element Analysis: Theory and Application with ANSYS / S. Moaveni. – 4th ed. – Harlow: Pearson Education Limited, 2015. – 936 p.
62. Stasa, F. L. Applied Finite Element Analysis for Engineers / F. L. Stasa. – New York: CBS Publishing, 1985. – 659 p.

63. Schäfer, M. Computational Engineering – Introduction to Numerical Methods // M. Schäfer. – Berlin: Springer-Verlag, 2006. – 321 p.
64. URL: <https://www.3ds.com/ru/produkty-i-uslugi/simulia/produkty/cst-studio-suite/>
65. Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ № 2021619275 Программа расчета резонансной частоты несимметричного двойного коаксиального резонатора с укорачивающей емкостью. Авторы Ле Куанг Туен, Егоров В. Н. Дата государственной регистрации в Реестре программ для ЭВМ 08 марта 2021 года.
66. URL: <https://www.gnu.org/software/octave/index>
67. URL: <http://www-mdp.eng.cam.ac.uk/web/CD/engapps/octave/octavetut.pdf>
68. URL: <https://jordi.platinum.edu.pl/octave/Jesper%20Schmidt%20Hansen%20-%20GNU%20Octave%20for%20Beginners.pdf>
69. Егоров В. Н., Зуев Я. О., Костромин В. В., Ле Куанг Туен, Романов Б. С. Измерение малых диэлектрических потерь полимерных материалов в дециметровом диапазоне волн // Кабели и провода, 2017. – Т.368, №6. – С. 12-14.
70. Егоров В. Н., Костромин В. В. Коаксиальный измерительный резонатор с неизлучающим окном для ввода образца // Патент России № 2626746. 31.07.2017. Бюл. № 22.
71. Егоров В.Н., Ле Куанг Туен. Коаксиальный измерительный резонатор с цилиндрическим электродом и регулируемым емкостным зазором // Патент на изобретение № RU 2680109. – Оpubл. 15.02.2019 г. – Бюллетень №5
72. Ле Куанг Туен, Егоров В.Н. Измерительный коаксиальный резонатор дециметрового диапазона электромагнитных волн для исследования диэлектриков // Всероссийская научно-практическая конференция «Прикладные исследования в области физики» Иркутск, 10 Марта 2021 г. Сборник статей. – С. 65-71
73. Егоров В.Н., Токарева Е.Ю., Ле Куанг Туен. Измерение внутренних размеров сверхвысокочастотных объёмных резонаторов // Измерительная техника, 2020. №10. – С. 65-72. DOI: <https://doi.org/10.32446/0368-1025it.2020-10-65-72>

74. Егоров В. Н. Расщепление высших собственных значений круглого волновода при слабой эллиптической деформации // Радиотехника и электроника. № 6. 1997. С. 686-690.

75. Егоров В.Н., Ле Куанг Туен. Новый подход к расчету коаксиального резонатора с укорачивающей емкостью // Известия ВУЗов. Физика, 2021. – Т. 64, № 6 (763). – С. 164-169. DOI: 10.17223/00213411/64/6/164.

76. Егоров В.Н., Ле Куанг Туен. Численное и экспериментальное исследование коаксиального резонатора с измерительным зазором // Радиотехника, 2022. – Т.86, № 6. – С. 141-150. DOI: <https://doi.org/10.18127/j00338486-202206-17>

77. Смолянский М.Л. Таблицы неопределенных интегралов. М.: Наука. 1965. 112 с.

78. Рекомендации по межгосударственной стандартизации РМГ 43-2001. Применение «Руководства по выражению неопределенности измерений». Минск. 2001. 18 с.



Приложение А. Патент на изобретение  
РОССИЙСКАЯ ФЕДЕРАЦИЯ



**ПАТЕНТ**

НА ИЗОБРЕТЕНИЕ

№ 2680109

**КОАКСИАЛЬНЫЙ ИЗМЕРИТЕЛЬНЫЙ РЕЗОНАТОР С  
ЦИЛИНДРИЧЕСКИМ ЭЛЕКТРОДОМ И  
РЕГУЛИРУЕМЫМ ЕМКОСТНЫМ ЗАЗОРОМ**

Патентообладатель: *Федеральное государственное унитарное предприятие "Всероссийский научно-исследовательский институт физико-технических и радиотехнических измерений" (ФГУП "ВНИИФТРИ") (RU)*

Авторы: *Егоров Виктор Николаевич (RU),  
Ле Куанг Туен (RU)*

Заявка № 2018117544

Приоритет изобретения 11 мая 2018 г.

Дата государственной регистрации в

Государственном реестре изобретений

Российской Федерации 15 февраля 2019 г.

Срок действия исключительного права

на изобретение истекает 11 мая 2038 г.



Руководитель Федеральной службы  
по интеллектуальной собственности

*Г.П. Ивлиев* Г.П. Ивлиев

**Приложение Б. Свидетельство о государственной регистрации программы  
для ЭВМ**

РОССИЙСКАЯ ФЕДЕРАЦИЯ



**СВИДЕТЕЛЬСТВО**

о государственной регистрации программы для ЭВМ

**№ 2021619275**

**Программа расчета резонансной частоты  
несимметричного двойного коаксиального резонатора с  
укорачивающей емкостью**

Правообладатель: *Федеральное государственное бюджетное  
образовательное учреждение высшего образования  
«Иркутский национальный исследовательский технический  
университет» (ФГБОУ ВО «ИРНИТУ»)* (RU)

Авторы: *Ле Куанг Туен (VN), Егоров Виктор Николаевич (RU)*

Заявка № **2021618582**

Дата поступления **04 июня 2021 г.**

Дата государственной регистрации

в Реестре программ для ЭВМ **08 июня 2021 г.**

*Руководитель Федеральной службы  
по интеллектуальной собственности*



ДОКУМЕНТ ПОДПИСАН ЭЛЕКТРОННОЙ ПОДПИСЬЮ  
Сертификат 0x02A5CFB500B1ACF59A40A2F08092E9A118  
Владелец: **Ивлиев Григорий Петрович**  
Действителен с 15.01.2021 по 15.01.2035

*Г.П. Ивлиев*

## Приложение В. Акт на использование результатов диссертационного исследования

Утверждаю



И.о. директора Восточно-Сибирского  
филиала ВНИИФТРИ

*Г.И. Модестова* Г.И. Модестова

10 03 2022 г.

### А К Т

использования результатов диссертационного исследования  
аспиранта ИРНИТУ Ле Куанг Туен на тему  
"Экспериментально-аналитическая модель измерительного коаксиального  
резонатора "

Диссертационная работа Ле Куанг Туен выполнена на актуальную для нашего предприятия тему измерений диэлектрических параметров материалов в дециметровом диапазоне электромагнитных волн. Проведенные в диссертации исследования и полученные результаты применяются в работах по развитию Государственного первичного эталона единиц комплексной диэлектрической проницаемости ГЭТ 110-2012. К таким результатам относятся рассмотренные в диссертации типы коаксиальных резонаторов, модели и методы для их расчета, конструкция коаксиального резонатора и результаты его экспериментального исследования, численный анализ распределения электромагнитного поля в резонаторе как без диэлектрического образца, так и с измеряемым образцом, полученные зависимости резонансной частоты и добротности от параметров резонатора и измеряемого образца.

И.о. начальника отдела радиоизмерений  
ВСФ ВНИИФТРИ

*Е.Ю. Токарева*

Е.Ю. Токарева