

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации

Федеральное государственное бюджетное образовательное

учреждение высшего образования

«Томский государственный университет

систем управления и радиоэлектроники» (ТУСУР)

На правах рукописи



Слободяненко Александр Александрович

Реконструкция электромагнитного поля антенн

на основе измерений в ближней зоне

Специальность 2.2.14

Антенны, СВЧ-устройства и их технологии

Диссертация на соискание учёной степени кандидата технических наук

Научный руководитель

к.т.н., доцент Фатеев Алексей Викторович

Томск, 2023

## ОГЛАВЛЕНИЕ

ВВЕДЕНИЕ.....	4
1 МЕТОДЫ И ПОДХОДЫ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ПРОСТРАНСТВЕННОГО РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОГО ПОЛЯ АНТЕННОЙ РЕШЕТКИ:	
ОБЗОР.....	9
1.1 Подходы к измерению характеристик антенных систем .....	9
1.2 Методы определения пространственного распределения поля антенной системы на основе измерений в ближней зоне .....	11
1.3 Методики коррекции измеренного электромагнитного поля.....	14
1.4 Постановка задач исследования.....	15
2 ПРОЕКЦИОННЫЙ МЕТОД РЕШЕНИЯ ОБРАТНОЙ ЗАДАЧИ ИЗЛУЧЕНИЯ .....	17
2.1 Постановка обратной задачи излучения для измерительных комплексов ближнего поля .....	17
2.2 Алгебраизация обратной задачи излучения.....	18
2.3 Проекционный алгоритм решения обратной задачи излучения.....	23
2.4 Эффективные алгоритмические реализации проекционного метода решения обратной задачи излучения.....	27
3 ВЕРИФИКАЦИЯ И ИССЛЕДОВАНИЕ ПРОЕКЦИОННОГО МЕТОДА НА ДАННЫХ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОГО ПОЛЯ ЭЛЕКТРОДИНАМИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ АНТЕНН .....	31
3.1 Верификация проекционного метода.....	31
3.2 Ограничения структуры и числа выборок ближнего поля, обеспечивающих решение задачи восстановления электромагнитного поля антенны .....	44
3.3 Исследование эффективности решения обратной задачи излучения .....	53
3.4 Оценка влияния погрешности во входных данных на результаты реконструкции.....	56
4 МЕТОДИКА КОРРЕКЦИИ РЕЗУЛЬТАТОВ ИЗМЕРЕНИЯ ПОЛЯ АНТЕННЫ В БЛИЖНЕЙ ЗОНЕ .....	61
4.1 Математическая теория измерений ближнего поля.....	61
4.2 Методика коррекции результатов измерений поля исследуемой антенны в ближней зоне.....	62
4.3 Качественный и количественный анализ методических ошибок коррекции электромагнитного поля .....	65
4.4 Сравнительный анализ методик коррекции измерений ближнего поля .....	74

5 ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫЕ ИССЛЕДОВАНИЯ РЕКОНСТРУКЦИИ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОГО ПОЛЯ АНТЕНН И АНТЕННЫХ РЕШЕТОК НА ОСНОВЕ ИЗМЕРЕНИЙ В БЛИЖНЕЙ ЗОНЕ .....	80
5.1 Реконструкция электромагнитного поля широконаправленных рупорных антенн .....	80
5.2 Реконструкция электромагнитного поля микрополосковой антенной решетки в дальней зоне .....	85
5.3 Реконструкция электромагнитного поля узконаправленной антенны проекционным методом с алгоритмом, интегрированным в процесс измерений .....	92
5.4 Реконструкция электромагнитного поля волноводно-щелевой антенной решетки на заданном расстоянии от решетки .....	97
ЗАКЛЮЧЕНИЕ .....	101
СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ.....	102
ПРИЛОЖЕНИЕ А (ОБЯЗАТЕЛЬНОЕ) КОПИИ ДОКУМЕНТОВ.....	112

## ВВЕДЕНИЕ

В поэзии греметь хотите?  
По-свойски расправляйтесь с ней...  
*И.В. Гёте, "Фауст"*

### Актуальность темы

Современные измерительные комплексы, применяемые в области антенных измерений, позволяют определять и контролировать различные характеристики антенн, что способствует ускоренной разработке новых типов антенн, а также является неотъемлемой и критически важной частью их опытного и серийного производства. Наиболее широкий спектр определяемых характеристик излучения обеспечивают измерительно-вычислительные комплексы ближнего поля, основанные на получении информации об электромагнитном поле антенны в ближней зоне и ее последующем преобразовании в требуемые характеристики излучения. При этом от математической строгости формулировки задачи и обоснованности используемых методов зависит качество и достоверность определяемых характеристик.

По-прежнему остается актуальной задача сокращения времени проведения измерений, расширения функциональных возможностей существующих измерительно-вычислительных комплексов ближнего поля, а также повышения точности определения характеристик антенн. Решить эти задачи в рамках совершенствования классического метода модального разложения, основанного на разложении электромагнитного поля антенны по волновым функциям с коэффициентами, определяемыми из измерений ближнего поля с помощью преобразования Фурье, не представляется возможным из-за фундаментальных ограничений, а именно необходимости канонических поверхностей зондирования при извлечении информации ближнего поля, ограничений на сектор достоверного определения диаграммы направленности, а также асимптотической связи между коэффициентами разложения и электромагнитным полем антенны. Это исключает возможность повышения точностных характеристик метода, а также возможность его использования для ряда задач, существующих в области антенных измерений. Поэтому необходимы альтернативные подходы, в рамках которых альтернативные методы и алгоритмы преобразования позволят преодолеть ограничения существующих методов.

Цель работы – разработать метод и методику, обеспечивающие решение задачи определения распределения электромагнитного поля антенны по измерениям поля в ближней зоне.

Для достижения поставленной цели необходимо решить следующие задачи:

1. Разработать метод решения обратной задачи излучения.

2. Разработать и реализовать методы уменьшения вычислительных затрат на решение обратной задачи излучения.
3. Исследовать разработанный метод на предмет предельных ограничений при решении задачи определения пространственного распределения электромагнитного поля антенны.
4. Разработать методику коррекции измеренного электромагнитного поля антенны в ближней зоне, учитывающую искажение электромагнитного поля, обусловленное влиянием датчика поля.
5. Провести экспериментальное исследование разработанных метода и методики.

Объектом исследования являются антенные измерительные комплексы ближней зоны с планарной схемой сканирования, предметом исследования – численные методы решения обратной задачи излучения.

Научная новизна (оригинальные результаты в соответствии с паспортом специальности 2.2.14 Антенны, СВЧ-устройства и их технологии; п. 1 – решение внешних и внутренних дифракционных задач электродинамики для анализа и синтеза высокоэффективных антенн и микроволновых устройств, определения их предельно-достижимых характеристик, возможных путей построения):

1. Разработан метод решения обратной задачи излучения, обеспечивающий сходимость численного представления решения к точному решению, устойчивый к случайным погрешностям во входных данных.

2. Предложена методика коррекции измеренного распределения электромагнитного поля антенны в ближней зоне, отличающаяся использованием результатов электродинамического расчета калибровочной модели для компенсации влияния датчика поля.

3. Разработаны алгоритмы решения системы линейных алгебраических уравнений, обеспечивающие численное представление решения обратной задачи излучения и отличающиеся использованием проекций на гиперплоскости, образованные уравнениями системы.

Теоретическая значимость:

1. Продемонстрировано построение функционального базиса, обеспечивающего гладкость решения обратной задачи излучения, согласованную с функциональным пространством граничных значений решений уравнений Максвелла.

2. Для решения обратной задачи излучения разработаны и применены проекционные алгоритмы, основанные на процедуре Качмарца.

3. Доказано, что разработанный метод решения обратной задачи излучения обеспечивает сходимость решения как  $O(h^{3/2})$ .

4. Получена оценка оптимального уровня разбиения поверхности по критерию «точность-вычислительная сложность».

5. Статистически доказано, что разработанный метод решения обратной задачи излучения не имеет ограничений на структуру выборок электромагнитного поля в ближней зоне при их избыточности.

6. Определены соотношения, обеспечивающие оценку минимального числа выборок поля в ближней зоне антенны, обеспечивающих реконструкцию ее электромагнитного поля.

7. Показано, что методика коррекции, основанная на теории плоских волн, вносит методическую ошибку аддитивного характера.

#### Практическая значимость:

1. Разработанный метод и методика позволяет расширить возможности диагностики антенн, а также использовать эти данные для исследования взаимодействия электромагнитного поля антенны с прилежащими объектами, в т.ч. с обтекателями.

2. Разработанные проекционные алгоритмы могут применяться при решении задач обратного рассеяния и синтеза антенн и антенных решеток.

3. Выработаны практические рекомендации по выбору и построению калибровочных электродинамических моделей, необходимых для коррекции измерений электромагнитного поля антенн и антенных решеток в ближней зоне.

4. Разработанная методика коррекции измеренного электромагнитного поля антенны в ближней зоне может быть использована для устранения систематической ошибки системы датчиков поля.

Методология и методы исследования. При разработке методов использовались теория решения граничных задач электродинамики, теория операторов, теория проекторов. Для верификации, а также численного исследования разработанных алгоритмов применялись методы математической статистики и решения системы линейных алгебраических уравнений, а также современные системы электродинамического моделирования и численные методы электродинамики.

#### Положения, выносимые на защиту:

1. Проекционный метод решения обратной задачи излучения на основе информации о поле в ближней зоне антенны со случайной погрешностью не более минус 35 дБ обеспечивает восстановление электромагнитного поля на заданном расстоянии в передней полусфере эквивалентным уровнем помех не более минус 35 дБ.

2. Предложенная методика коррекции электромагнитного поля минимизирует систематическую погрешность измерений в ближней зоне, обусловленную влиянием датчика

поля, и позволяет получить данные ближнего поля антенны с погрешностью не более минус 40 дБ.

3. Разработанные алгоритмы последовательного и рандомизированного выбора проекции решения на гиперплоскости, реализованные в проекционном методе, позволяют уменьшить вычислительную сложность по памяти до  $O(N)$  по отношению к существующим, которые обеспечивают  $O(N^2)$ .

Достоверность результатов подтверждается качественным и количественным совпадением полученных результатов с результатами теоретических оценок, вычислительного эксперимента, а также результатами измерений.

#### Использование результатов исследования

Разработанные метод решения обратной задачи излучения и методика коррекции измерений ближнего поля антенны внедрены в автоматизированные измерительно-вычислительные комплексы ближнего поля АО "НИИЭП" и ООО НПК "ТЕСАРТ".

Публикации. Результаты исследования отражены в 9 публикациях, из которых 2 опубликованы в изданиях, рекомендованных перечнем ВАК, 4 входят в базу данных Scopus.

Апробация результатов. Результаты диссертационной работы представлялись и докладывались в материалах следующих симпозиумов и конференций:

1. International Forum on Strategic Technology (IFOST 2019), Tomsk, 2019.
2. Всероссийская науч.-техн. конференция, Наука. Промышленность. Оборона: Новосибирск, 20–22 апр. 2022 г.
3. IEEE 23 International Conference of Young Professionals in Electron Devices and Materials (EDM) to the 100<sup>th</sup> anniversary of the legendary NETI rector Georgy Lyshchinsky: proc., Erlagol, 30 June – 4 July 2022.
4. IEEE 24 International Conference of Young Professionals in Electron Devices and Materials (EDM): proc., Erlagol, 29 June – 3 July 2023.
5. Radiation and Scattering of Electromagnetic Waves (RSEMW-2023): proc., Divnomorskoe, 26-30 June 2023.

Личный вклад. Автору принадлежит ключевая роль в основных результатах работы. Все результаты, сформулированные в положениях, выносимых на защиту, и составляющие научную новизну работы, получены автором лично или при непосредственном его участии.

Благодарности. Автор глубоко благодарен научному руководителю Фатееву А.В., руководителю группы Ромодину В.Б., профессору Куксенко С.П. за полезное обсуждение результатов работы, и своим коллегам Шебалковой Л.В. и Герус Д.А. за предоставление возможности проведения экспериментов на автоматизированном комплексе контроля. Особую

благодарность автор выражает Кулику В.С. за предоставленные данные электродинамического моделирования антенн, а также помощь в проведении экспериментов.

Структура и объём диссертации. В состав диссертации входят введение, 5 разделов, заключение, список литературы из 118 источников и приложение. Объём диссертации с приложением составляет 113 с., в т.ч. 85 рис. и 2 табл.

# 1 МЕТОДЫ И ПОДХОДЫ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ПРОСТРАНСТВЕННОГО РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОГО ПОЛЯ АНТЕННОЙ РЕШЕТКИ: ОБЗОР

Поэзия – та же добыча радия.  
В грамм добыча, в год труды.  
Изводишь единого слова ради  
Тысячи тонн словесной руды.  
*В. Маяковский*

## 1.1 Подходы к измерению характеристик антенных систем

Проектирование антенных решеток и освоение их серийного производства делает необходимым решение задачи определения и контроля их характеристик [1], наиболее важной из которых является пространственное распределение электромагнитного поля. Классический подход, основанный на измерении поля в дальней зоне [2, 3], имеет ряд существенных недостатков, среди которых невозможность измерения антенных систем большого электрического размера, например, крупно апертурных антенных решеток. Одним из подходов, обеспечивающих решение этой задачи, является использование в качестве измерительной антенны, специально разработанных устройств – коллиматоров [4], формирующих в непосредственной близости от их апертуры квазиплоскую волну, имитирующую условия измерения в дальней зоне. Этого оказывается достаточным в тех приложениях, где информация о распределении поля в дальней зоне является исчерпывающей, например, в спутниковой связи. Однако существует ряд приложений, для которых критически важным является информация о распределении электромагнитного поля в диапазоне расстояний, лежащих в ближней и промежуточной зонах излучения антенны, которая не может быть получена ни одним из этих подходов.

Известен подход, основанный на измерении электромагнитного поля антенны в ближней зоне [5, 6, 7]. Для его реализации используются специальные комплексы (сканеры) [8], обеспечивающие перемещение измерительной антенны (датчик поля или зонд) вдоль некоторой поверхности, расположенной в непосредственной близости от исследуемой антенны, и регистрацию данных (рисунок 1.1). Так, перемещение измерительной антенны осуществляется по заданной траектории, по которой в фиксированных позициях регистрируются комплексные значения коэффициента передачи  $S_{21}$  [9], соответствующие излученному электромагнитному полю исследуемой антенны.

По измеренным данным (амплитудным и фазовым значениям), полученным при разной ориентации зонда ( $0^\circ$  и  $90^\circ$  вокруг своей оси), путем применения математических преобразований могут быть определены (восстановлены) различные характеристики антенны, в том числе распределение поля в дальней зоне [10]. При этом методы и алгоритмы, на которых основаны математические преобразования, имеют ключевое значение в этом подходе, т.к. они не только определяют вид траектории сканирования, число выборок, влияющие на конструкцию и специфику сканеров, но и тип, полноту и точность результирующих характеристик.

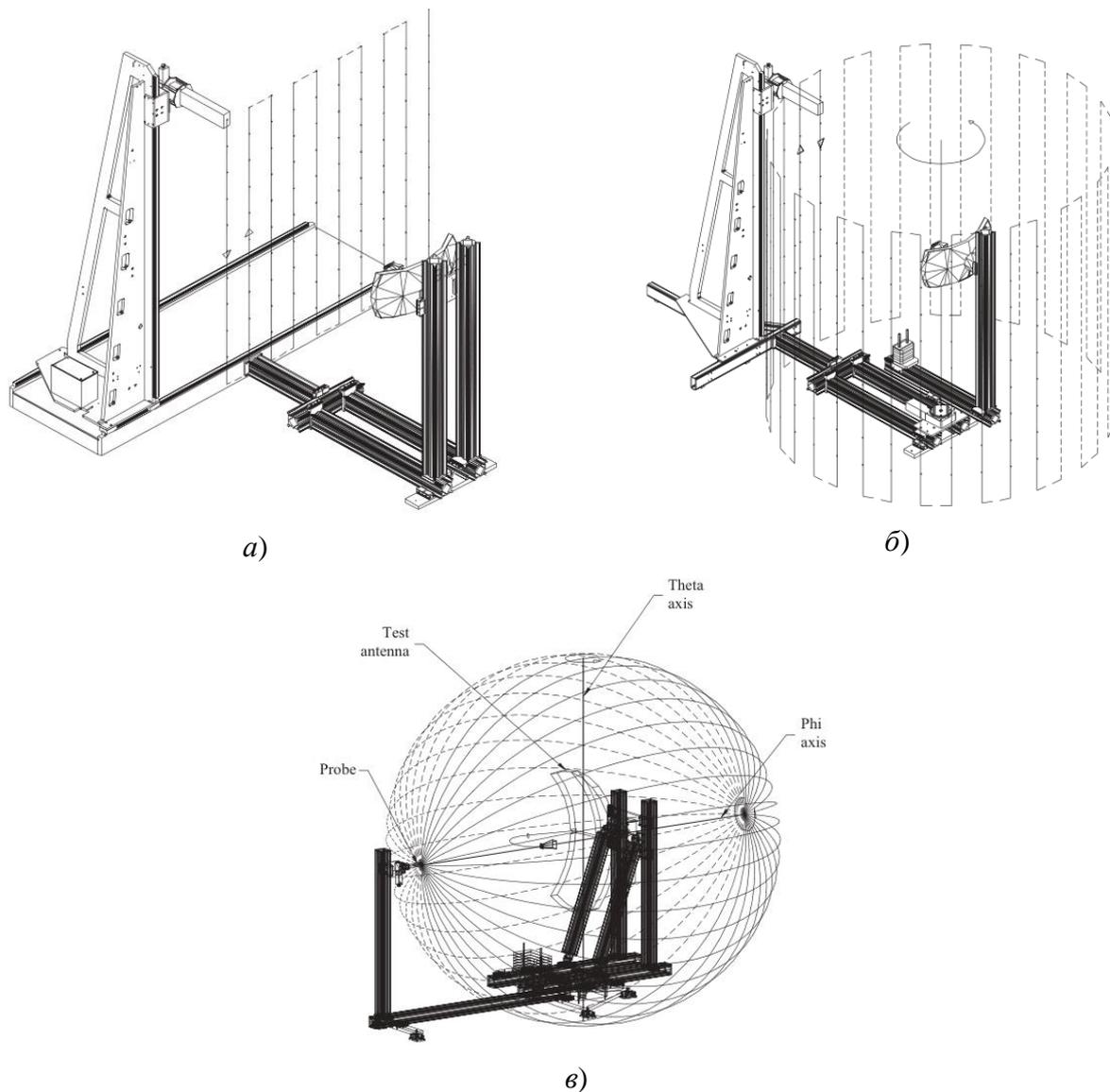


Рисунок 1.1 – Общие виды измерительных комплексов (сканеров) ближнего поля: планарного (а), цилиндрического (б) и сферического (в) типа [3].

## **1.2 Методы определения пространственного распределения поля антенной системы на основе измерений в ближней зоне**

Исторически первым и на данный момент наиболее распространенным методом, используемым в математических преобразованиях результатов измерений поля в ближней зоне антенны, является метод модального разложения [11–14]. Он основан на решении однородного волнового уравнения для вектора электрического (или магнитного) поля методом разделения переменных [15]. Благодаря этому излученное электромагнитное поле исследуемой антенной системы удастся представить в виде разложения в ряд по плоским, цилиндрическим или сферическим волновым функциям. Свойство ортогональности волновых функций на поверхностях, соответствующего типа (плоскость, цилиндр, сфера) позволяет по комплексным данным электромагнитного поля, измеренным на этих поверхностях, рассчитать неизвестные коэффициенты их разложения и тем самым восстановить распределение электромагнитного поля антенной системы в дальней зоне [16–18].

Основным преимуществом метода модального разложения, обусловившим его широкое распространение, является простота его формулировки и алгоритмической реализации, а также низкие вычислительные затраты (машинная память и время), необходимые для выполнения преобразований, особенно в случае использования разложения по плоским и цилиндрическим волновым функциям.

Основным недостатком преобразований, основанных на разложении в ряд по плоским волновым функциям, является ограниченный сектор восстановления поля, образованный краями апертуры исследуемой антенны и областью сканирования [9]. Использование цилиндрического или сферического разложения позволяет преодолеть указанный недостаток частично в первом и полностью во втором случае [19]. Однако это предполагает переход к более сложным поверхностям сканирования, что тем самым приводит к конструктивному усложнению и удорожанию измерительного комплекса. При этом переход от разложения по плоским волновым функциям к цилиндрическим и от цилиндрических к сферическим приводит к увеличению вычислительной сложности и числа измерений поля в ближней зоне [20], что неизбежно ведет к увеличению времени разработки и производства антенных решеток.

С учетом вышеизложенного, наиболее эффективным с точки зрения сбора и обработки данных ближнего поля, является разложение электромагнитного поля антенны по плоским волновым функциям. Тогда, распределение поля исследуемой антенны связано с тангенциальными компонентами ближнего поля двумерным дискретным преобразованием Фурье [21]. За долгие годы исследований данного метода удалось добиться его высокой

эффективности и приемлемой точности. Однако, присущие ему фундаментальные ограничения, такие как необходимость канонических поверхностей сканирования при извлечении информации ближнего поля, ограничение на сектор достоверного определения поля, наличие асимптотической связи между измеренным полем и расчетным, исключают возможность его использования для восстановления распределения поля на произвольном расстоянии от исследуемой антенны. Поэтому актуальным является поиск альтернативных методов, позволяющих преодолеть ограничения существующих.

Уже 40 лет известен метод, основанный на постановке и решении обратной задачи [22]. Так, для ряда научно-технических направлений разработаны методы, решающие конкретные прикладные задачи путем постановки и решения задачи по типу обратной [23]. Стоит отметить успех, достигнутый в рамках такого подхода в области компьютерной томографии [24], подповерхностного зондирования [25], реконструкции изображений [26] и др. [27, 28]. Однако в области антенных измерений подобный подход не нашел широкого применения [29]. Об этом свидетельствует незначительное число научных работ, опубликованных за последние десятилетия [30]. При этом рассмотрение задачи определения характеристик антенных систем как обратной в России сохраняется, однако исследователи настаивают на чрезмерной вычислительной сложности данного подхода [31,32], либо вовсе игнорируют его [33,34]. При этом в зарубежной практике этот подход лежит в основе целого класса методов, известных под общим названием: метод реконструкции источников (от англ. source reconstruction method, *SRM*) [35,36].

Метод *SRM* первоначально предложен для определения распределения электромагнитного поля антенны в дальней зоне (диаграммы направленности) [37] и основан на теореме эквивалентности [38,39], согласно которой излучение реального физического источника (антенны) определяется некоторым эквивалентным распределением электрической  $\mathbf{J}$  и магнитной  $\mathbf{M}$  плотности тока вдоль фиктивной поверхности, ограничивающей объем антенны. При этом сами плотности тока  $\mathbf{J}$  и  $\mathbf{M}$ , также именуемые эквивалентными источниками излучения, определяются на основе измерений напряженностей полей ( $\mathbf{E}$ ,  $\mathbf{H}$ ) в ближней зоне антенны путем решения интегральных уравнений [40, 41], что фактически представляет собой решение обратной задачи [42].

Известно достаточно много работ, где в качестве эквивалентных источников излучения рассматривается множество точечных дискретных источников, равномерно распределенных по двумерной плоской поверхности. При этом в некоторых из них авторы вводят допущения о материальных свойствах исследуемой антенны, что приводит к более простым (с точки зрения вычислительной сложности) формулировкам обратной задачи. Так, в работе [43]

предположение, что антенна представляет собой идеальный электрический проводник (от англ. perfect electrical conductor, PEC), приводит к формулировке обратной задачи только относительно электрических поверхностных токов, а предположение об антенне как об идеальном магнитном проводнике (от англ. perfect magnetic conductor, PMC), напротив, приводит к формулировке обратной задачи, только относительно магнитных поверхностных токов [44–47]. Данные частные формулировки обратной задачи позволяют эффективно определять поля, излучаемые различными типами антенн в области дальнего поля [48], однако полученные результаты в ряде случаев могут иметь довольно существенные отклонения относительно точного распределения поля. Известны несколько работ, в которых эквивалентные источники излучения описываются множеством электрических и магнитных малых диполей, ориентация и возбуждение которых также определяется из решения обратной задачи по известной информации ближнего поля [49–51]. В работе [52] предпринята попытка сформулировать и решить обратную задачу для частного случая определения распределения поля печатной антенны, в которой эквивалентные источники излучения определяются первыми членами мультипольного разложения, дающих точное представление диаграммы направленности. В работах [53–55] представлена формулировка обратной задачи относительно эквивалентных источников излучения, распределенных на трехмерной поверхности, окружающей фактический излучатель. Это позволило помимо решения задачи определения пространственного распределения поля осуществить диагностику антенны [56,57]. Однако результаты, продемонстрированные в [56], а именно неоднозначность решения обратной задачи свидетельствует о том, что метод не обеспечивает устранение некорректности второго рода (по Адамару) [58]. Помимо этого, из работы [59] следует, что этот метод крайне неустойчив к ошибкам во входных данных (полей в ближней зоне), что является крайне важным, поскольку реальные измерения неизбежно сопровождаются погрешностями. Указанные проблемы не являются уникальными, а наоборот являются характерными особенностями обратных задач [60]. Для их устранения разработаны специальные подходы, которые оказались недостаточно эффективным для устранения некорректности (по Адамару). Значительного прорыва в этом направлении удалость добиться с помощью регуляризирующих алгоритмов, основанных на минимизации тихоновского функционала [61, 62]. Недавно они также были применены в области антенных измерений [63,64] и были использованы для характеристики излучения печатных плат и электронных устройств [65].

За последние 30 лет в теории решения обратных задач сформировалось направление, в рамках которого для устранения некорректности наряду с основным уравнением вводится дополнительная информация о решении, представленная в виде некоторых соотношений или

ограничений, содержащих важные данные рассматриваемой задачи [66]. Включение подобной информации в структуру метода играет важную роль в случае, когда решение не является уникальным, поскольку позволяет выбрать решение, соответствующее действительности, и, в ряде случаев, способствует повышению точности решения.

### **1.3 Методики коррекции измеренного электромагнитного поля**

Требование точности результатов преобразования измеренного электромагнитного поля антенны в распределение поля накладывают соответствующие требования на результаты измерений ближнего поля, которые на практике осуществляются с помощью специальных измерительных датчиков поля (далее по тексту – зондов) [67]. В идеальном случае напряжение, фиксируемое зондом, должно быть связано только со значением одной компоненты поля в одной пространственной точке, однако на практике из-за конечных размеров зонда измеренное напряжение пропорционально средневзвешенному значению поля, падающего на его чувствительные части, что в конечном итоге приводит к значительному искажению измеряемого поля. В результате искажение имеет систематический характер.

Стоит отметить, что искажение поля можно уменьшить, используя зонд с диаграммой направленности линейно поляризованного бесконечно малого токового элемента (диполь Герца). Использование такого зонда, с низким коэффициентом направленного действия, значительно увеличивает влияние пространственных помех, обусловленных рассеянными полями от соседних объектов (кабели, держатели, конструкция измерительного стенда и др.). Это в конечном счете приводит лишь к увеличению общей погрешности измерения [68].

Исключить влияние зонда без увеличения чувствительности к пространственным помехам можно с помощью специальных методов и алгоритмов коррекции. Первые работы основывались на теореме взаимности и осуществляли коррекцию поля на основе направленных свойств зонда [69, 70]. В ряде других работ коррекция проводилась путем введения в интегральное уравнение коэффициента, соответствующего диаграмме направленности зонда в направлении элементарного эквивалентного источника [71, 72]. Оба метода используют информацию о характеристике дальнего поля зонда, являются достаточно общими, что позволяет производить коррекцию поля для широкой номенклатуры зондов. Кроме того, они одинаково применимы ко всем видам поверхностей измерения. Однако эти методы не учитывают того факта, что зонд не измеряет поле в одной точке, а фактически измеряет средневзвешенное значение полей в его окрестности, а затем преобразует в значения напряжения (мощности), фиксируемые векторными анализаторами цепей (измеритель мощности) [69]. Учет этого эффекта был реализован в последующих работах посредством

введения в интегральное уравнение коэффициента, соответствующего мультипольному разложению [73,74], и его решению относительно данных, полученных в результате измерений (т.е.  $S_{21}$ ). Такой подход известен как метод быстрых мультиполей (от англ. fast multipole method, FMM) [75,76]. Он применим лишь для измерений на сферических поверхностях, а также имеет ограничения на тип применяемых зондов (зонды первого порядка). Последнее ограничение является критическим, т. к. большинство измерений в ближней зоне антенны производится с помощью открытого конца волновода, который в свою очередь лишь частично попадает под требуемую категорию зондов первого порядка. Помимо этого, данный подход является чисто аналитическим и не учитывает специфику реальных измерений (различного рода переотражения), а также физические особенности используемого зонда (неоднородности, дефекты и т.д.).

Известна коррекция, основанная на разности положения/сигнала, которая требует сканирования поля в ближней зоне в двух параллельных плоскостях, что удваивает время измерений [77]. В этом отношении более перспективным (требует только одного сканирования) является метод, основанный на теории плоских волн [78]. Метод преобразует измеренное поле в реальное электромагнитное поле исследуемой антенны с помощью весовой функции, соответствующей спектру плоских волн зонда (далее – спектральный отклик), для определения которой на сегодняшний день либо используются аналитические уравнения связи между приемной характеристикой зонда и его диаграммой направленности [5], либо результаты измерений некоторой эталонной антенны с априорно известным распределением электромагнитного поля [79]. Таким образом, конструктивные особенности и физические свойства зонда, влияющие на измерение, учтены в отклике и, следовательно, устраняются при коррекции. Поскольку спектральный отклик зонда определяется из измерений, сопровождающихся случайной погрешностью [68], результаты коррекции будут неточными. Стоит отметить, что дополнительным источником погрешностей могут служить многократные переротражения между антенной и зондом при калибровке и измерениях. При этом основным недостатком экспериментальной коррекции является необходимость наличия поверенного эталона с достоверной информацией о распределении поля в ближней зоне.

#### 1.4 Постановка задач исследования

Учитывая однозначную связь между распределением поверхностной плотности электрических  $\mathbf{J}$  и магнитных токов  $\mathbf{M}$  с электромагнитным полем в любой точке пространства свободного от источников [41], решение задачи определения распределения электромагнитного поля антенны в заданном диапазоне расстояний по измерениям поля в ближней зоне возможно

путем реконструкции распределения поверхностного тока, т. е. решения обратной задачи излучения, которая обобщенно формализуется в виде операторного уравнения 1-го рода с заданной правой частью

$$Ax = y, \quad (1.1)$$

где  $y$  – электромагнитное поле антенны в ближней зоне,  $x$  – искомая дифференциальная характеристика антенны, а  $A$  – обобщенный линейный интегро-дифференциальный оператор, отображающий пространство решений  $X$  в пространство электромагнитных полей  $Y$ , т.е.  $A: X \rightarrow Y$ .

Обзор литературных источников показал, что существующие методы реконструкции источников излучения не обеспечивают корректного (по Адамару) решения обратной задачи излучения. Поэтому актуальна разработка метода, обеспечивающего единственность и устойчивость решения, которая может быть достигнута путем введения априорной информации о решении и использования соответствующего математического аппарата (теории решения некорректных задач).

Цель работы – разработать метод и методику, обеспечивающие решение задачи определения распределения электромагнитного поля антенны по измерениям поля в ближней зоне.

Для достижения поставленной цели необходимо решить следующие задачи:

1. Разработать метод решения обратной задачи излучения.
2. Разработать и реализовать методы уменьшения вычислительных затрат на решение обратной задачи излучения.
3. Исследовать разработанный метод на предмет предельных ограничений при решении задачи определения распределения электромагнитного поля антенны.
4. Разработать методику коррекции измеренного электромагнитного поля антенны в ближней зоне, учитывающую искажение электромагнитного поля, обусловленное влиянием датчика поля.
5. Провести экспериментальное исследование разработанных метода и методики.

## 2 ПРОЕКЦИОННЫЙ МЕТОД РЕШЕНИЯ ОБРАТНОЙ ЗАДАЧИ ИЗЛУЧЕНИЯ

Мы приходим к познанию мира  
через бесконечный ряд  
последовательных приближений.

*Дж. А. Келли*

### 2.1 Постановка обратной задачи излучения для измерительных комплексов ближнего поля

Рассмотрим полную обратную задачу излучения (1.1) в виде интегрального уравнения первого рода с заданной правой частью

$$\mathcal{K}\mathbf{X} + \mathcal{L}\mathbf{J} = \mathbf{E}, \quad (2.1)$$

где  $\mathcal{K}\mathbf{X} = \frac{1}{4\pi} \int_{S_{AUT}} \nabla G(\mathbf{r}, \mathbf{r}') \times \mathbf{X}(\mathbf{r}) ds$  – магнитный интегральный оператор,

$$\mathcal{L}\mathbf{X} = \eta_0 \oint_{S_{AUT}} \left\{ j\omega\mu G(\mathbf{r}, \mathbf{r}') - \frac{j}{\omega\epsilon} (\nabla) \nabla G(\mathbf{r}, \mathbf{r}') \right\} \mathbf{X}(\mathbf{r}) ds$$
 – электрический интегральный оператор,

$S_{AUT}$  – поверхность, ограничивающая объем антенны,  $G(\mathbf{r}, \mathbf{r}')$  – функция Грина свободного пространства,  $\eta_0$  – волновое сопротивление свободного пространства.

Фактически электромагнитное поле  $\mathbf{E}$ , соответствующее правой части уравнения (2.1), определяется измерительной системой в конечном числе точек заданной поверхности измерения  $\mathbf{r}_i \in S_{meas}$ ,  $i = 1, 2, \dots, m$  (рисунок 2.1).

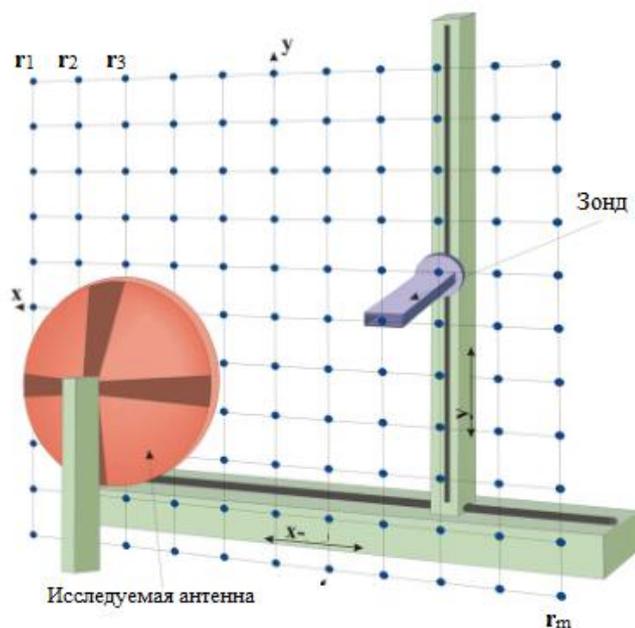


Рисунок 2.1 – Общая схема измерений электромагнитного поля антенны в ближней зоне

Поскольку результатом измерения являются амплитудное и фазовое значения, фиксируемые с помощью зонда, процесс измерения с математической точки зрения можно рассматривать в виде линейного функционала  $f: X \rightarrow \mathbb{C}$ , который, в свою очередь, согласно теореме Рисса о представлении [80], может быть представлен скалярным произведением с некоторым элементом дуального функционального пространства  $w_p(\mathbf{r}) \in X^*$ , т.е.

$$f(\mathbf{E}) = \langle w_p(\mathbf{r}), \mathbf{E}(\mathbf{r}) \rangle = \iint_{S_p} w_p(\mathbf{r}) \mathbf{E}(\mathbf{r}) ds, \quad (2.2)$$

где  $S_p$  – поверхность, ограничивающая объем зонда.

Тогда, правая часть операторного уравнения представляет собой вектор комплексных значений  $\mathbf{b} \in \mathbb{C}^m$ , измеренных в точках  $\{\mathbf{r}_1, \dots, \mathbf{r}_m\}$ , и соответствует воздействию  $m$ -линейных функционалов (2.2) в заданных точках пространства. Пусть комплексное значение  $b_i$ , фиксируемое зондом, связано со значением одиночной составляющей поля  $E_x$  (или  $E_y$ ) только в соответствующей пространственной точке  $\mathbf{r}_i$ . Тогда очевидно, что  $w_p(\mathbf{r})$  представляет собой двумерную дельта функцию  $\delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}_i) \mathbf{a}$ , где  $\mathbf{a}$  – единичный направляющий вектор, соответствующий  $x$  (или  $y$ ) компоненте поля, с учетом свойств которой обратная задача излучения (2.1) формулируется в вариационной постановке, т.е. для измеренного электромагнитного поля  $\mathbf{E}$ , формируемого исследуемой антенной в ближней зоне, осуществляется выборка  $\mathbf{b} = \{\langle \mathbf{E}, \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}_1) \mathbf{x} \rangle, \langle \mathbf{E}, \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}_1) \mathbf{y} \rangle, \dots, \langle \mathbf{E}, \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}_m) \mathbf{y} \rangle\}$  и требуется найти  $\mathbf{J}, \mathbf{M}$ , удовлетворяющие системе уравнений вида

$$\begin{cases} \langle \mathcal{L}(\mathbf{J}, \mathbf{r}), \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}_i) \mathbf{x} \rangle + \langle \mathcal{K}(\mathbf{M}, \mathbf{r}), \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}_i) \mathbf{x} \rangle = \langle \mathbf{E}, \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}_i) \mathbf{x} \rangle \\ \langle \mathcal{L}(\mathbf{J}, \mathbf{r}), \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}_i) \mathbf{y} \rangle + \langle \mathcal{K}(\mathbf{M}, \mathbf{r}), \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}_i) \mathbf{y} \rangle = \langle \mathbf{E}, \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}_i) \mathbf{y} \rangle \end{cases} \quad \text{для всех } i = 1, \dots, m. \quad (2.3)$$

## 2.2 Алгебраизация обратной задачи излучения

С целью устранения некорректности второго рода (по Адамару) введем априорную информацию о свойствах поверхностных токов, с учетом которой определим наиболее подходящее дискретное представление решения. Учитывая, что поверхностные токи могут быть представлены в виде [1]

$$\mathbf{J} = -\mathbf{n} \times \mathbf{H}, \quad (2.4)$$

$$\mathbf{M} = \mathbf{n} \times \mathbf{E}, \quad (2.5)$$

где  $\mathbf{n}$  – внешняя нормаль к поверхности  $S_{AUT}$ , решение обратной задачи описывается граничными значениями функциональных пространств полей  $\mathbf{E}$  и  $\mathbf{H}$ , которые, как известно, удовлетворяют теореме Пойтинга в любой ограниченной области, и, соответственно, должны

быть квадратично интегрируемыми функциями  $\mathbf{E}, \mathbf{H} \in \mathbf{L}^2(\Omega)$  над любой ограниченной областью  $\Omega \subset \mathbb{R}^3$ . В свою очередь, для удовлетворения уравнениям Максвелла роторы  $\nabla \times \mathbf{E}$  и дивергенции полей  $\nabla \cdot \mathbf{E}$  (аналогично для  $\mathbf{H}$ ) также должны быть квадратично интегрируемы, тогда электромагнитные поля принадлежат функциональному пространству

$$H^s(\text{curl}, \text{div}, \Omega) := \left\{ \mathbf{u} \in \mathbf{L}^2(\Omega) \mid \nabla \times \mathbf{u} \in \mathbf{L}^2(\Omega), \nabla \cdot \mathbf{u} \in \mathbf{L}^2(\Omega) \right\}. \quad (2.6)$$

Поскольку источники излучения  $\mathbf{J}, \mathbf{M}$  локализованы в некоторой области пространства  $D \subset \mathbb{R}^3$ , то в  $\mathbb{R}^3 \setminus D$  электромагнитные поля удовлетворяют однородным уравнениям Гельмгольца и, следовательно, бездивергентны. Тогда электромагнитные поля в  $\mathbb{R}^3 \setminus D$  принадлежат функциональному пространству вида

$$H^s(\text{curl}, \Omega) := \left\{ \mathbf{u} \in \mathbf{L}^2(\Omega) \mid \nabla \times \mathbf{u} \in \mathbf{L}^2(\Omega) \right\}. \quad (2.7)$$

Известно, что если  $\mathbf{v} \in \mathbf{H}^s(\text{curl}, \Omega)$ , тогда по теореме следа  $\mathbf{n} \times \mathbf{v} \in H^{-1/2}(S)$  [81]. Так как (2.4) и (2.5) являются граничными значениями решений уравнений Максвелла, верно следующее

$$\nabla^t \cdot \mathbf{n} \times \mathbf{E} = -\mathbf{n} \cdot \nabla \times \mathbf{E} = -ik\eta_0 \mathbf{n} \cdot \mathbf{H}, \quad (2.8)$$

$$\nabla^t \cdot \mathbf{n} \times \mathbf{H} = -\mathbf{n} \cdot \nabla \times \mathbf{H} = \frac{jk}{\eta_0} \mathbf{n} \cdot \mathbf{E}, \quad (2.9)$$

где  $\nabla^t$  – тангенциальный набла-оператор.

Поскольку все компоненты полей  $\mathbf{E}$  и  $\mathbf{H}$  лежат в пространстве  $H^{-1/2}(S)$ , то из (2.8) и (2.9) следует, что тангенциальные дивергенции касательных компонент  $\nabla^t \cdot \mathbf{n} \times \mathbf{E}$  также находятся в этом пространстве, т.е. тангенциальное дифференцирование не снижает порядка гладкости касательных компонент, поэтому функциональным пространством решений является пространство функций, согласующихся с дивергенцией на поверхности  $S$ , т.е.

$$H_{\text{div}}^{-1/2}(S) = \left\{ \mathbf{J} \mid \hat{\mathbf{n}} \cdot \mathbf{J} = 0, \mathbf{J} \in H^{-1/2}(S), \nabla^t \cdot \mathbf{J} \in H^{-1/2}(S) \right\}. \quad (2.10)$$

Поскольку  $H_{\text{div}}^{-1/2}(S)$  – бесконечномерное функциональное пространство, а конструктивное решение вариационной задачи (2.3) может быть получено только для некоторого конечномерного представления  $\mathbf{J}_n, \mathbf{M}_n$ , то необходимо, чтобы разрабатываемый метод обеспечивал сходимость  $\mathbf{J}_n, \mathbf{M}_n$  к точному решению, т.е.

$$\min_{\mathbf{u}_n \in X_n} \|\mathbf{u} - \mathbf{u}_n\|_{H_{\text{div}}^{-1/2}(S)} \rightarrow 0, \text{ при } n \rightarrow \infty, \quad (2.11)$$

где  $\mathbf{u}$  – соответствует электрическому  $\mathbf{J}$  или магнитному току  $\mathbf{M}$ .

Согласно лемме Цea [82], нижняя граница ошибки достигается проекцией точного решения  $\mathbf{J}, \mathbf{M}$  на конечномерное подпространство  $X_n \subset H_{div}^{-1/2}(S)$ , которая, в свою очередь, ограничивается интерполяционной ошибкой вида

$$\inf_{\mathbf{J}_n \in X_n} \|\mathbf{J} - \mathbf{J}_n\|_{H_{div}^{-1/2}(S)} \leq \|\mathbf{J} - E_h \mathbf{J}\|_{H_{div}^{-1/2}(S)} = O(h), \quad (2.12)$$

где  $E_h$  – интерполяционный оператор,  $h$  – максимальный линейный размер локальной области интерполяции. Следовательно, сходимость может быть обеспечена, если конечномерное представление является решением интерполяционной задачи. Поэтому для явного определения  $\mathbf{J}_n, \mathbf{M}_n$  рассмотрим интерполяцию функции  $\mathbf{x}$  из пространства решений  $H_{div}^{-1/2}(S)$  на заданном регулярном треугольном разбиении  $\{\mathcal{T}_h\}$  поверхности  $S$  (рисунок 2.2).

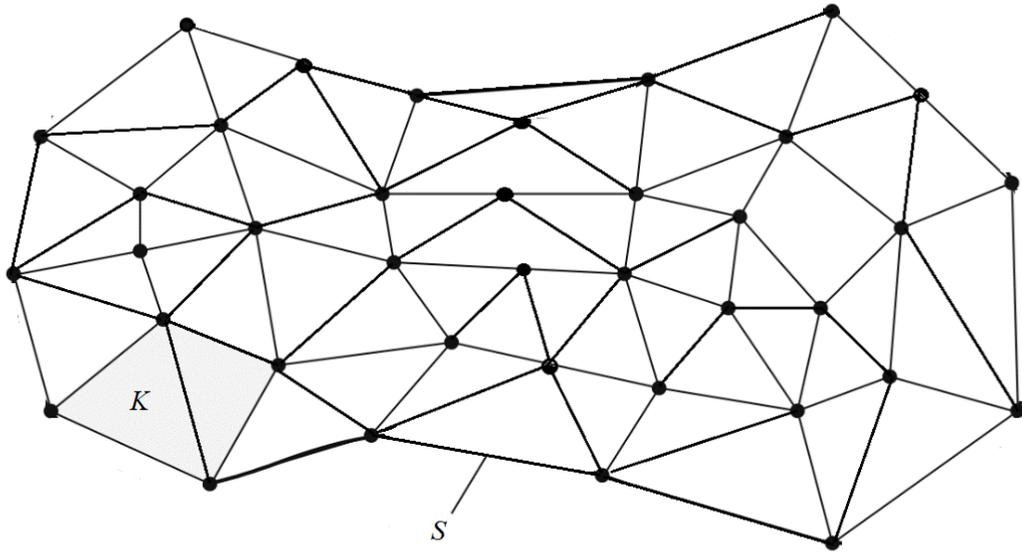


Рисунок 2.2 – Треугольное разбиение  $\mathcal{T}_h$  поверхности  $S$

Введем на элементе  $K$  разбиения  $\mathcal{T}_h$  локальную интерполяцию через множество значений линейных функционалов  $\Sigma_K = \{N_1^K, N_2^K, \dots, N_k^K\}$ , именуемых нодальным базисом (от англ. nodal basis). Учитывая, что интерполируемая функция  $\mathbf{u}$  принадлежит  $H_{div}^{-1/2}(S)$ , базис  $\Sigma_K$  должен быть определен так, чтобы значения функционалов  $N_i^K, i = 1, \dots, k$ , определенные на элементе  $K$ , однозначно определяли не только функцию  $\mathbf{u}$ , но и ее дивергенцию. Обратимся к определению дивергенции, из которого с учетом обозначений (рисунок 2.3) следует, что полная дивергенция на элементе  $K$  однозначно определяется суммой линейных интегралов нормальной составляющей функции  $\mathbf{u}$  по всем ребрам элемента  $K$ , т.е.

$$\operatorname{div} \mathbf{u} = \frac{1}{\operatorname{area}_K} \left( \int_{h_1} \mathbf{u} \cdot \mathbf{n}_1 dl + \int_{h_2} \mathbf{u} \cdot \mathbf{n}_2 dl + \int_{h_3} \mathbf{u} \cdot \mathbf{n}_3 dl \right), \quad (2.13)$$

где  $\mathbf{n}_i$  – внешняя нормаль к ребру длиной  $h_i$  ( $i=1, 2, 3$ ),  $\operatorname{area}_K$  - площадь треугольника  $K$ .

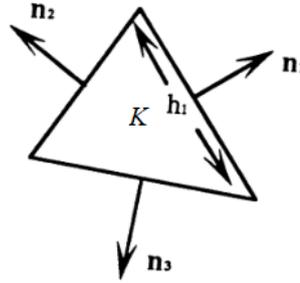


Рисунок 2.3 – К описанию дивергенции на треугольном элементе  $K$

Тогда из (2.13) имеем явное определение функционалов нодального базиса  $\sum_K$  как

$$N_i^K : \mathbf{u} \rightarrow \int_{h_i} \mathbf{u} \cdot \mathbf{n}_i dl. \quad (2.14)$$

Пусть на элементе разбиения  $K$  функция определена с помощью (2.14) через нодальный базис  $\sum_K$ . Тогда неразрешимость/единственность требует, чтобы размерность ассоциированной системы Рисса  $\{\varphi_i\}_{1 \leq i \leq n_K}$ , аппроксимирующая функцию на  $K$  в виде

$$\mathbf{J}(\mathbf{r}) = \sum_{j=1}^{n_K} N_j(\mathbf{J}) \varphi_j(\mathbf{r}) \quad \mathbf{r} \in K, \quad (2.15)$$

соответствовала размерности нодального базиса, т.е.  $n_K = 3$  и при этом  $N_i^K$  и  $\varphi_i$  были связаны соотношением

$$N_i^K(\varphi_j) = \delta_{ij}. \quad (2.16)$$

Воспользуемся (2.14) и (2.16) для построения базиса  $\{\varphi_i\}_{1 \leq i \leq 3}$ , аппроксимирующего решение на элементе  $K$ . Тогда, обозначая вершину противоположную ребру  $h_i$ , за  $v_i$ , каждая ассоциированная базисная функция  $\varphi_i(\mathbf{r}), 1 \leq i \leq 3$  удовлетворяет

$$\int_{h_i} \varphi_i \cdot \mathbf{n}_j dl = \delta_{i,j}. \quad (2.17)$$

Из (2.17) следует, что функция  $\mathbf{u}$  на элементе разбиения  $K$  может быть аппроксимирована полиномами первого порядка

$$\varphi_i(\mathbf{r}) = (\mathbf{r} - \mathbf{r}_{v_i}), \quad (2.18)$$

где  $\mathbf{r}_{v_i}$  - радиус вектор до вершины  $v_i$ , а  $\mathbf{r}$  - радиус вектор до точки, принадлежащей элементу  $K$ .

Для того, чтобы функции вида (2.18) должным образом аппроксимировали решение на всей поверхности  $S$ , необходимо восстановить непрерывность исходного функционального пространства решений  $H_{div}^{-1/2}(S)$ . Следовательно, функции  $\varphi_1(\mathbf{r})$  и  $\varphi_2(\mathbf{r})$ , определенные через вершины  $\mathbf{r}_{v+}$  и  $\mathbf{r}_{v-}$ , противоположные общему ребру  $h$  двух треугольников  $K^+$ ,  $K^-$ , должны быть непрерывны через  $h$ , т.е

$$\varphi_1(\mathbf{r}) \cdot \mathbf{n}_1 = \varphi_2(\mathbf{r}) \cdot \mathbf{n}_2, \quad (2.19)$$

где  $\mathbf{n}_1$  и  $\mathbf{n}_2$  – внешние нормали к ребру  $h$  относительно треугольников  $K^+$  и  $K^-$  соответственно. Выполнение (2.19) на каждой паре треугольников разбиения  $T_h$  можно добиться, обеспечив выравнивание максимального значения (2.18) и его взвешивание в соответствии с длиной ребра  $h$ .

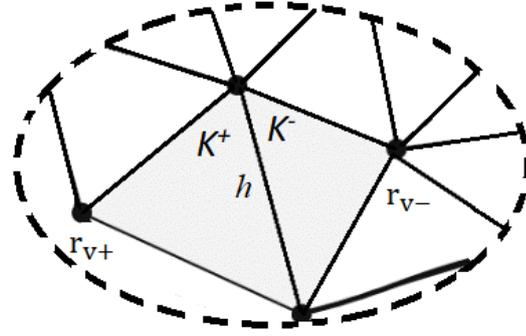


Рисунок 2.4 – Часть поверхности разбиения  $T_h$

Тогда, учитывая что  $\mathbf{n}_1 = -\mathbf{n}_2$  функция  $\psi_n^S(\mathbf{r})$ , построенная на основе полиномов первого порядка и обладающая непрерывной касательной дивергенции  $\psi_n^S(\mathbf{r}) \in H_{div}^{-1/2}(S)$  задается как

$$\psi_n^S(\mathbf{r}) = \begin{cases} \frac{h_k}{area_{K_n^+}} (\mathbf{r} - \mathbf{r}_{v+}), & \mathbf{r} \in K_n^+ \\ \frac{h_k}{area_{K_n^-}} (\mathbf{r}_{v-} - \mathbf{r}), & \mathbf{r} \in K_n^- \\ 0, & \mathbf{r} \notin K_n^- \wedge \mathbf{r} \notin K_n^+ \end{cases} \quad (2.20)$$

Таким образом функции вида (2.20) имеют тот же порядок гладкости, что  $H_{div}^{-1/2}(S)$ , и, следовательно, их можно использовать для аппроксимации решения со слабой сходимостью (2.11), которая реализуется за счет учащения сетки, т. е. при  $h \rightarrow 0$ . При этом разложение  $\mathbf{J}, \mathbf{M}$  в ряд базисных функций (2.15) сводит вариационную формулировку задачи (2.3) к системе линейных алгебраических уравнений с неизвестными коэффициентами  $\alpha_n$  и  $\beta_n$ , соответствующих значениям функционалов (2.14), задающих дискретное представление искомого решения обратной задачи [83].

$$\begin{cases} \sum_{n=1}^N \alpha_n Z_{1n}^{elc} + \sum_{n=1}^N \beta_n Z_{1n}^{mag} = b_1 \\ \vdots \\ \sum_{n=1}^N \alpha_n Z_{in}^{elc} + \sum_{n=1}^N \beta_n Z_{in}^{mag} = b_i, \\ \vdots \\ \sum_{n=1}^N \alpha_n Z_{mn}^{elc} + \sum_{n=1}^N \beta_n Z_{mn}^{mag} = b_m \end{cases} \quad (2.21)$$

где  $Z_{in}^{elc} = \langle \mathcal{L}[\boldsymbol{\Psi}_n], \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}_i) \rangle$ ,  $Z_{in}^{mag} = \langle \mathcal{K}[\boldsymbol{\Psi}_n], \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}_i) \rangle$  и  $b_i = \langle \mathbf{E}, \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}_i) \rangle$ .

### 2.3 Проекционный алгоритм решения обратной задачи излучения

Размерность системы линейных алгебраических уравнений (СЛАУ), соответствующая дискретной вариационной задаче (2.21), зависит как от количества доступной информации  $m$ , так и от размеров излучающей поверхности  $S_{AUT}$ . Так по существующим критериям выборки ближнего поля [9], размерность вектора входных данных  $m = \dim(\mathbf{b})$  может оцениваться величиной в  $10^4$ – $10^6$ , а учитывая, что разрабатываемый метод в том числе должен решать задачу восстановления электромагнитного поля антенных решеток, которые в большинстве случаев обладают большими электрическими размерами, то размерность функционального базиса  $n = \dim(\{\boldsymbol{\Psi}\})$  может значительно превышать размерность вектора входных данных, т.е.  $n \gg m$ . В этом случае классические матричные методы решения СЛАУ, такие как метод Гаусса и метод разложения по сингулярным числам неприемлемы, поскольку их вычислительная сложность по времени имеет кубическую зависимость  $O(N^3)$ , где  $N = \max[m, n]$ , а объем необходимой оперативной памяти оценивается как  $O(N^2)$ , что на практике не всегда доступно даже на высокопроизводительном вычислительном оборудовании. Следовательно, возможность внедрения и успешного применения разрабатываемого метода в существующие измерительно-вычислительные комплексы ближнего поля напрямую зависит от эффективности численных алгоритмов решения СЛАУ.

Рассмотрим систему (2.21) в матрично-векторной формулировке

$$\mathbf{Ax} = \mathbf{y}, \quad (2.22)$$

где вектор  $\mathbf{y} = \mathbf{b}$  является дискретизированной версией распределения поля на заданной измерительной поверхности, вектор  $\mathbf{x}$  является дискретным представлением неизвестного электрического и магнитного токов, а матрица  $\mathbf{A}$  – комплекснозначной плотной матрицей.

С геометрической точки зрения отдельное уравнение системы (2.22) определяет гиперплоскость в  $\mathbb{C}^n$

$$H_i = \{\mathbf{x} = (x_1, \dots, x_n) \mid \sum_{j=1}^n x_j a_{ij} = y_i, \quad (i = 1, 2, \dots, m)\}. \quad (2.23)$$

При этом решение системы (2.22) можно рассматривать как точку, которая является точкой пересечения всех гиперплоскостей  $\mathbf{x} \in H_1 \cap H_2 \cap \dots \cap H_m$ . Она может быть определена путем последовательного проецирования некоторого начального приближения  $\mathbf{x}^0$  на каждую гиперплоскость  $H_i$  (рисунок 2.5). Соответствующая процедура впервые была предложена Качмарцем для решения переопределенных СЛАУ с действительными коэффициентами [84]. Впоследствии эта идея нашла широкое применение в задачах компьютерной томографии [85], реконструкции изображений [86, 87], а также области машинного обучения [88].

Для решения обратной задачи излучения процедура Качмарца не применялась по двум причинам. Во-первых, искомые дискретные представления решения  $\mathbf{x}$ , а также измеряемые значения поля в ближней зоне  $\mathbf{b}$  описываются комплексными величинами, ввиду чего определение проекции в  $\mathbb{C}^n$  будет отличным от ее классического определения в  $\mathbb{R}^n$ . Во-вторых, поскольку дискретное представление решения  $\mathbf{x}$  не может точно воспроизвести все возможные поля, т.е.  $\mathcal{L}(X_n) \subset \mathcal{L}(H_{div}^{-1/2}(S))$ , вектор входных данных может не принадлежать области значений матрицы  $\mathbf{A}$ . Тогда классическая процедура Качмарца вместо асимптотической сходимости (рисунок 2.5) демонстрирует циклическую сходимость (рисунок 2.6), тем самым порождая бесконечное число решений.

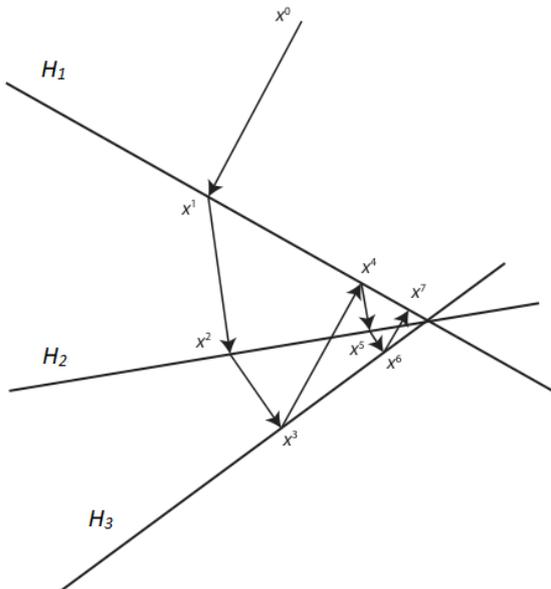


Рисунок 2.5 – Визуализация процедуры Качмарца для разрешимой СЛАУ

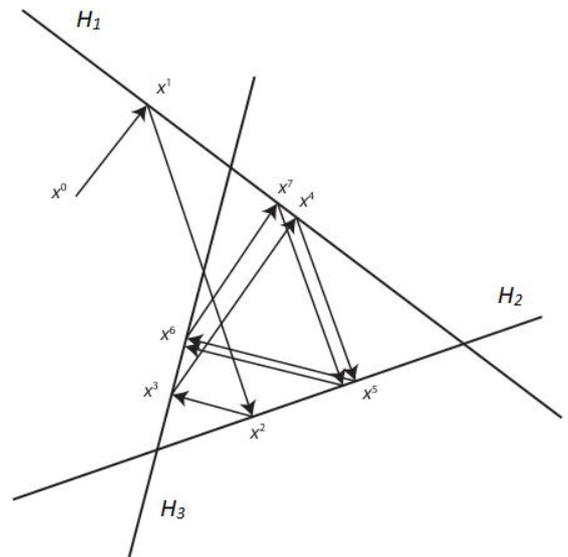


Рисунок 2.6 – Визуализация процедуры Качмарца для неразрешимой СЛАУ

Поскольку процедура Качмарца алгоритмически проста и вычислительно эффективна, что позволяет решать СЛАУ с большим числом неизвестных, целесообразно адаптировать идеи, лежащие в ее основе, под особенности решаемой обратной задачи излучения. Для начала заметим, что искомые комплексные коэффициенты  $x_j$ , задающие конечномерное представление решения в функциональном базисе  $\{\psi_n^S\}$ , соответствуют значениям ассоциированной системы Рисса (2.16) и являются функционалами, которые, как известно, принадлежат дуальному пространству. Тогда точка  $\mathbf{x}$ , соответствующая решению СЛАУ (2.22), лежит в сопряженном пространстве комплексных векторов  $\bar{\mathbb{C}}^n$ . Поэтому проекцию  $k$ -го приближения решения  $\text{Pr}_{H_i}(\mathbf{x}^k)$  на  $i$ -ю гиперплоскость (2.23) следует осуществлять в направлении, соответствующему комплексносопряженному вектору  $\bar{\mathbf{a}}_i = (\bar{a}_{i,1}, \dots, \bar{a}_{i,n})$ , т.е.

$$\text{Pr}_{H_i}(\mathbf{x}^k) = \mathbf{x}^k - \frac{\langle \mathbf{x}^k, \bar{\mathbf{a}}_i \rangle_{\mathbb{C}^n} - y_i}{\langle \bar{\mathbf{a}}_i, \bar{\mathbf{a}}_i \rangle_{\mathbb{C}^n}} \bar{\mathbf{a}}_i. \quad (2.24)$$

На основе вышеизложенного сформулируем проекционный алгоритм решения СЛАУ с комплексными коэффициентами [83, 89] в следующем виде

---

**Алгоритм 2.1 – Проекционный алгоритм решения СЛАУ с комплексными коэффициентами**

---

1. Выбрать начальное приближение решения  $\mathbf{x}^0 \in \mathbb{C}^n$
  2. Для  $k \geq 0$  выполнить
  3.       Для  $i=1 \dots m$
  4.                $\mathbf{x}^{k,i+1} = \text{Pr}_{H_{i+1}}(\mathbf{x}^{k,i})$
  5.               Конец
  6.    $\mathbf{x}^{k+1} = \mathbf{x}^{k,m}$
  7.   Конец
- 

С точки зрения теории операторов алгоритм 2.1 можно рассматривать как отображение точек пространства  $\mathbf{x} \in \mathbb{C}^n$  в множество точек, минимизирующих среднеквадратичный функционал  $S_b = \left\{ \mathbf{u} : \inf_{\mathbf{x} \in \mathbb{C}^n} \|\mathbf{A}\mathbf{x} - \mathbf{y}\|_2 = \|\mathbf{A}\mathbf{u} - \mathbf{y}\|_2 \right\}$ , т.е.

$$\text{Pr}_{S_b} : \mathbb{C}^n \rightarrow S_b. \quad (2.25)$$

Поскольку численное представление решения согласовано с исходным функциональным пространством, физически верному решению обратной задачи будет соответствовать точка с минимальной нормой  $\min_{\mathbf{u} \in S_b} \|\bar{\mathbf{x}}\|_2$ . Так как  $\bar{\mathbf{x}} \in S_b$ , то множество точек вида

$S_0 = \left\{ \mathbf{u} : \bar{\mathbf{x}} - \text{Pr}_{S_b}(\mathbf{x}), \mathbf{x} \in \mathbb{C}^n \right\}$  минимизируют среднеквадратичный функционал для уравнения

$$\Phi(\mathbf{x}) = \|\mathbf{Ax} - \mathbf{0}\|^2. \quad (2.26)$$

Тогда алгоритм 2.1, применённый к соответствующей СЛАУ, вида

$$\mathbf{Ax} = \mathbf{0} \quad (2.27)$$

определяет множество решений, дающих нулевой вклад в измеренное поле, т.е. нуль пространство  $N(\mathbf{A})$  матрицы  $\mathbf{A}$ . Следовательно, множество  $S_b$  характеризуется как

$$S_b = \bar{\mathbf{x}} + N(\mathbf{A}), \quad (2.28)$$

а алгоритм 2.1, применённый к (2.22), генерирует последовательность вида

$$\lim_{k \rightarrow \infty} \mathbf{x}^k = P_{N(\mathbf{A})} \mathbf{x} + \bar{\mathbf{x}} \quad (2.29)$$

Таким образом, единственного и физически верного решения можно добиться путем последовательного применения алгоритма 2.1 к системе (2.22) и (2.27) с последующим устранением нефизического решения  $P_{N(\mathbf{A})} \mathbf{x}$  [90]. На основе вышеизложенного, для решения обратной задачи излучения разработан алгоритм 2.2.

---

**Алгоритм 2.2 – Последовательный проекционный алгоритм решения обратной задачи излучения**

---

1. Выбрать начальное приближение решения  $\mathbf{x}^0 \in \mathbb{C}^n$
  2. Для  $k \geq 0$  выполнить
  3. Для  $i=1 \dots m$
  4.  $\mathbf{x}^{k,i+1} = \text{Pr}_{H_{i+1}}(\mathbf{x}^{k,i})$
  5. Конец
  6.  $\mathbf{x}^{k+1} = \mathbf{x}^{k,m}$
  7. Конец
  8. При  $\mathbf{y} = \mathbf{0}$  и  $\mathbf{x}_{null}^0 = \mathbf{x}^{k+1}$  выполнить
  - Для  $k \geq 0$
  9. Для  $i=1 \dots m$
  10.  $\mathbf{x}_{null}^{k,i+1} = \text{Pr}_{H_{i+1}}(\mathbf{x}_{null}^{k,i})$
  11. Конец
  12.  $\mathbf{x}_{null}^{k+1} = \mathbf{x}_{null}^{k,m}$
  13. Конец
  14.  $\bar{\mathbf{x}} = \mathbf{x}_{LS}^\infty - \mathbf{x}_{null}^\infty$
- 

Остается нерешенной проблема, связанная с неточностью во входных данных  $\mathbf{y}_e$ , при которых очевидно, что истинное решение обратной задачи излучения  $\mathcal{X}$  не соответствует решению системы (2.22) с приближенной правой частью  $\mathbf{y} = \mathbf{y}_e$ .

При этом отклонение  $\bar{\mathbf{x}} - \mathbf{x}^k$  для  $k$ -го вектора итераций  $\mathbf{x}^k$  может быть разложено на две составляющие

$$\bar{\mathbf{x}} - \mathbf{x}^k = (\bar{\mathbf{x}} - \bar{\mathbf{x}}^k) + (\bar{\mathbf{x}}^k - \mathbf{x}^k), \quad (2.30)$$

где  $\mathbf{x}^k$  результат  $k$ -й итераций алгоритма 2.2 при решении системы (2.22) с точно заданной правой частью. Первая составляющая (2.30) представляет собой ошибку итерации, которая не зависит от ошибок во входных данных и убывает по мере увеличения итераций. Вторая составляющая (2.30) представляет собой ошибку, которая обусловлена неточностью входных данных, и согласно Наттеру [85] имеет тенденцию к увеличению с ростом числа итераций. Поэтому целесообразно производить остановку алгоритма на итерации  $s$ , на которой ошибка самого процесса решения системы (2.22) по уровню сопоставима с ошибкой относительно входных данных, т.е.

$$(\bar{\mathbf{x}} - \bar{\mathbf{x}}^k) \approx (\bar{\mathbf{x}}^k - \mathbf{x}^k). \quad (2.31)$$

При этом согласно теории [91], для обеспечения устойчивости решения, (2.31) должно быть согласовано с уровнем погрешности входных данных, т.е. погрешности измерения. Тогда в алгоритме 2.2 по результатам каждой итерации необходимо проводить проверку условия вида

$$\|\mathbf{A}\mathbf{x}^k - \mathbf{y}\|_2 \leq \|\mathbf{N}(0, e)\|_2, \quad (2.32)$$

где  $e$  - априорно известный уровень погрешности измерений электромагнитного поля в ближней зоне.

## 2.4 Эффективные алгоритмические реализации проекционного метода решения обратной задачи излучения

Проекционный алгоритм решения обратной задачи излучения (алгоритм 2.2), разработанный на основе процедуры Качмарца, способен решать задачи большой размерности при ограниченных вычислительных ресурсах, что следует из подробного рассмотрения шагов 3 и 5 алгоритма 2.2, на которых неизвестное дискретное представление решения  $\mathbf{x}^k$  обновляется на одном уравнении системы, после чего обращается к следующему уравнению. В результате при работе алгоритма задействуется только одна строка матрицы  $\mathbf{A}$ . Так как разбиение поверхности эквивалентных токов  $\{\mathcal{T}_h\}$ , задающих базисные функции  $\{\psi_n^S\}$ , и координаты точки измерения  $\mathbf{r}_i$  определены заранее, то вычисление  $i$ -й строки матрицы  $\mathbf{A}$ , определяющей гиперплоскость проецирования  $H_i$ , может проводиться непосредственно перед проекцией (2.24) и удаляться после ее осуществления. Тогда, вместо вычисления и хранения всей матрицы  $\mathbf{A}$ , алгоритм 2.2 потребует хранения только строки, тем самым уменьшая вычислительную сложность алгоритма по памяти с  $O(N^2)$  до  $O(N)$ . Однако в этом случае

затраты времени увеличиваются, т.к. вместо разового вычисления строк матрицы  $\mathbf{A}$ , будет произведено  $2c$  вычислений строк матрицы, где целочисленное значение  $c$  обеспечивает устойчивое решение (2.22).

Сократить затраты времени можно за счет увеличения скорости сходимости, которая, как показывают множество работ из смежных областей науки и техники [85, 92], зависит от последовательности проецирования. Поэтому далее описаны стратегии единовременного и случайного проецирования, которые предлагается применять для сокращения времени решения обратной задачи излучения.

Предлагается проводить расчёт нескольких строк матрицы  $\mathbf{A}$  с осуществлением единовременных проекций приближения решения, полученного на  $k$ -й итерации на каждую гиперплоскость, связанную со строкой матрицы (рисунок 2.7). Результат итерации  $\mathbf{x}^{k+1}$  определяется как среднее значение, вычисленное по имеющимся проекциям, которое используется для проекции на множество гиперплоскостей, не задействованных на предшествующих итерациях (рисунок 2.8). Использование данного алгоритма позволяет за счет распараллеливания вычислений добиться значительного аппаратного ускорения, наибольший эффект от которого обеспечивается в случае единовременной проекции на все гиперплоскости. Необходимо отметить, что в этом случае для сходимости требуется расчет коэффициента релаксации  $\omega$ , определяемый по спектральному радиусу матрицы  $\mathbf{A}$  [93]. На основе вышеизложенного разработан блочный алгоритм 2.3

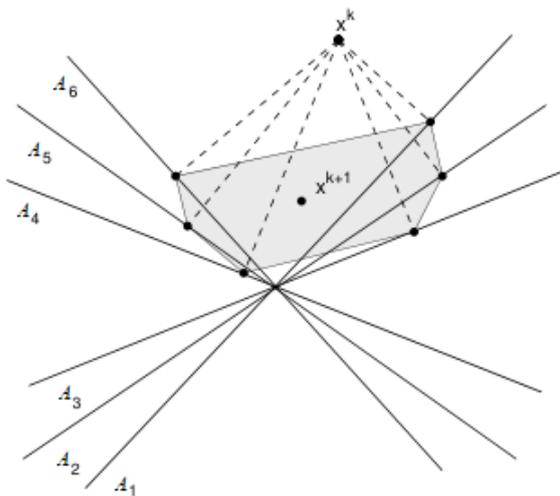


Рисунок 2.7 – Визуализация одного шага алгоритма с одновременной проекцией на шесть гиперплоскостей

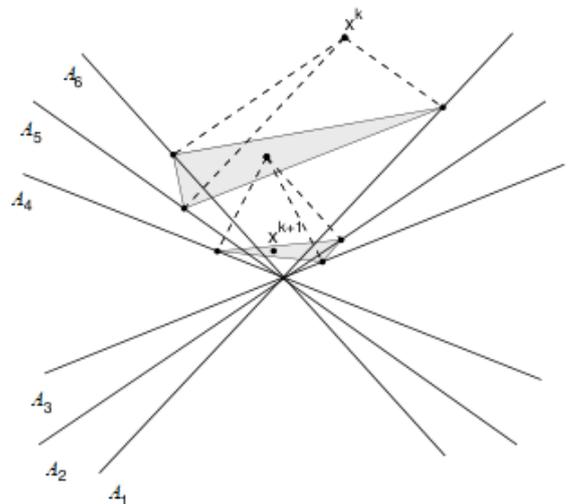


Рисунок 2.8 – Визуализация двух последовательных шагов алгоритма с одновременной проекцией на три гиперплоскости

---

**Алгоритм 2.3 Блочный проекционный алгоритм решения обратной задачи излучения**


---

1. Выбрать начальное приближение решения  $\mathbf{x}^0 \in \mathbb{C}^n$  и размер блока  $1 < l < m$
  2. Для  $k \geq 0$  выполнить
  3.     Для  $i=1 \dots m/l$ 

$$\mathbf{x}^{k,1} = \text{Pr}_{H_{il+1}}(\mathbf{x}^{k,i})$$
  4.     
$$\vdots$$

$$\mathbf{x}^{k,l} = \text{Pr}_{H_{il+l}}(\mathbf{x}^{k,i})$$
  5.     
$$\mathbf{x}^{k,i+1} = \frac{1}{l} \sum_{p=1}^l \mathbf{x}^{k,p}$$
  5.     Конец
  6.      $\mathbf{x}^{k+1} = \mathbf{x}^{k,m/l}$
  7.     Конец
  8. Для  $k \geq 0$  выполнить и  $\mathbf{x}_{null}^0 = \mathbf{x}^0$  выполнить
  9.     Для  $i=1 \dots m/l$ 

$$\mathbf{x}_{null}^{k,1} = \text{Pr}_{H_{il+1}}(\mathbf{x}_{null}^{k,i})$$
  10.     
$$\vdots$$

$$\mathbf{x}_{null}^{k,l} = \text{Pr}_{H_{il+l}}(\mathbf{x}_{null}^{k,i})$$
  11.     
$$\mathbf{x}_{null}^{k,i+1} = \frac{1}{l} \sum_{p=1}^l \mathbf{x}_{null}^{k,p}$$
  12.     Конец
  14.      $\mathbf{x}_{null}^{k+1} = \mathbf{x}_{null}^{k,m/l}$
  15.     Конец
  16.  $\mathbf{x} = \mathbf{x}_{LS}^\infty - \mathbf{x}_{null}^\infty$
  17. Конец
- 

Еще одним вариантом проекционного алгоритма является алгоритм 2.4, построенный на стратегии случайного проецирования. Он использует последовательное проецирование на гиперплоскость, определяемую из набора  $\{H_1, \dots, H_m\}$  случайным образом с функцией вероятности, которая гарантирует задействование каждой из гиперплоскостей. Как известно, проекционные алгоритмы с подобной структурой обладают экспоненциальной сходимостью [94].

Необходимо отметить, что, учитывая структуры блочного и рандомизированного проекционных алгоритмов, сокращение времени вычислений при условии удержания потребления памяти в пределах  $O(N)$  можно добиться только алгоритмом 2.4. Однако стандартный подход к вероятности выбора гиперплоскости, применяемый в компьютерной томографии [94], предполагает наличие полной матрицы  $\mathbf{A}$ , что неприемлемо. Поэтому предлагается на шаге 4 алгоритма 2.4 проводить случайную выборку с вероятностью прямо

пропорционально абсолютному значению измеренной напряженности  $\mathbf{b}_i$ , задающей гиперплоскость, а для шага 11 алгоритма 2.4 проводить равновероятную случайную выборку.

---

**Алгоритм 2.4 – Рандомизированный проекционный алгоритм решения обратной задачи излучения**

---

1. Выбрать начальное приближение решения  $\mathbf{x}^0 \in \mathbb{C}^n$
  2. Для  $k \geq 0$  выполнить
    3. Для  $p=1 \dots m$ 
      4. Случайным образом выбрать  $H_i$  из  $\{H_1, \dots, H_m\}$  с исключением
      5.  $\mathbf{x}^{k,p+1} = \text{Pr}_{H_i}(\mathbf{x}^{k,p})$
      6. Конец
      7.  $\mathbf{x}^{k+1} = \mathbf{x}^{k,m}$
      8. Конец
    9. Для  $k \geq 0$  при  $\mathbf{y} = \mathbf{0}$  и  $\mathbf{x}_{null}^0 = \mathbf{x}^0$  выполнить
      10. Для  $p=1 \dots m$ 
        11. Случайным образом выбрать  $H_i$  из  $\{H_1, \dots, H_m\}$  с исключением
        12.  $\mathbf{x}_{null}^{k,p+1} = \text{Pr}_{H_i}(\mathbf{x}_{null}^{k,p})$
        13. Конец
        14.  $\mathbf{x}_{null}^{k+1} = \mathbf{x}_{null}^{k,m}$
        15. Конец
      16.  $\mathbf{x} = \mathbf{x}_{LS}^\infty - \mathbf{x}_{null}^\infty$
      17. Конец
- 

Также, принимая во внимание, что вычисление уравнения из (2.21), определяющего гиперплоскость, превышает время, необходимое на осуществление проецирования, эффект экономии памяти, наряду с дополнительным сокращением времени вычислений, может быть достигнут путем разбиения матрицы  $\mathbf{A}$  на блоки  $\{\mathbf{A}_1, \mathbf{A}_2, \dots\}$ , их предварительного расчета и сохранения на постоянном запоминающем устройстве компьютера. Тогда, вместо вычисления строки потребуется подгрузка соответствующего блока  $\mathbf{A}_i$ , что значительно эффективнее с точки зрения затрат времени. При этом размер подблока должен определяться, исходя из конкретного вычислительного оборудования и размерности решаемой задачи  $(m, n)$ .

### 3 ВЕРИФИКАЦИЯ И ИССЛЕДОВАНИЕ ПРОЕКЦИОННОГО МЕТОДА НА ДАННЫХ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОГО ПОЛЯ ЭЛЕКТРОДИНАМИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ АНТЕНН

Most physicists believe that if you lock a graduate student in a room and have him perform an electromagnetic calculation correctly, and if you perform an experiment that does not agree with the graduate student's calculation, then you better check your experiment.

*D. B. Davidson*

#### 3.1 Верификация проекционного метода

Поскольку разработанный метод решения задачи определения распределения электромагнитного поля антенны основан на сложных численных преобразованиях, важным шагом для его внедрения в реальные измерительно-вычислительные комплексы ближнего поля является проверка того, что фактические результаты численной реализации метода согласуются с его математической формулировкой, гарантирующей достоверность и точность решения. Другими словами, необходима верификация кода/метода, которой, к сожалению, в области численной электродинамики часто не уделяется должного внимания. Чаще всего исследователи проводят верификацию путем сравнения результатов кода с аналитическими или частными решениями, полученными и опубликованными другими исследователями. Однако это необходимое, но недостаточное условие для правильной работы метода.

Поэтому к верификации метода необходимо подходить с более общих позиций, а именно, со стороны теории, согласно которой преобразования, реализующие метод, должны обеспечивать сходимость решения по мере измельчения разбиения (2.11). Для рассматриваемых поверхностей  $S$ , т.е. апертуры антенны или поверхностей, ограничивающих ее объем, скорость сходимости в явном виде может быть определена из общего случая скорости сходимости, доказанной Буффа и Кристиансенем для Липшицевых поверхностей [95], как

$$\|\mathbf{J} - \mathbf{J}_h\|_{H_{div}^{-1/2}(\Gamma)} \leq C_0 h^{1/2+s} \|\mathbf{J}_h\|_{H_{div}^s(\Gamma)}, \quad (3.1)$$

где  $\mathbf{J}$  и  $\mathbf{J}_h$  – ожидаемое и вычисленное решения соответственно,  $h$  – максимальный линейный размер треугольника в используемом разбиении поверхности,  $s$  – постоянная Соболева, зависящая от гладкости решения  $\mathbf{J}_h$ .

Учитывая, что базисные функции (2.20), аппроксимирующие решение  $\mathbf{J}$ , являются полиномами первого порядка, то ожидаемая теоретическая скорость сходимости решения определяется как

$$\|\mathbf{J} - \mathbf{J}_h\|_{H_{div}^{-1/2}(\Gamma)} \leq C_0 h^{3/2} \|\mathbf{J}_h\|_{H_{div}^1(\Gamma)}. \quad (3.2)$$

Поскольку в диссертационной работе решается задача восстановления электромагнитного поля, то, учитывая равномерную непрерывность прямого оператора внешней граничной задачи электродинамики (2.1), погрешность в этом поле пропорциональна ошибке функционального представления решения с константой  $C_1$ , соответствующей норме оператора

$$\|A(\mathbf{J}) - A(\mathbf{J}_h)\|_{H_{rot}^{-1/2}(\Gamma)} \leq \|A\| \|\mathbf{J} - \mathbf{J}_h\|_{H_{div}^{-1/2}(\Gamma)} \leq Ch^{3/2} \|\mathbf{J}_h\|_{H_{div}^1(\Gamma)}, \quad (3.3)$$

где  $C = C_0 C_1$ . Следовательно, можно рассматривать задачу верификации как процедуру проверки теоретической сходимости решения обратной задачи относительно точного распределения электромагнитного поля некоторой антенны  $A(\mathbf{J})$ . При этом необходимо учитывать, что решение обратной задачи достигается численным решением матрично-векторного уравнения (2.21) с некоторой ошибкой, свойственной проекционному алгоритму (показанной в разделе 2), поэтому ожидаемая скорость сходимости (3.3) будет неизбежно отличаться от реальной. Кристиансен показал [96, теорема 1.15], что небольшая дискретная остаточная ошибка дает небольшую непрерывную остаточную ошибку. Тогда, при восстановлении электромагнитного поля из решения обратной задачи излучения, для последовательности конечномерных функциональных пространств следует ожидать скорость сходимости того же порядка, что и для (3.3) с величиной отклонения, пропорциональной ошибке численного решения  $\delta$ , т.е.

$$\|A(\mathbf{J}) - A(\mathbf{J}_h)\|_{H_{rot}^{-1/2}(\Gamma)} \leq Ch^{3/2} \|\mathbf{J}_h\|_{H_{div}^1(\Gamma)} + \delta \|\mathbf{J}_h\|. \quad (3.4)$$

Чтобы полностью ограничить оценку погрешности (3.4) от влияния факторов, связанных с качеством и количеством исходной информации (вектора исходных данных обратной задачи), для верификации далее использовались значения электромагнитного поля электродинамических моделей антенн, полученных методом конечных элементов (от англ. Finite Element Method, FEM) в программе HFSS, а также критерий достоверного углового сектора восстановления поля [9]. Согласно этому критерию в случае сканирования ближнего поля антенны на плоскости, ограниченной размерами  $(-L_x, L_x)$  относительно оси антенны и расположенной на расстоянии  $d$ , информации о значениях поля в точках, разнесенных на расстоянии, не превышающем половины рабочей длины волны антенны достаточно, чтобы

достоверно определить распределение поля в дальней зоне только в секторе  $(-\alpha_c, \alpha_c)$  образованным линиями, соединяющими края апертуры антенны и соответствующие края плоскости сканирования (рисунок 3.1). В связи с этим при оценке скорости сходимости решения обратной задачи (3.4), вычисление погрешности восстановления электромагнитного поля антенны определялось только для дальней зоны и только в достоверном секторе восстановления, определяемом для каждой модели антенны как [9]

$$\alpha_c = \tan^{-1} \left( \frac{L_x - a}{2d} \right), \quad (3.5)$$

где  $L_x$  – половинный размер области сканирования,  $d$  – расстояние от апертуры антенны до плоскости измерения,  $a$  – половинный линейный размер антенны вдоль направления  $Ox$ .

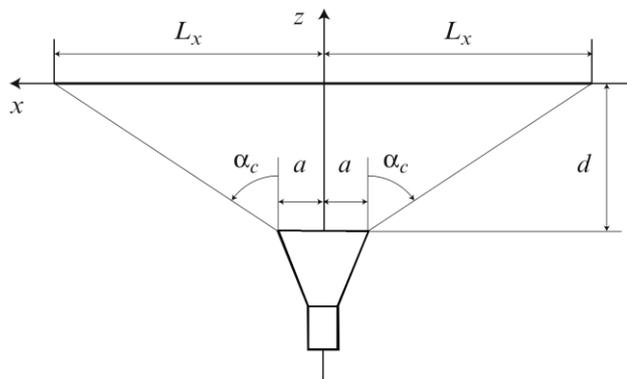


Рисунок 3.1 – К определению достоверного сектора восстановления электромагнитного поля антенны

Верификация проводилась на типовых моделях рупорных антенн, а также антенных решеток волноводно-щелевого и микрополоскового типов (рисунок 3.2). Для каждой из них в программе HFSS рассчитывалось электрическое поле  $\mathbf{E}$  как в ближней зоне излучения, служившее входными данными для обратной задачи, так и в дальней зоне излучения для получения эталонного распределения электромагнитного поля антенны. Последняя определялась из значений поперечных компонент электрического поля  $E_\theta(\theta, \varphi)$  и  $E_\varphi(\theta, \varphi)$  как

$$E(\theta) = 10 \log \left( \left| E_\theta^2(\theta, \varphi) \right| + \left| E_\varphi^2(\theta, \varphi) \right| \right). \quad (3.6)$$

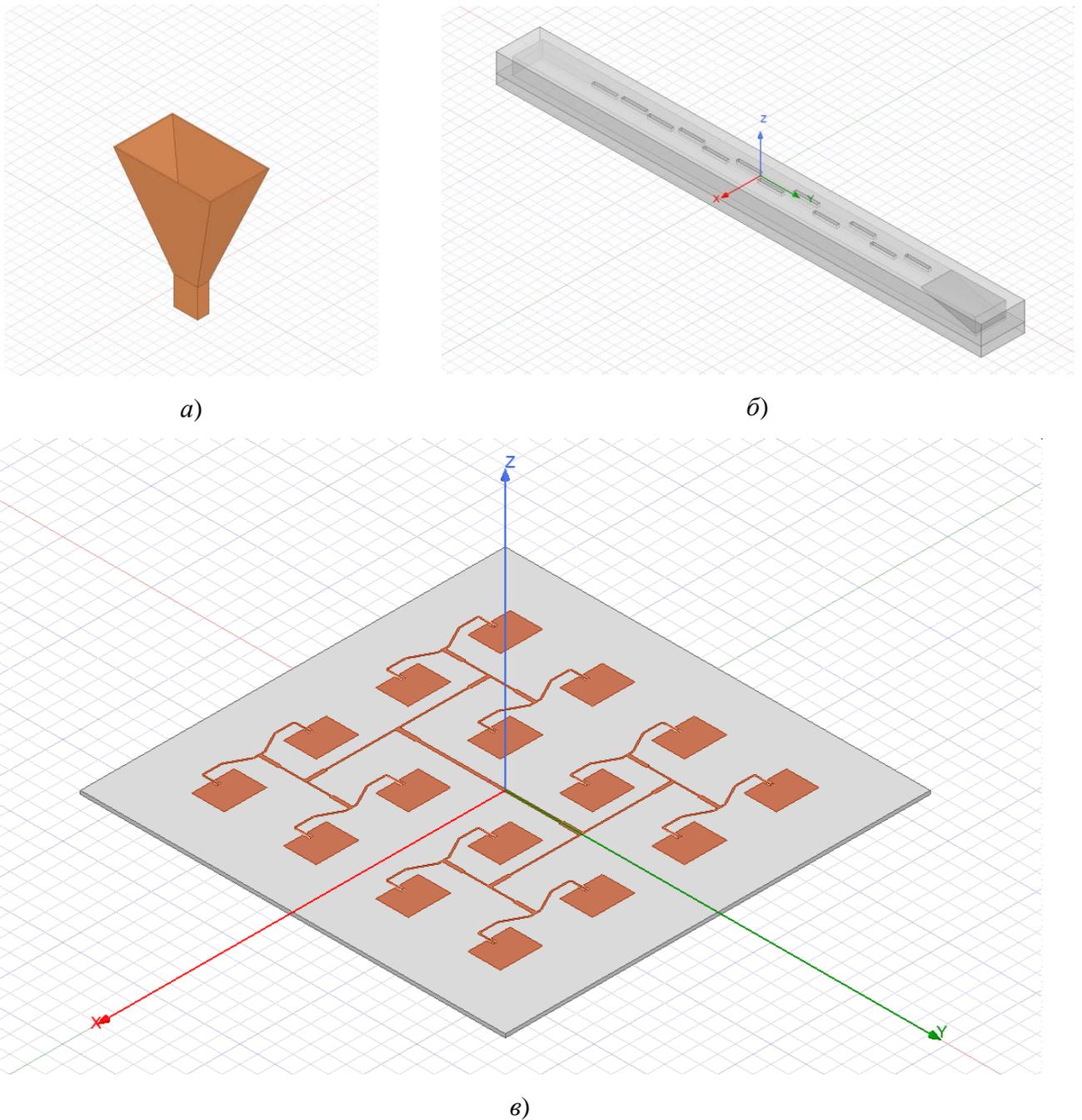


Рисунок 3.2 – Общие виды электродинамических моделей: рупорной антенны (а), волноводно-щелевой антенной решетки (б), микрополосковой антенной решетки (в)

Информация о ближнем поле рассчитывалась в соответствии с планарной схемой измерения (рисунок 2.1) в области  $0.7 \times 0.7$  м, отстоящей от апертуры антенны на расстоянии  $3\lambda$ , в точках с интервалами  $\lambda/2$  вдоль направлений осей  $Ox$  и  $Oy$ . В результате для каждой модели суммарно рассчитано 9800 комплексных значений тангенциальных компонент электрического поля  $E_x$  и  $E_y$ , амплитудное распределение которых представлены на рисунках 3.3 – 3.5.

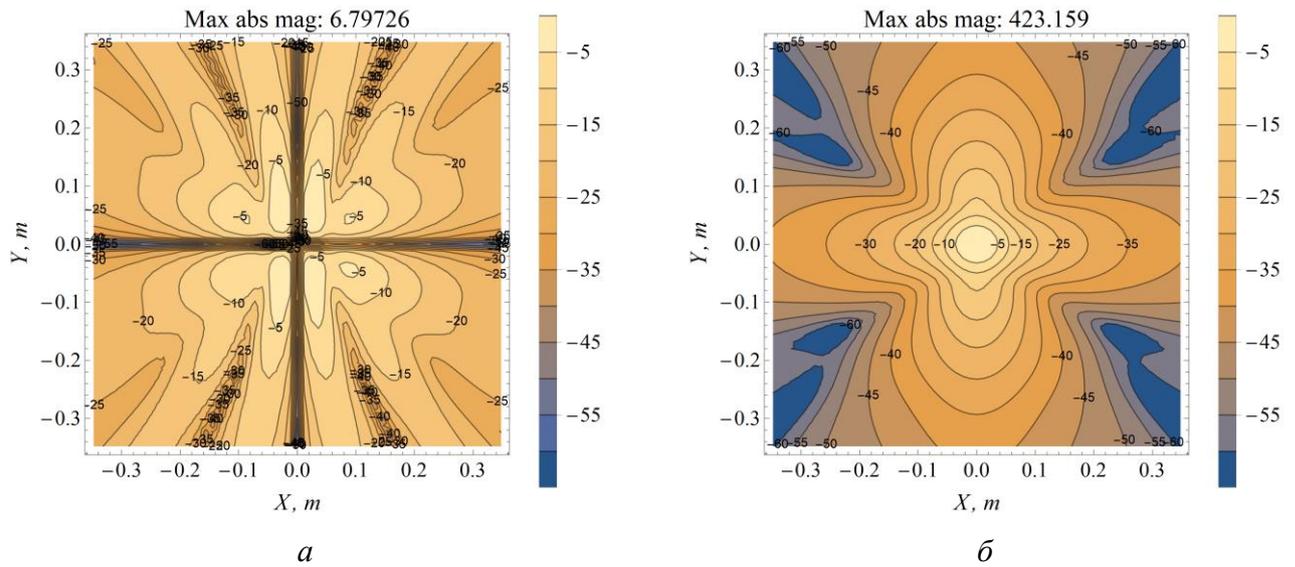


Рисунок 3.3 – Контурные графики амплитудного распределения напряжённости электрического поля рупорной антенны: горизонтальной компоненты  $E_x$  (а), вертикальной компоненты  $E_y$  (б)

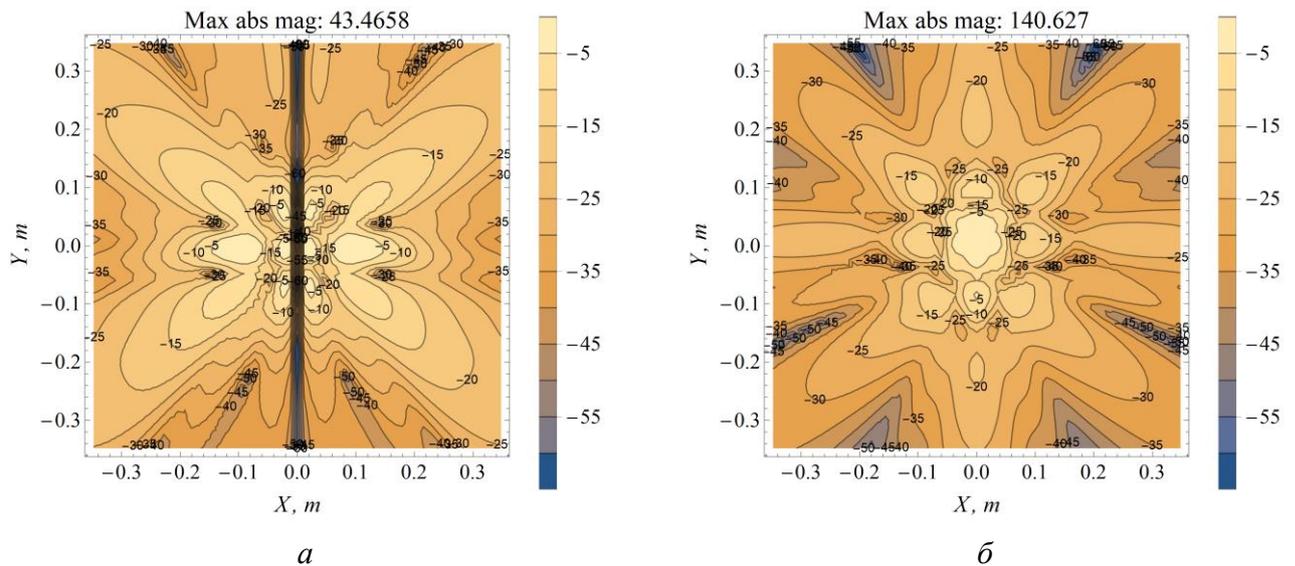


Рисунок 3.4 – Контурные графики амплитудного распределения напряжённости электрического поля микрополосковой антенной решетки: горизонтальной компоненты  $E_x$  (а), вертикальной компоненты  $E_y$  (б)

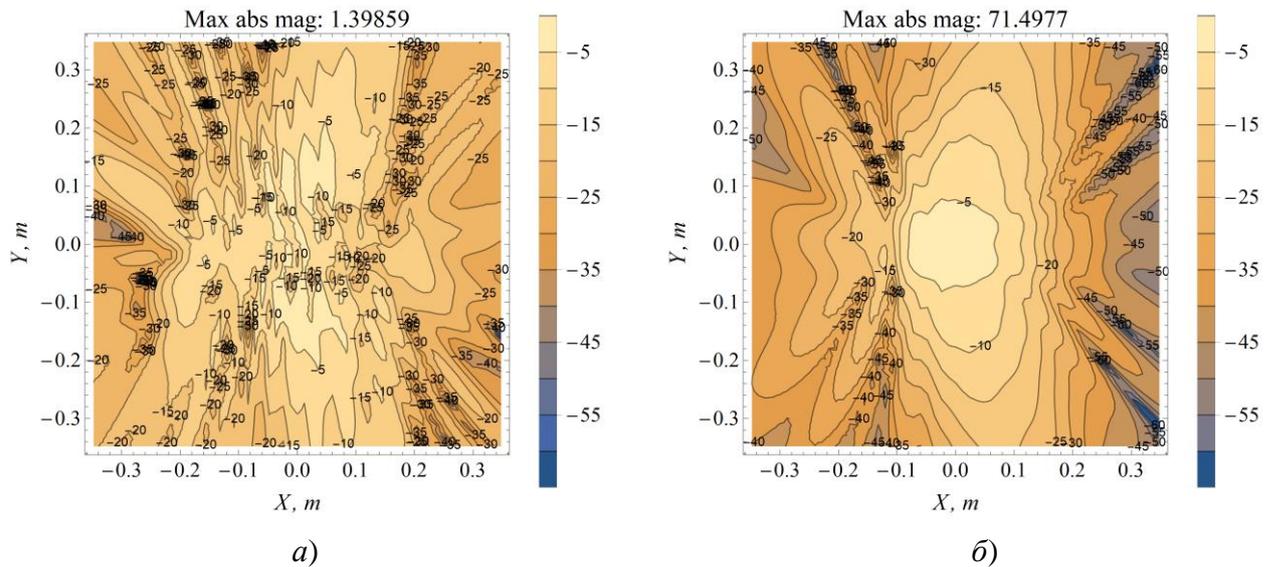


Рисунок 3.5 – Контурные графики амплитудного распределения напряжённости электрического поля волноводно-щелевой антенной решетки: горизонтальной компоненты  $E_x$  (а), вертикальной компоненты  $E_y$  (б)

При решении обратной задачи излучения поверхность реконструкции токов  $S_{AUT}$  в каждом случае ограничивалась размерами апертуры соответствующей антенны (решетки). При этом построение семейства аппроксимирующих пространств  $\{X_{h_i} | h_i > h_{i+1}\}$  обеспечивалось разработанной и реализованной процедурой уащения сетки  $\mathcal{T}_{h_i}$ . Так, аппроксимирующее функциональное пространство  $X_{h_{i+1}}$  строится на разбиении  $\mathcal{T}_{h_{i+1}}$  правильных элементов  $K_1, \dots, K_{M_H}$ , полученных путем покрытия каждого отдельного элемента разбиения  $\mathcal{T}_{h_i}$  сеткой треугольников с максимальным линейным размером  $h_{i+1}$  (рисунок 3.6).

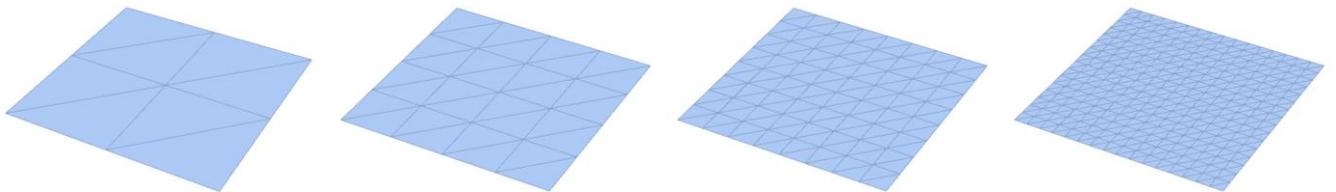


Рисунок 3.6 – Демонстрация функционирования процедуры последовательного уащения сетки по поверхности апертуры антенны

Рассчитанные погрешности восстановления распределения поля (дальняя зона) в достоверном угловом секторе, соответствующем областям  $0.7 \times 0.7 \text{ м}^2$ ,  $0.6 \times 0.6 \text{ м}^2$  и  $0.5 \times 0.5 \text{ м}^2$  (рисунок 3.7 – рисунок 3.9), полученные в результате решения обратной задачи излучения для последовательности аппроксимирующих функциональных пространств  $\{X_{h_i} | h_i > h_{i+1}\}$  с

фиксированной ошибкой проекционного алгоритма  $\delta=10^{-2}$  (остановка алгоритма проводилась на моменте ее достижения), демонстрируют ожидаемую скорость сходимости решения (3.4) для всех трех тестовых антенн.

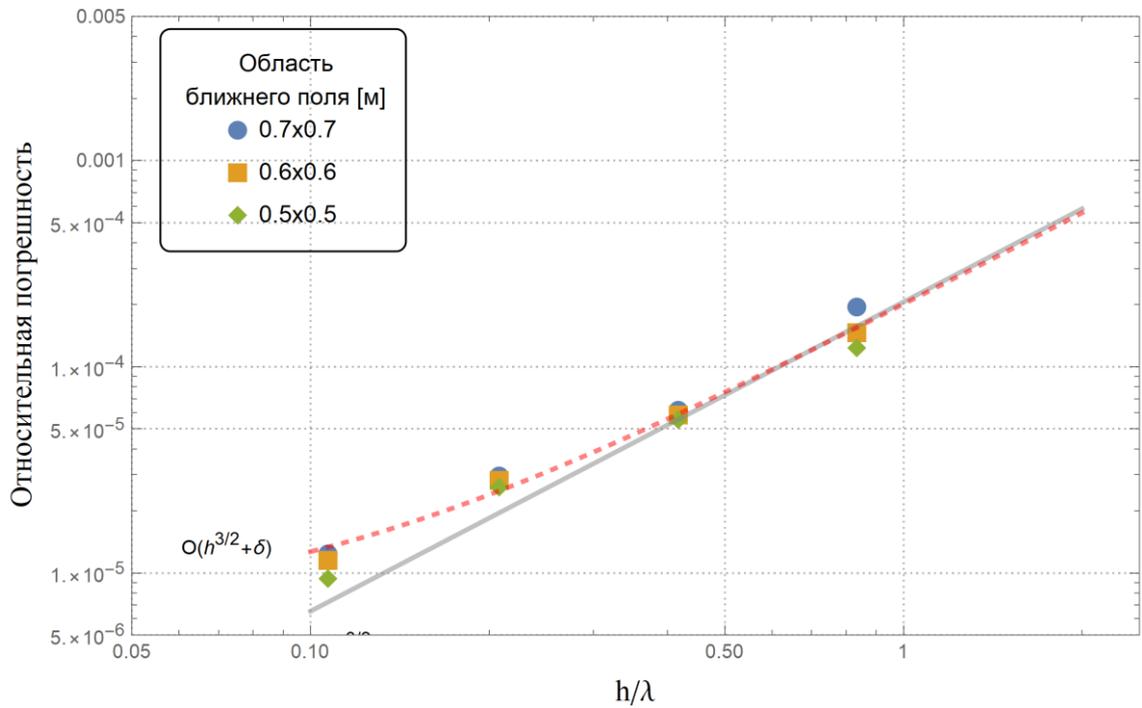


Рисунок 3.7 – Зависимость относительной погрешности восстановления поля в дальней зоне от уровня дискретизации поверхности рупорной антенны

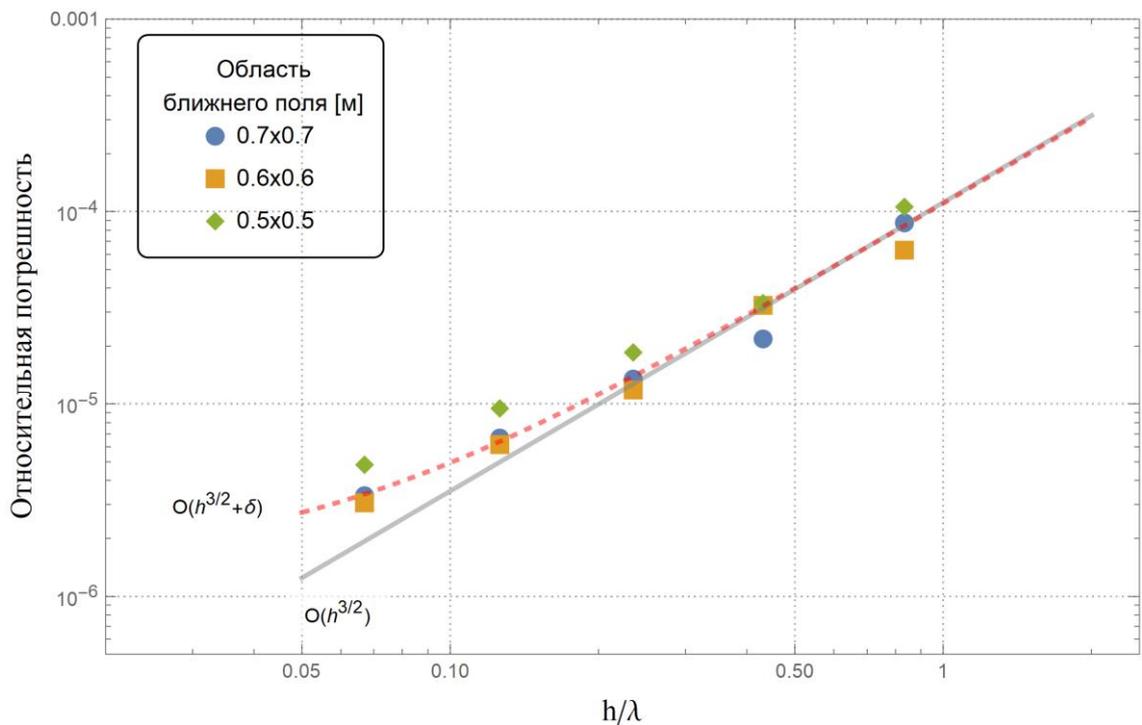


Рисунок 3.8 – Зависимость относительной погрешности восстановления поля в дальней зоне от уровня дискретизации поверхности микрополосковой антенной решетки

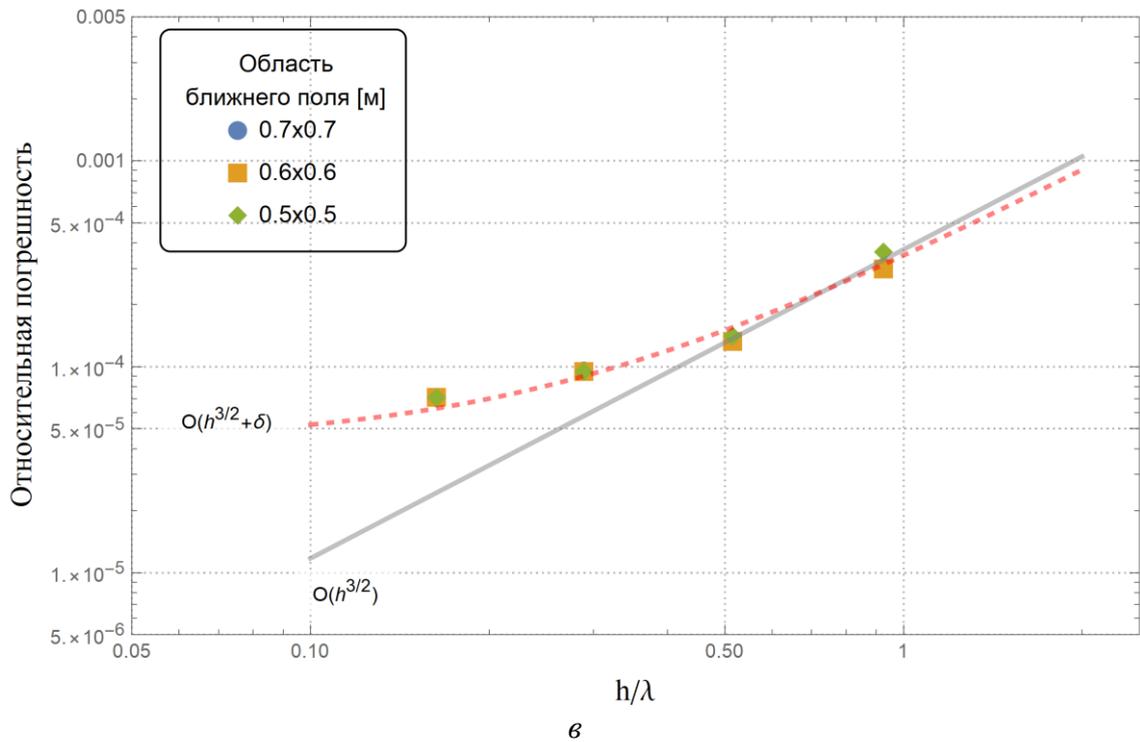


Рисунок 3.9 – Зависимость относительной погрешности восстановления поля в дальней зоне от уровня дискретизации поверхности волноводно-щелевой антенной решетки.

Стоит отметить, что увеличение размерности проекционного пространства  $X_{h_i}$  приводит к лучшему приближению дискретного решения к непрерывному, однако при этом растет размерность решаемой задачи, что, учитывая наличие ошибки, обусловленной численным решением  $\delta$ , приводит лишь к росту вычислительной сложности задачи. Следовательно, возникает необходимость выбора параметра дискретизации (размера разбиения  $h$ ), оптимальное значение которого можно получить апостериорно из проведенных численных экспериментов. Так, сопоставление размерностей вектора решения и среднеквадратичной погрешности восстановления относительно уровня дискретизации ( $h/\lambda$ ) показало, что существуют две характерные точки перегиба, за пределами которых с одной стороны растет погрешность восстановления, а с другой стороны – вычислительная сложность задачи (рисунок 3.10). Поэтому в качестве оптимального параметра дискретизации принято усредненное по рассматриваемым моделям значение, равноудаленное относительно соответствующих точек перегиба, которое составило  $0.55\lambda$ .

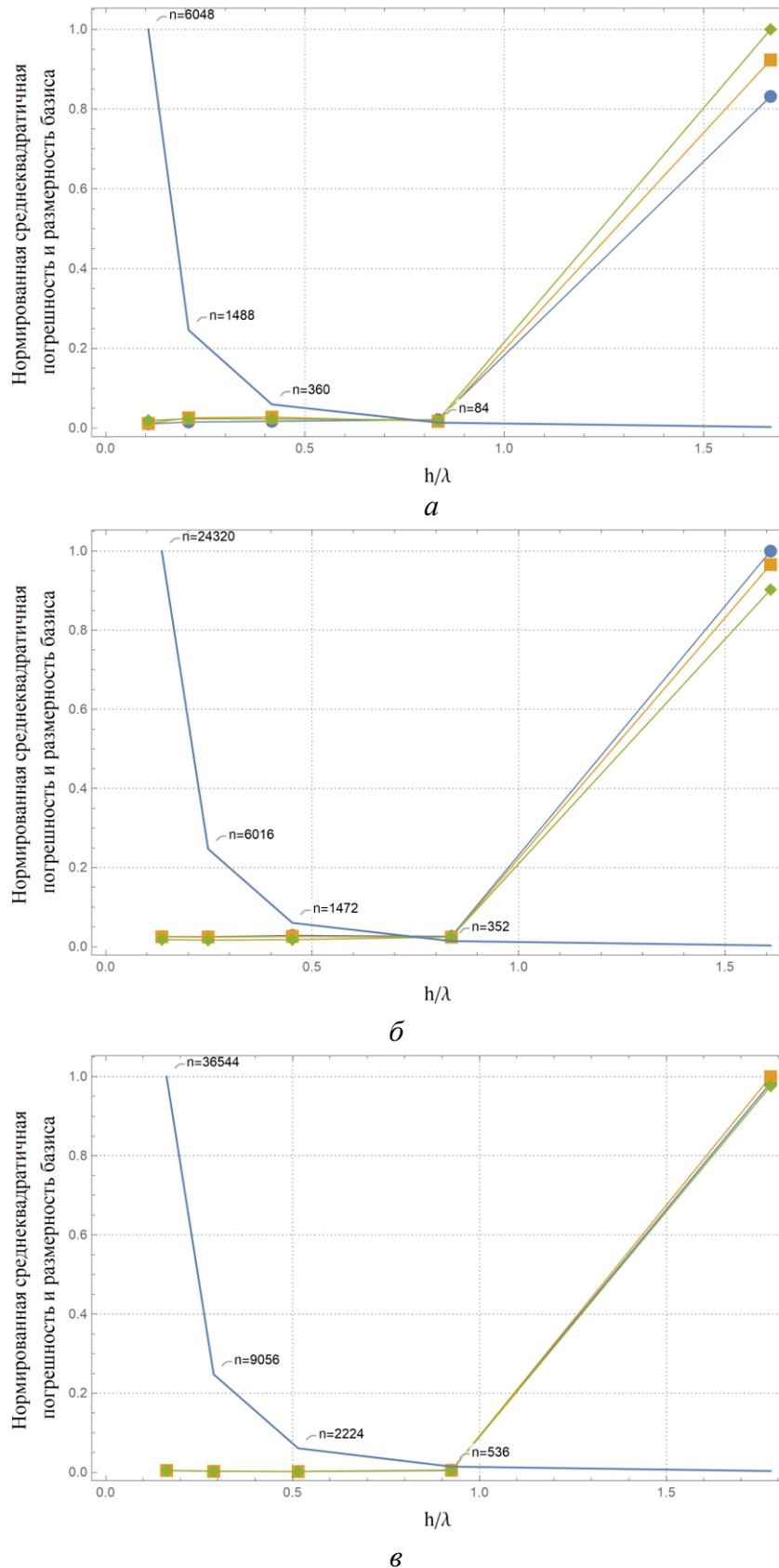


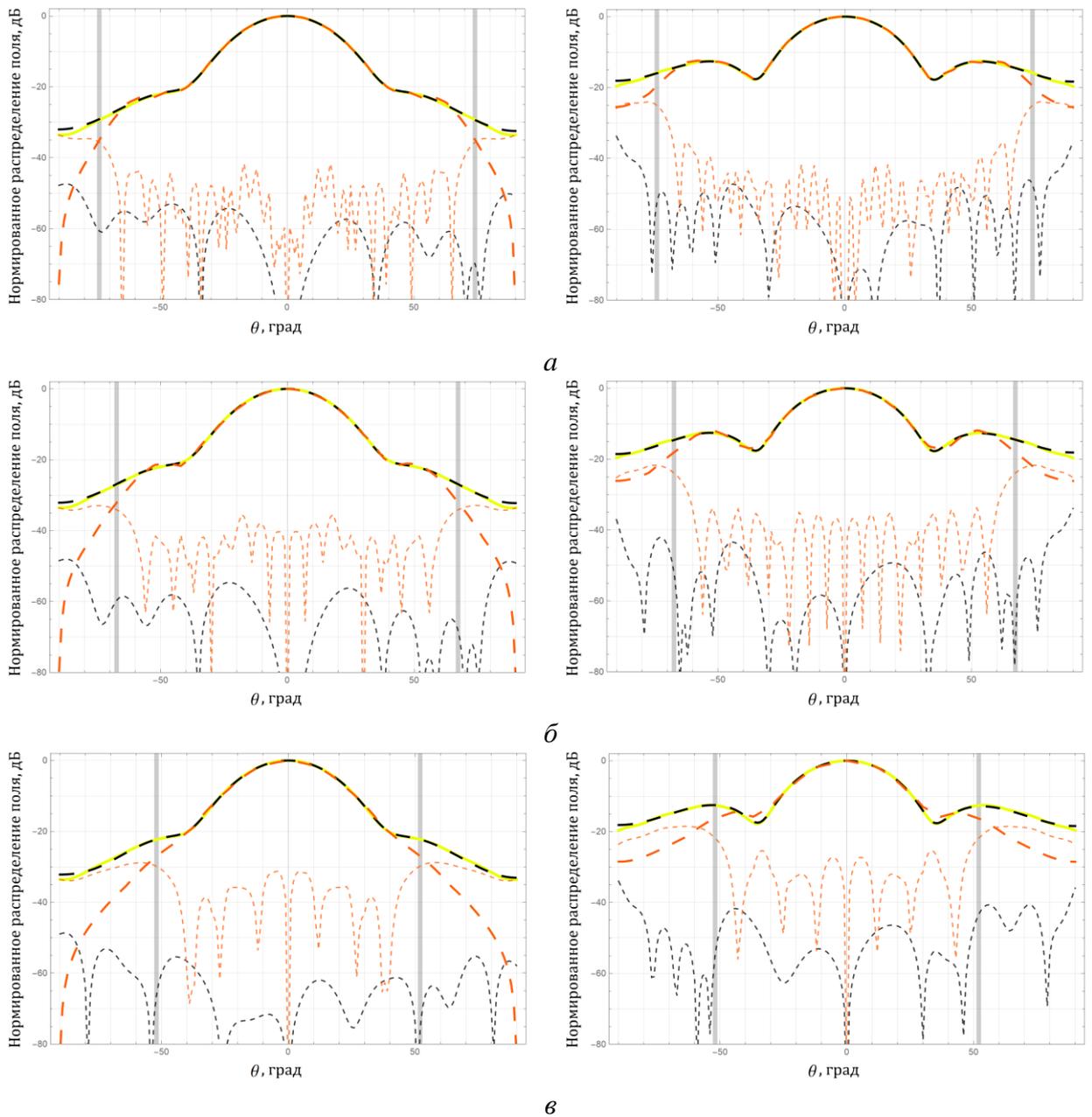
Рисунок 3.10 – Нормированные зависимости размерности вектора решения и среднеквадратичной погрешности восстановления от уровня дискретизации поверхности: рупорной антенны (*a*), микрополосковой антенной решетки (*б*), волноводно-щелевой антенной решетки (*в*)

Далее для верификации метода использован метод модального разложения. На рисунках 3.11 – 3.13 приведены полученные результаты для трех типов антенн. Серыми вертикальными линиями отмечены критические углы восстановления (3.5), соответствующие области ближнего поля антенны, задействованной при преобразованиях. Погрешности восстановления (также приведены на рисунках) рассчитывались относительно эталонного распределения поля  $E_{ex}(\theta, \varphi)$ , полученного в программном комплексе HFSS, как [97]

$$ENL(\theta, \varphi) = 20 \log_{10} \left( \frac{|E_{ex}(\theta, \varphi) - E_{rec}(\theta, \varphi)|}{\max |E_{ex}(\theta, \varphi)|} \right), \quad (3.7)$$

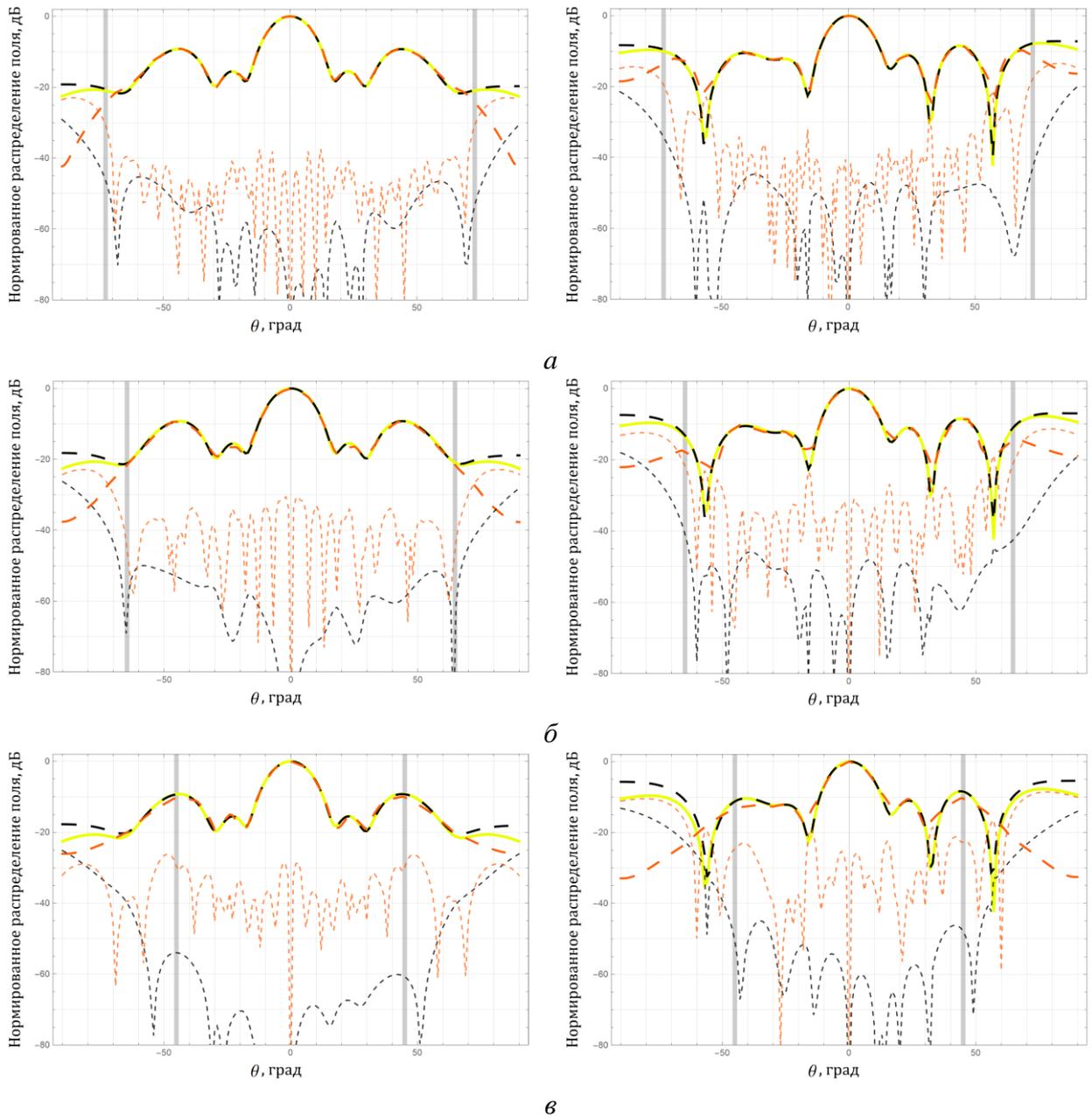
где  $E_{rec}(\theta, \varphi)$  - значение электромагнитного поля в направлении  $\theta, \varphi$ .

Результаты реконструкции поля демонстрируют, что метод модального разложения восстанавливает распределение поля только в угловой области, ограниченной критическими углами по (3.5), за пределами которой происходит стремительный рост погрешности, вплоть до значений эквивалентного уровня помех, сопоставимого с уровнем полезного сигнала. При этом распределения поля, полученные проекционным методом, показывают более точные результаты как в области главного максимума, так и в области боковых лепестков (в среднем для каждой модели эквивалентный уровень помех на 20 дБ ниже). Кроме того, проекционный метод также обеспечивает восстановление поля за пределами критических углов (3.5). Такая повышенная точность проекционного метода объясняется тем, что метод модального разложения предполагает равным нулю ближнее поле за пределами плоскости измерения, тогда как проекционный метод не делает таких предположений и работает с имеющимися данными.



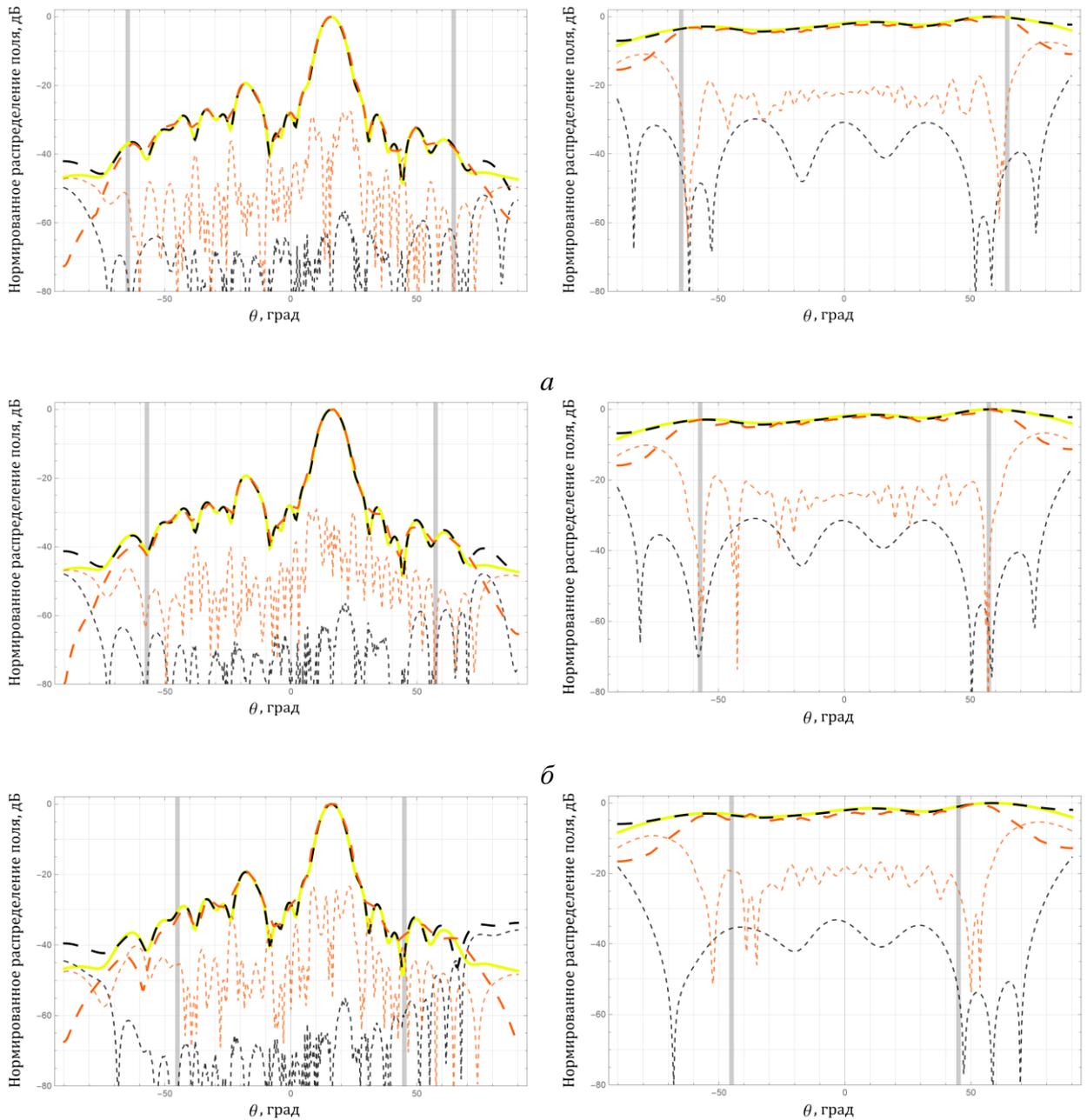
желтый сплошной – точное; красный длинный пунктир – восстановленное методом модального разложения; черный длинный пунктир – восстановленное проекционным методом; красный короткий пунктир – эквивалентный уровень помех для метода модального разложения; черный короткий пунктир – эквивалентный уровень помех для проекционного метода; серыми вертикальными линиями обозначен критический сектор восстановления ( $-\alpha_c, +\alpha_c$ )

Рисунок 3.11 – Распределение электромагнитного поля (слева – горизонтальное, справа – вертикально сечение) микрополосковой антенной решетки в дальней зоне по области ближнего поля размером: 700x700мм (а), 500x500мм (б), 300x300мм (в)



желтый сплошной – точное; красный длинный пунктир – восстановленное методом модального разложения; черный длинный пунктир – восстановленное проекционным методом; красный короткий пунктир – эквивалентный уровень помех для метода модального разложения; черный короткий пунктир – эквивалентный уровень помех для проекционного метода; серыми вертикальными линиями обозначен критический сектор восстановления ( $-\alpha_c, +\alpha_c$ )

Рисунок 3.12 – Распределение электромагнитного поля (слева – горизонтальное, справа – вертикально сечение) микрополосковой антенной решетки в дальней зоне по области ближнего поля размером: 700x700мм (а), 500x500мм (б), 300x300мм (в)



*в*

желтый сплошной – точное; красный длинный пунктир – восстановленное методом модального разложения; черный длинный пунктир – восстановленное проекционным методом; красный короткий пунктир – эквивалентный уровень помех для метода модального разложения; черный короткий пунктир – эквивалентный уровень помех для проекционного метода; серыми вертикальными линиями обозначен критический сектор восстановления ( $-\alpha_c, +\alpha_c$ )

Рисунок 3.13 – Распределение электромагнитного поля волноводно-щелевой антенной решетки в дальней зоне по области ближнего поля размером:  $700 \times 700$  мм<sup>2</sup> (*а*),  $600 \times 600$  мм<sup>2</sup> (*б*),  $500 \times 500$  мм<sup>2</sup> (*в*)

### 3.2 Ограничения структуры и числа выборок ближнего поля, обеспечивающих решение задачи восстановления электромагнитного поля антенны

Поскольку требования к числу и структуре выборок ближнего поля, необходимых для точного восстановления распределений электромагнитного поля, напрямую не следуют из формулировки проекционного метода. Поэтому использован статистический подход и исследованы ограничения метода на измерительную область, шаг и структуру измеряемых данных ближнего поля (сеток). Как и в предыдущем разделе, сначала устранена зависимость результатов реконструкции от качества исходных данных (информации о ближнем поле) путем использования данных поля по электродинамическим моделям антенн.

Так как ограничения должны учитывать, что реальная исследуемая антенна изготавливается с учетом допусков и отклонений, что неизменно отражается на распределении электромагнитного поля в пространстве, то в качестве основы численного эксперимента выбраны типовая линейная антенная решётка и апертурные антенны с различными размерами апертур, некоторые из которых имели отклонения от стандартных конструкций, заключающиеся в смещении центров апертуры вдоль оси  $Ox$  относительно центра подводимого волновода (рисунок 3.14, рисунок 3.15).

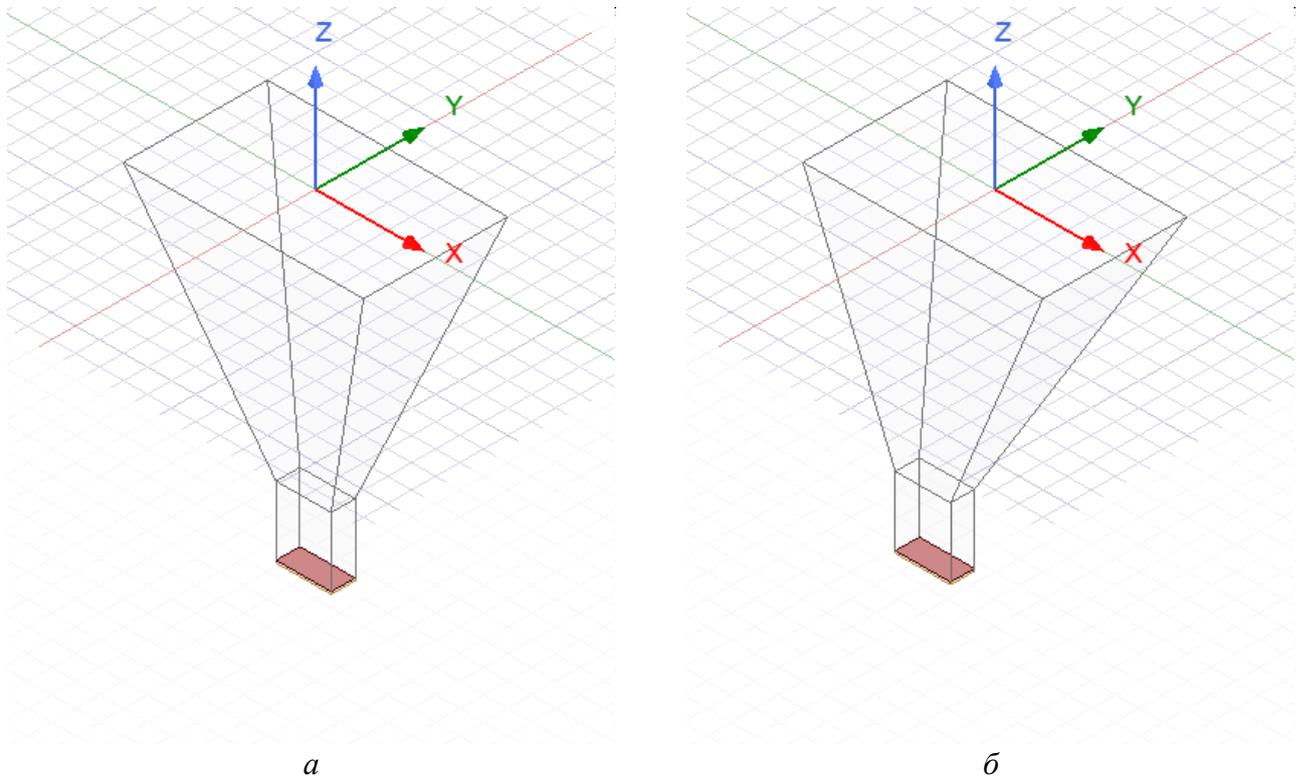


Рисунок 3.14 – Модель рупорной антенны с размерами апертуры 100x60x110 мм<sup>3</sup> стандартной конструкции (а) и конструкции с отклонением (б)

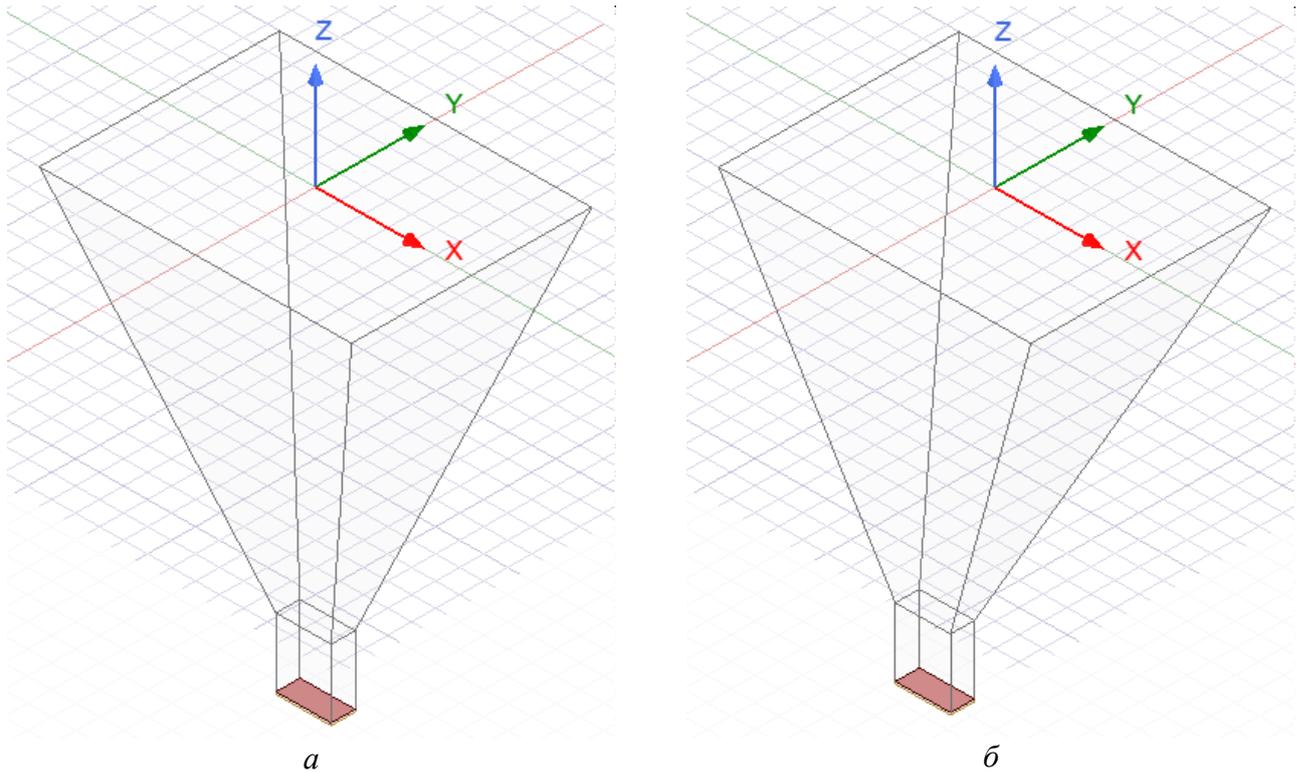


Рисунок 3.15 – Модель рупорной антенны с размерами апертуры 130x100x160 мм<sup>3</sup> стандартной конструкции (а) и конструкции с отклонением (б)

С целью определения требований к числу выборок поля, необходимых для восстановления электромагнитного поля разработанным методом, обратимся к теории репрезентативных выборок [98], согласно которой минимально необходимое число выборок ближнего поля связано с ограниченной пространственной частотой  $W_\xi$  как

$$N_x = \text{Floor}[\chi_1 W_\xi] + 1, \quad (3.8)$$

$$N_y = \text{Floor}[\chi N_x] + 1, \quad (3.9)$$

где  $W_\xi$  – пространственная частота антенны, определяемая как [99]

$$W_\xi = \frac{k a}{\pi (2M + 1)} \int_0^{(2M+1)\pi} \left( 1 - \frac{1}{(2M+1)} \sin^2(\theta) \right)^{\frac{1}{2}} d\theta, \quad (3.10)$$

$a$  – радиус минимальной сферы, окружающей антенну,  $\chi_1 = \chi \approx 1.1$ ,  $k$  – волновое число,  $M = \text{Floor}[\chi_1 \chi k a]$  – константа, соответствующая электрическому размеру сферы, а  $\text{Floor}[l]$  – функция округления числа  $l$  в меньшую сторону.

Пусть область измерения ограничена размерами  $X$  и  $Y$ , при котором падение уровня сигнала относительно максимума соответствует значению 40 дБ, что является одним из требований, предъявляемым при проведении измерений ближнего поля [9]. Тогда для каждой модели антенны минимально необходимое число выборок ближнего поля, теоретически

оцениваемое по (3.8) и (3.9), может быть выражено через максимальный пространственный шаг  $\Delta_{\max}$ , определяемый как

$$\Delta_{\max} = \frac{1}{2} \left( \frac{X}{N_x \lambda} + \frac{Y}{N_y \lambda} \right). \quad (3.11)$$

При этом в качестве минимального пространственного шага, обеспечивающего достоверное восстановление поля, используется шаг в  $\Delta_{\min} = 0.5\lambda$ , при котором не было получено значительных отклонений в теоретической сходимости метода (подраздел 3.1). Следовательно, ограничение проекционного метода к числу выборок поля, с точки зрения пространственного шага, снизу ограничивается величиной  $\inf \Delta = 0.5\lambda$ , а сверху – величиной  $\sup \Delta = \Delta_{\max}$ , определяемой из геометрических размеров антенны по (3.8)-(3.11). Так, для рассматриваемых моделей значения  $\sup \Delta$  составили:  $0.58\lambda$  для волноводно-щелевой антенной решетки,  $0.9\lambda$  для рупорных антенн с размерами апертуры  $130 \times 100 \times 110$  мм<sup>3</sup>,  $1.16\lambda$  для рупорных антенн с размерами апертуры  $100 \times 60 \times 110$  мм<sup>3</sup>.

Поскольку оценка верхней границы  $\sup \Delta$  была получена теоретически, она может быть завышенной относительно реальной величины, свойственной проекционному методу. Поэтому с целью получения экспериментальной оценки для рассматриваемых моделей антенн из решения обратных задач по данным электромагнитного поля в ближней зоне, полученным на плоскости с пространственным шагом от  $0.4\lambda$  до  $2\lambda$ , определялись распределения электромагнитного поля в дальней зоне, для которых по (3.7) рассчитывались отклонения от эталонного распределения модели. Результаты (рисунок 3.16 – рисунок 3.18) демонстрируют, что высокий уровень максимума эквивалентного уровня помех (*ENL*) реализуется в верхней части рассматриваемого диапазона пространственного шага ( $0.4\lambda, 2\lambda$ ). При этом, начиная со значений пространственного шага  $\Delta$ , соответствующих верхней границе оценки  $\sup \Delta$ , реализуемые погрешности имеют сопоставимые значения.

Для более явной демонстрации результатов введем часто используемый критерий среднеквадратичной погрешности восстановления

$$RMSE = \frac{\| |E_{ex}| - |E_{rec}| \|_2}{\| |E_{ex}| \|_2}, \quad (3.12)$$

где  $\| \cdot \|_2$  - среднеквадратичная норма, и построим его зависимость от пространственного шага (рисунок 3.19).

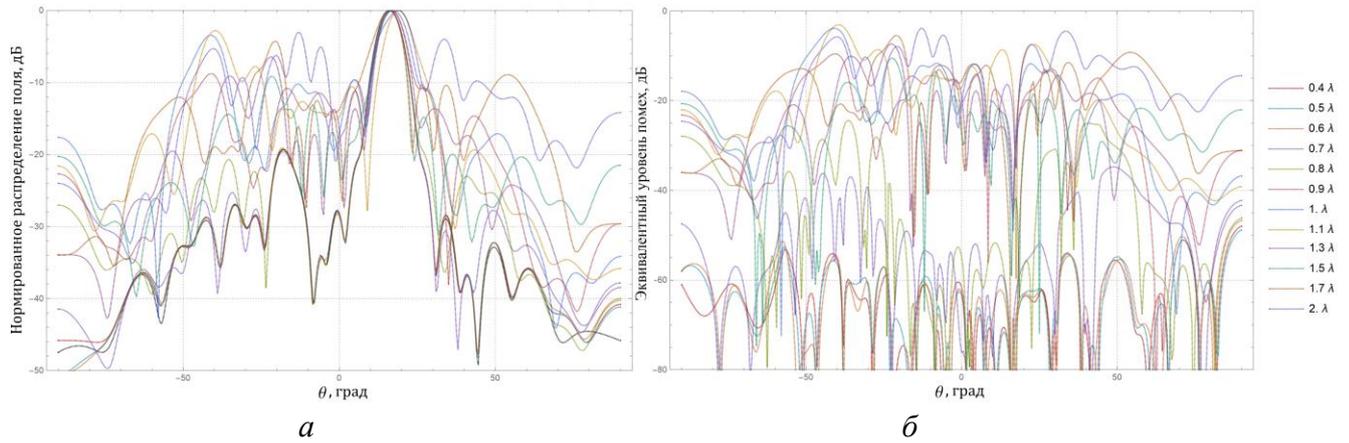


Рисунок 3.16 – Результаты восстановления распределения электромагнитного поля волноводно-щелевой антенной решетки в дальней зоне по выборкам поля с различным пространственным шагом: нормированное распределение поля (а) и распределение  $ENL$  (б)

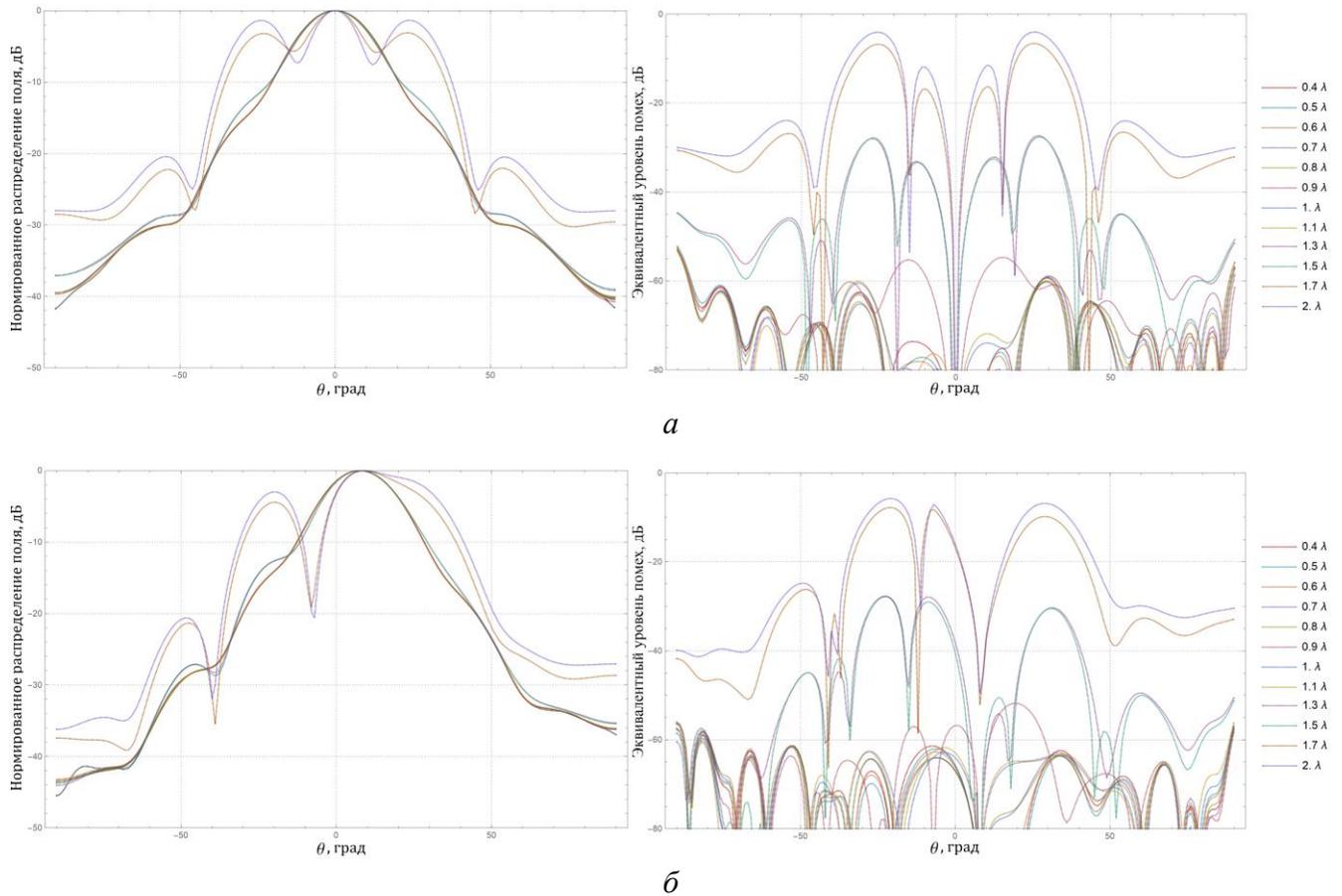


Рисунок 3.17 – Результаты восстановления распределения электромагнитного поля рупорных антенн в дальней зоне по выборкам поля с различным пространственным шагом: симметричный рупор  $100 \times 60 \times 110 \text{ мм}^3$  (а) и скошенный рупор  $100 \times 60 \times 110 \text{ мм}^3$  (б)

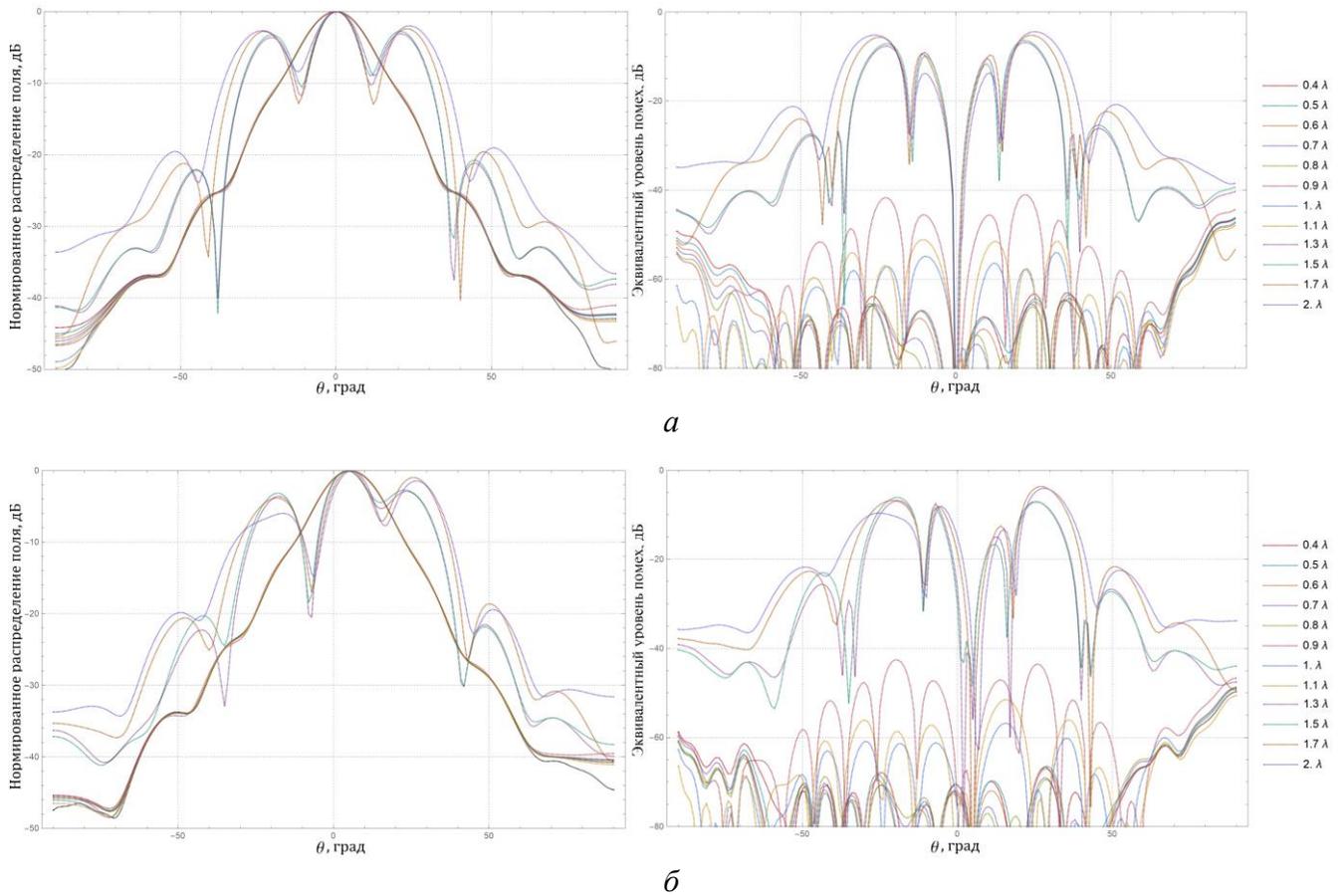


Рисунок 3.18 – Результаты восстановления распределения электромагнитного поля рупорных антенн в дальней зоне по выборкам поля с различным пространственным шагом: симметричный рупор  $130 \times 100 \times 110 \text{ мм}^3$  (а) и скошенный рупор  $130 \times 100 \times 110 \text{ мм}^3$  (б)

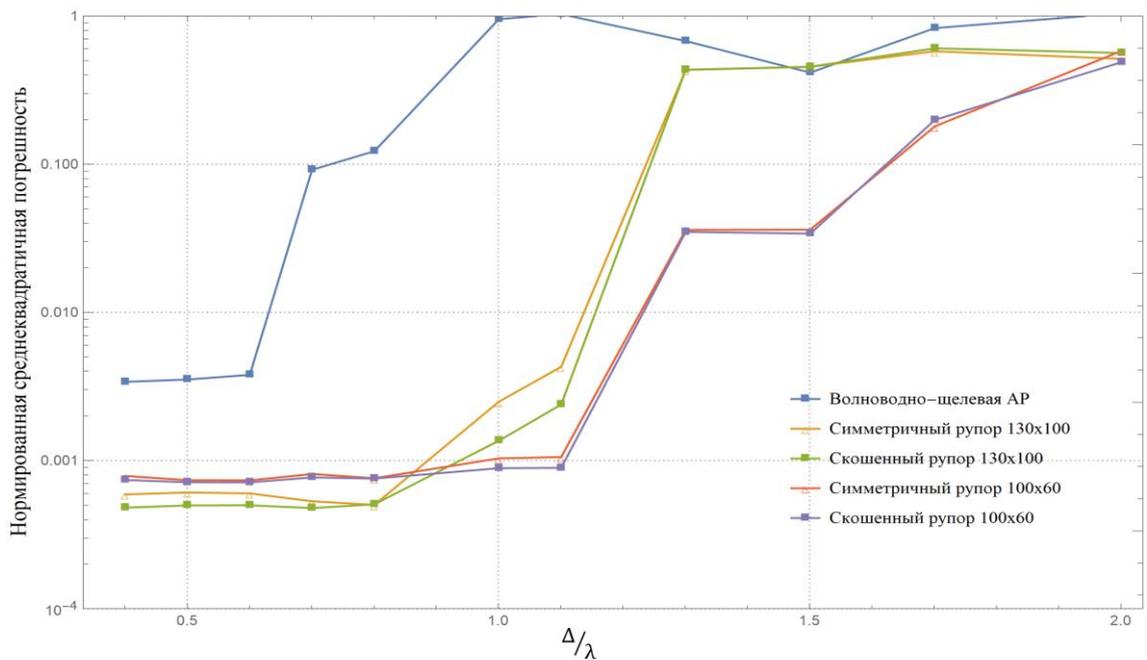


Рисунок 3.19 – Зависимость нормированной среднеквадратичной погрешности восстановления поля от пространственного шага между выборками ближнего поля

На рисунке 3.19 для всех рассматриваемых моделей антенн прослеживается резкое уменьшение погрешности (3.12) при восстановлении распределения электромагнитного поля по данным ближнего поля с пространственным шагом, соответствующим верхней границе оценки  $\sup \Delta$ , вплоть до уровня погрешности, соответствующему нижней границе  $\inf \Delta$ . При этом разброс погрешности в диапазоне значений  $(\inf \Delta, \sup \Delta)$ , относительно погрешности, реализуемой для нижней границе  $\inf \Delta$ , не превышает 2%. Полученные результаты свидетельствуют, что для разработанного метода величина пространственного шага  $\Delta = 0.5\lambda$  является достаточным условием, а величина шага (3.11), вытекающая из теории репрезентативных выборок, – необходимым условием точного восстановления, определяющим требуемое число выборок поля в ближней зоне.

Как известно, преобразования, основанные на методе модального разложения, имеют ограничения на тип измерительной поверхности, а также на структуру измерительных сеток, которые, в свою очередь, накладывают довольно жесткие требования на конструкции сканеров ближнего поля, их позиционирование в пространстве и обеспечиваемую точность перемещения. Для планарных измерительно-вычислительных комплексов ближнего поля методы модального разложения требуют измерений только на регулярных измерительных сетках (с постоянным шагом вдоль каждой из осей перемещения). Даже в инновационных методах сканирования [100, 101], используемых для сокращения времени измерений, для преобразования используют данные поля на стандартной регулярной сетке, полученные из измеренных выборок посредством интерполяции [102, 103]. При этом математическая формулировка проекционного метода никак не ограничивает структуру измерительных сеток. Поэтому для определения ограничений исследована возможность восстановления распределения электромагнитного поля на неструктурированных сетках, предельным случаем которых являются измерения с равновероятной случайной выборкой поля.

Воспользуемся статистическим подходом, а именно методом Монте-Карло. Так, для моделей скошенной рупорной антенны  $100 \times 60 \times 110$  мм<sup>3</sup> и двумерной антенной решетки (рисунок 3.20) с априорно известным (рассчитанным в HFSS) распределением поля в дальней зоне решалась обратная задача по данным ближнего поля с общим числом выборок, соответствующим числу выборок регулярной сетки в измерительной области. Позиция каждой выборки определяется случайным образом с равномерной вероятностью по всей области ближнего поля размерами  $1000 \times 1000$  мм<sup>2</sup> с дискретом  $\lambda/10$ . Некоторые примеры нерегулярных сеток (позиции выборок поля отмечены черными точками) для модели скошенного рупора  $100 \times 60 \times 110$  мм<sup>3</sup> приведены на рисунке 3.21.

Итоговые статистики насчитывали по 5000 экземпляров нерегулярных сеток как для модели антенны апертурного типа, так и для модели двумерной антенной решетки. Восстановленные распределения поля (рисунок 3.22, рисунок 3.24), а также гистограммы среднеквадратичной погрешности относительно эталонных распределений приведены на рисунке 3.23 и рисунке 3.25.

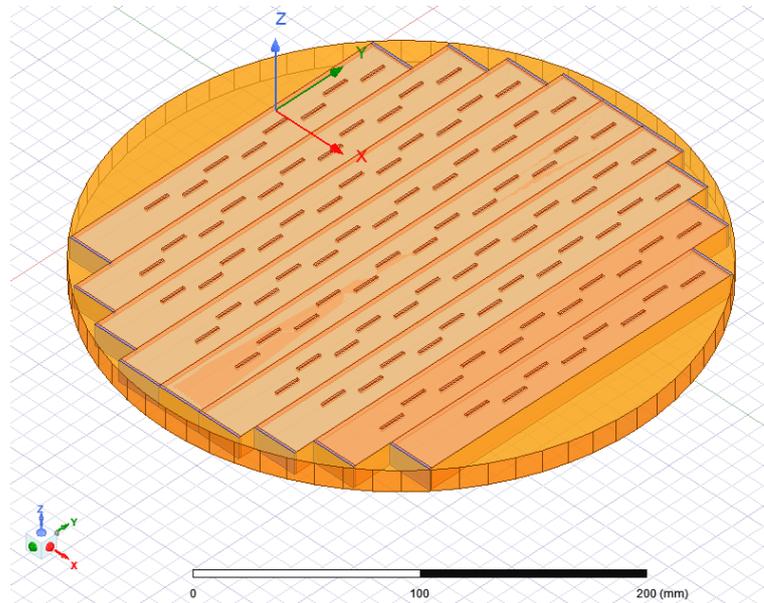


Рисунок 3.20 – Модель двумерной волноводно-щелевой антенной решетки в HFSS

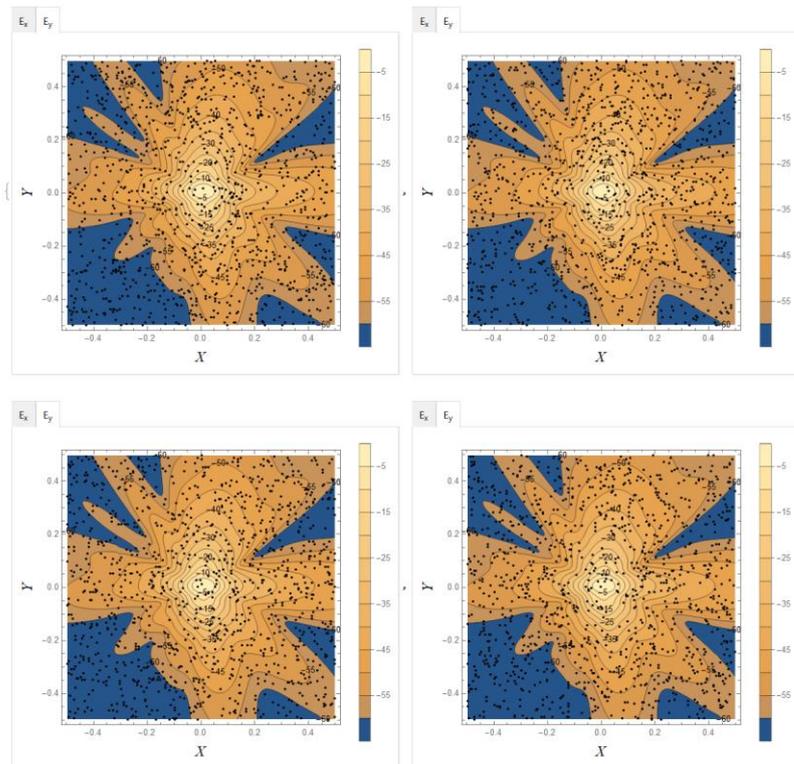


Рисунок 3.21 – Примеры четырех нерегулярных сеток измерения поля скошенной рупорной антенны  $100 \times 60 \times 110 \text{ мм}^3$  в ближней зоне, построенных с равномерной вероятностью выборки

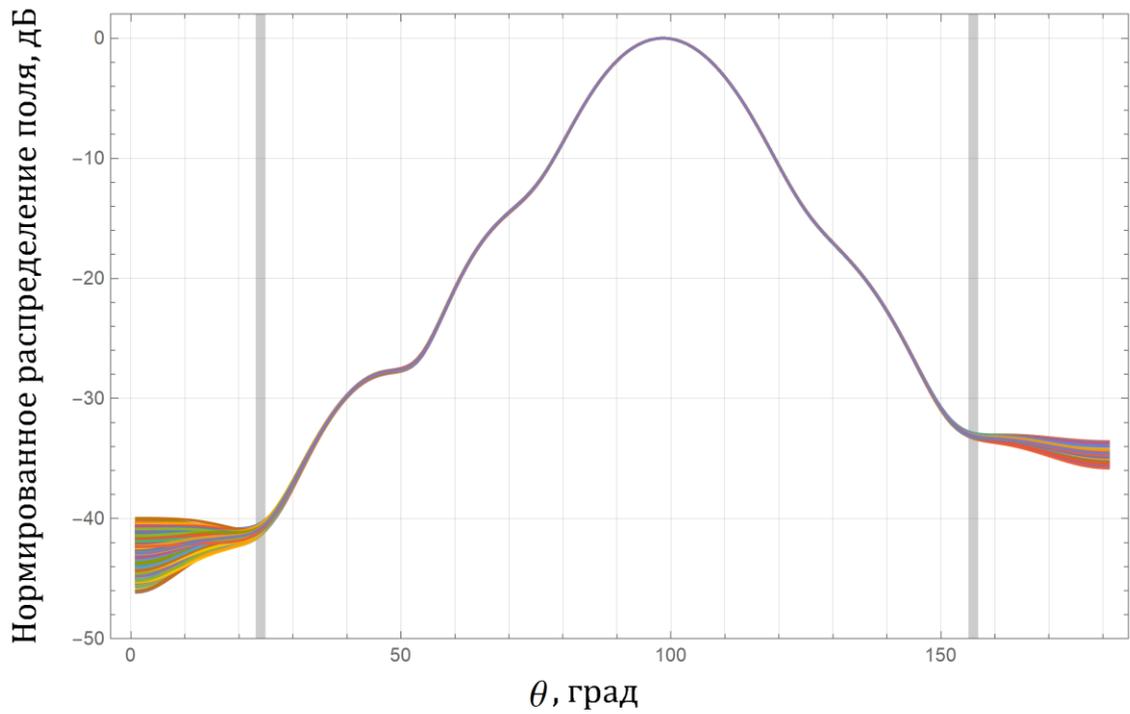
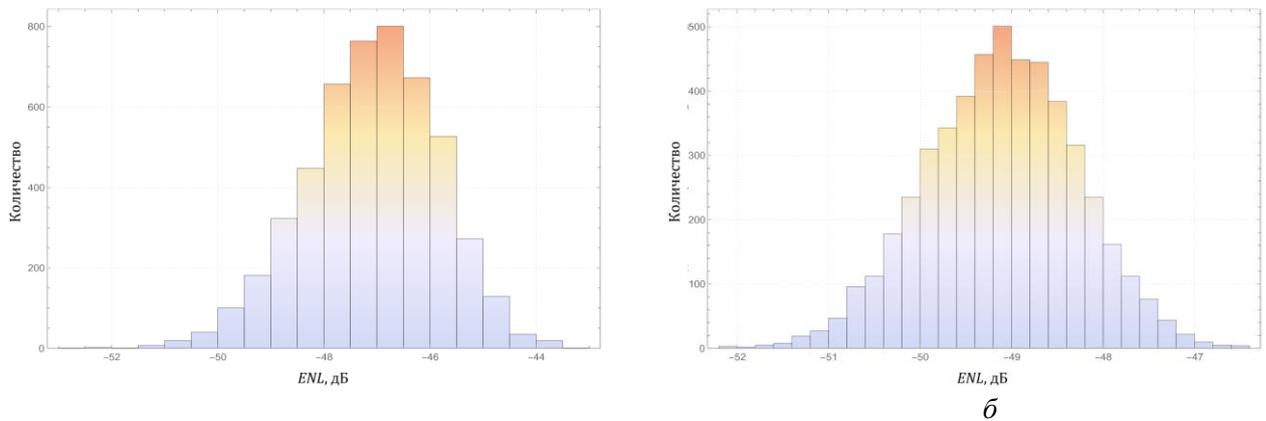


Рисунок 3.22 – Статистика распределений напряженности электрического поля в Н-плоскости модели рупорной антенны  $100 \times 60 \times 110 \text{ мм}^3$  в дальней зоне излучения



*a*

*б*

Рисунок 3.23 – Гистограмма распределения максимального значения эквивалентного уровня помех  $ENL$  при восстановлении распределения электромагнитного поля рупорной антенны: в Н-плоскости (*a*), в Е-плоскости (*б*)

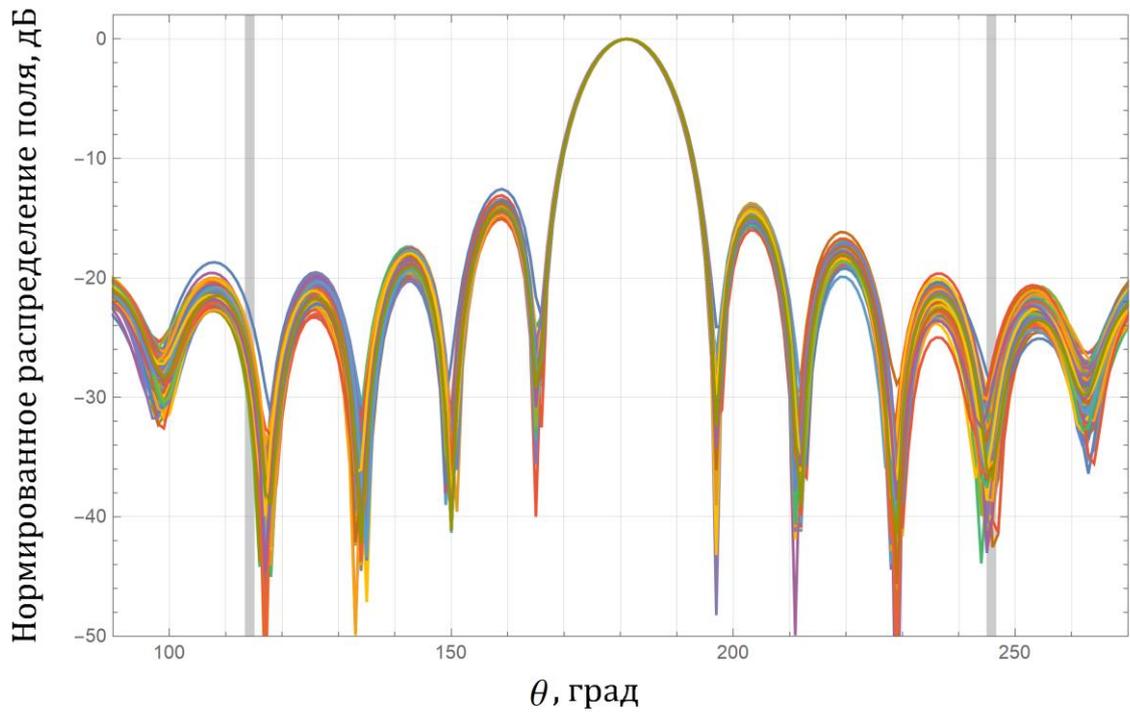


Рисунок 3.24 – Статистика распределений напряженности поля в Н-плоскости модели двумерной антенной решетке в дальней зоне излучения

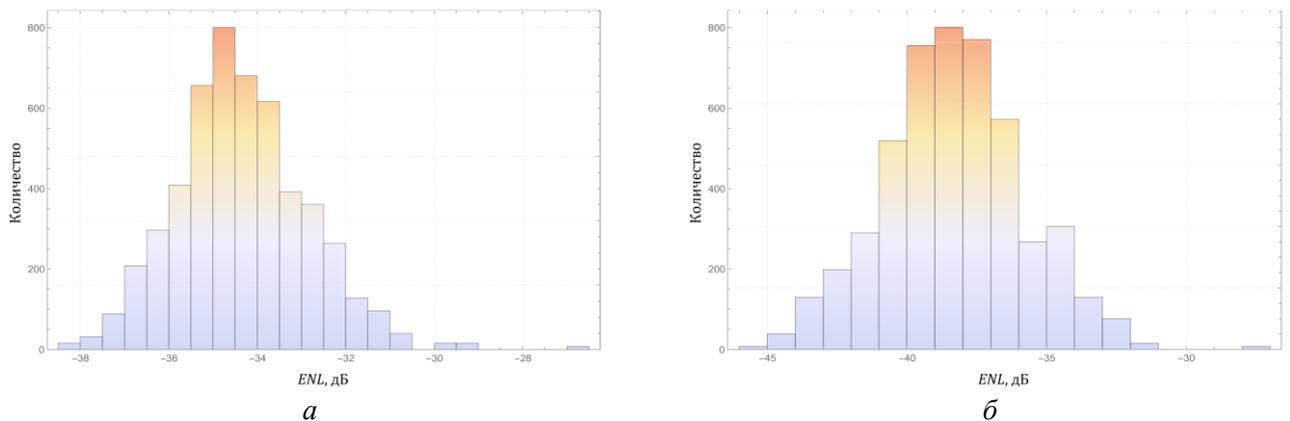


Рисунок 3.25 – Гистограмма распределения максимального значения эквивалентного уровня помех (3.7) при восстановлении распределения электромагнитного поля: в горизонтальном сечении (а), в вертикальном сечении (б)

Рассчитанный доверительный интервал значения максимального эквивалентного уровня помех с уровнем значимости 0,95 для рупорной антенны лежит в диапазоне (-49.54, -44.6) дБ, а для двумерной антенной решетки – в (-36.76, -30.6) дБ. Разница почти в 12 дБ в эквивалентном уровне помех связана с особенностями распределения поля, в частности большим числом боковых лепестков антенной решетки. Кроме того, она также обусловлена тем, что число выборок поля, использовавшихся для восстановления распределения поля антенной решетки, эквивалентно верхней границе диапазона значений пространственного шага, рассчитанного по (3.8)-(3.11), в то время как для рупорной антенны число выборок, соответствующее верхней

границе, более чем в два раза превышает число выборок, задействованных на нерегулярных сетках. Таким образом, количество информации о поле в ближней зоне для рупорной антенны было избыточным для точного восстановления распределения поля в дальней зоне. Для подтверждения этого были сформированы дополнительные статистические данные с числом выборок поля эквивалентным пространственному шагу  $1\lambda$  и  $1.5\lambda$ . Полученные гистограммы распределений максимального значения эквивалентного уровня помех (рисунок 3.26) демонстрируют увеличение медианного значения, наряду с которым происходит кратный рост дисперсии.

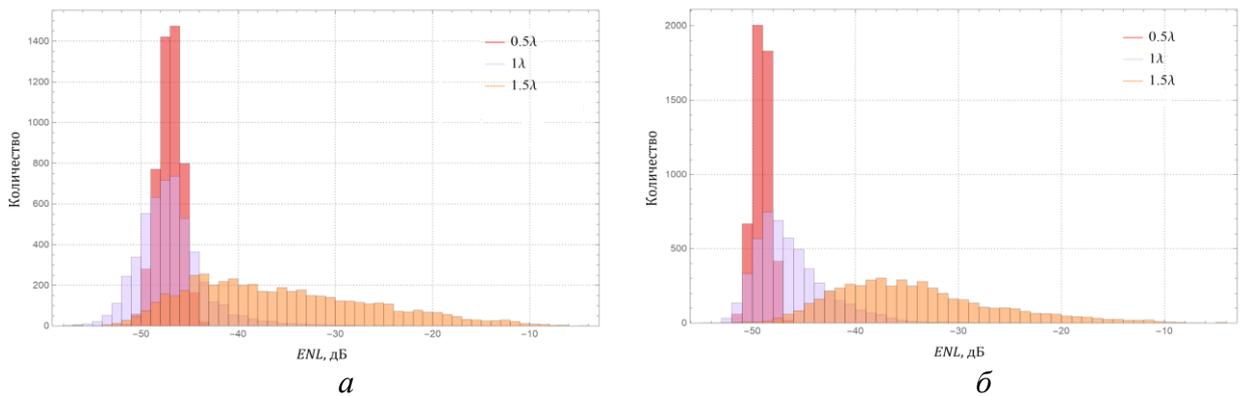


Рисунок 3.26 – Гистограмма распределения максимального значения эквивалентного уровня помех  $ENL$  при восстановлении распределения электромагнитного поля по нерегулярным выборкам поля в ближней зоне: в горизонтальном сечении (а), в вертикальном сечении (б)

Учитывая представленные результаты, следует важный вывод, что проекционный метод не имеет ограничений на структуры выборок поля в ближней зоне при условии их избыточности.

### 3.3 Исследование эффективности решения обратной задачи излучения

Эффективность разработанных алгоритмов, с точки зрения используемой памяти, в явном виде определяется из их структур, описанных в подразделе 2.3. Однако в части скорости вычислений эффективность определяется скоростью сходимости, аналитические оценки которой могут быть получены только для частных случаев Гауссовых матриц [94]. Поэтому единственным возможным вариантом является оценка скорости сходимости алгоритмов на конкретных численных задачах, при этом целесообразным видится сопоставление результатов с наиболее часто используемым методом сопряженных градиентов (от англ. conjugate gradient method, CGM).

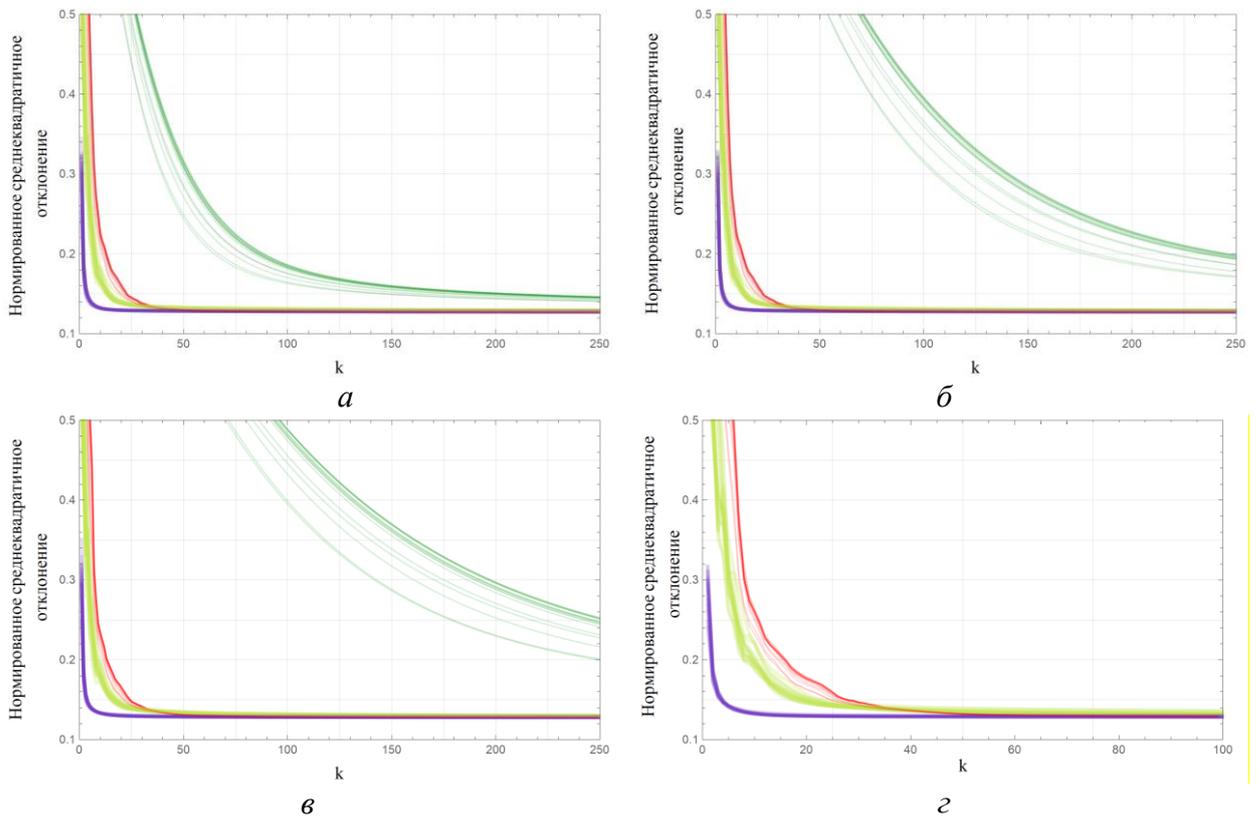
Необходимо отметить, что размерность численной задачи определяется в каждом конкретном случае числом выборок поля, а также размерами исследуемой антенны или ее апертуры, которые могут значительно варьироваться. При этом среди всего многообразия возможных размерностей численных задач можно выделить три случая:

- 1) число выборок поля меньше числа неизвестных (недоопределенная СЛАУ);
- 2) число выборок сопоставимо с числом неизвестных (определённая СЛАУ);
- 3) число выборок больше числа неизвестных (переопределенная СЛАУ).

В результате, чтобы получить оценки вычислительной сложности в наиболее общем виде необходимо, не только получить оценки при различном числе неизвестных, но и рассмотреть поведение сходимости в каждом из этих трех случаев.

Так как число неизвестных в целом зависит от размеров антенны, то можно рассмотреть сходимость решения обратной задачи для однотипных антенн, отличающихся геометрическими размерами. Однако тогда электромагнитные поля в ближней зоне, относительно которого высчитывается среднеквадратичная погрешность (3.12) и определяется сходимость, будут различны, что принесет в результаты неконтролируемую ошибку. Поэтому сходимость должна рассматриваться и сравниваться в рамках одной модели, причем с наиболее сложным поведением поля в ближней зоне. Учитывая это, а также результаты подраздела 3.1, согласно которым начиная с уровня дискретизации поверхности  $\sim 0.9\lambda$ , точность решения определяется численной ошибкой алгоритма  $\delta$ , для оценки вычислительной сложности рассмотрена сходимость алгоритмов при решении обратной задачи на примере микрополосковой антенной решетки (8x8 элементов) при различных уровнях дискретизации ее поверхности. При этом общее повышение размерности задачи обеспечивалось за счет увеличения числа рассматриваемых выборок. Это с одной стороны обеспечивало сопоставимость результатов, а с другой стороны – различные соотношения  $s=n/m$ , характеризующие случаи 1-3.

Результаты сходимости решения СЛАУ, сформированных для областей с 3362, 6642, 9882, и 20402 выборок полей и уровней дискретизации поверхности, лежащих в диапазоне от  $0.1\lambda$  до  $0.9\lambda$  представлены на рисунке 3.27.

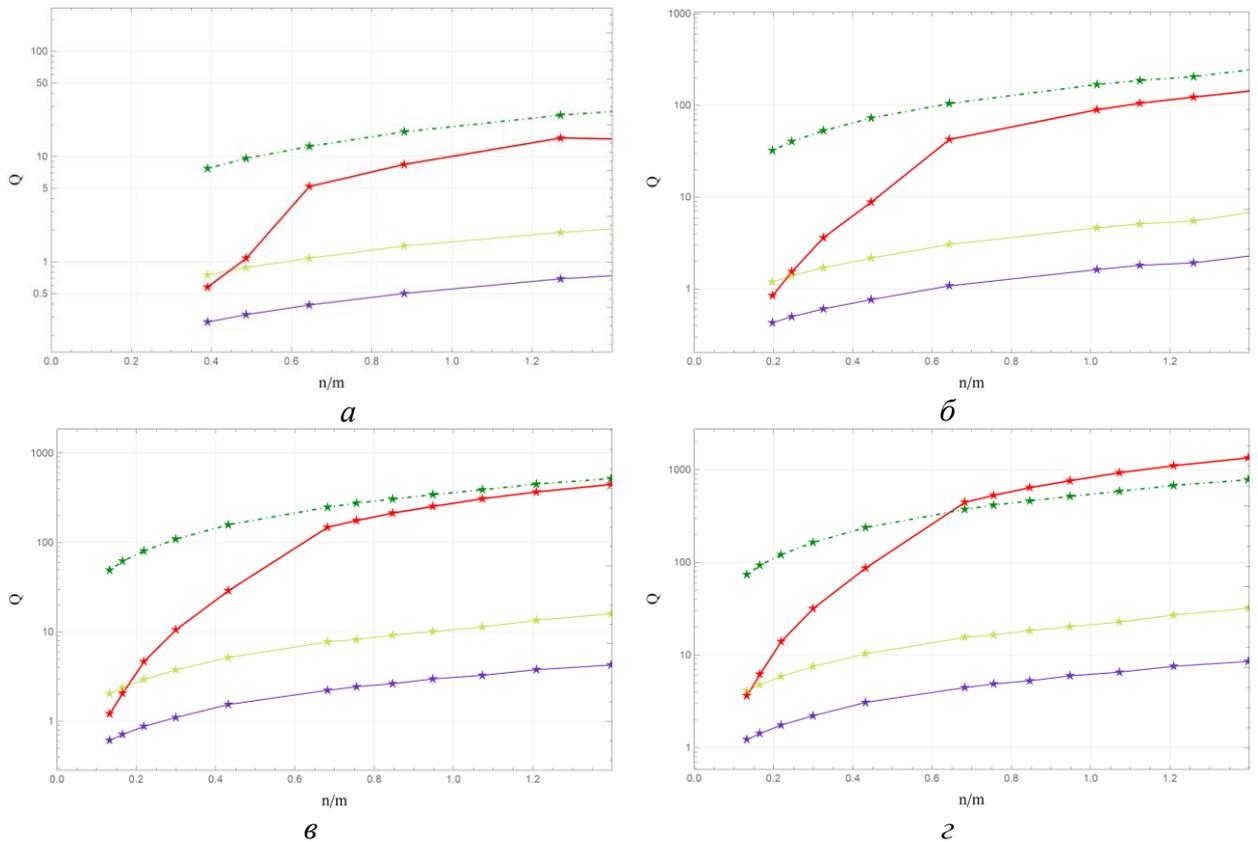


желтый – последовательный проекционный алгоритм; синий – рандомизированный проекционный алгоритм; красный – метод сопряженных градиентов (Wolfram); зеленый – блочный проекционный алгоритм

Рисунок 3.27 – Сходимость решения СЛАУ от числа итераций алгоритма  $k$  для различных уровней дискретизации поверхности с числом выборок поля: 3362 (*a*), 6642 (*б*), 9882 (*в*), 20402 (*г*).

Полученные результаты демонстрируют, что в каждом случае скорость сходимости рандомизированного проекционного алгоритма на порядок превосходит скорость сходимости метода сопряженных градиентов. Блочный алгоритм показывает более медленную сходимость, однако она может быть скомпенсирована за счет распараллеливания вычислений, которое обеспечит более эффективное решение СЛАУ с точки зрения затраченного времени.

Общая арифметическая сложность алгоритмов  $Q$  (по времени) с учетом реализуемых значений сходимости (рисунок 3.28) показывает, что рандомизированный проекционный алгоритм обеспечивает наилучшее вычислительное время для недоопределенных систем ( $n/m > 1$ ), квазиопределенных систем и переопределенных систем ( $0.2 < n/m < 0.9$ ), при этом для сильно переопределенных систем ( $n/m < 0.2$ ) скорость решения проекционными алгоритмами сопоставима со скоростью метода сопряженных градиентов.



желтый – последовательный проекционный алгоритм; синий – рандомизированный проекционный алгоритм; красный – метод сопряженных градиентов (Wolfram); зеленый – блочный проекционный алгоритм

Рисунок 3.28 – Зависимость вычислительной сложности проекционных алгоритмов решения СЛАУ от коэффициента ее неопределенности с числом выборок поля: 3362 (*a*), 6642 (*б*), 9882 (*в*), 20402 (*г*).

### 3.4 Оценка влияния погрешности во входных данных на результаты реконструкции

Важным этапом при разработке проблемно-ориентированных методов решения обратных задач является оценка их устойчивости к ошибкам во входных данных, которые являются неизбежными ввиду специфики получения информации, а именно – измерений. Поскольку ошибки решения обратной задачи сказываются на результатах восстановления распределения электромагнитного поля через воздействие прямого оператора, асимптотическое поведение которого обладает сглаживающими свойствами, то устойчивость метода целесообразно рассматривать относительно некоторого эталонного распределения тока  $\mathbf{J}$  и  $\mathbf{M}$ . В силу ограниченности классических аналитических решений использован метод искусственных решений [104], идея которого состоит в том, чтобы изначально выбрать решение задачи  $\mathbf{x}$ , и затем с помощью него определить вектор входных данных, из которого затем, путем добавления случайного значения, формировать входные данные с различными погрешностями.

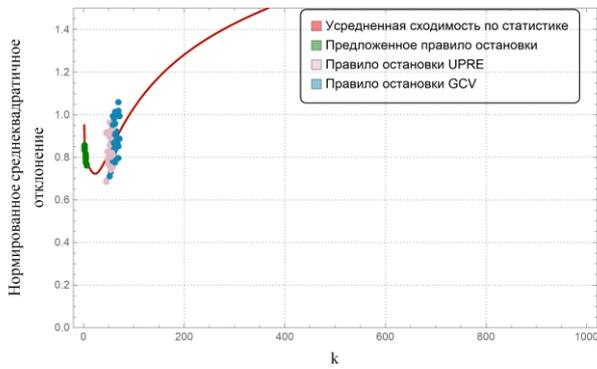
По определению ток является поверхностным и не может иметь нормальной составляющей к поверхности, поэтому изначально была выбрана поверхность  $S_{rec}$  и ее разбиение, на котором были установлены области равномерной концентрации тока и его максимальное значение в заданной области. Для разбиения формировался граф связности, устанавливающий направление протекания тока, после чего для каждого треугольника вычислялись значения функционалов (2.14), формирующих численное представление эталонного решения  $\mathbf{J}_m, \mathbf{M}_m$ .

Для формирования искусственных входных данных  $\mathbf{y}$  выбиралась область  $S_{meas}$  на расстоянии  $3\lambda$ , относительно которой проводился расчет матрицы  $\mathbf{A}$ . Впоследствии эта же матрица использовалась при решении обратных задач с зашумленным вектором входных данных  $\mathbf{y}_\delta$ , который формировался как

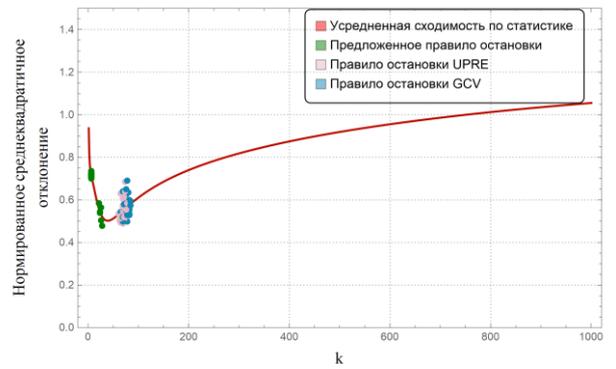
$$\mathbf{y}_\delta = \mathbf{y} + \mathbf{n}, \quad (3.13)$$

где  $\mathbf{n}$  – вектор шума с нормальным распределением  $\mathcal{N}(0, SNR/3)$ , а  $SNR$  – отношение сигнал/шум (величина обратная среднему значению эквивалентного уровня помех (3.7)).

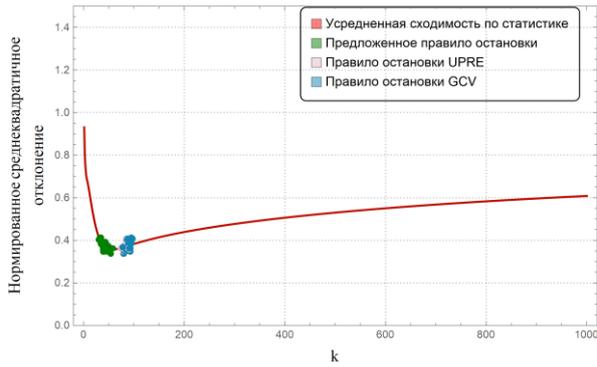
Решение обратных задач осуществлялось последовательным и рандомизированным алгоритмами, остановка которых проводилась с соответствии с правилами подраздела 2.4, а также правилом обобщённой перекрёстной валидации (от англ. general cross validation, *GCV*) и правилом минимизации прогноза ошибки (от англ. unbiased predicted risk error, *UPRE*) [105,106]. Результаты сходимости решения задачи с различным уровнем шума  $SNR$  относительно эталонного решения в среднеквадратичной метрике показаны на рисунке 3.29. Они демонстрируют с одной стороны, что решение при уровнях шума  $SNR < 20$  дБ является крайне неустойчивым (отклонение решение на последней итерации как минимум в 1.5 раза больше минимального отклонения), в диапазоне шумов  $20 \text{ дБ} < SNR < 30 \text{ дБ}$  проявляется слабая неустойчивость, а при уровнях шума  $SNR > 30 \text{ дБ}$  является устойчивым, т.к. получена монотонная сходимость. При этом остановка алгоритмов, в соответствии с (2.32), *UPRE* и *GCV* обеспечила решение задачи с минимальным отклонением от эталонного решения при  $SNR < 20$  дБ. При уровнях  $SNR > 30$  дБ, все правила (2.32), *UPRE* и *GCV* обеспечивали преждевременную остановку алгоритмов, при которых отклонение от эталонного решения не более чем на 5 % превышало минимальное отклонение. Эти результаты свидетельствуют, что разработанные проекционные алгоритмы с правилом остановки (2.32) устойчивы к случайным ошибкам во входных данных и более того обеспечивают наилучшее решение за минимальное вычислительное время. При этом в качестве альтернативы могут быть использованы *UPRE* и *GCV*, однако их применение увеличивает вычислительную сложность алгоритмов [106].



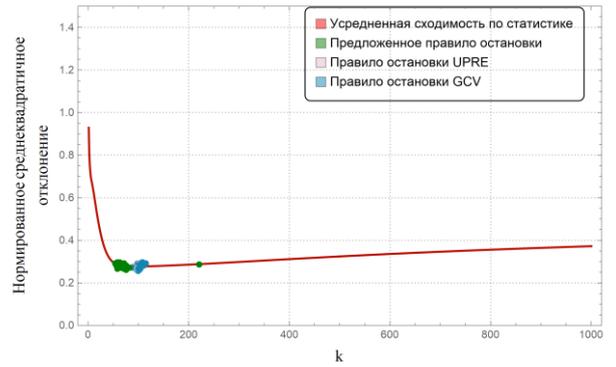
а



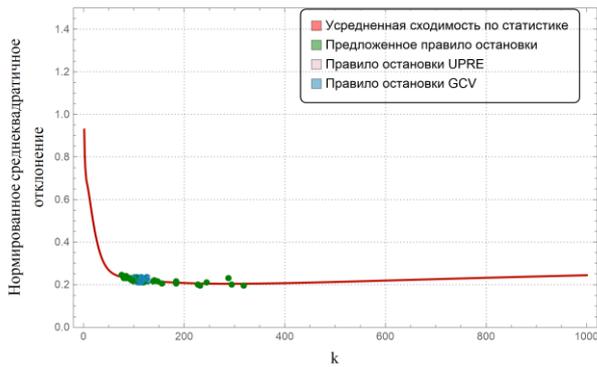
б



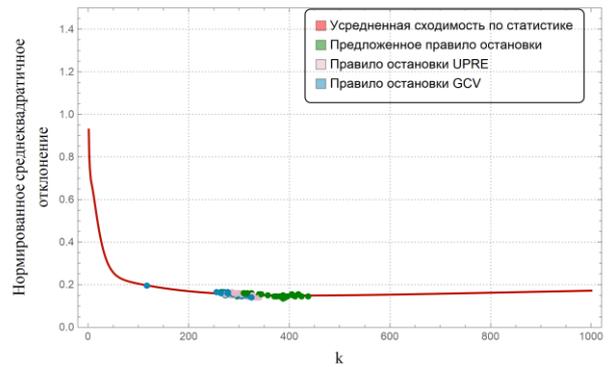
в



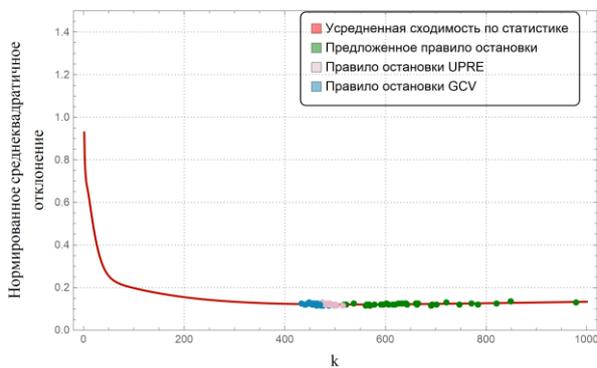
г



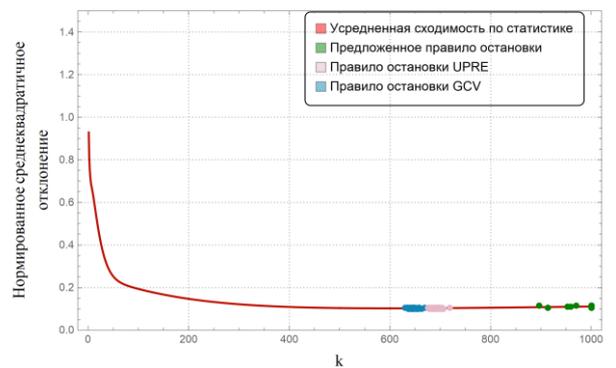
д



е



ж



и

Рисунок 3.29 – Среднеквадратичная ошибка восстановления (3.12) тока из искусственных данных ближнего поля с нормально распределенным шумом при:  $SNR=5$  дБ (а),  $SNR=10$  дБ (б),  $SNR=15$  дБ (в),  $SNR=20$  дБ (г),  $SNR=25$  дБ (д),  $SNR=30$  дБ (е),  $SNR=35$  дБ (ж),  $SNR=40$  дБ (и)

Для оценки эффекта регуляризации с точки зрения точности восстановления распределения электромагнитного поля с помощью прямого оператора из эталонного решения вычислено эталонное распределение поля в дальней зоне, относительно которого рассчитывалось максимальное значение эквивалентного уровня помех для распределений поля, полученных из решения обратной задачи с зашумленным вектором входных данных (рисунок 3.30). Результаты показывают, что использование в качестве регуляризирующего параметра шаг остановки алгоритма  $k$  позволяет вплоть до 15 дБ снизить уровень ошибки при уровне шума  $SNR < 20$  дБ, что свидетельствует о крайней устойчивости алгоритмов.

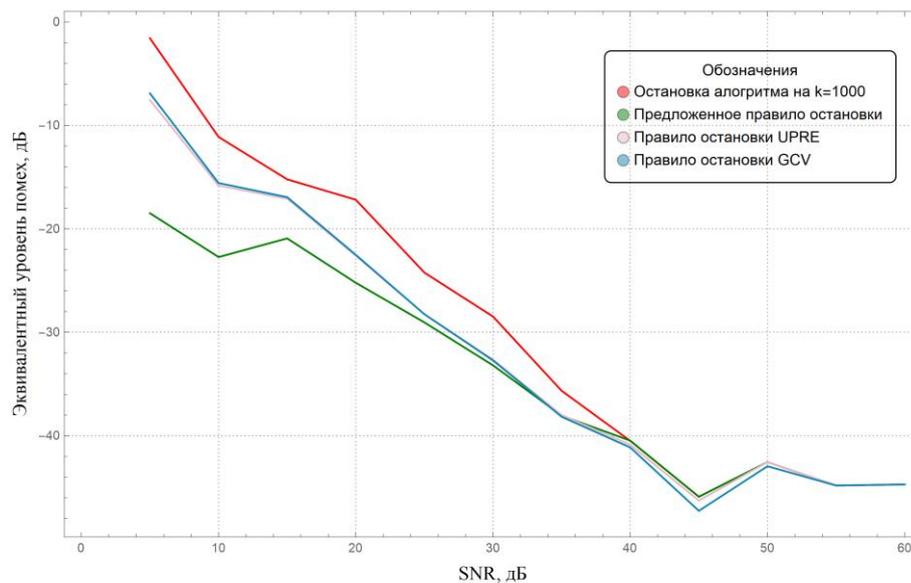


Рисунок 3.30 – Зависимость максимального значения эквивалентного уровня помех при восстановлении поля алгоритмом 2.2 с различными правилами остановки от уровня  $SNR$  во входных данных

Учитывая продемонстрированную устойчивость решения обратной задачи как относительно поверхностного тока, так и распределения электромагнитного поля, с помощью статистического подхода определены требования к погрешности входных данных, при которых погрешность в решении не превышает заданного уровня. Методом Монте-Карло проведено 250 реконструкций электромагнитного поля в дальней зоне, где вектор входных данных синтезировался по формуле (3.13) для случайного уровня  $SNR$  равномерно распределенного в диапазоне от 0 до 60 дБ. Полученные результаты для сектора  $(-90^\circ, 90^\circ)$  приведены на рисунке 3.31 из которого следует, что для определения распределения поля с максимальным значением эквивалентного уровня помех, не превышающем минус 35 дБ в полном угловом секторе, отношение сигнал/шум ( $SNR$ ) при измерении должен быть не менее 35 дБ, а для

определения распределения поля в угловом секторе, характерного методу модального разложения (3.5),  $SNR$  должен быть не менее 20 дБ.

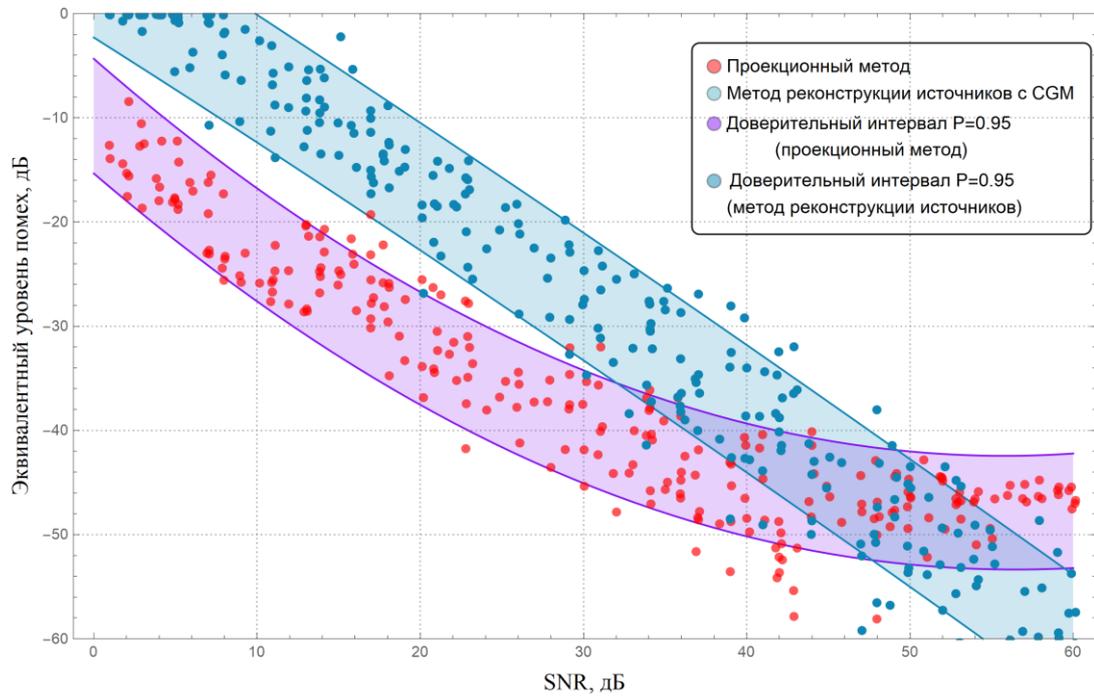


Рисунок 3.31 – Значения и доверительные интервалы максимального эквивалентного уровня помех в секторе восстановления ( $-90^\circ, +90^\circ$ ) при различных уровня  $SNR$  во входных данных

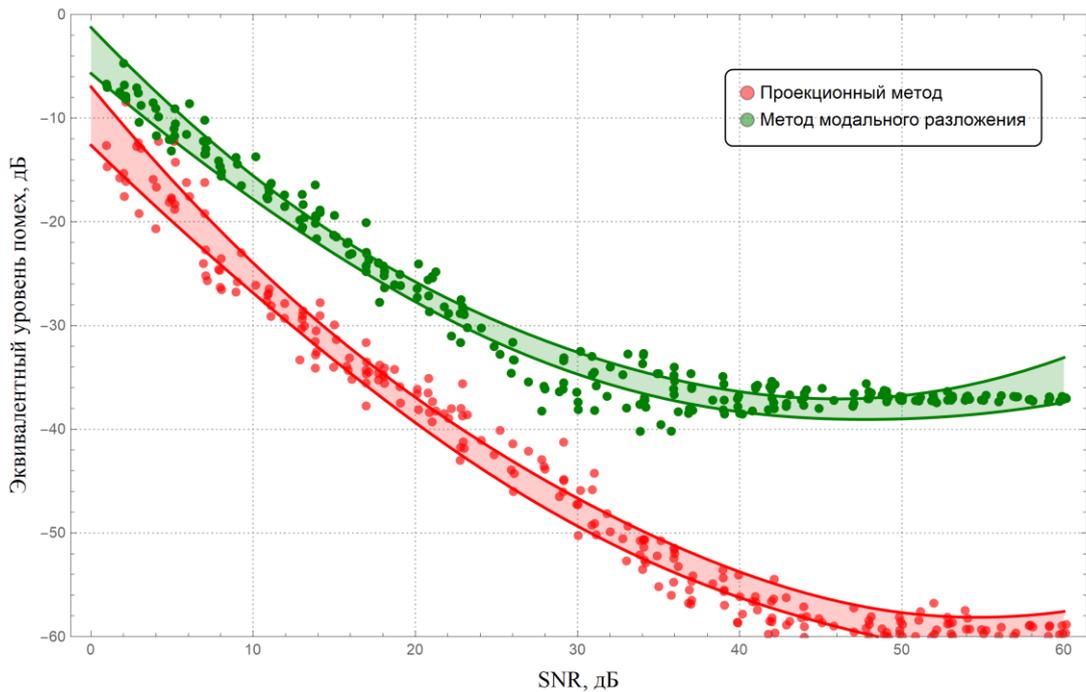


Рисунок 3.32 – Значения и доверительные интервалы ( $P=0.95$ ) максимального эквивалентного уровня помех в секторе восстановления ( $-\alpha_c, \alpha_c$ ) при различных уровня  $SNR$  во входных данных

## 4 МЕТОДИКА КОРРЕКЦИИ РЕЗУЛЬТАТОВ ИЗМЕРЕНИЯ ПОЛЯ АНТЕННЫ В БЛИЖНЕЙ ЗОНЕ

Сказал удачно – будто сделал славно!  
Но все-таки слова ведь не дела!  
*Шекспир, “Генрих VIII”*

### 4.1 Математическая теория измерений ближнего поля

Электромагнитное поле антенны в ближней зоне формируется из бесконечного числа плоских волн, распространяющихся в различных направлениях [107]. Пусть  $\mathbf{T}(k_x, k_y)$  обозначает амплитуду плоской волны соответствующей направлению распространения  $(k_x, k_y)$ , тогда напряженность электрического поля  $\mathbf{E}(\mathbf{r})$  антенны, работающей на заданной частоте  $\omega$ , в любой точке ближнего поля  $\mathbf{r}$  может быть выражено в виде

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \mathbf{T}(k_x, k_y) e^{i(k_x x + k_y y + k_z z)} dk_x dk_y, \quad (4.1)$$

где  $k_z = \sqrt{k^2 - k_x^2 - k_y^2}$  – продольная компонента волнового числа  $k$ .

В свою очередь, амплитудные значения  $\mathbf{T}(k_x, k_y)$  плоских электромагнитных волн, излученных антенной и именуемых спектром, определяются из пространственного распределения поля, известного на некоторой поверхности, как

$$\mathbf{T}(k_x, k_y) = \frac{e^{-ik_z z}}{2\pi a_0} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \mathbf{E}(\mathbf{r}) e^{i(k_x x + k_y y + k_z z)} dx dy \quad (4.2)$$

где  $a_0$  - амплитуда монохроматического сигнала, возбуждающего исследуемую антенну.

Когда в точку  $\mathbf{r}$ , поверхности измерения помещается зонд, каждая плоская волна наводит на выходе зонда напряжение, прямо пропорциональное ее амплитуде с учетом запаздывающего потенциала и комплексного коэффициента  $\mathbf{R}(k_x, k_y)$ , характеризующего отклик зонда. Соответственно, приращение напряжения на выходе зонда  $db_p(\mathbf{r}_0)$ , обусловленное влиянием плоской электромагнитной волны, распространяющейся в направлении  $(k_x, k_y)$ , записывается в виде

$$db_p(\mathbf{r}) = a_0 \mathbf{R}(k_x, k_y) \mathbf{T}(k_x, k_y) e^{i(k_x x + k_y y + k_z z)} dk_x dk_y. \quad (4.3)$$

Напряжение, наводимое на нагрузке зонда  $b_p(\mathbf{r})$  и фиксируемое измерительной аппаратурой (измеритель мощности, векторный анализатор цепей, анализатор спектра), является суперпозиций напряжений (4.3) и представляет собой интеграл вида

$$\mathbf{b}_p(\mathbf{r}) = a_0 \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \mathbf{R}(k_x, k_y) \mathbf{T}(k_x, k_y) e^{i(k_x x + k_y y + k_z z)} dk_x dk_y \quad (4.4)$$

Применив к (4.4) обратное преобразование Фурье, получим

$$\mathbf{R}(k_x, k_y) \mathbf{T}(k_x, k_y) = \frac{e^{ik_z z_0}}{(2\pi)^2 a_0} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \mathbf{b}_p(\mathbf{r}) e^{-i(k_x x + k_y y + k_z z)} dx dy \quad (4.5)$$

Заметим, что правая часть уравнения (4.5) структурно совпадает с (4.2), а также тот факт, что отношение сигнала, фиксируемого зондом  $\mathbf{b}_p(\mathbf{r})$  к зондирующему сигналу  $a_0$ , представляет собой коэффициент передачи  $S_{21}$  [108]. Тогда правая часть (4.5) определяет спектр поля, излучаемого тестовой антенной через выходной сигнал зонда в плоскости сканирования, как

$$\mathbf{S}(k_x, k_y) = \frac{e^{ik_z z_0}}{(2\pi)^2} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \mathbf{S}_{21}(\mathbf{r}) e^{-i(k_x x + k_y y + k_z z)} dx dy. \quad (4.6)$$

В результате измеренные значения поля в ближней зоне  $\mathbf{S}_{21}(\mathbf{r})$  связаны с электромагнитным полем антенны  $\mathbf{E}(\mathbf{r})$  в спектральной области линейным соотношением

$$\mathbf{S}(k_x, k_y) = \mathbf{T}(k_x, k_y) \cdot \mathbf{R}(k_x, k_y). \quad (4.7)$$

Таким образом, при известной характеристике зонда  $\mathbf{R}(k_x, k_y)$  и измеренных значениях  $\mathbf{S}_{21}(\mathbf{r})$ , фиксируемых с помощью зонда, по формулам (4.1), (4.6) и (4.7) можно рассчитать точное электрическое поле исследуемой антенны  $\mathbf{E}(\mathbf{r})$ .

## 4.2 Методика коррекции результатов измерений поля исследуемой антенны в ближней зоне.

Учитывая, что  $\mathbf{R}(k_x, k_y)$  зависит только от конструкции зонда и не зависит от исследуемой антенны, приемную характеристику зонда  $\mathbf{R}(k_x, k_y)$  можно определить по измеренным  $\mathbf{S}_{21}(\mathbf{r})$  и точному полю  $\mathbf{E}(\mathbf{r})$ , известным для некоторой эталонной (тестовой) антенны [109, 110]. При этом необходимые данные ( $\mathbf{S}_{21}(\mathbf{r})$  и  $\mathbf{E}(\mathbf{r})$ ) могут быть определены с использованием программ HFSS, CST, MWS и др. путем полноволнового расчета электродинамической модели «эталонная антенна – зонд» [111]. Поскольку данный подход эквивалентен концепции калибровки, далее – поля, соответствующие эталонной (калибровочной) антенне  $\mathbf{S}_{21}(\mathbf{r})$  и  $\mathbf{E}(\mathbf{r})$ , будем называть калибровочными. Рассмотрим особенности выбора и построения модели «эталонная антенна – зонд», а также особенности получения калибровочных полей.

Поскольку разрабатываемая методика, в первую очередь, ориентирована на коррекцию планарных измерений поля, которые в основном осуществляются с помощью открытого конца прямоугольного волновода (OEWG), обеспечивающего поляризационную развязку на уровне 30-40 дБ, то уравнение (4.7) развязано относительно осей  $Ox$  и  $Oy$ , т.е

$$S_x(k_x, k_y) = E_x(k_x, k_y) \cdot R_{xx}(k_x, k_y) \quad (4.8)$$

$$S_y(k_x, k_y) = E_y(k_x, k_y) \cdot R_{yy}(k_x, k_y). \quad (4.9)$$

Тогда методика коррекции измеренных данных заключается в следующем:

- 1) получении спектрального представления измеренных полей  $S_v^{AUT}(k_x, k_y)$  путем применения прямого дискретного преобразования Фурье к  $S_v^{AUT}(x, y)$ ;
- 2) моделировании калибровочных полей  $E_v^{cal}(x, y)$  и  $S_v^{cal}(x, y)$  эталонной антенны;
- 3) получении спектрального представления калибровочных полей  $E_v^{cal}(k_x, k_y)$  и  $S_v^{cal}(k_x, k_y)$  путем применения прямого дискретного преобразования Фурье к  $E_v^{cal}(x, y)$  и  $S_v^{cal}(x, y)$ ;
- 4) расчете спектрального отклика по формуле

$$R_v(k_x, k_y) = \frac{E_v^{cal}(k_x, k_y)}{S_v^{cal}(k_x, k_y)};$$

- 5) расчете спектрального представления точных полей исследуемой антенны

$$E_v^{AUT}(k_x, k_y) = \frac{S_v^{AUT}(k_x, k_y)}{R_v(k_x, k_y)};$$

- 6) получении пространственного представления точных полей исследуемой антенны  $E_v^{AUT}(x, y)$  путем применения обратного дискретного преобразования Фурье к  $E_v^{AUT}(k_x, k_y)$ .

Подробно рассмотрим пункт 2 предложенной методики. Как упоминалось ранее, выбор эталонной антенны может носить произвольный характер, однако особенности расчета спектров (4.2) и (4.6) накладывают ряд ограничений. Так, конечность размера области определения полей может привести к ошибке усечения, что, в свою очередь, приведет к ошибке в спектральном отклике  $R_v(k_x, k_y)$  [112]. Поэтому выбор эталонной антенны, входящей в состав калибровочной модели, следует вести на основании требования минимального излучения антенны за пределами области измерения. Другим требованием, вытекающим из уравнения (4.7), является требование на отсутствие нулей в спектре волновых чисел антенны. Поэтому, с учетом данных ограничений, наиболее подходящим выбором эталонной (калибровочной) антенны является симметричная рупорная антенна, обеспечивающая монотонное убывание амплитуды поля вплоть до значений в  $(-30 \dots -20)$  дБ на краях области измерения.

Модель зонда должна быть согласована с геометрическими размерами и формой его реальной конструкции. Стенки модели зонда могут быть как идеальными, т.е. бесконечно тонкими, так и реальными, т.е. иметь конечную толщину. В первом случае, дополнительная идеализация модели, а именно задание бесконечной проводимости стенок (идеальный электрический проводник), позволяет понизить вычислительную сложность задачи, а, следовательно, и сократить время моделирования, что важно при отработке алгоритмов преобразования. Второй случай будет более актуальным, если калибровочные поля будут применяться для коррекции реальных измеренных данных, то это позволит учесть искажения поля, обусловленные дополнительными кромками и эффектами поглощения в металле. В таком случае, толщина стенок в модели должна соответствовать толщине стенок реального зонда, а их проводимость – проводимости используемых материалов. Довольно часто при измерениях на зонд прикрепляют лист поглотителя, устраняющего переотражения от кабелей, держателей, а также иных открытых металлических конструкций сканера. Эффект, оказываемый поглотителем на спектральный отклик зонда, также может быть учтен путем создания соответствующей модели, однако электродинамический расчет модели с размерами порядка 100 – 1000 длин волн представляет собой сложную вычислительную задачу, а в виду необходимости моделирования калибровочной модели при многочисленных позициях зонда и вовсе задачу, нереализуемую на персональных компьютерах. Поскольку поглотитель устраняет переотражения, то включение в электродинамическую модель прилежащих объектов не требуется, однако остается необходимым устранение «ползучих» волн в модели, что обеспечивается реальным поглотителем. Этого можно легко добиться путем добавления поглотителя клиновидной формы, размещенного на стенках зонда, с высотой, не превышающей трети длины волны.

Источники возбуждения задаются указанием типов волн, направлением их распространения, а также их поляризацией. При моделировании следует ограничиться указанием только основного типа волны в качестве источника, т. к. учет высших типов волн не приводит к значительному повышению точности, но при этом изрядно увеличивает вычислительную сложность.

Полноволновое моделирование, т. е. расчет электромагнитного поля модели в каждой точке заданной области, осуществляется на основе конечномерных аппроксимаций с применением специальных численных методов электродинамики, таких как метод конечных элементов (от англ. Finite Element Method, FEM), метод моментов (от англ. Method of Moment, MOM) или их гибридной реализации (от англ. Finite Element – Boundary Integration, FE-BI). Впоследствии из определенного распределения электромагнитного поля вдоль поверхности

сканирования осуществляется выборка значений поля в дискретных точках  $\{\mathbf{r}_1, \dots, \mathbf{r}_m\}$ , тем самым формируя одно из калибровочных полей  $E_v^{cal}(x, y)$ .

Калибровочное поле  $S_v^{cal}(x, y)$  должно быть определено в тех же дискретных точках что и точное поле  $E_v^{cal}(x, y)$ . На практике это можно реализовать проведением измерений ближнего поля эталонной антенны с помощью зонда, последовательно устанавливаемого в соответствующих положениях  $\{\mathbf{r}_1, \dots, \mathbf{r}_m\}$ . Учитывая, что отношение сигнала, фиксируемого зондом, к зондирующему сигналу, представляет собой коэффициенты передачи  $S_{21}$ , его значение, для установленного взаимного расположения антенны и зонда, может быть также эффективно вычислено для модели эталонной антенны дополненной, точной электродинамической моделью зонда, помещенной в соответствующую позицию поверхности измерения. Таким образом для формирования измерительных данных на регулярной сетке, содержащей  $m \cdot n$  точек понадобится удвоенное количество моделирований, предполагающих помещение зонда в каждую позицию установленной измерительной сетки.

### 4.3 Качественный и количественный анализ методических ошибок коррекции электромагнитного поля

Вполне естественно, что отклик, полученный для модели зонда, будет несколько отличаться от отклика, соответствующего его реальной конструкции, следовательно, коррекция поля посредством предложенной методики будет сопровождаться ошибкам.

Заранее зная точное электромагнитное поле антенны, для которой есть измеренное поле, можно оценить погрешность результатов коррекции через среднее значение ошибки по всей области измерения  $S_{meas}$  как

$$MSE = \text{Exp}[E_{ex} - E_{corr}] = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m E_{ex}(r_i) - a_R[S_{21}^{S_{meas}}](r_i), \quad (4.10)$$

где  $a_R$  - преобразование измеренного электромагнитного поля  $S_{21}^{S_{meas}}$ , соответствующее методике коррекции, основанной на калибровочной модели.

Однако вычисленное значение  $MSE$  не дает общего понимания того, насколько хорошо работает методика коррекции, т.к. эта величина напрямую не отражает зависимости от входных данных, случайной погрешности, присутствующих в любых измерениях  $S_{meas}$ , а также от ошибок, обусловленных отклонениями калибровочной модели от реальных измерений. Поэтому, прежде чем перейти к статистической оценке ошибки, вносимой методикой коррекции, следует определить ее «природу» или, в более точной формулировке, ее

структурную модель [113]. Это позволит не только более точно охарактеризовать ошибки, но и прогнозировать уровень погрешности во входных данных обратной задачи излучения, что крайне необходимо для обеспечения ее устойчивого решения в соответствии с (2.32).

Для идентификации структуры вносимых ошибок воспользуемся подходом из [114], в соответствии с которым введем понятие гомогенной области как связанной области измерений, характеризующейся квазиоднородным уровнем поля

$$hom = \{\mathbf{r}_i | a < E_{corr}(\mathbf{r}_i) < b\}, \quad (4.11)$$

где  $a$  и  $b$  – некоторые заданные значения поля  $E_{corr}$ .

Рассмотрим поведение наиболее вероятных моделей ошибок: аддитивной, мультипликативной и импульсной, в гомогенных областях (4.11) скорректированного поля  $E_{corr}(\mathbf{r}_i)$ ,  $i = 1, \dots, m$ . Аддитивная модель предполагает, что ошибки, вносимые методикой коррекции, не коррелирует с уровнем сигнала, т.е. результат коррекции поля может быть представлен в виде

$$E_{corr}(\mathbf{r}_i) = E(\mathbf{r}_i) + N(\mu, \delta), \quad (4.12)$$

где  $N(\mu, \sigma)$  – нормально распределенный шум с математическим ожиданием  $\mu$  и дисперсией  $\sigma$ . Можно легко показать, что дисперсия поля в гомогенной области  $Var[E_{corr}^{hom}]$  определяется дисперсией шума  $Var[N(\mu, \delta)]$ , т.е.

$$Var[E_{corr}^{hom}] \cong Var[N(\mu, \delta)]. \quad (4.13)$$

Мультипликативная модель ошибки описывается уравнением

$$E_{corr}(r_i) = E(r_i) \cdot N(\mu, \delta), \quad (4.14)$$

для которого дисперсия определяется как

$$Var[E_{corr}] = Exp[E(r_i)^2]Exp[N(\mu, \delta)^2] - Exp[E(r_i)]^2 Exp[N(\mu, \delta)]^2. \quad (4.15)$$

Так как для гомогенных областей характерно

$$Exp[(E_{corr}^{hom})^2] = Exp[E_{corr}^{hom}]^2, \quad (4.16)$$

дисперсия поля в однородной области связана с дисперсией шума как

$$Var[E_{corr}^{hom}] = Exp^2[E_{corr}^{hom}]Var[N(\mu, \delta)]. \quad (4.17)$$

Импульсная модель ошибки описывается уравнением

$$E_{corr}(\mathbf{r}_i) = e \cdot E(\mathbf{r}_i) + (1-e) \cdot W, \quad (4.18)$$

где  $e$  – случайная биномиальная функция, равная 1 с вероятностью  $p$  и 0 –  $(1-p)$ ,  $W$  – произвольное случайное, значение лежащее в диапазоне  $(\min E_{corr}, \max E_{corr})$ .

Для гомогенной области дисперсия значений импульсного шума характеризуется как

$$\begin{aligned} \text{Var}[E_{corr}^{hom}] \cong & \frac{1-p}{p} \text{Exp}^2[E_{corr}^{hom}] - 2(1-p)^2 \text{Exp}[W] + \\ & + 3(1-p)^3 \text{Exp}^2[W] + (1-p)(\text{Var}[W] + p\text{Exp}^2[W]) \end{aligned} \quad (4.19)$$

Таким образом, из уравнений (4.13), (4.17) и (4.19) следует, что методическая ошибка коррекции аддитивна тогда и только тогда, когда дисперсия в однородных областях скорректированного поля постоянна; мультипликативна тогда и только тогда, когда зависимость дисперсии от среднего уровня сигнала в однородных областях представляет собой параболу, проходящую через 0; и наконец, имеет импульсную структуру тогда и только тогда, когда зависимость дисперсии от среднего уровня сигнала в однородных областях представляет собой смещенную параболу (рисунок 4.1).

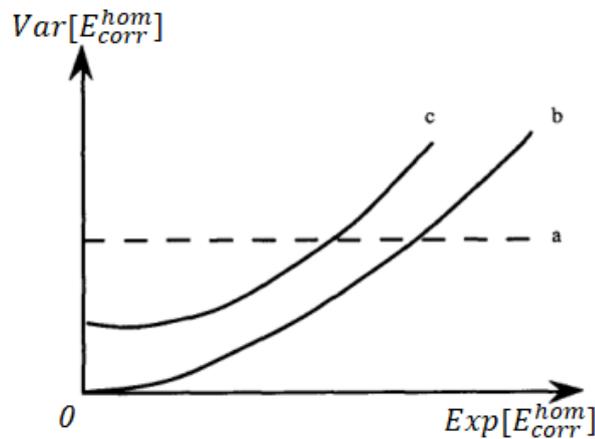


Рисунок 4.1 – Теоретическая зависимость дисперсии ошибок от ожидаемого уровня сигнала в гомогенных областях: аддитивная модель ошибки (а), мультипликативная модель ошибки (б), импульсная модель ошибки (с) [114]

С учетом вышеизложенного, для определения структуры методической ошибки целесообразно построить зависимость дисперсии ошибок от ожидаемого уровня сигнала в гомогенных областях для различных типов антенн, однако из-за необходимости выделения гомогенных областей возможно это только на антеннах со слабым изменением полей. Примером таких антенн являются рупорные антенны, поэтому для идентификации структуры методической ошибки, вносимой методикой коррекции, рассмотрены четыре рупорных антенны (рисунок 4.2), конструктивно отличающихся от антенны калибровочной модели (рисунок 4.3). Для каждой из тестовых антенн с помощью модели открытого конца волновода проведено моделирование измерений ( $S_v^{AUT}(x, y)$ ) на плоскости, отстоящей от плоскости апертуры на  $3\lambda$  в области  $720 \times 720$  мм<sup>2</sup>. Полученные результаты ( $S_v^{AUT}(x, y)$ ) были скорректированы, в соответствии с методикой коррекции по спектральному отклику  $R_v(k_x, k_y)$ , полученному по калибровочной модели. Результаты измеренных, скорректированных, а также

точных амплитудных значений напряженности электрического поля рупорных антенн представлены на рисунках 4.4 – 4.7, которые демонстрируют значительное искажение измеренных полей в особенности широконаправленных рупорных антенн.

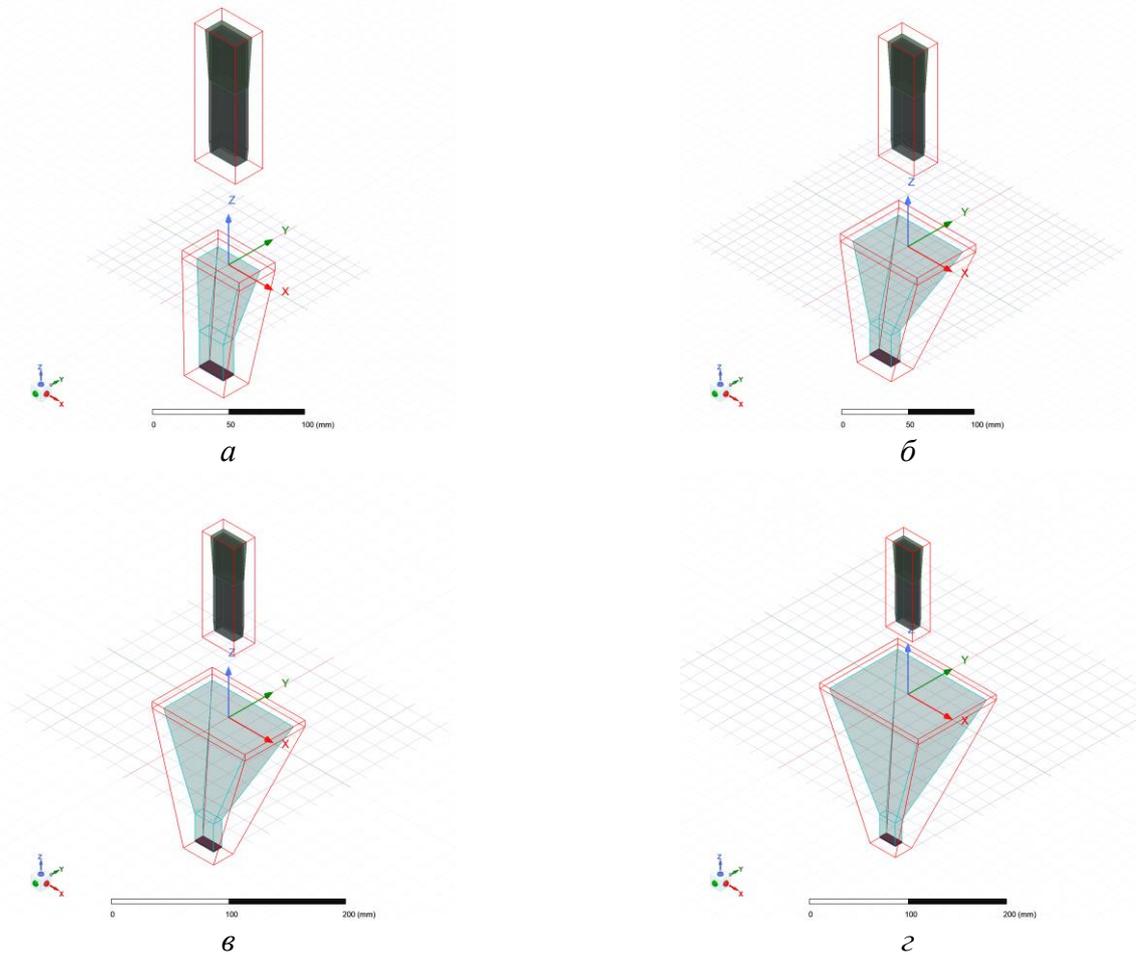


Рисунок 4.2 – Электродинамическая модель зонда и скошенной рупорной антенной с апертурными размерами:  $40 \times 20 \text{ мм}^2$  (*a*),  $70 \times 50 \text{ мм}^2$  (*б*),  $100 \times 60 \text{ мм}^2$  (*в*),  $130 \times 100 \text{ мм}^2$  (*г*)

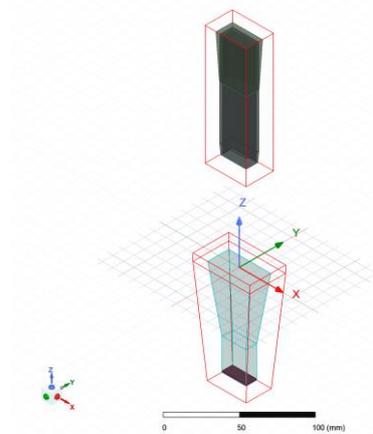


Рисунок 4.3 – Электродинамическая калибровочная модель зонда и симметричной рупорной антенны с размерами апертуры  $40 \times 20 \text{ мм}^2$

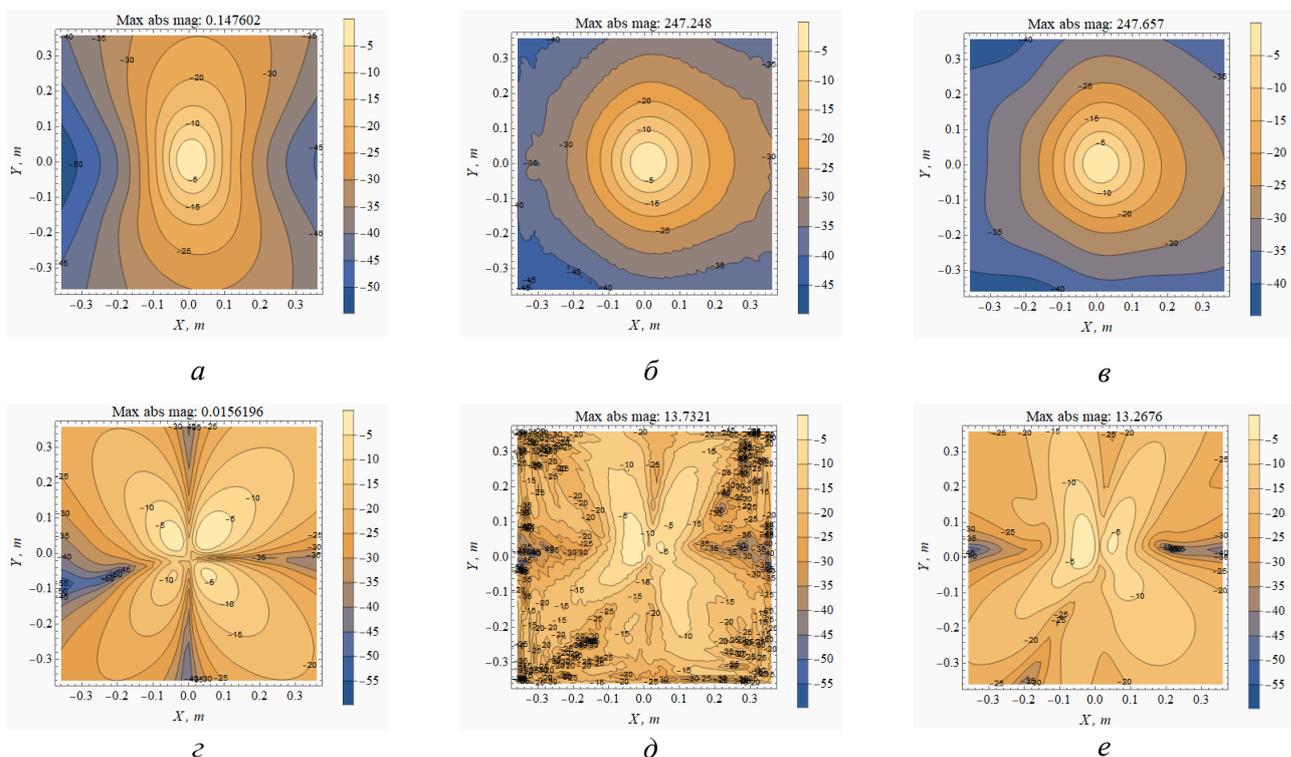


Рисунок 4.4 – Электромагнитное поле в ближней зоне скошенной рупорной антенны  $40 \times 2 \text{ мм}^2$ : измеренные распределения  $E_y$  (а) и  $E_x$  (г); скорректированные распределения  $E_y$  (б) и  $E_x$  (д); точные распределение  $E_y$  (в) и  $E_x$  (е)

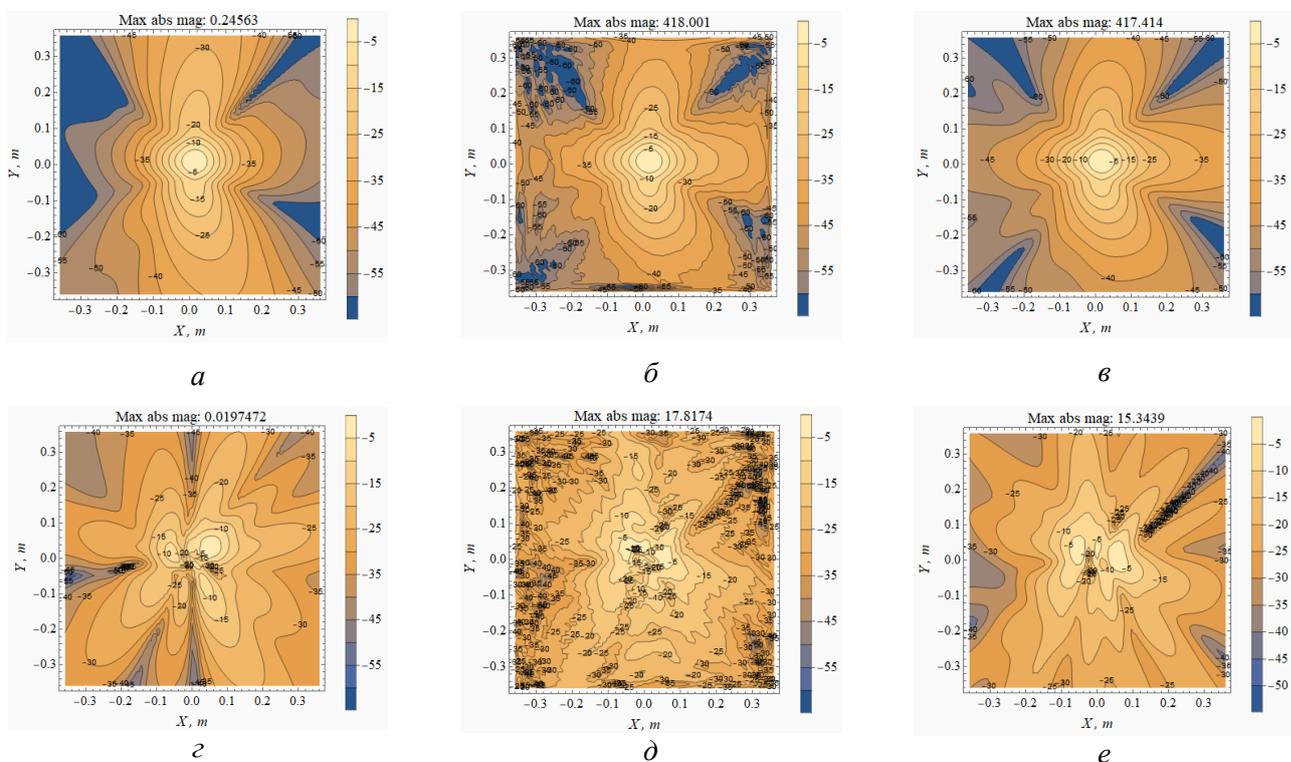


Рисунок 4.5 – Электромагнитное поле в ближней зоне скошенной рупорной антенны  $70 \times 50 \text{ мм}^2$ : измеренные распределения  $E_y$  (а) и  $E_x$  (г); скорректированные распределения  $E_y$  (б) и  $E_x$  (д); точные распределение  $E_y$  (в) и  $E_x$  (е)

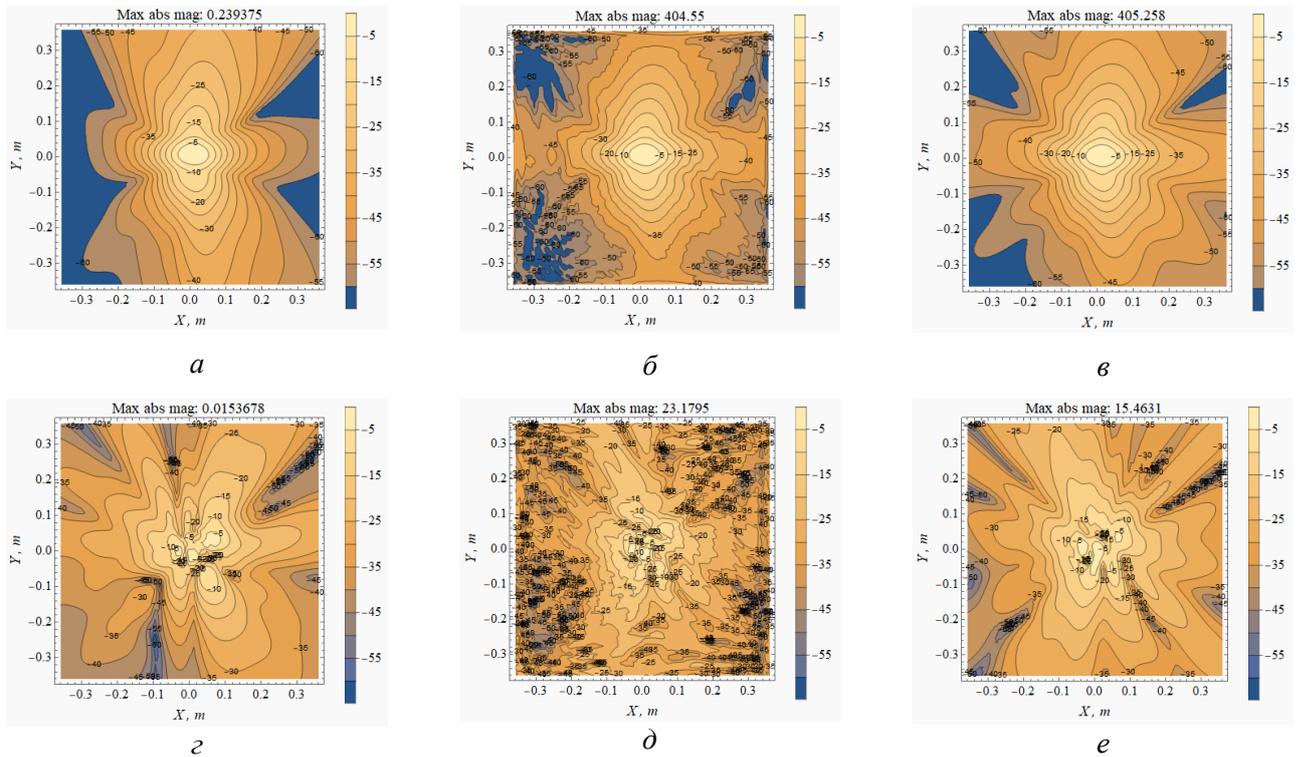


Рисунок 4.6 – Электромагнитное поле в ближней зоне скошенной рупорной антенны  $100 \times 60 \text{ мм}^2$ : измеренные распределения  $E_y$  (a) и  $E_x$  (c); скорректированные распределения  $E_y$  (б) и  $E_x$  (д); точные распределения  $E_y$  (e) и  $E_x$  (e)

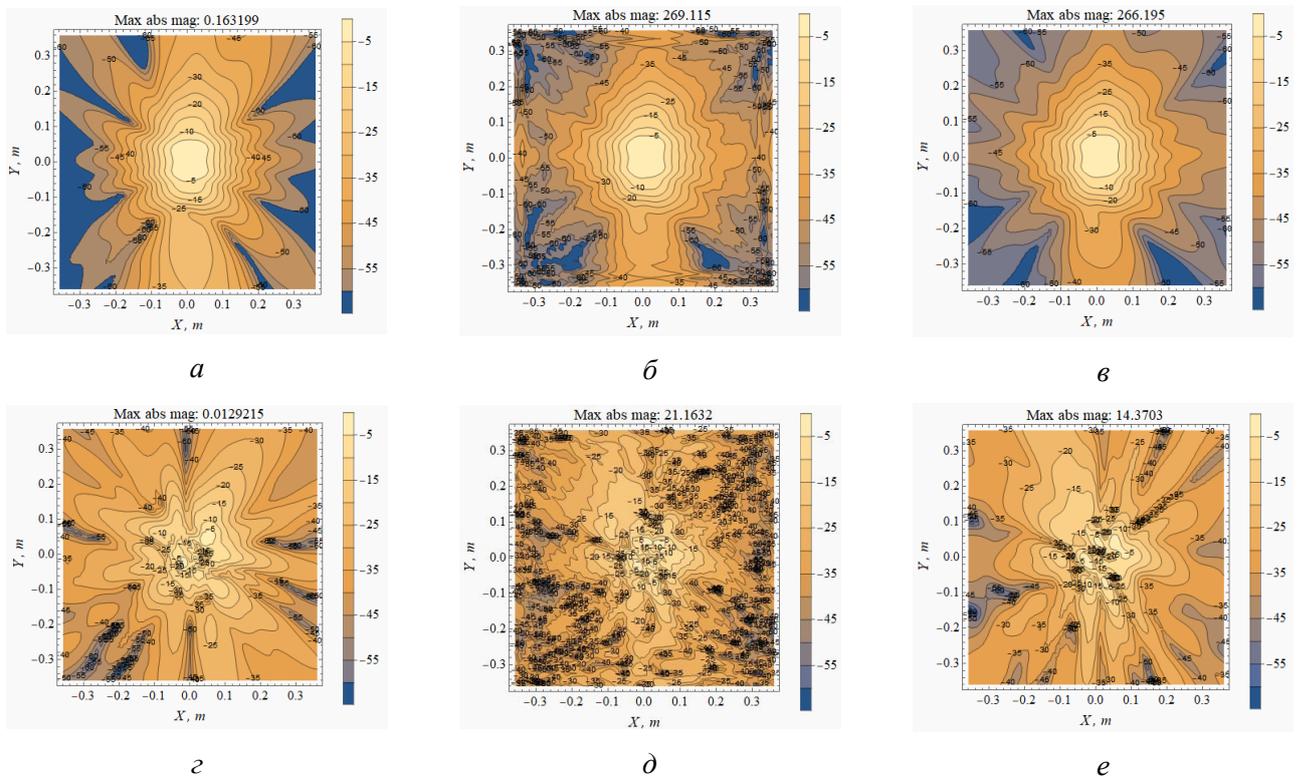


Рисунок 4.7 – Электромагнитное поле в ближней зоне скошенной рупорной антенны  $130 \times 100 \text{ мм}^2$ : измеренные распределения  $E_y$  (a) и  $E_x$  (c); скорректированные распределения  $E_y$  (б) и  $E_x$  (д); точные распределения  $E_y$  (e) и  $E_x$  (e)

По гистограмме уровней сигнала, рассчитанной для скорректированных распределений поля каждой модели, выполнялась предварительная классификация гомогенных областей. При этом гомогенные области с недостаточным числом точек удалялись из рассмотрения. Итоговые распределения гомогенных областей показаны на рисунке 4.8.

Дисперсия, а также математическое ожидание амплитуды скорректированного поля для точек каждой из гомогенных областей рассчитаны и представлены на рисунке 4.9. Регрессионный анализ, проведенный на данных, обобщенных по всем антеннам, относительно выдвинутых гипотез (4.12),(4.14) и (4.18), выявил аддитивный характер ошибок методики коррекции (рисунок 4.10). Абсолютное значение среднеквадратичного отклонения по полученным данным составило 0.002856, что соответствует среднему значению эквивалентного уровня помех минус 41.34 дБ.

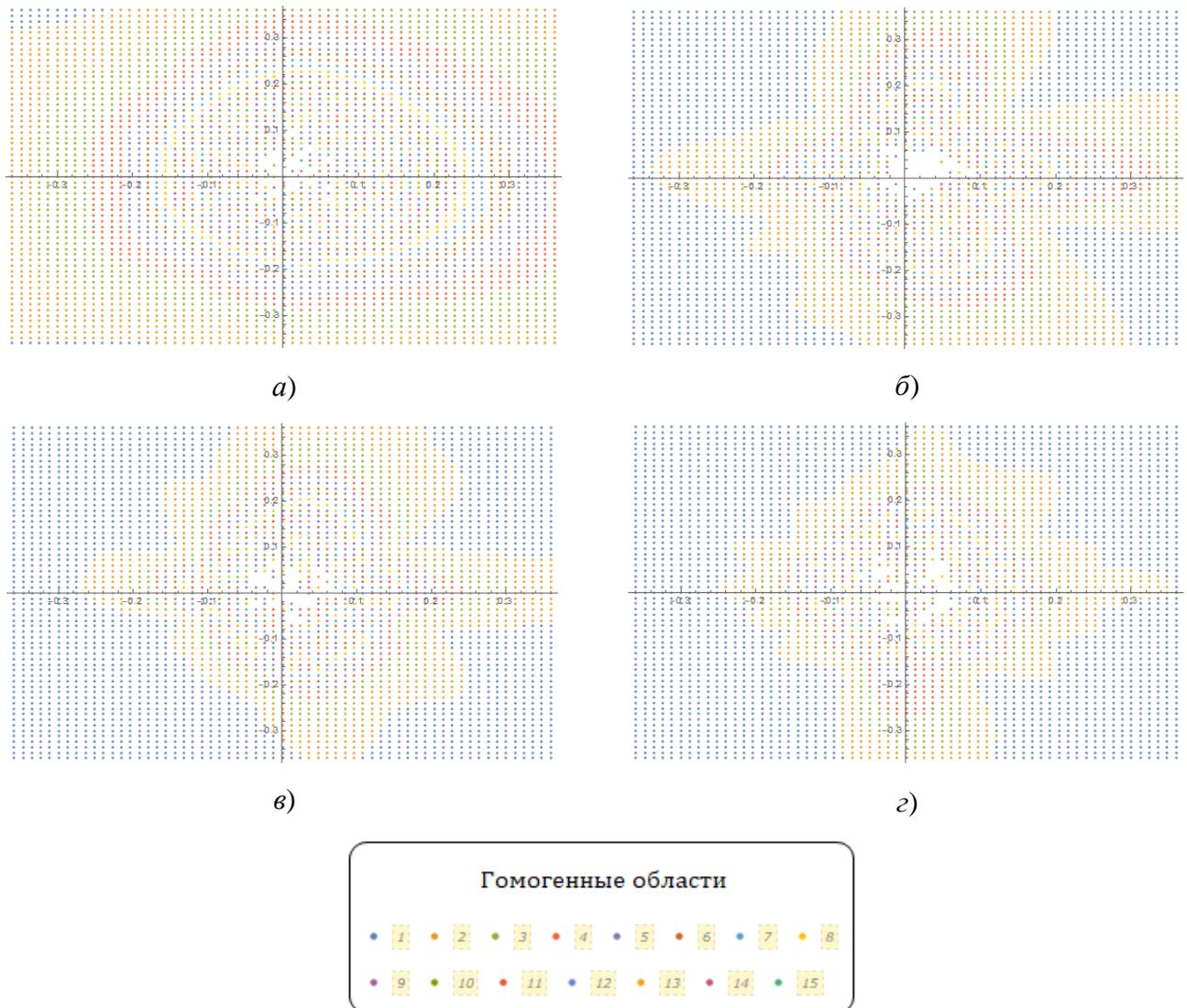


Рисунок 4.8 – Визуализация однородных областей скорректированного поля скошенной рупорной антенной с апертурными размерами а)  $40 \times 20 \text{ мм}^2$ , б)  $70 \times 50 \text{ мм}^2$ , в)  $100 \times 60 \text{ мм}^2$ , г)  $130 \times 100 \text{ мм}^2$

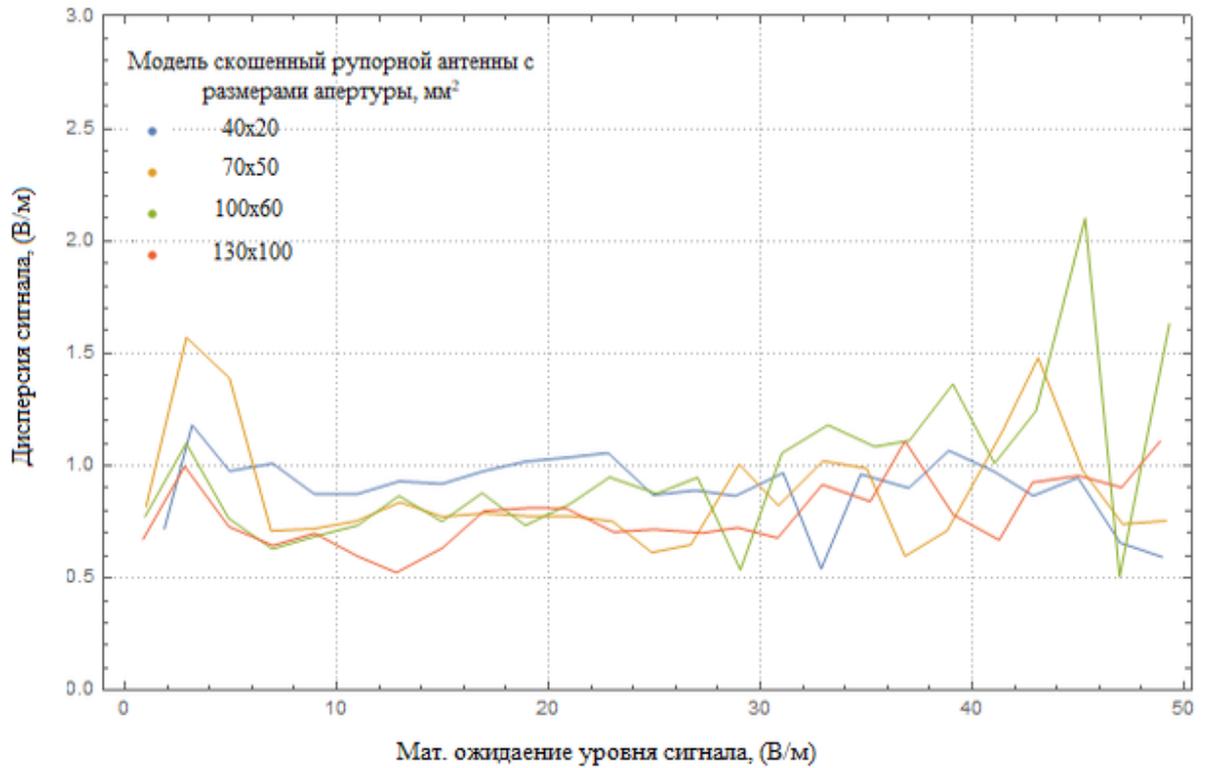


Рисунок 4.9 – Зависимость дисперсии амплитудного значения поля от его математического ожидания в гомогенных областях

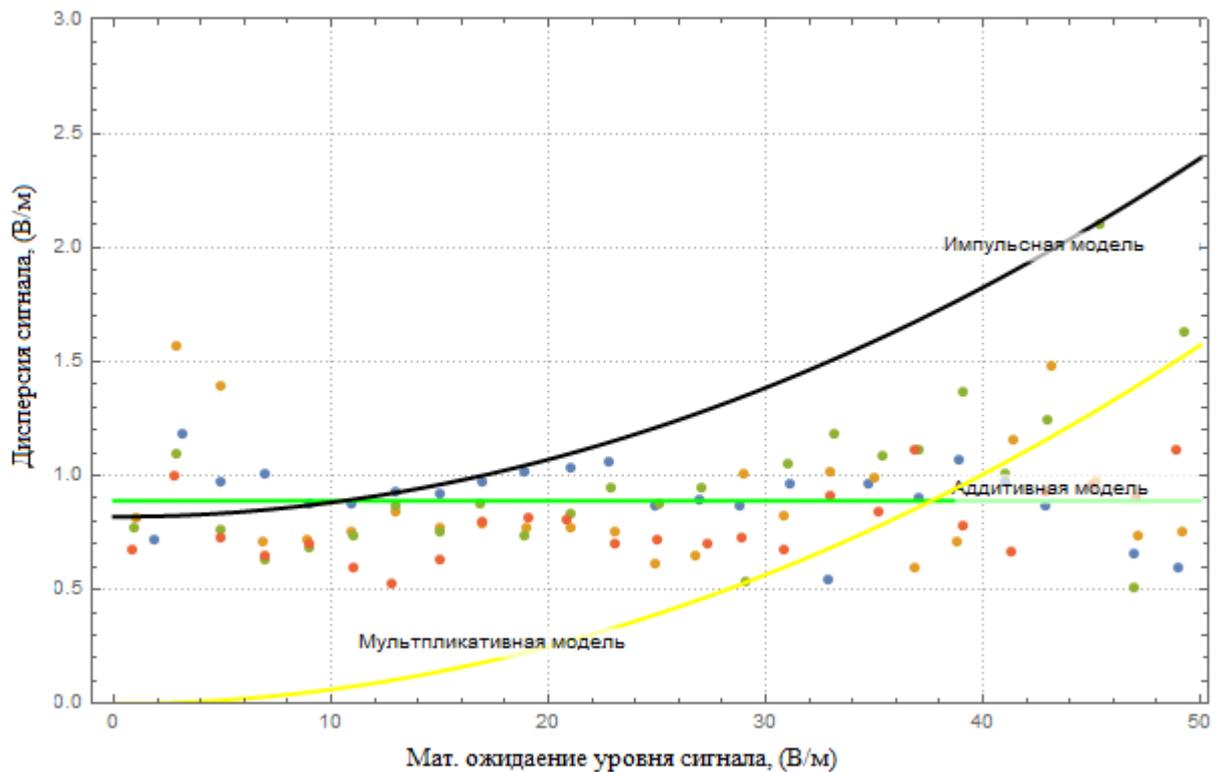


Рисунок 4.10 – Результаты регрессионного анализа дисперсии амплитудного значения поля от его математического ожидания в гомогенных областях 4 тестовых антенн

Для более точного определения дисперсии, характеризующей методическую ошибку, вносимую методикой коррекции, использован метод Монте-Карло [115]. Для этого к измеренному распределению поля добавлялась некоррелированная Гауссова ошибка со случайным уровнем дисперсии, равновероятно распределенной в диапазоне значений от минус 5 дБ до минус 75 дБ, после чего производилась коррекция данных. Зависимость ошибки скорректированных данных относительно точного распределения поля антенны от ошибки во входных данных представлена на рисунке 4.11.

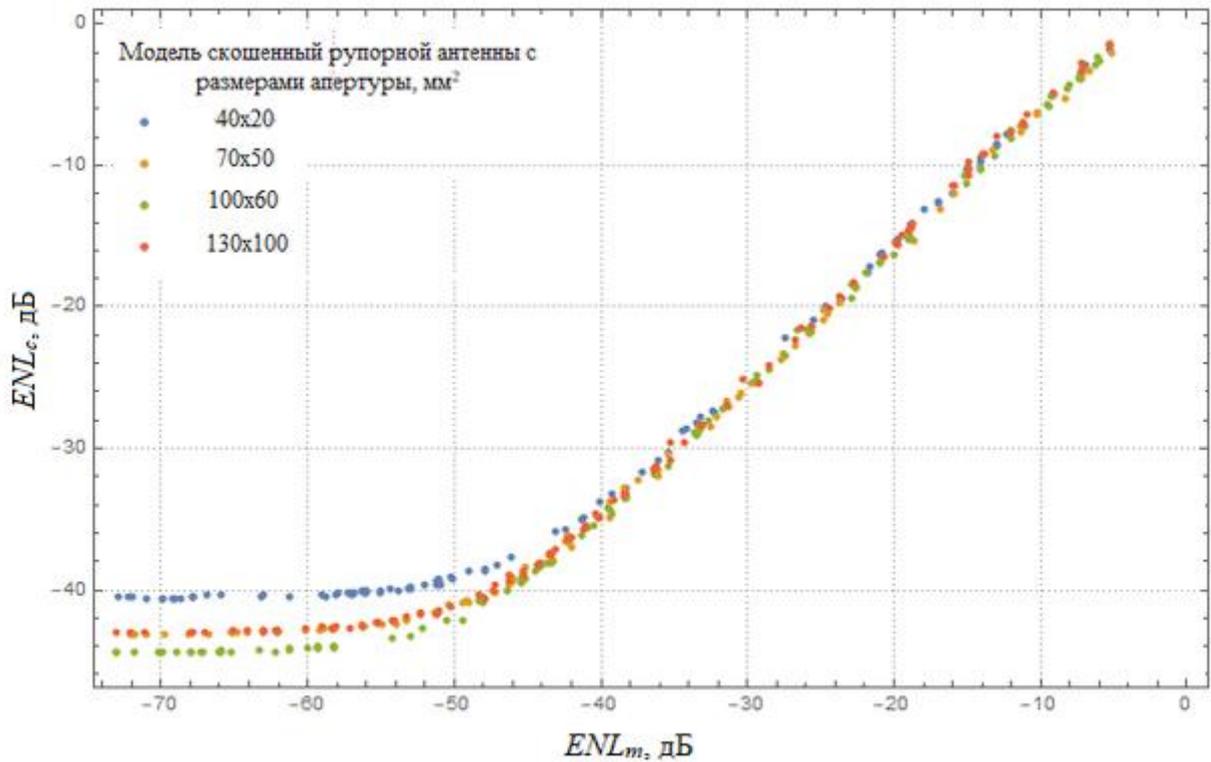


Рисунок 4.11 – Зависимости средних значений эквивалентных уровней помех скорректированных данных ближнего поля ( $ENL_c$ ) от ошибок в измеренных данных ( $ENL_m$ )

Зная, что структурная модель ошибок методики коррекции носит аддитивный характер, величина методической ошибки может быть получена путем построения регрессии из соответствующей модели как

$$\sigma_{\Sigma}^2 = \sigma_{data}^2 + \sigma_{self}^2, \quad (4.20)$$

где  $\sigma_{data}^2$  - дисперсия ошибок входных данных,  $\sigma_{self}^2$  - дисперсия ошибок вносимых методикой коррекции,  $\sigma_{\Sigma}^2$  - общая дисперсия ошибок.

Модель (4.20) предполагает что ошибки, вносимые методикой коррекции, некоррелированы с ошибками в измеренных данных, что в общем случае может быть не

верным (не выполняться), поэтому также рассмотрена коррелированная модель методической ошибки

$$\sigma_{\Sigma}^2 = \sigma_{data}^2 + (\sigma_{self}^2 + c \cdot \sigma_{data}^2), \quad (4.21)$$

где  $c$  – коэффициент корреляции.

Результаты линейной регрессии (рисунок 4.12) демонстрируют, что методическая ошибка коррелирована с ошибкой входных данных  $\sigma_{data}$  с коэффициентом корреляции  $c = 1.4$  и значением собственной методической ошибки  $\sigma_{self} = 0.00307$ . Стоит отметить, что полученное значение согласуется с оценкой ошибки, полученной из анализа дисперсии в гомогенных областях.

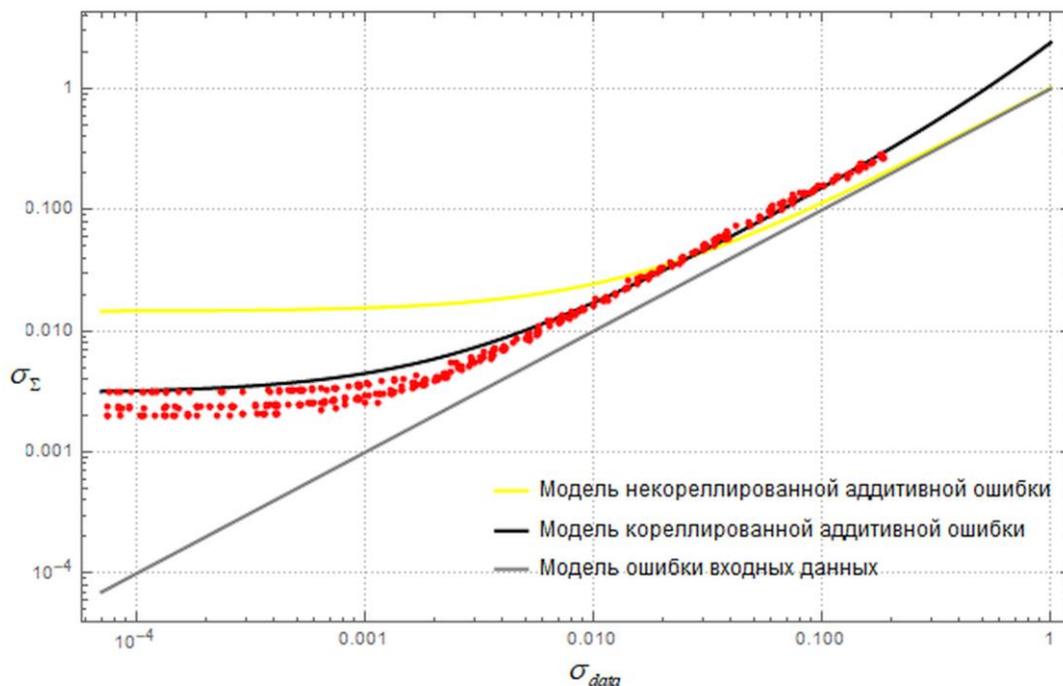


Рисунок 4.12 – Зависимость среднеквадратичного отклонения скорректированного поля от среднеквадратичного отклонения во входных данных (···)

#### 4.4 Сравнительный анализ методик коррекции измерений ближнего поля

Исследуем эффективность предложенной методики коррекции путем сравнительного анализа с коррекцией, основанной на аналитических выражениях, связывающих спектральный отклик зонда с его диаграммой направленности [5], а также на экспериментальном подходе, подразумевающим определение спектрального отклика из результатов измерений эталонной антенны, в качестве которой использовалась рупорная антенны AP-3 (рисунок 4.13). При этом точное распределение электромагнитного поля рупорной антенны получено по известному распределению поля на апертуре [116] путем интерполяции (2.14) и последующим расчетом

поля с помощью прямого преобразования, т.е. умножением на матрицу (2.21), определенную в соответствии с координатами точек в ближней зоне. Для предложенной методики калибровочная модель содержала соответствующую модель рупорной антенны AP-3, а также модель зонда OEWG-90, усечённая относительно его реальной конструкции (рисунок 4.14). Калибровочные поля  $S_v^{cal}(x, y)$ , полученные экспериментально (рисунок 4.15, рисунок 4.16) и по калибровочной модели (рисунок 4.17, рисунок 4.18) совпадают по форме, однако, результаты измерений сильно зашумлены в области слабых полей, что связано с инструментальной погрешностью измерительного оборудования, а также переотражениями в безэховой камере.

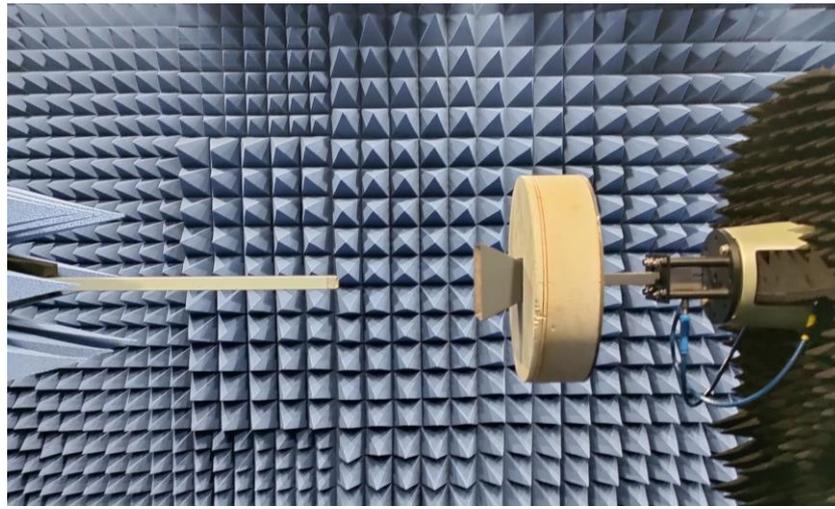


Рисунок 4.13 – Экспериментальная установка для калибровки на симметричной рупорной антенне AP-3

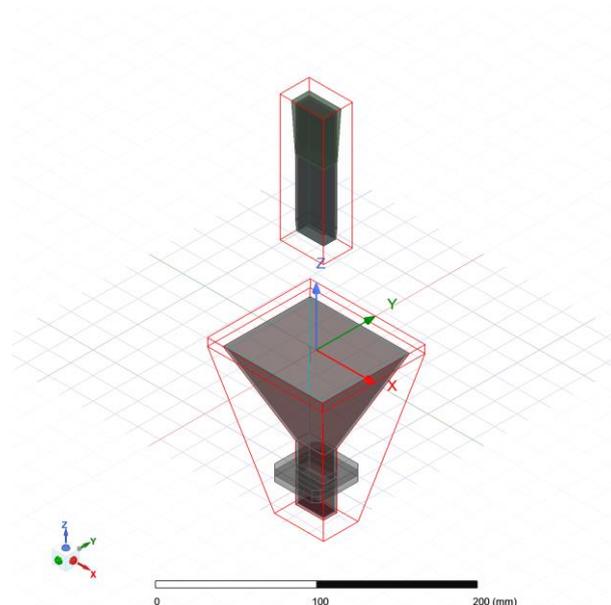


Рисунок 4.14 – Калибровочная электродинамическая модель “AP-3 – OEWG-90”

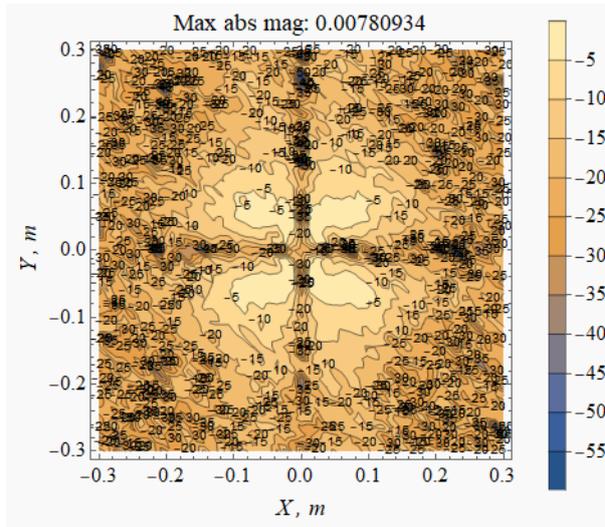


Рисунок 4.15 – Калибровочное поле, полученное по результатам измерений симметричной рупорной антенне AP-3 при вертикальной ориентации зонда ( $E_x$ )

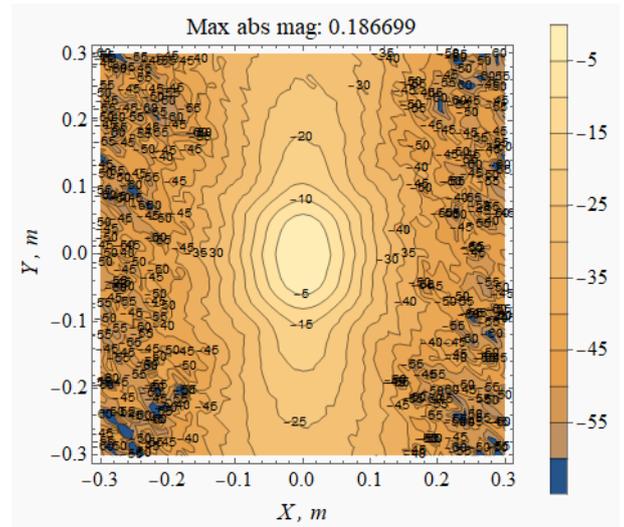


Рисунок 4.16 – Калибровочное поле, полученное по результатам измерений симметричной рупорной антенне AP-3 при горизонтальной ориентации зонда ( $E_y$ )

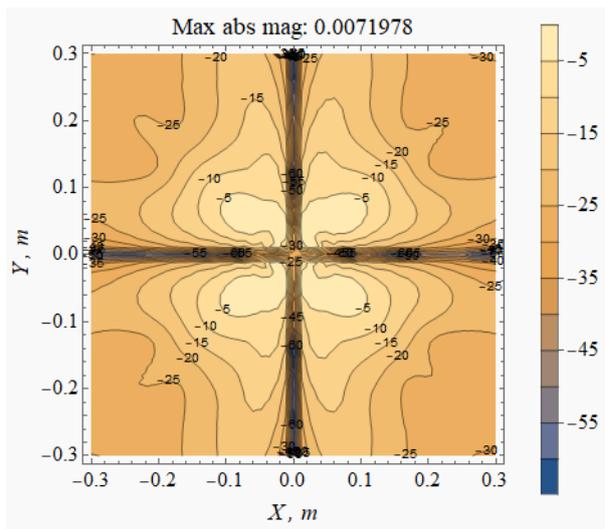


Рисунок 4.17 – Калибровочное поле полученное из калибровочной модели при вертикальной ориентации зонда ( $E_x$ )

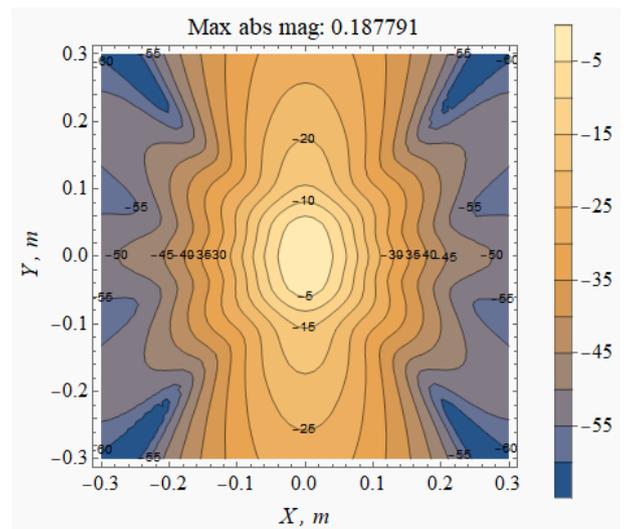


Рисунок 4.18 – Калибровочное поле полученное из калибровочной модели при горизонтальной ориентации зонда ( $E_y$ )

Коррекция поля проводилась для моделей четырех рупорных антенн. При этом количественные показатели эффективности, результаты которых приведены в таблице 4.1, оценивались с точки зрения среднего значения эквивалентного уровня помех по всей области измерения (3.7).

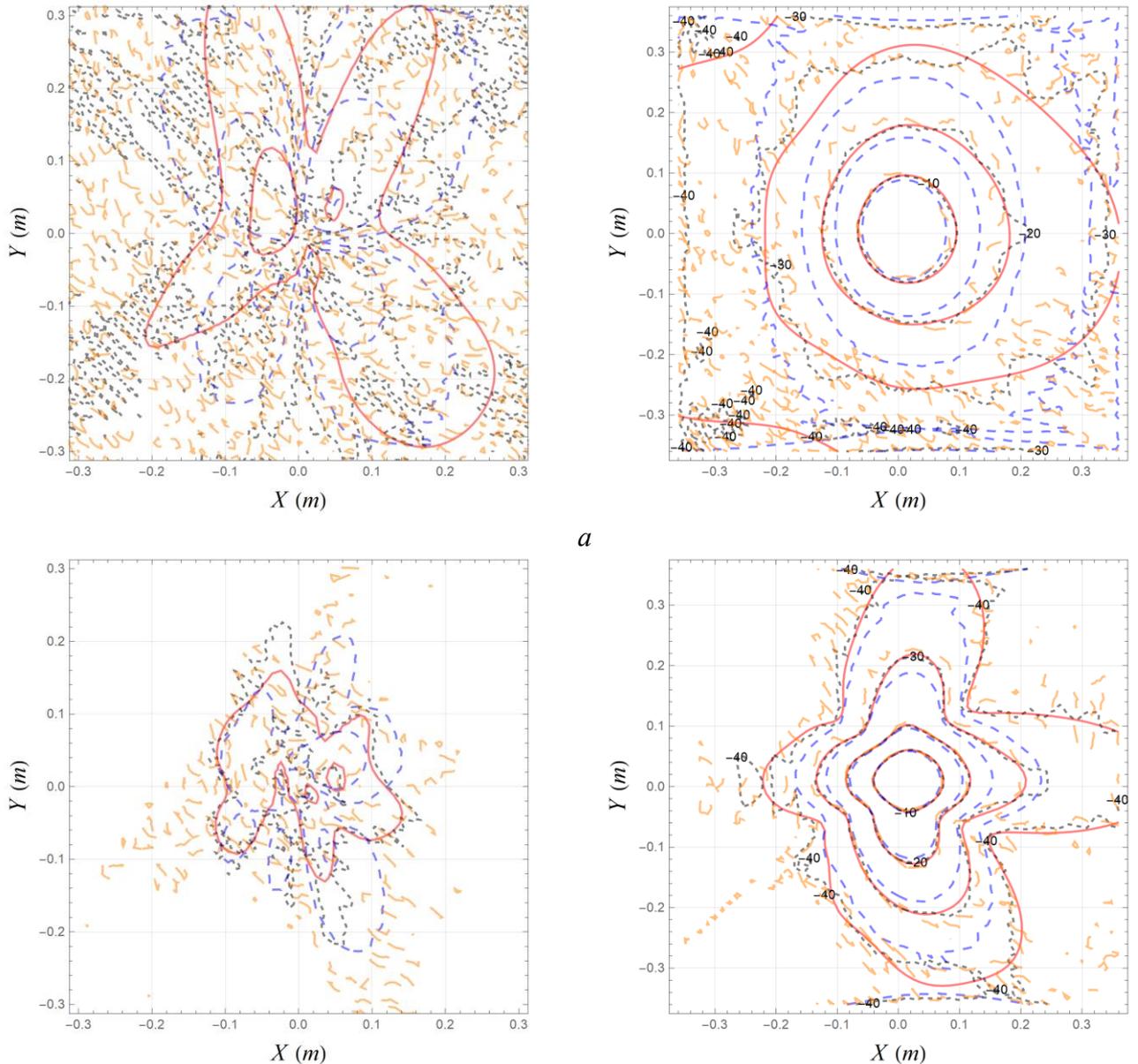
Таблица 4.1 Ошибка результатов измерения и коррекции основной компоненты напряженности электрического поля в ближней зоне

Модель скошенный рупорной антенны с размерами апертуры, мм <sup>2</sup>	Среднее значение эквивалентного уровня помех, дБ			
	Измеренное поле в ближней зоне	Коррекция поля по аналитическим формулам	Предложенная методика коррекции поля	Коррекция поля по экспериментальным данным
40x20	-20,74	-25,60	-32,14	-24,20
70x50	-29,34	-34,4	-42,75	-35,31
100x60	-32,22	-37,60	-44,96	-36,31
130x100	-30,74	-35,96	-42,87	-33,39

Результаты качественного сравнения с точным полем (рисунок 4.19, рисунок 4.20) показывают, что коррекция по аналитическим выражениям дает значительное искажение профилей поля с уровнем сигнала меньшим минус 20 дБ. Предложенная методика коррекции поля демонстрирует наилучшие результаты как с точки зрения выравнивания профилей, так и количественных показателей (ошибка коррекции по основной компоненте в среднем на 8 дБ ниже). Результат коррекции поля по экспериментальным данным демонстрирует выравнивание профилей поля сопоставимое с предложенной методикой коррекции, но со значительно более высоким разбросом, что объясняет, несмотря на лучшее качественное совпадение профилей по сравнению с аналитической коррекции, более высокий количественный показатель. В целом, количественная ошибка экспериментальной коррекции согласуется с результатами подраздела 4.3, а именно, полученной зависимостью общей ошибки от ошибки во входных данных (рисунок 4.11), из которой следует, что в случае неточных измерительных данных итоговая ошибка, вносимая коррекцией по экспериментальным данным, будет соответствовать сумме методической ошибки коррекции и удвоенному значению измерительной погрешности (ошибки). Поэтому предложенная методика коррекции является наилучшим способом устранения систематической ошибки, обеспечивающей минимальный вклад в случайную составляющую общей ошибки.

Необходимо отметить, что результаты коррекции тестовой рупорной антенны с апертурой 40x20 мм<sup>2</sup> значительно хуже значения методической ошибки, полученной в подразделе 4.3. Это объясняется тем, что для коррекции использовалась антенна излучение электромагнитного поля которой концентрируется области от минус 150 до 150 мм вдоль оси *Ox*. Следовательно, спектральный отклик зонда не содержит информации об отклике на плоские волны, падающих из направлений вне сектора, в то время как соответствующие плоские волны присутствуют в излучении рупорной антенны 40x20 мм<sup>2</sup>. Таким образом, следует важный вывод, что в качестве

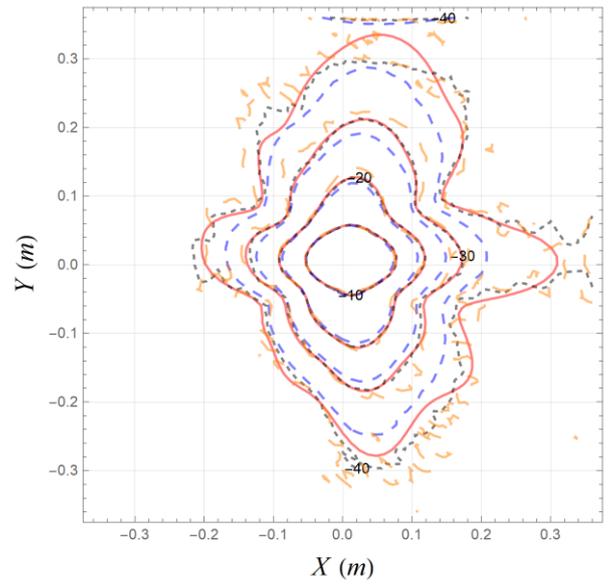
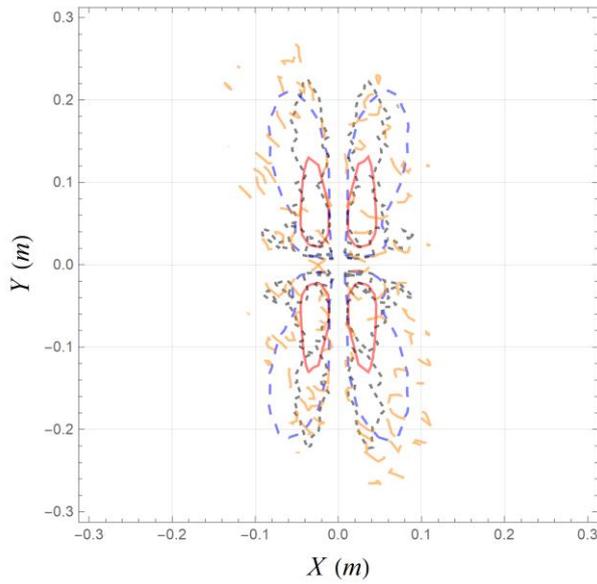
эталонной модели следует выбирать антенну, чей спектр плоских волн покрывает спектр плоских волн исследуемой антенны. Это всегда выполняется если эталонная рупорная антенна выбирается с размерами апертуры, меньшими или сопоставимыми размерам апертуры исследуемой антенны.



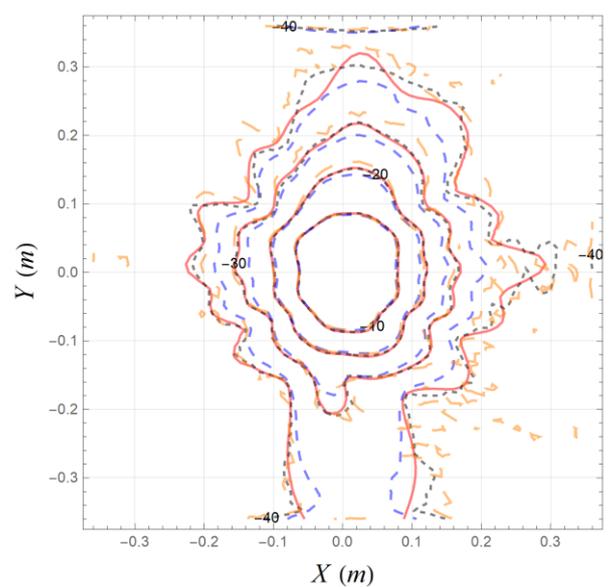
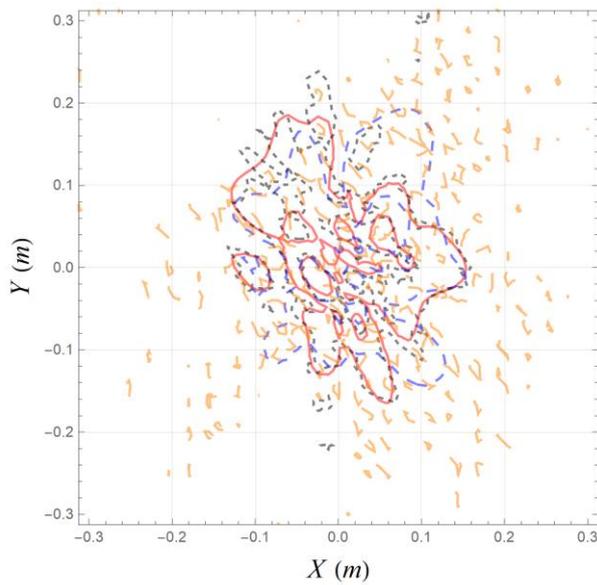
*б*

красный сплошной – точные; синий длинный пунктир – скорректированные по аналитическим выражениям; черный короткий пунктир – скорректированные по предложенной методике коррекции; оранжевый короткий пунктир – скорректированные по предложенной методике коррекции с экспериментальными калибровочными полями

Рисунок 4.19 – Профили горизонтальной (слева) и вертикальной (справа) компонент электромагнитного поля в ближней зоне скошенной рупорной антенны с апертурными размерами:  $40 \times 20 \text{ мм}^2$  (а),  $70 \times 50 \text{ мм}^2$  (б)



a)



б

красный сплошной – точные; синий длинный пунктир – скорректированные по аналитическим выражениям; черный короткий пунктир – скорректированные по предложенной методике коррекции; оранжевый короткий пунктир – скорректированные по предложенной методике коррекции с экспериментальными калибровочными полями

Рисунок 4.20 – Профили горизонтальной (слева) и вертикальной (справа) компонент электромагнитного поля в ближней зоне скошенной рупорной антенны с апертурными размерами 100x600 мм (а), 130x100 мм (б)

## 5 ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫЕ ИССЛЕДОВАНИЯ РЕКОНСТРУКЦИИ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОГО ПОЛЯ АНТЕНН И АНТЕННЫХ РЕШЕТОК НА ОСНОВЕ ИЗМЕРЕНИЙ В БЛИЖНЕЙ ЗОНЕ

Computations: no-one believes them,  
except the person who made them.  
Measurements: everyone believes them,  
except the person who made them.

*Attributed to the late Professor B. Munk,  
Ohio State University*

### 5.1 Реконструкция электромагнитного поля широконаправленных рупорных антенн

Численные результаты исследования проекционного метода показали возможность восстановления электромагнитного поля широконаправленных антенн в полном угловом секторе, поэтому для экспериментального подтверждения рассмотрена задача восстановления распределения поля рупорной антенны АР-3, работающей в X-диапазоне частот с размерами апертуры  $0.89 \times 0.78 \text{ м}^2$  (рисунок 5.1). Эталонное распределение поля определялось путем измерений антенны в безэховой камере на расстоянии 3.8 м, которое превышает расчетное расстояние до дальней зоны  $R_{03}$ , определяемое как [1]

$$R_{03} = 2D^2/\lambda. \quad (5.1)$$

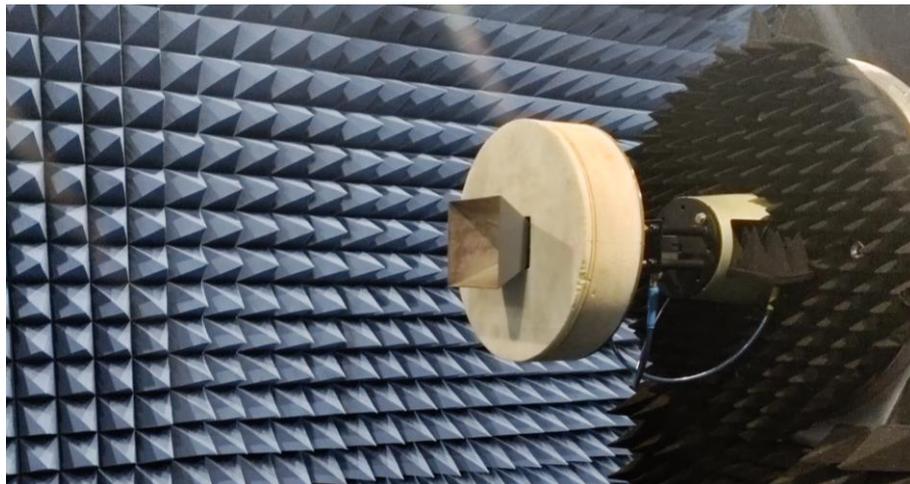


Рисунок 5.1 – Внешний вид рупорной антенны АР-3 установленной на опорно-поворотное устройство в безэховой экранированной камере

Измерения ближнего поля антенны проводились на планарном сканере ближнего поля, состоящем из автоматизированной системы позиционирования с тремя степенями свободы (рисунок 5.2), малошумящего усилителя с высоким коэффициентом усиления и векторного анализатора цепей с двумя портами. При этом в качестве зонда использовался открытый конец волновода OEWG-90, который имеет заостренные концы для минимизации дифракционных эффектов (рисунок 5.3). Итоговая область сканирования составила  $0.6 \times 0.6 \text{ м}^2$ . В целях обеспечения возможности восстановления во всем рассматриваемом диапазоне частот, отсчеты поля осуществлялись с пространственным шагом  $\Delta x$  и  $\Delta y$  равным половине длины волны верхней частоты измерений – 12 ГГц. Амплитуда и фаза измеренных данных ближнего поля на частоте 10 ГГц показаны на рисунке 5.4. Коррекция измеренного поля антенны AP-3 проводилась в соответствии с методикой (подраздел 4.2), где в качестве калибровочной модели использовалась электродинамическая модель из подраздела 4.3 (рисунок 4.3).

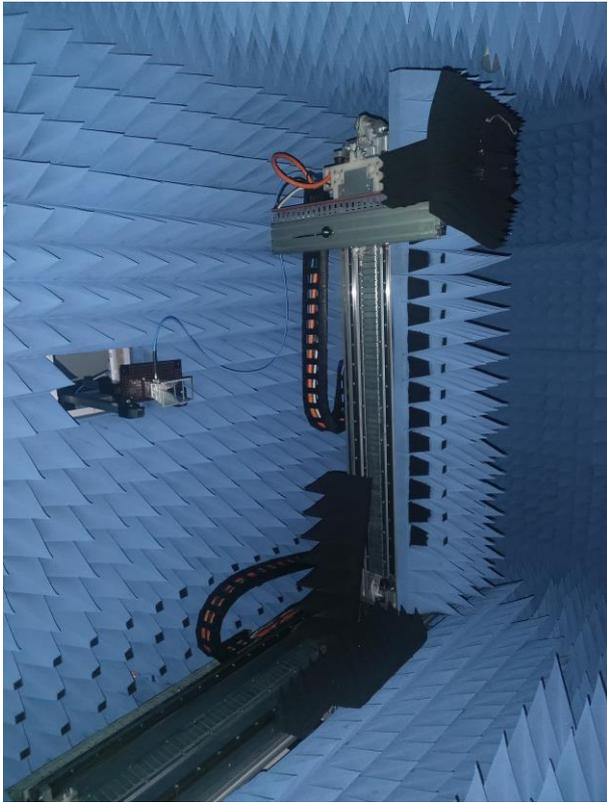
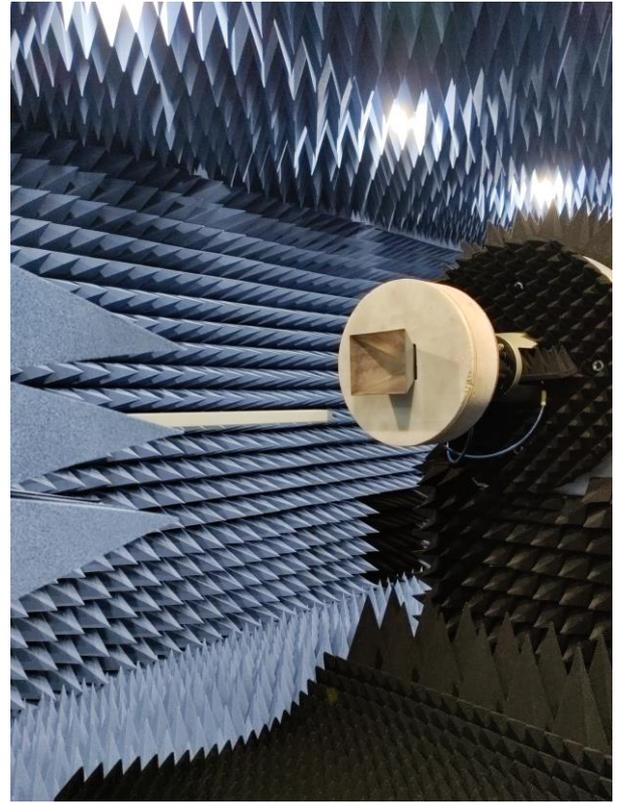


Рисунок 5.2 – Внешний вид автоматизированной системы позиционирования (сканер)



а)

Рисунок 5.3 – Взаимное расположение рупорной антенны AP-3 и зонда OEWG-90

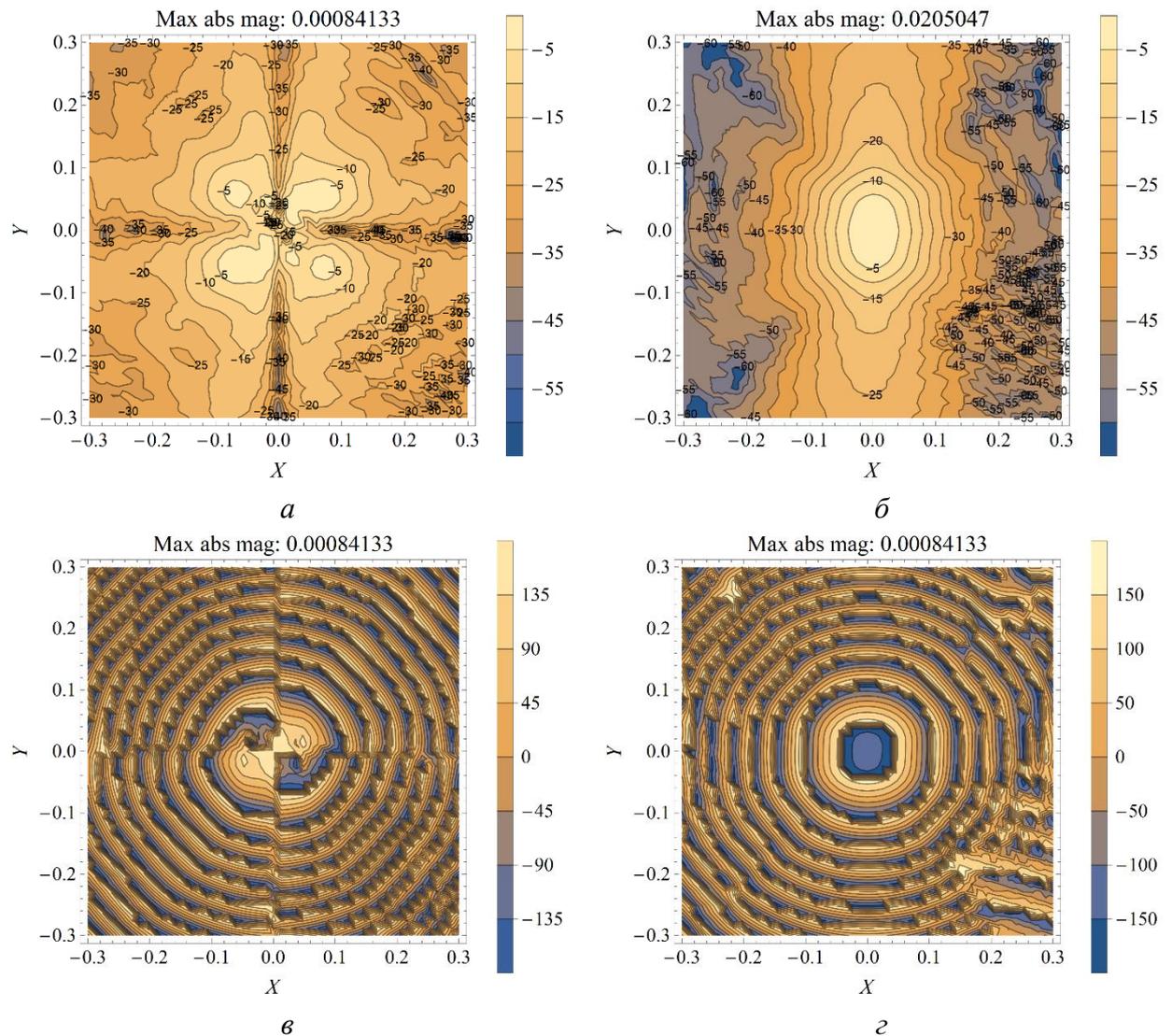
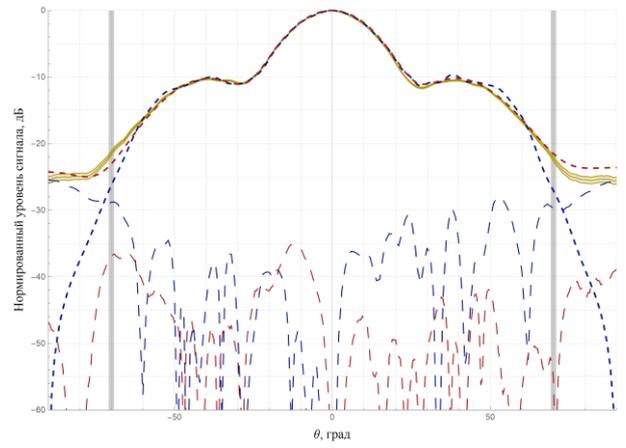
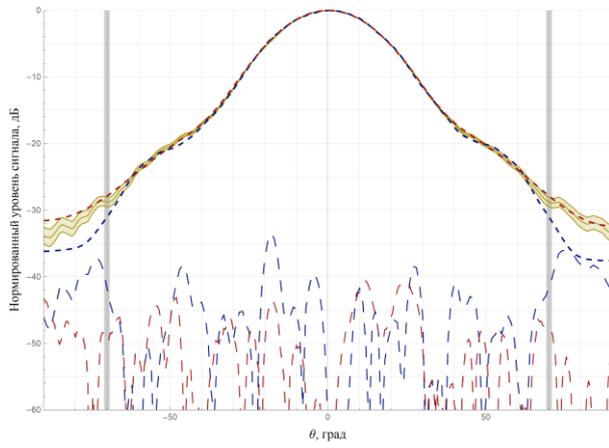
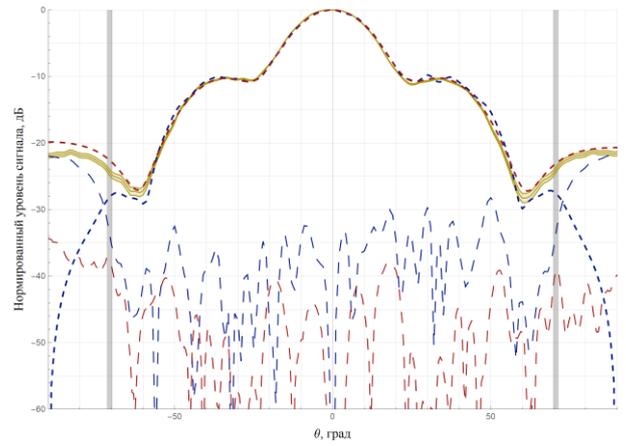
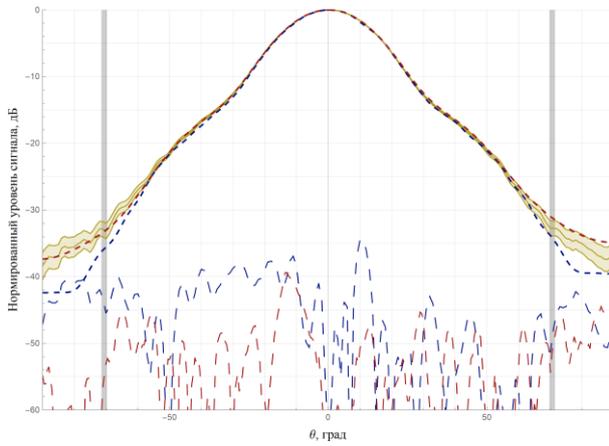


Рисунок 5.4 – Контурный график измеренного распределения поля в плоскости сканирования: амплитуды при вертикальной ориентации Н-плоскости зонда (*a*), амплитуды при горизонтальной ориентации Н-плоскости зонда (*б*), фазы при вертикальной ориентации Н-плоскости зонда (*в*), фазы при горизонтальной ориентации Н-плоскости зонда (*г*)

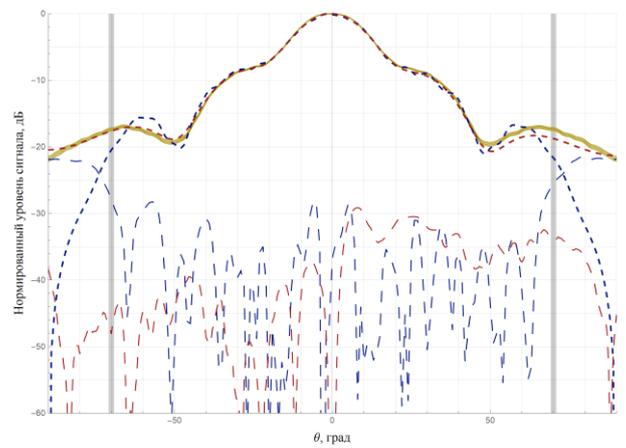
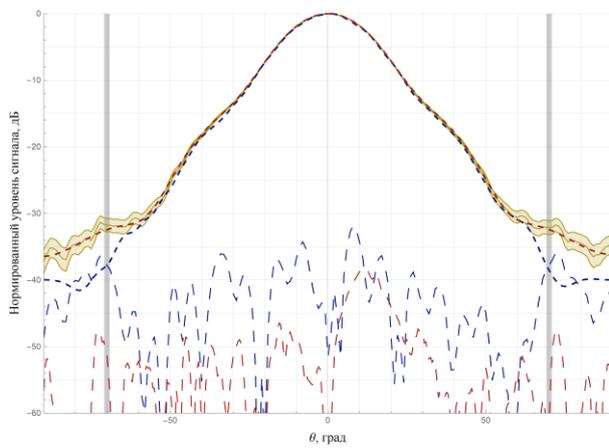
Результаты коррекции измеренного распределения поля антенны AP-3 использовались при решении обратной задачи излучения с помощью алгоритма 2.2, по результатам которой (распределению поверхностного тока  $\mathbf{J}$  и  $\mathbf{M}$ ) были определены распределения поля в главных сечениях дальней зоны излучения (рисунок 5.5, рисунок 5.6) [117]. Дополнительно в целях валидации разработанного метода на этих же рисунках приведены распределения поля антенны, восстановленные методом модального разложения с аналитической коррекцией.



a



б



в

- Измеренное распределение поля
- Восстановленное методом модального разложения
- Восстановленное проекционным методом
- - - Эквивалентный уровень помех (метод модального разложения)
- - - Эквивалентный уровень помех (проекционный метод)

Рисунок 5.5 – Распределение электромагнитного поля (слева – горизонтальное, справа – вертикально сечение) рупорной антенны AP-3 на частоте: 8 ГГц (а), 9 ГГц (а), 10 ГГц (в)

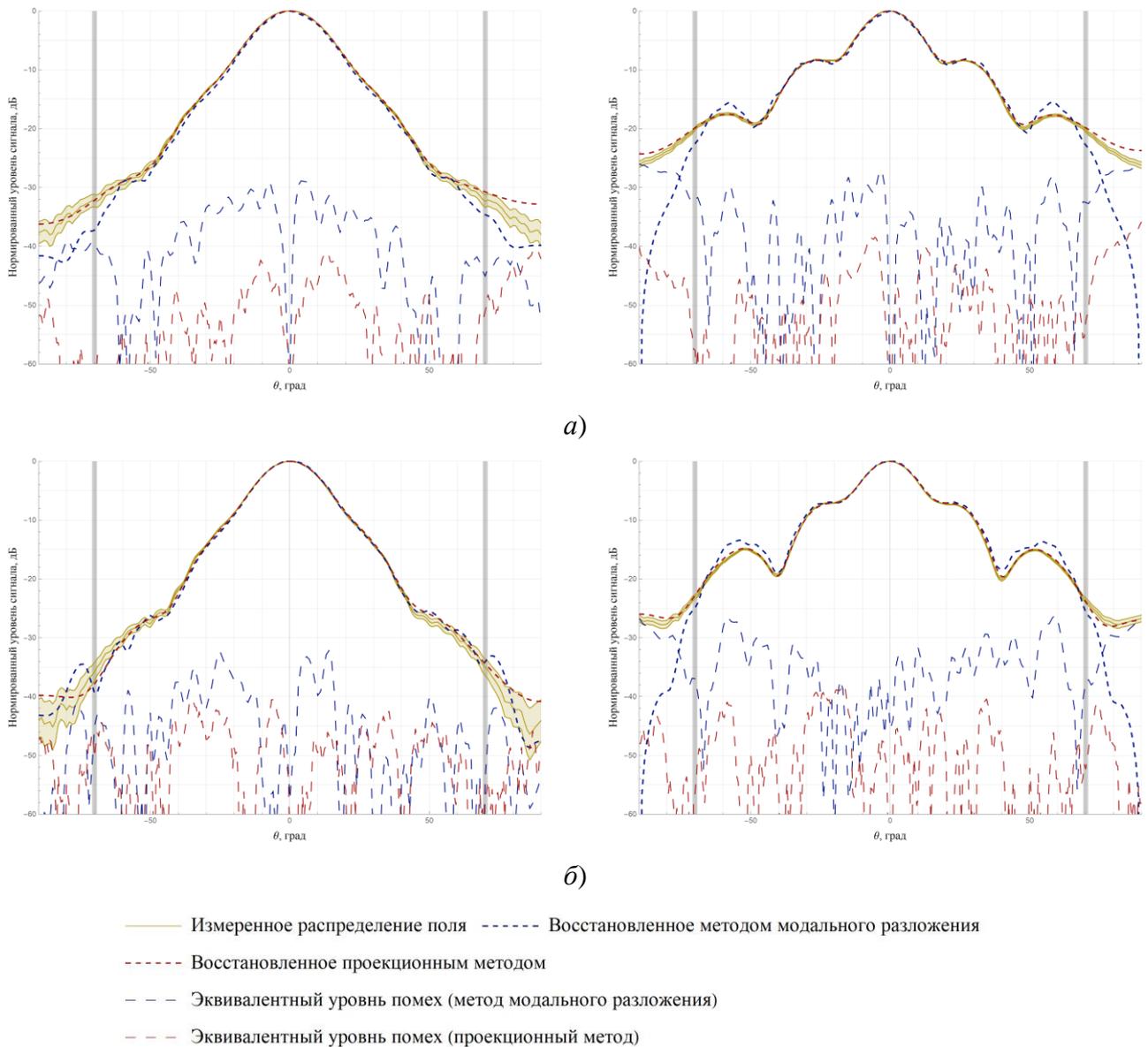


Рисунок 5.6 – Распределение электромагнитного поля (слева – горизонтальное, справа – вертикально сечение) рупорной антенны AP-3 на частоте: 11 ГГц (а), 12 ГГц (б)

Результаты демонстрируют, что в отличие от метода модального разложения, распределения поля, полученные проекционным методом, согласуются с результатами измерений в угловом секторе  $(-90^\circ, 90^\circ)$ . При этом уровни погрешностей (максимальные значения  $ENL$ ) в области ограниченной критическими углами (3.5) в среднем ниже на 8,65 дБ. Таким образом проведенное экспериментальное исследование подтвердило результаты подраздела 3.1, а именно возможность восстановления распределения электромагнитного поля широконаправленных рупорных антенн в угловом секторе  $(-90^\circ, 90^\circ)$ .

## 5.2 Реконструкция электромагнитного поля микрополосковой антенной решетки в дальней зоне

В качестве объекта исследования выбрана микрополосковая антенная решетка [118], состоящая из 64 излучающих элементов и настроенная на частоту 9.5 ГГц. Измерения распределения поля проводились как на резонансной, так и на смежных частотах 9 ГГц и 10 ГГц на расстоянии  $R1=3.2$  м с размещением антенны на опорно-поворотном устройстве (рисунок 5.7) Для проведения измерений распределения поля в ближней зоне (рисунок 5.8) антенна перемещалась на расстояние  $R2=0.09$  м с помощью линейного двигателя и рельсового пути (рисунок 5.9), что позволило избежать демонтажа антенны и сопутствующей технологической оснастки.



Рисунок 5.7 – Размещение микрополосковой антенной решетки на расстоянии 3.2 м от зонда

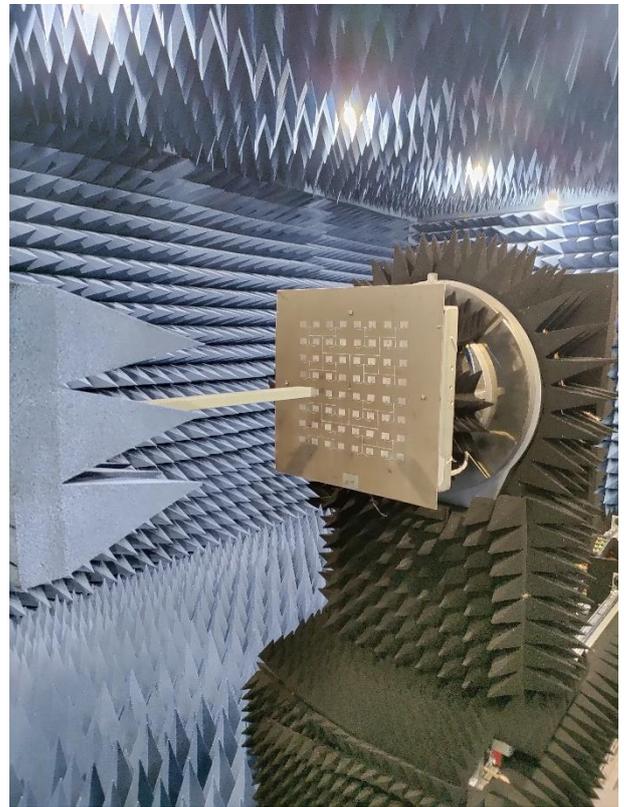


Рисунок 5.8 – Размещение микрополосковой антенной решетки в ближней зоне

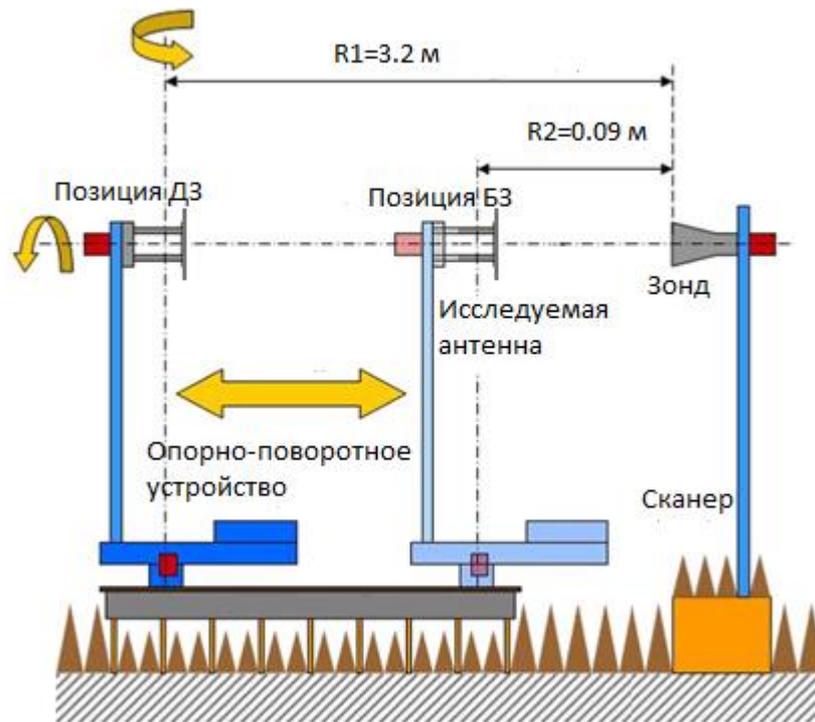


Рисунок 5.9 – Размещение микрополосковой антенной решетки при измерениях в безэховой камере

Сканирование ближнего поля осуществлялось по области размерами  $0.72 \times 0.72 \text{ м}^2$  в точках, разнесенных друг от друга на расстояние 0.012 м. Общее время измерений составило 8 ч. Результаты измерений представлены на рисунке 5.10.

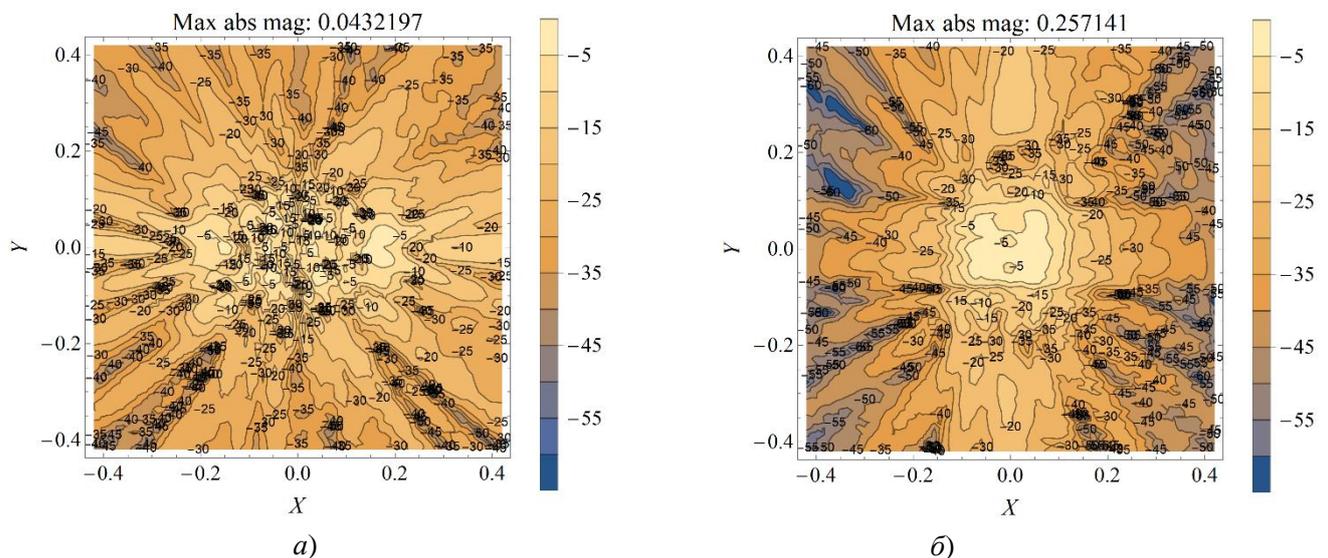


Рисунок 5.10 – Контурный график нормированного амплитудного распределения поля в плоскости сканирования: при вертикальной ориентации Н-плоскости зонда (а) и горизонтальной ориентации Н-плоскости зонда (б)

При разбиении поверхности антенны с оптимальным уровнем дискретизации ( $\sim 0.5\lambda$ ) получено 5123 треугольников с 7087 ребер. Учитывая, что для решения обратной задачи необходимы две тангенциальные составляющие поля  $\mathbf{E}$  и две тангенциальные составляющие электрических и магнитных токов  $\mathbf{J}, \mathbf{M}$ , требуемый объем оперативной памяти для хранения матрицы составил значение в  $\sim 3.375$  ГБ. При этом, в случае единовременного расчета матрицы (2.21), требование по памяти увеличивается кратно количеству гауссовых точек, используемых при интегрировании базисной функции (в работе использовалось 7 гауссовых точек). В это время объем оперативной памяти на доступном вычислительном оборудовании (ноутбук HP на базе двухъядерного процессора Intel) составлял 4 ГБ, из которых 1 ГБ был занят операционной системой и работой других критически важных программ, в частности программы, управляющей позиционированием зонда.

Решение задачи в условиях ограниченных вычислительных ресурсов было достигнуто разработанными проекционными алгоритмами, при этом наличие свободного объема оперативной памяти позволило провести оптимизацию их структуры, что привело к дополнительному ускорению решения. Для стандартного алгоритма ускорение достигалось путем разбиения матрицы на подблоки  $\mathbf{A}_1, \dots, \mathbf{A}_i$  содержащие по  $p$ -уравнений, каждый из которых предварительно рассчитывался и хранился в постоянной памяти. При этом решение осуществлялось путем последовательной подгрузки каждого из подблоков в соответствии с алгоритмом 2.2. Что касается оптимизации рандомизированного алгоритма (алгоритм 2.4), то из-за невозможности выделения постоянного блока вышеописанная оптимизация не могла быть реализована. Поэтому предложены другие варианты оптимизации:

I) Алгоритм 2.4 применяется для каждого из подблоков  $\mathbf{A}_1, \dots, \mathbf{A}_g$ , предварительно рассчитанных и сохраненных в постоянной памяти.

II) Алгоритм 2.4 делает случайную выборку индексов размерности  $p$ , после чего последовательно проводится единовременный расчет соответствующих гиперплоскостей с осуществлением проекций;

Определение максимального числа гиперплоскостей в подблоке  $\mathbf{A}_i$  рассчитываемых и сохраняемых в постоянной памяти для оптимизированного алгоритма 2.2, а также I варианта оптимизации рандомизированного алгоритма были получены непосредственно из величины свободной оперативной памяти. При варианте оптимизации II, из-за наличия накладных вычислительных расходов, свойственных различным реализациям, в общем случае для определения подблока требуется предварительная оценка зависимости коэффициента ускорения от величины задействованной памяти, которая может быть проведена на задаче меньшей вычислительной размерности путем формирования статистики (метод Менте-Карло) и

построения регрессионной модели. В случае имеющегося вычислительного оборудования построенная регрессионная модель была линейной, поэтому с целью сравнения эффективности оптимизации вычислительных структур алгоритмов в каждом случае использовались подблоки одинаковой размерности. Результаты времени вычислений как неоптимизированных, так и оптимизированных алгоритмов (Таблица 5.2), демонстрируют значительное ускорение решения задачи относительно стандартного алгоритма 2.2.

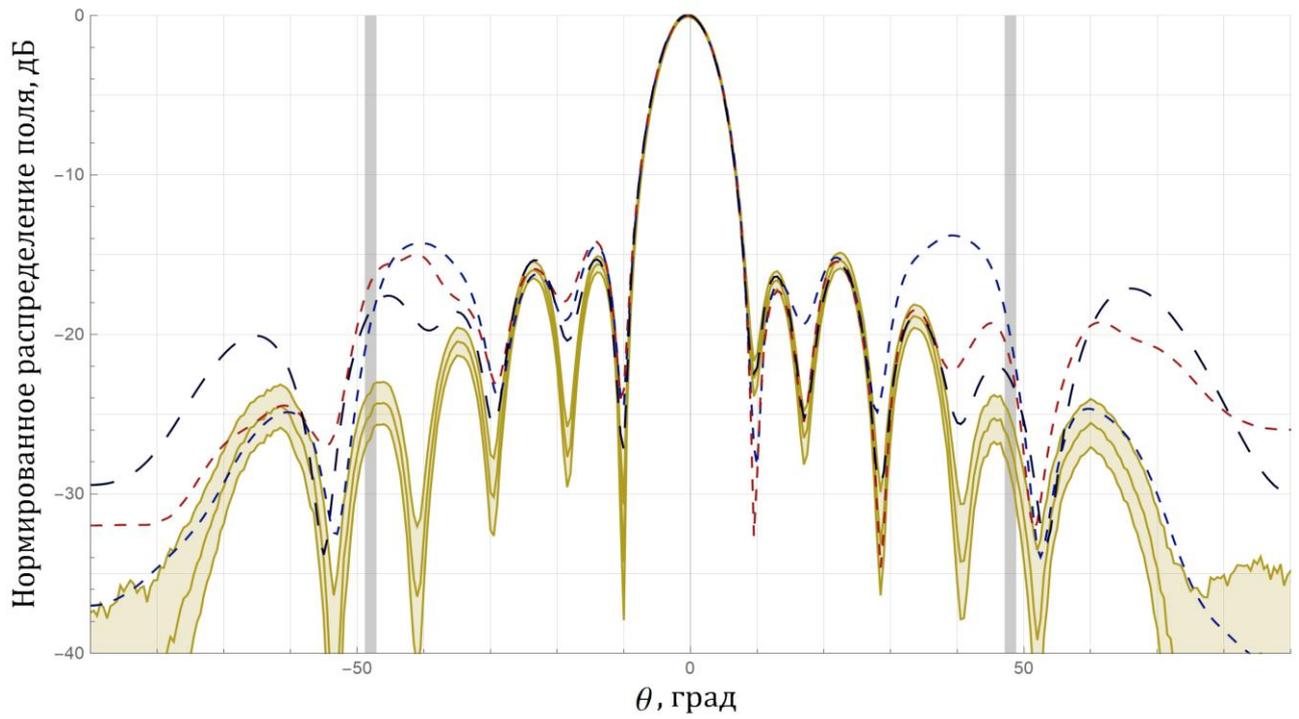
Таблица 5.2 – Затраты времени (с) решения обратной задачи излучения и восстановления распределения электромагнитного поля антенны

Алгоритм 2.2	Алгоритм 2.4	Оптимизированный алгоритм 2.2	Оптимизированный алгоритм 2.4, вариант I	Оптимизированный алгоритм 2.4, вариант II
86000	15200	1086.1	154.8	220.1

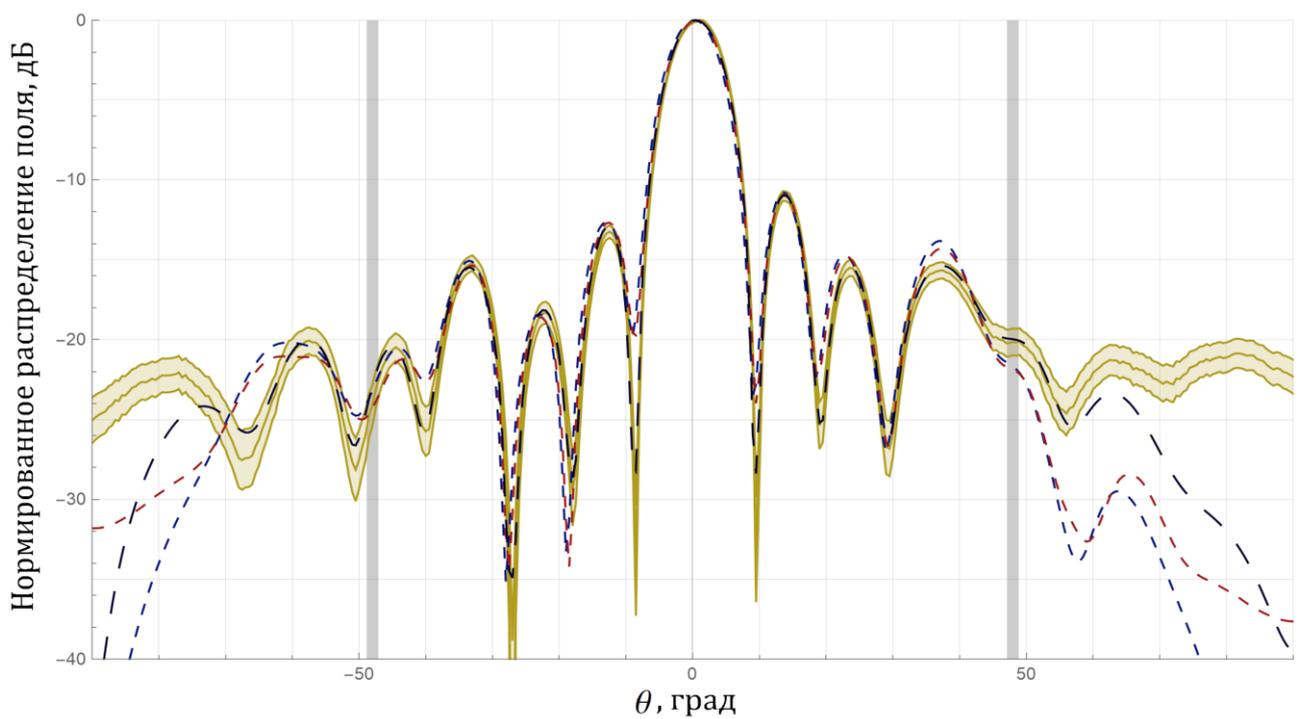
Необходимо отметить, что при восстановлении распределения поля также использовался классический метод модального разложения с аналитической и предложенной методикой коррекции, результаты которых вместе с измеренным распределением поля и распределением восстановленным оптимизированным алгоритмом 2.4, приведены на рисунках 5.11 – 5.13.

Результаты реконструкции показывают, что методы модального разложения с аналитической коррекцией не обеспечивают точного восстановления боковых лепестков микрополосковой антенны. При этом точность восстановления значительно хуже в случае нерезонансных частот, что связано с возбуждением кроссполяризованной компоненты тока, которая дает ощутимый вклад в измеренные значения поля при горизонтальной ориентации Н-плоскости зонда, но в должной мере не учитывается при аналитической коррекции. Предложенная методика коррекции отчасти позволяет устранить этот эффект, однако чувствительность метода модального разложения к случайной погрешности не позволяет достигнуть точности восстановления поля проекционным методом. В целом проекционный метод обеспечивает точное восстановление как первых, так и наиболее удаленных боковых лепестков, в том числе и за пределами достоверного сектора восстановления  $(-\alpha_c, +\alpha_c)$ .

Таким образом, оптимизированные проекционные алгоритмы позволили решить задачу восстановления распределений поля в условиях ограниченных вычислительных ресурсов.



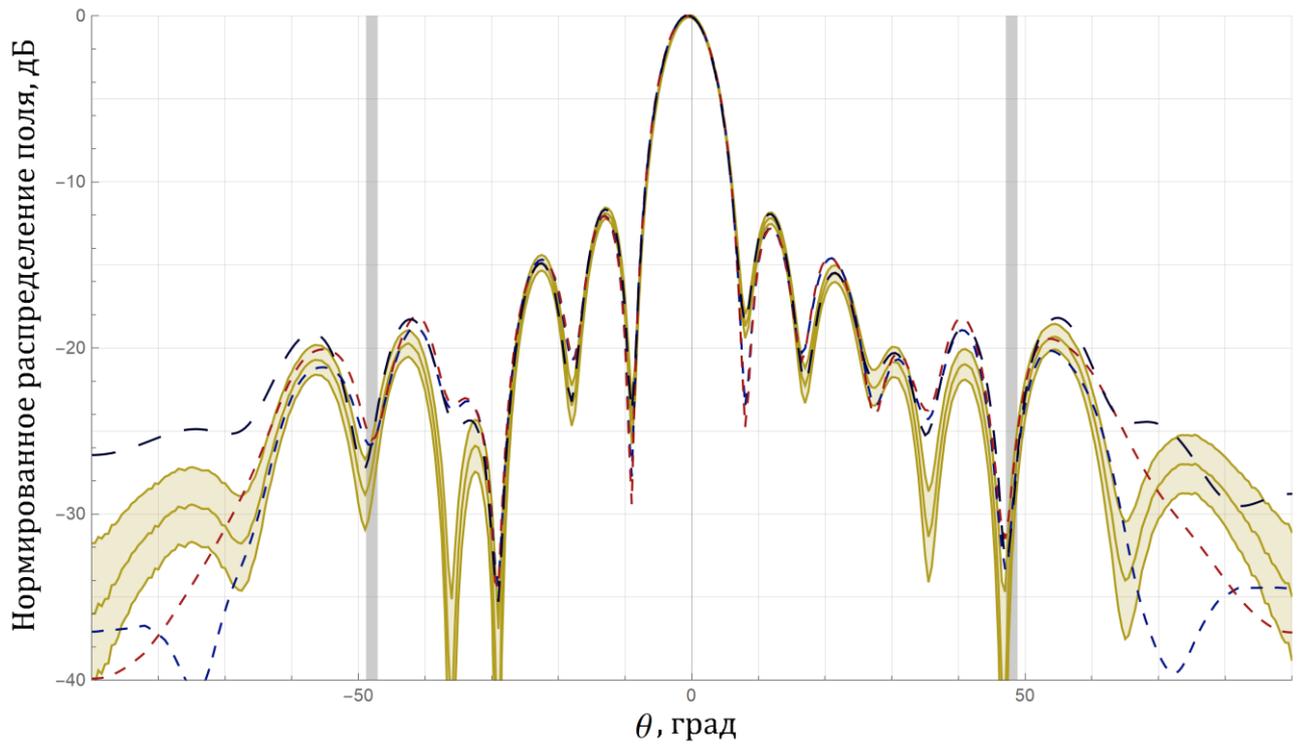
а



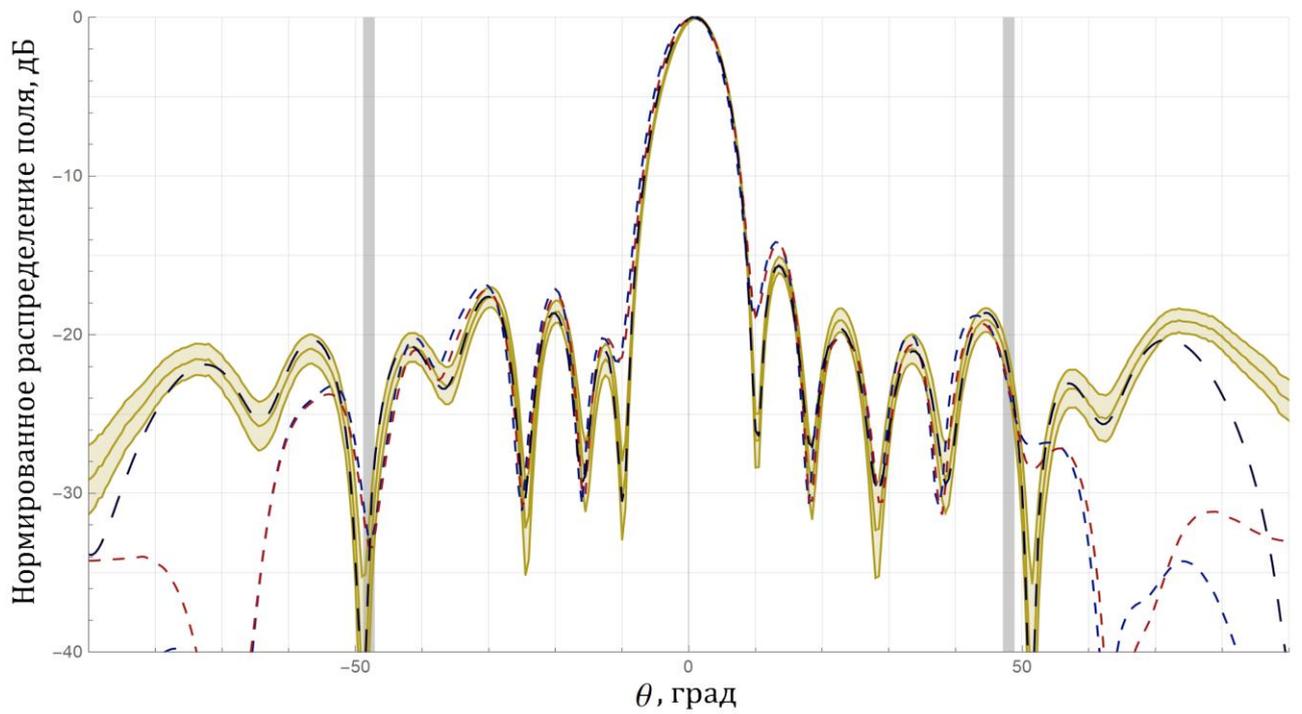
б

желтый сплошной – измеренное с доверительными интервалами; синий пунктир – восстановленное методом модального разложения с аналитической коррекцией; красный пунктир – восстановленное методом модального разложения с предложенной методикой коррекции; черный длинный пунктир – восстановленная проекционным методом с предложенной методикой коррекции; серыми вертикальными линиями обозначен критический сектор восстановления  $(-\alpha_c, +\alpha_c)$

Рисунок 5.11 – Распределение напряженности электрического поля в дальней зоне микрополосковой антенной решетки на частоте 9 ГГц: в Н-плоскости (а) и Е-плоскости (б)



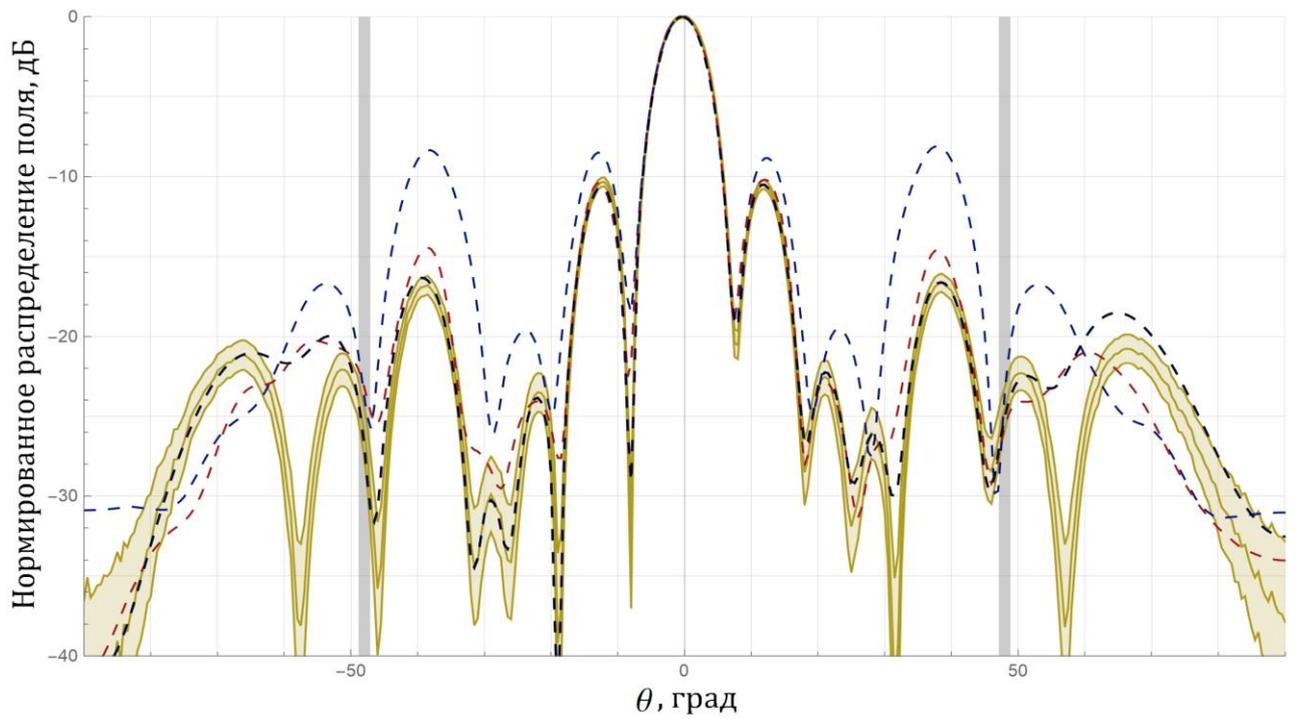
а



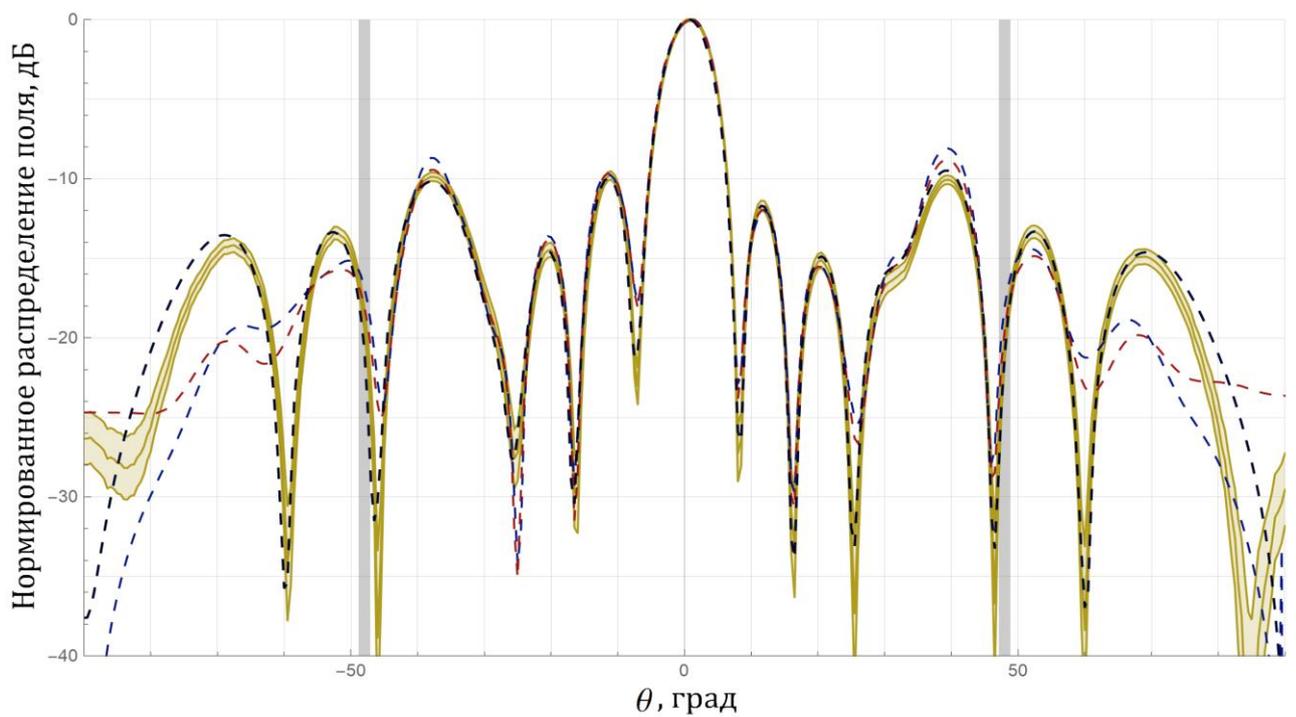
б

желтый сплошной – измеренное с доверительными интервалами; синий пунктир – восстановленное методом модального разложения с аналитической коррекцией; красный пунктир – восстановленное методом модального разложения с предложенной методикой коррекции; черный длинный пунктир – восстановленная проекционным методом с предложенной методикой коррекции; серыми вертикальными линиями обозначен критический сектор восстановления  $(-\alpha_c, +\alpha_c)$

Рисунок 5.12 – Распределение электрической напряженности поля в дальней зоне микрополосковой антенной решетке на частоте 9,5 ГГц: в H-плоскости (а) и E-плоскости (б)



а



б

желтый сплошной – измеренное с доверительными интервалами; синий пунктир – восстановленное методом модального разложения с аналитической коррекцией; красный пунктир – восстановленное методом модального разложения с предложенной методикой коррекции; черный длинный пунктир – восстановленная проекционным методом с предложенной методикой коррекции; серыми вертикальными линиями обозначен критический сектор восстановления  $(-\alpha_c, +\alpha_c)$

Рисунок 5.13 – Распределение электрической напряженности поля в дальней зоне микрополосковой антенной решетки на частоте 10 ГГц: в Н-плоскости (а) и Е-плоскости (б)

### 5.3 Реконструкция электромагнитного поля узконаправленной антенны проекционным методом с алгоритмом, интегрированным в процесс измерений

Необходимо отметить, что для ряда отраслей промышленности не требуется восстановление электромагнитного поля антенны в полном угловом секторе, а необходима информация о поле в пределах главного максимума и первых боковых лепестков. Как правило в этих случаях антенны являются крупноапертурными, а поскольку из результатов 4.4 следует что по мере увеличения апертуры значительные искажения ближнего поля, обусловленные влиянием зонда, проявляются при меньших уровнях сигнала, то учитывая результаты подраздела 3.4, согласно которым восстановление распределения поля в секторе ограниченном углами  $\pm\alpha_c$  возможно при ошибках измерения, не превышающих минус 25 дБ (величина обратная  $SNR$ ), реконструкция поля может быть реализована без процедуры коррекции. Тогда решения обратной задачи может осуществляться по алгоритму 2.1 непосредственно в процесс измерений, тем самым устраняя его главный недостаток – увеличенные затраты времени. Необходимо отметить, что поскольку поле крупноапертурных антенн локализуется в весьма ограниченной области пространства, то измерения целесообразно проводить из максимума поля по квазиспиральной траектории (рисунок 5.14), с учетом которой предложен алгоритм 5.1.

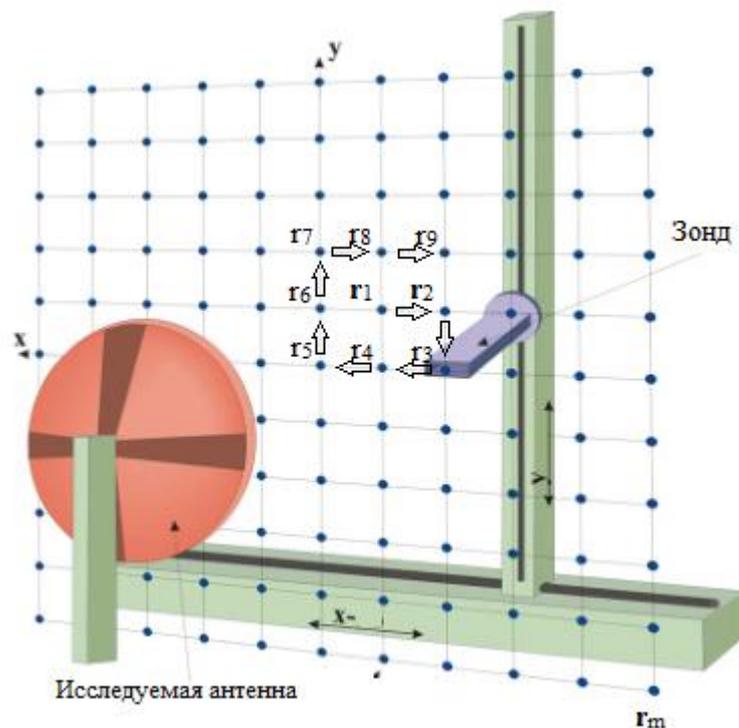


Рисунок 5.14 – Квазиспиральная структура измерений электромагнитного поля антенна в ближней зоне

---

**Алгоритм 5.1 Интегрированный проекционный алгоритм решения обратной задачи излучения**


---

1. Выбрать начальное приближение решения  $\mathbf{x}^0 \in \mathbb{C}^n$
  2. Измерить значение напряженности электрического поля в  $\mathbf{r}_1, \dots, \mathbf{r}_8$
  3. Для  $p = 8 + 1, \dots, m - 8$  выполнить
  4.     Измерить значение напряженности электрического поля в  $\mathbf{r}_p$
  5.         Для  $i = 1, \dots, p$
  6.             Рассчитать  $\bar{\mathbf{a}}_i = (\bar{a}_{i,1}, \dots, \bar{a}_{i,n})$
  7.             Выполнить  $\mathbf{x}^{k,i} = \text{Pr}_{H_i}(\mathbf{x}^{k,i-1})$
  8.         Конец
  9.      $\mathbf{x}^{k+1} = \mathbf{x}^{k,p}$
  10. При  $\mathbf{y} = \mathbf{0}$  и  $\mathbf{x}_{null}^0 = \mathbf{x}^{k+1}$  выполнить
  11.     Для  $i = 1, \dots, p$
  12.         Выполнить  $\mathbf{x}_{null}^{k,i} = \text{Pr}_{H_i}(\mathbf{x}_{null}^{k,i-1})$
  13.     Конец
  14.      $\mathbf{x}_{null}^{k+1} = \mathbf{x}_{null}^{k,p}$
  15.      $\mathbf{x}^{k+1} = \mathbf{x}^{k+1} - \mathbf{x}_{null}^{k+1}$
  16. Конец
- 

Интегрированный проекционный алгоритм был применен для восстановления распределения поля рупорной антенны П6-134-2 в дальней зоне, работающей на частоте 60 ГГц. Измерения ближнего поля (рисунок 5.15) производились на расстоянии  $6\lambda$  от апертуры антенны в области размером  $80 \times 80 \text{ мм}^2$ .

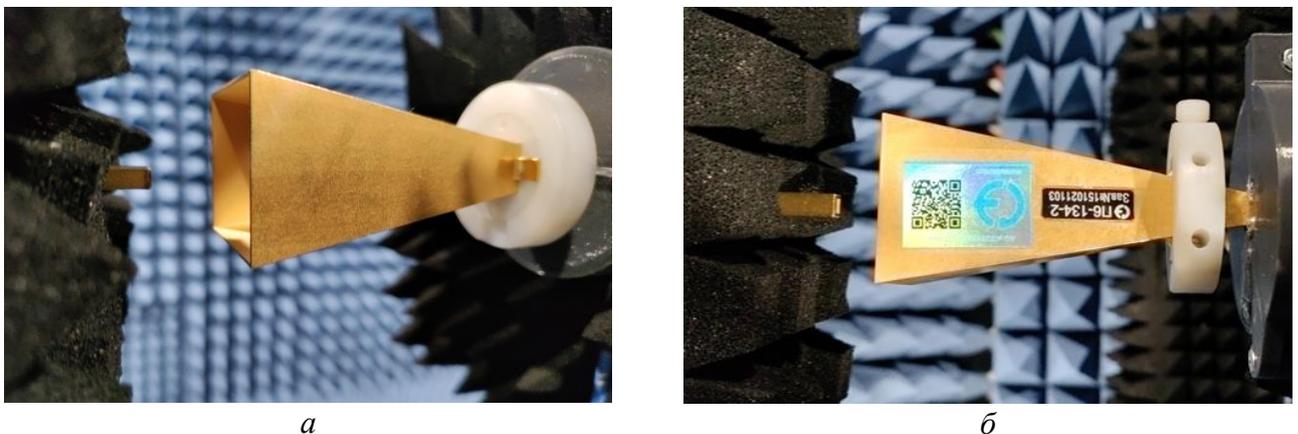


Рисунок 5.15 – Взаимное расположение П6-134-2 и зондовой антенны при измерении ближнего поля: вид сбоку (*a*), вид сверху (*б*)

Результаты реконструкции по алгоритму 5.1 представлены на рисунке 5.16, на котором дополнительно приведены измеренное распределение поля, рассматриваемое в качестве эталонного, а также восстановленное поле по алгоритму 2.2 из измеренных данных, скорректированных по предложенной методике (подраздел 4.2) с калибровочной моделью состоящей из модели зонда OEWG-15 и антенны П6-134-2 усеченного размера.

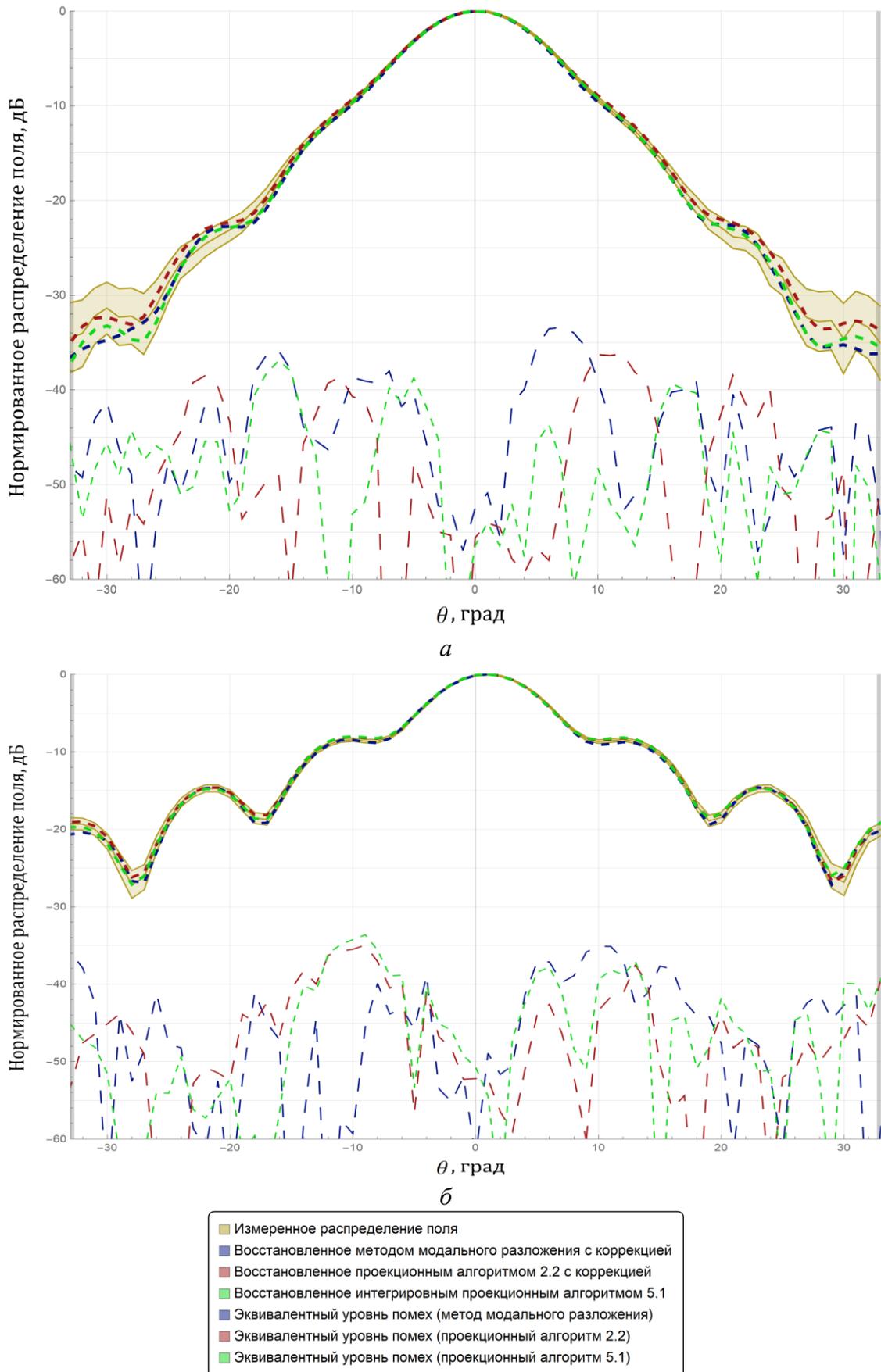


Рисунок 5.16 – Распределение напряженности электрического поля рупорной антенны Пб-134-2 на частоте 60 ГГц в  $H$ -плоскости (*a*) и  $E$ -плоскости (*б*)

Результаты демонстрируют сопоставимые уровни погрешности как в области главного максимума, так и в области боковых лепестков. Также при реконструкции установлено, что достаточно точное восстановление поля ( $ENL < -30$ ) наблюдается уже на этапе измерения ближнего поля на границе области размером  $0.06 \times 0.06 \text{ мм}$  (рисунок 5.17). Поэтому была проведена реконструкция поля алгоритмом 5.1, в котором на 9 шаге проводилась проверка условия остановки (2.32). В результате (рисунок 5.18) электромагнитное поле было восстановлено по 1079 выборкам поля, тем самым сократив время измерений более чем на 30 %.

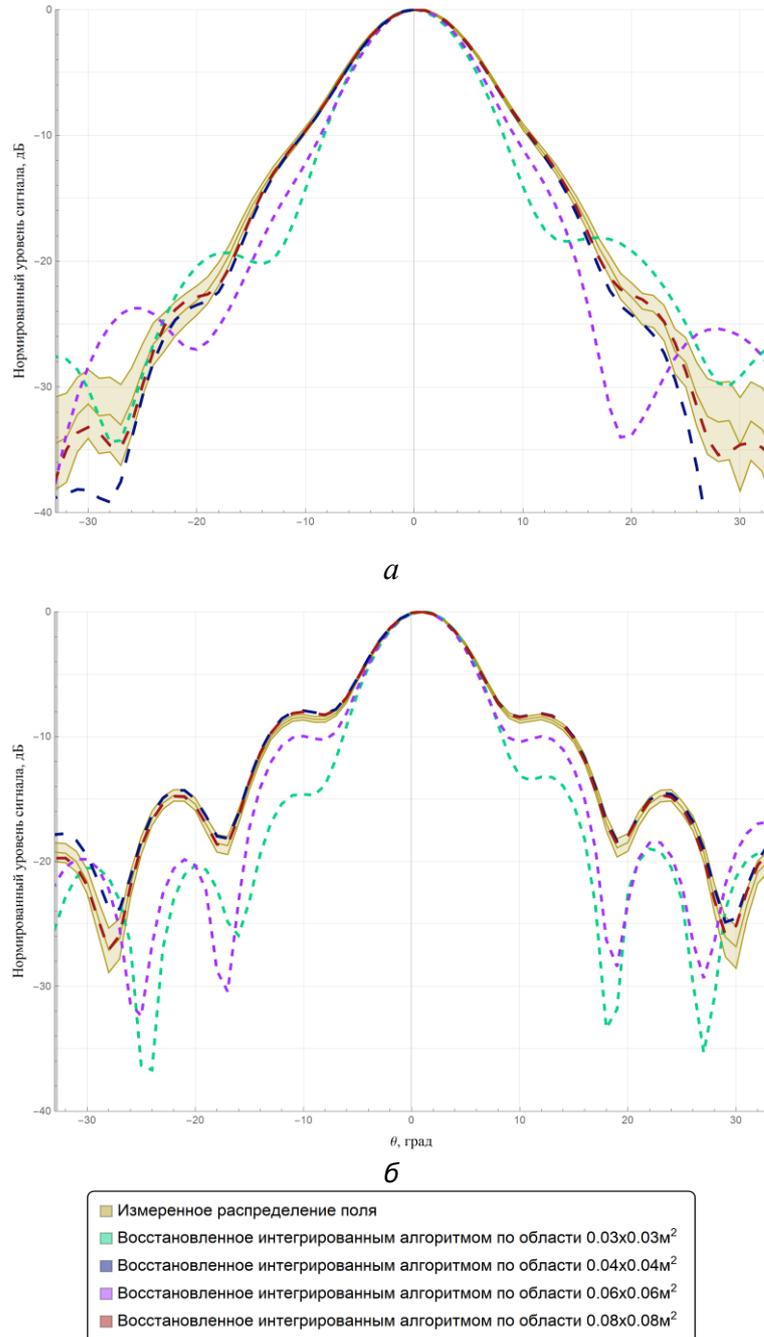


Рисунок 5.17 – Распределение напряженности электрического поля рупорной антенны Пб-134-2 на частоте 60 ГГц в Н-плоскости (а) и Е-плоскости (б)

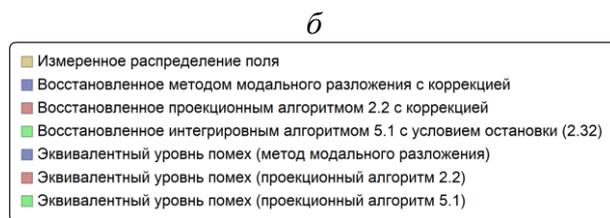
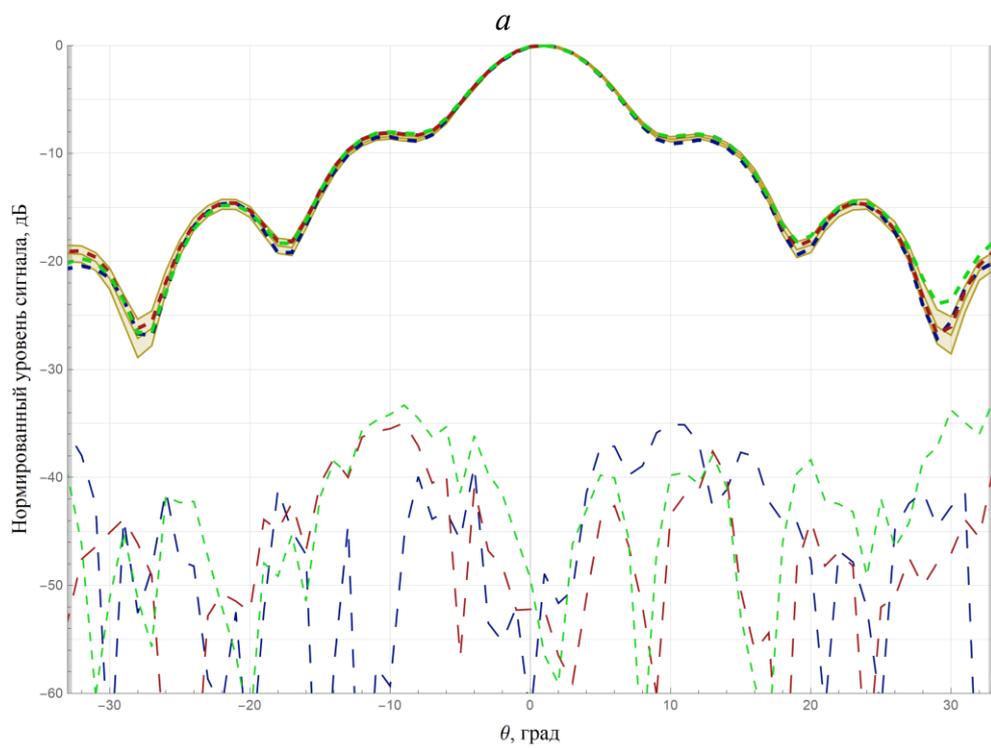
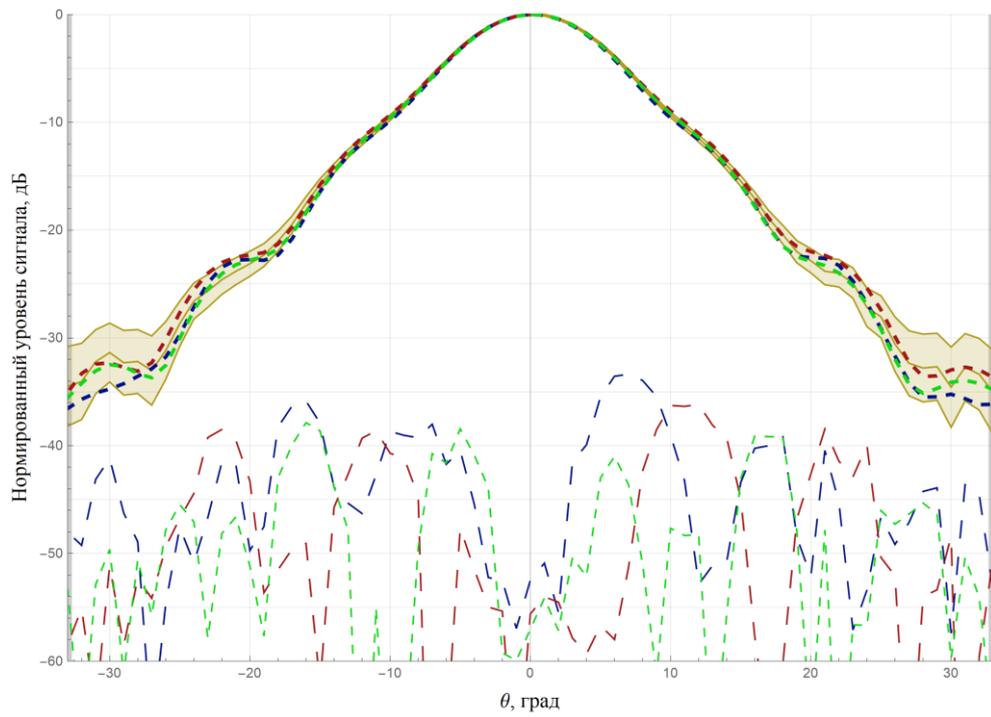


Рисунок 5.18 – Распределение напряженности электрического поля рупорной антенны П6-134-2 на частоте 60 ГГц в Н-плоскости (а) и Е-плоскости (б)

## 5.4 Реконструкция электромагнитного поля волноводно-щелевой антенной решетки на заданном расстоянии от решетки

Проведены измерения распределения электромагнитного поля переменнo-фазной линейной волноводно-щелевой антенной решетки, работающей на частоте 10 ГГц в трех безэховых камерах с расстояниями 3.3, 3.8 и 9.5 м до облучающего рупора. Измерения ближнего поля проводились с помощью открытого конца волновода (OEWG-90) на планарном сканере в секторе  $720 \times 720 \text{ мм}^2$  с шагом 12 мм (рисунок 5.19 а). Апертура антенной решетки располагалась параллельно измерительной плоскости на расстоянии  $3\lambda$ . Коррекция проводилась с помощью электродинамической калибровочной модели из подраздела 4.3 (рисунок 4.3). При этом данные поля, измеренные по периметру исключались для повешения точности (рисунок 5.19 б).

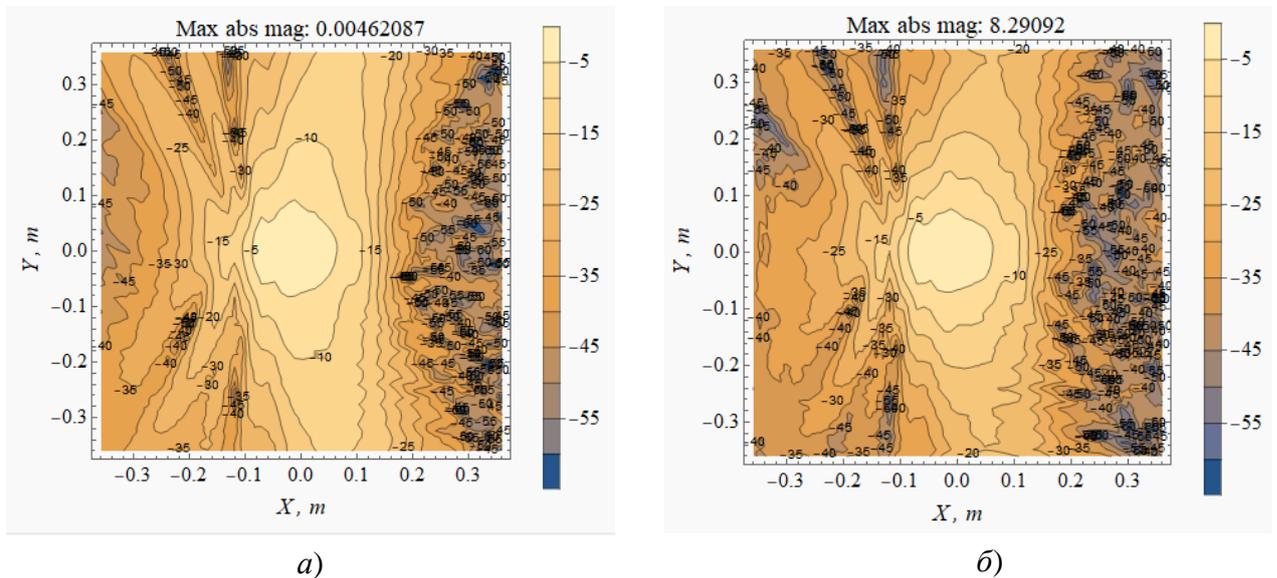


Рисунок 5.19 – Контурные графики амплитудного распределения вертикальной компоненты напряженности электрического поля  $E_y$  волноводно-щелевой антенной решетки: по результатам измерений (а), скорректированного в соответствии с методикой (б)

Итоговый вектор входных данных содержал по 3721 значений каждой из тангенциальных компонент напряженности электрического поля. Токи  $\mathbf{J}$  и  $\mathbf{M}$  рассчитывались на апертуре антенны с помощью рандомизированного проекционного алгоритма с остановкой алгоритма согласно (2.32) со значением ошибки соответствующей методике коррекции (подраздел 4.3).

Результаты реконструкции поля по рассчитанным эквивалентным токам на расстояниях в 3.3, 3.8 и 9.5 м вместе с соответствующими результатами измерения приведены на рисунках 5.20 – 5.22. Поскольку распределение поля, измеренное на расстоянии 9.5 м соответствует приближению дальнего поля (5.1), на рисунке 5.20 дополнительно представлено

распределение поля на значительном удалении (1000 м). Кроме того, приведены результаты восстановления поля методом модального разложения с аналитической коррекцией.

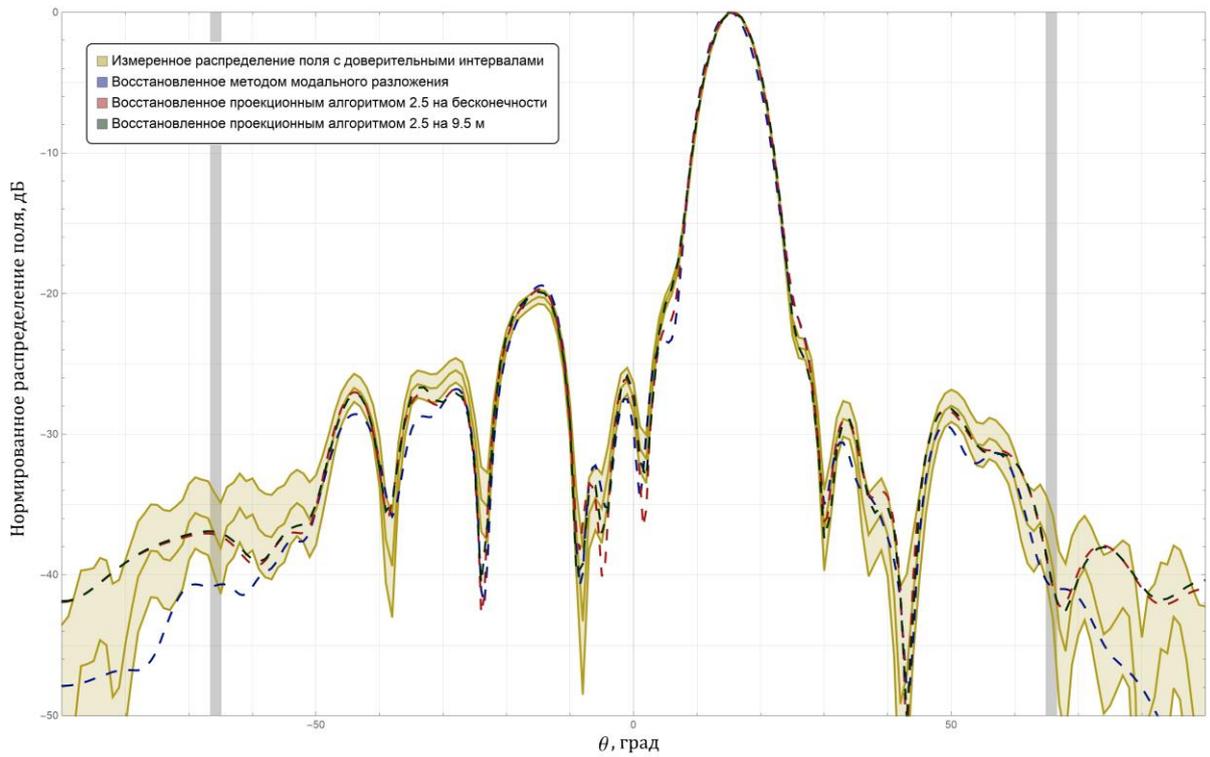


Рисунок 5.20 – Распределение напряженности электрического поля волноводно-щелевой антенной решетки на расстоянии 9.5 м

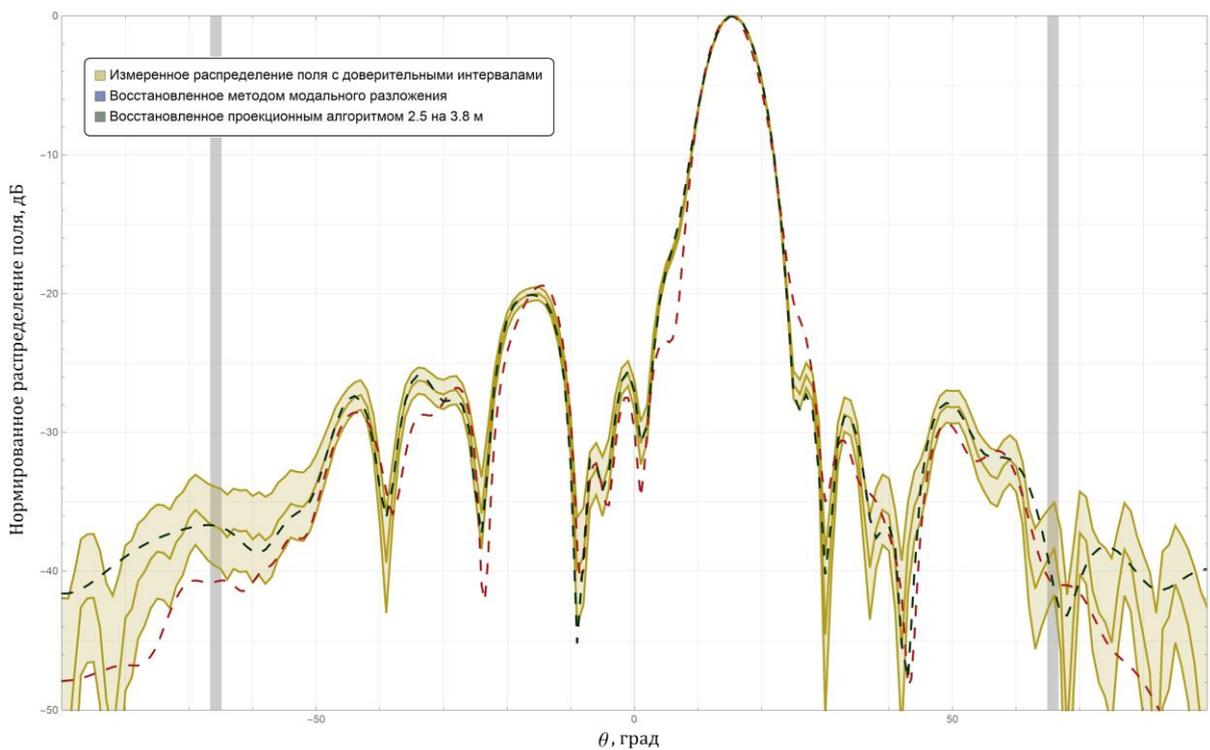


Рисунок 5.21 – Распределение напряженности электрического поля волноводно-щелевой антенной решетки на расстоянии 3.8 м

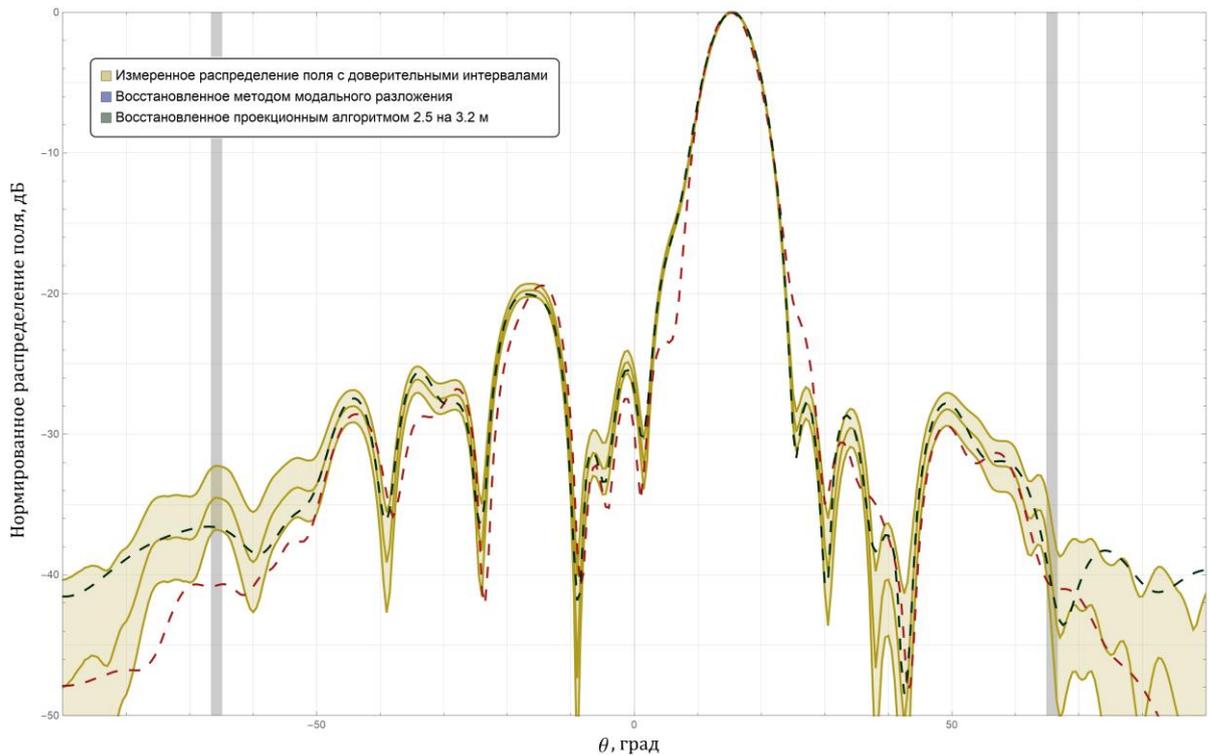


Рисунок 5.22 – Распределение напряженности электрического поля волноводно-щелевой антенной решетки на расстоянии 3.2 м

Результаты демонстрируют, что распределения поля, полученные путем решения обратной задачи по измерениям поля в ближней зоне, полностью согласуются с распределениями поля измеренными на соответствующих расстояниях что свидетельствует о возможности восстановления распределения поля не только в заданном угловом секторе, но и на заданном диапазоне расстояний.

Учитывая возможности проекционного метода, рассмотрены поведение полей на расстояниях, соответствующих границе крайней ближней, средней и дальней областей излучения (рисунок 5.23). Видно, что при переходе из ближней зоны на расстояние промежуточной зоны излучения происходит значительное уменьшение уровня первого бокового лепестка. Затем по мере удаления в дальнюю зону излучения происходит, увеличение первого минимума, что, в конечном итоге, приводит к полному «слипанию» бокового лепестка с главным максимумом. Двумерная нормированная функция ошибки распределения поля относительно поля в дальней зоне (рисунок 5.24) показала, что изменения полей присутствует вплоть до 20 м, после чего распределение поля становится неотличимыми от распределения поля на бесконечности, т.е. диаграммы направленности. Это подтверждает тот факт, что критерий дальней зоны Релея (5.1) может приводить к ошибкам при измерении диаграммы направленности для антенн с сверхнизким (ниже минус 40 дБ) уровнем бокового излучения.

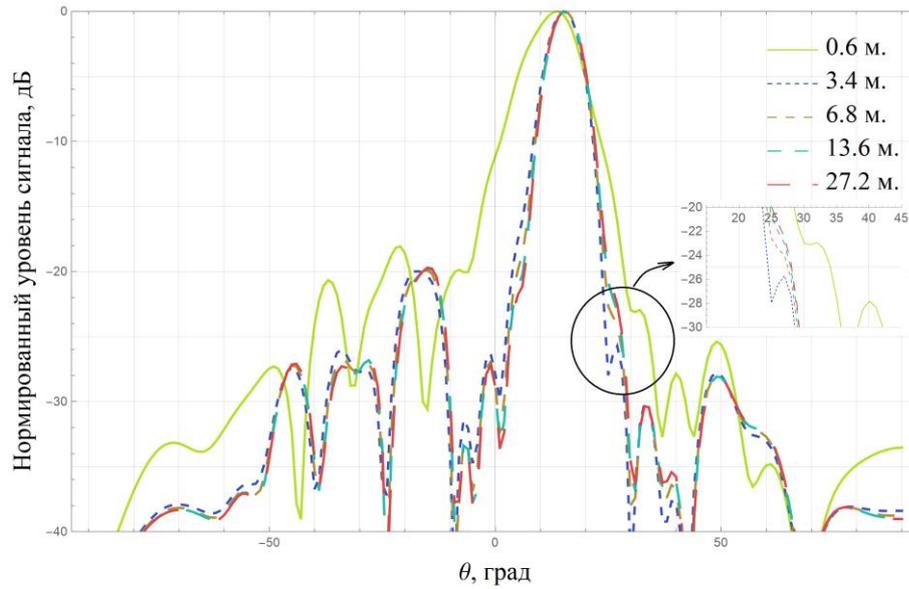


Рисунок 5.23 – Распределения напряженности электрического поля волноводно-щелевой антенной решетки на расстояниях от 0.6 м до 27.2 м

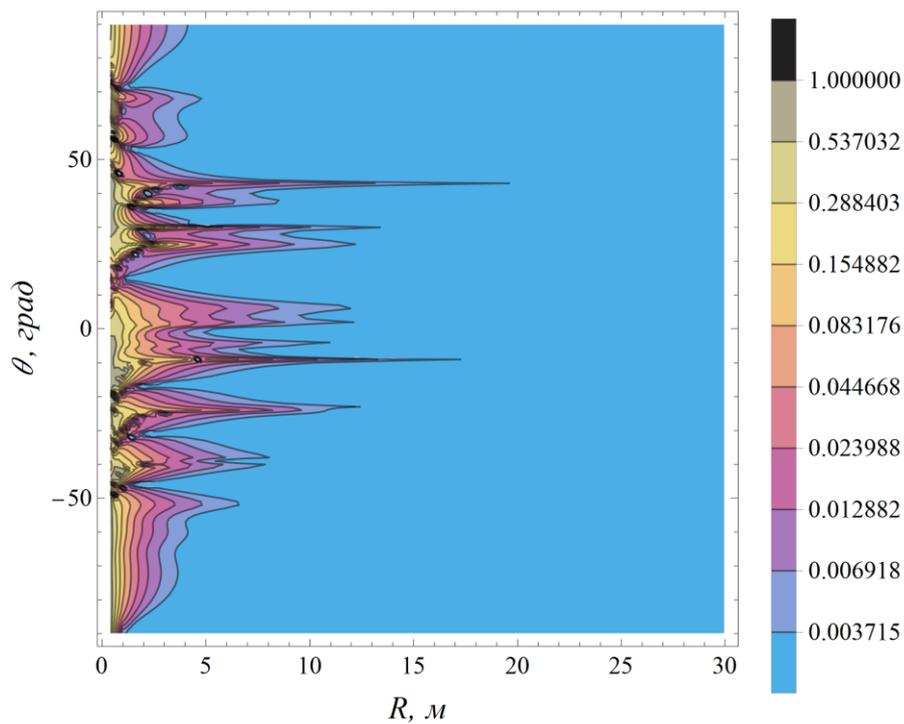


Рисунок 5.24 – Двумерная нормированная функция ошибки распределения поля относительно поля в дальней зоне

Таким образом, проведенное экспериментальное исследование подтвердило возможность восстановления распределения электромагнитного поля на произвольном расстоянии от антенны.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

...Я вам сказал, что нам во благо.  
Вы и варите вашу брагу.

*И.В. Гёте, "Фауст"*

В результате диссертационной работы разработаны численный метод решения обратной задачи излучения и методика коррекции измеренного электромагнитного поля антенны в ближней зоне, совместное использование которых обеспечивает восстановление электромагнитного поля антенны на заданном расстоянии в передней полусфере.

На основе предложенного метода разработаны алгоритмы последовательного и рандомизированного выбора проекции решения на гиперплоскости, реализованные в проекционном методе, которые позволили уменьшить вычислительную сложность по памяти до  $O(N)$  по отношению к существующим. Получена оценка оптимального уровня разбиения поверхности по критерию «точность-вычислительная сложность».

Проведено исследование разработанного метода на предмет предельных ограничений при решении задачи определения пространственного распределения электромагнитного поля антенны. Статистически доказано, что разработанный метод решения обратной задачи излучения не имеет ограничений на структуру выборок электромагнитного поля в ближней зоне при их избыточности. Определены соотношения, обеспечивающие оценку минимального числа выборок поля в ближней зоне антенны, необходимых для восстановления ее электромагнитного поля.

Проведено экспериментальное подтверждение разработанных подходов. Разработанные метод решения обратной задачи излучения и методика коррекции измерений ближнего поля антенны используются в производственном процессе для диагностики антенн АО «НИИЭП», а также при создании перспективного автоматизированного измерительно-вычислительного комплекса ближнего поля с системой датчиков поля в ООО «НПК «ТЕСАРТ».

Перспективами дальнейших исследований является развитие разработанных методов решения обратных задач в направлении:

- диагностики антенн, а именно реконструкции амплитудно-фазового распределения и идентификации положения элементарных источников излучения антенны решеток;
- моделирования взаимодействия антенны с близкорасположенными диэлектрическими и металлическими объектами, в т.ч. с обтекателями;
- реконструкции диэлектрической и магнитной проницаемости материалов сложных геометрических форм.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. C. A. Balanis, *Antenna theory: analysis and design*. John Wiley & Sons, 2016.
2. Evans G. *Antenna measurement techniques*. London: Artech House Inc., 1990
3. Parini C., Gregson S., McCormick J., and van Rensburg D. J. *Theory and Practice of Modern Antenna Range Measurements*. – London.: IET, 2014.
4. Методы измерения характеристик антенн СВЧ / Л. Н. Захарьев, А. А. Леманский, В. И. Турчин и др.; под ред. Н. М. Цейтлина. — М.: Радио и связь, 1985. — 368 с
5. Бахрах Л. Д., Кременецкий С. Д., Курочкин А. П. и др. Методы измерений параметров излучающих систем в ближней зоне. – Изд-во «Наука», Ленинградское отд-ние, 1985.
6. Yaghjian A. An overview of near-field antenna measurements // *IEEE Transactions on antennas and propagation*. – 1986. – Т. 34. – №. 1. – С. 30-45.
7. Francis M, Wittmann R (2008) Near-field scanning measurements: theory and practice, chap. 19. In: Balanis C (ed) *Modern antenna handbook*. Wiley, Hoboken, pp 929–976
8. Parini C., Gregson S. McCormick J. e.t.c *Theory and Practice of Modern Antenna Range Measurements 2nd Expanded Edition Volume 1.*– Croydon.: CPI Group, 2020.
9. Francis M (2012) *IEEE Recommended Practice for Near-Field Antenna Measurements IEEE Std 1720™-2012*
10. Z.N. Chen et al. (eds.), *Handbook of Antenna Technologies, Near-Field Antenna Measurement Techniques* Flaminio Ferrara, Claudio Gennarelli, and Rocco Guerriero DOI 10.1007/978-981-4560-44-3\_117
11. Kerns D (1970) Correction of near-field antenna measurements made with an arbitrary but known measuring antenna. *Electron Lett* 6(11):346–347
12. Kerns D (1981) Plane-wave scattering-matrix theory of antennas and antenna-antenna interactions, no. 162 in *NBS monograph*. U.S. Government Printing Office, Washington, DC
13. Joy E, Paris D (1972) Spatial sampling and filtering in near-field measurements. *Antennas Propag IEEE Trans* 20(3):253–261
14. Yaghjian A (1977) Near-field antenna measurements on a cylindrical surface: a source scattering matrix formulation, *NBS Tech. note 696*, U.S. Government Printing Office, Washington, DC
15. Морс, Г. Фешбах Методы теоретической физики. т.1. М., ИЛ, 1958.- 931 с.
16. Newell A, Crawford M (1974) Planar near-field measurements on high performance array antennas. *Nat Bur Stand (US) NBSIR* 74:74–380
17. Appel-Hansen J (1980) On cylindrical near-field scanning techniques. *Antennas Propag IEEE*

- Trans 28(2):231–234
18. Hansen J. E. Spherical near-field antenna measurements, in IEE Electromagnetic Waves Series 26. London, U.K.: Peter Peregrinus, 1988.
  19. Francisco José Cano-Fácil, Sergey Pivnenko, Manuel Sierra-Castañer, "Reduction of Truncation Errors in Planar, Cylindrical, and Partial Spherical Near-Field Antenna Measurements", *International Journal of Antennas and Propagation*, vol. 2012, Article ID 438727, 19 pages, 2012. <https://doi.org/10.1155/2012/438727>
  20. B. Hofmann, O. Neitz, and T. Eibert. On the minimum number of samples for sparse recovery in spherical antenna near-field measurements. *IEEE Trans. on Antennas and Propag.*, 67(12):7597–7610, 2019.
  21. Gregson, Stuart & McCormick, John & Parini, Clive. (2008). *Principles of Planar Near-Field Antenna Measurements*. Bibliovault OAI Repository, the University of Chicago Press. 53.
  22. Гармаш, В.Н. Численные методы решения некоторых обратных задач восстановления характеристик излучающих систем по измеренным полям в дальней и ближней зонах / В.Н. Гармаш, Н.П. Малаксинов, В.Ф. Пузанков // Сборник научно-методических статей по прикладной электродинамике. – М.: Высш. шк., 1983. – Вып. 5. – С. 98–130.
  23. Haroldo F. De Campos Velho, Fernando M. Ramos, Ezzat S. Chalhoub, Stephan Stephany, João C. Carvalho & Fabiano L. De Sousa (2007) Inverse problems in space science and technology, *Inverse Problems in Science and Engineering*, 15:4, 359-372, DOI: 10.1080/17415970600839127
  24. Kak, Avinash C. and Slaney, Malcolm. *Principles of computerized tomographic imaging*. Philadelphia: Society for Industrial and Applied Mathematics, 2001.
  25. Ballani L. and Stromeier D., On the structure of uniqueness in linear inverse source problems, *Theory and Practice of Geophysical Data Inversion*, Vieweg, Braunschweig (1992), 85–98. 10.1007/978-3-322-89417-5\_6
  26. Moura Neto, Francisco & Silva Neto, Antônio. (2013). *An Introduction to Inverse Problems with Applications*. 10.1007/978-3-642-32557-1\_7.
  27. Gilles L, Vogel C R and Bardsley J M 2002 Computational methods for a large-scale inverse problem arising in atmospheric optics *Inverse Problems* 18, 237
  28. Craig, Ian J. D. and John C. Brown. "Inverse Problems in Astronomy, A guide to inversion strategies for remotely sensed data." (1986).
  29. Реконструктивные антенные измерения'; Воронин, Е.Н.; Нечаев, Е.Е.; Шашенков, В.Ф.; Изд-во: М.: Наука. Физматлит, 1995 г.; ISBN: 5-02-015214-5
  30. Хашимов А.Б. Эффективный метод обработки результатов измерений в ближней зоне

- антенн // Антенны. 2014. № 1. С. 15–22.
31. Данилов И.Ю. Седельников Ю.Е. Диагностика апертурных распределений антенн путем измерений в зоне ближнего излученного поля. Журнал Радиоэлектроники №1, 2016г
  32. Анютин Н. В. Разработка метода измерений характеристик антенны путем сканирования по неканоническим поверхностям в ближней зоне. – Диссертация на соискание ученой степени кандидата технических наук. – Менделеево, 2022.
  33. Исаков М.А., Лисинский В.П. Перспективы реконструктивных антенных измерений как основного метода приёмо-сдаточных испытаний // Вестник Концерна ПВО «Алмаз-Антей». 2015. № 3. С. 51–58.
  34. Миляев, П. В. Современные методы и средства измерения радиотехнических характеристик антенн / П. В. Миляев, Ю. Н. Калинин, Д. И. Савченко // Альманах современной метрологии. – 2019. – № 2(18). – С. 133-157. – EDN XCUCFZ.
  35. Cano, F. J., Sierra-Castañer, M., Burgos, S., & Besada, J. L. (2010). Applications of sources reconstruction techniques: Theory and practical results. Proceedings of the Fourth European Conference on Antennas and Propagation (EuCAP 2010), Barcelona, Spain. 12-16 April 2010, 1-5.
  36. Las-Heras, F., Galocha, B., & Álvarez, Y. (2009). On The Sources Reconstruction Method Application For Array And Aperture Antennas Diagnostics. Microwave and Optical Technology Letters, 51(7), 1664-1668.
  37. S. Ponnappalli, T. Sarkar, and P. Petre, "Near-field to far-field transformation using an equivalent current approach," in Antennas and Propagation Society International Symposium, 1991. AP-S. Digest. IEEE, 1991.
  38. S. R. Rengarajan and Y. Rahmat-Samii, "The Field Equivalence Principle: Illustration of the Establishment of the Non-Intuitive Null Fields", IEEE Antennas and Propagation Magazine, vol. 42, pp. 122-128, August 2000.
  39. Foged, L. J., Scialacqua, L., Saccardi, F., Sabbadini, M., Araque, J. L., & Vecchi, G. (2011). Practical Application of the Equivalent Source Method as an Antenna Diagnostics Tool. 2011 Antenna Measurement Techniques Conference (AMTA 2011), Denver, Colorado (USA). 17-20 October, 1-5.
  40. Morita, N., Kumagai, N., and Mautz, J. R. (1990). Integral Equation Methods for Electromagnetics. Artech House, Boston.
  41. Colton, D. / Kress, R., Integral Equation Methods in Scattering Theory. New York et al., John Wiley & Sons 1983. XII, 271 S., £ 35.75. ISBN 0 471 86420-X. Z. angew. Math. Mech., 65: 12-12. <https://doi.org/10.1002/zamm.19850650104>

42. Colton, David. (2003). *Inverse Acoustic and Electromagnetic Scattering Theory*, Second Edition. Inverse Problems. 47.
43. T. K. Sarkar and A. Taaghoul, "Near-field to near/far-field transformation for arbitrary near-field geometry utilizing an equivalent electric current and MoM," *IEEE Trans. Antennas Propag.*, vol. 47, no. 3, 1999.
44. Petre, P. and T. K. Sarkar, "Planar near-field to far-field transformation using an equivalent magnetic current approach," *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, Vol. 40, No. 11, 1348–1356, Nov. 1992.
45. Sarkar, T. K. and A. Taaghoul, "Near-field to near/far-field transformation for arbitrary near-field geometry, utilizing an equivalent magnetic current," *IEEE Transactions on Electromagnetic Compatibility*, Vol. 38, No. 3, 536–542, Aug. 1996.
46. Laurin, J. J., J. F. Zurcher, and F. Gardiol, "Near-field diagnostics of small printed antennas using the equivalent magnetic current approach," *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, Vol. 49, No. 5, 814–828, May 2001.
47. F. Las-Heras and T. K. Sarkar, "Radial field retrieval in spherical scanning for current reconstruction and NF-FF transformation," in *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, vol. 50, no. 6, pp. 866-874, June 2002, doi: 10.1109/TAP.2002.1017669.
48. Las-Heras, F., M. R. Pino, S. Loredo, Y. Alvarez, and T. K. Sarkar, "Evaluating near-field radiation patterns of commercial antennas," *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, Vol. 54, No. 8, 2198–2207, Aug. 2006.
49. Sijher, T. S., & Kishk, A. (2005). Antenna modeling by infinitesimal dipoles using genetic algorithms. *Progress In Electromagnetics Research*, PIER 52, 225-254.
50. Mikki, S., & Kishk, A. (2007). Theory and Applications of Infinitesimal Dipole Models for Computational Electromagnetics. *IEEE Transactions on Antennas and Propagations*, 55(5), 1325-1337.
51. W. Liu, Z. Yan, J. Wang, Z. Min and Z. Ma, "An Improved Equivalent Dipole Moment Source Model Based on Regularization Optimization Method for Near Field-Far Field Conversion," in *IEEE Access*, vol. 8, pp. 42504-42518, 2020, doi: 10.1109/ACCESS.2020.2976907.
52. Z. Yu, J. A. Mix, S. Sajuyigbe, K. P. Slattery and J. Fan, "An Improved Dipole-Moment Model Based on Near-Field Scanning for Characterizing Near-Field Coupling and Far-Field Radiation From an IC," in *IEEE Transactions on Electromagnetic Compatibility*, vol. 55, no. 1, pp. 97-108, Feb. 2013, doi: 10.1109/TEMC.2012.2207726.
53. Y. Alvarez, F. Las-Heras, and M. R. Pino, "Reconstruction of equivalent currents distribution over arbitrary three-dimensional surfaces based on integral equation algorithms," *IEEE*

- Transactions on Antennas and Propagation, vol. 55, no. 12, pp. 3460–3468, 2007.
54. J. L. A. Quijano and G. Vecchi, “Improved-accuracy source reconstruction on arbitrary 3-D surfaces,” *IEEE Antennas Wireless Propag. Lett.*, vol. 8, pp. 1046–1049, 2009.
  55. Y. A. Lopez, F. Las-Heras Andres, M. R. Pino, and T. K. Sarkar, “An improved super-resolution source reconstruction method,” *IEEE Trans. Instrum. Meas.*, vol. 58, no. 11, pp. 3855–3866, 2009
  56. Y. Alvarez, F. Las-Heras, B. A. Dominguez-Casas and C. Garcia, "Antenna Diagnostics Using Arbitrary-Geometry Field Acquisition Domains," in *IEEE Antennas and Wireless Propagation Letters*, vol. 8, pp. 375-378, 2009, doi: 10.1109/LAWP.2009.2019108.
  57. T. K. Sarkar, "A super-resolution source reconstruction method using free space Green's function," 2010 IEEE International Conference on Wireless Information Technology and Systems, Honolulu, HI, USA, 2010, pp. 1-4, doi: 10.1109/ICWITS.2010.5612297.
  58. J. Hadamard. *Lectures on the Cauchy Problem in Linear Partial Differential Equations*. Yale University Press, New Haven, 1923.
  59. Bod, M., Sarraf, R., Moradi, G., Jafargholi, A. and Moallemizadeh, A. (2018), Hybrid Tikhonov source current reconstruction method for large-scale problems. *IET Microw. Antennas Propag.*, 12: 77-81. <https://doi.org/10.1049/iet-map.2017.0264>
  60. J. Baumeister, “Stable Solution of Inverse Problems,” F. Vieweg and Sohn, Braunschweig, 1987.
  61. A. N. Tikhonov, On solving the ill-posed problems and the method of regularization, *Dokl. AN SSSR.*, 151(3), 501–504, 1963.
  62. Bod, M., Sarraf, R., Moradi, G., Jafargholi, A. and Moallemizadeh, A. (2018), Hybrid Tikhonov source current reconstruction method for large-scale problems. *IET Microw. Antennas Propag.*, 12: 77-81. <https://doi.org/10.1049/iet-map.2017.0264>
  63. Colinas, J., Goussard, Y., Laurin, J.J.: ‘Application of the Tikhonov regularization technique to the equivalent magnetic currents near-field technique’, *IEEE Trans. Antennas Propag.*, 2004, 52, (11), pp. 3122–3132
  64. BarriÈre, P.A., Laurin, J.J., Goussard, Y.: ‘Mapping of equivalent currents on high-speed digital printed circuit boards based on near-field measurements’, *IEEE Trans. Electron. Comput.*, 2009, 51, (3), pp. 649–658
  65. Bod, M., Sarraf, R., Moradi, G., et al.: ‘A regularized source current reconstruction method for reactive near field to far field transformation’, *Appl. Comput. Electromagn. Soc. J.*, 2017, 32, pp. 113–119
  66. Wang, Yanfei & Yang, Changchun & Yagola, Anatoly. (2011). Optimization and

- Regularization for Computational Inverse Problems and Applications. 10.1007/978-3-642-13742-6.
67. Parini C., Gregson S. McCormick J. e.t.c Theory and Practice of Modern Antenna Range Measurements 2nd Expanded Edition Volume 2.– Croydon.: CPI Group, 2020.
  68. A.C. Newell, “Error analysis techniques for planar near-field measurements”, IEEE Trans. Antennas Propagat., Vol.36, No.6, p.754-768, June 1988.
  69. Paris D, Leach WM, Joy E (1978) Basic theory of probe-compensated near-field measurements. Antennas Propag IEEE Trans 26(3):373–379
  70. Joy E, Leach WM, Rodrigue G, Paris D (1978) Applications of probe-compensated nearfield measurements. Antennas Propag IEEE Trans 26(3):379–389
  71. Y. Alvarez, F. Las-Heras and M. R. Pino, "Probe distortion correction in near field - far field transformations based on equivalent sources characterization," 2006 First European Conference on Antennas and Propagation, 2006, pp. 1-5, doi: 10.1109/EUCAP.2006.4584670.
  72. Y. Alvarez, F. Las-Heras and M. R. Pino, "Probe-distortion correction for the sources reconstruction method," in IEEE Antennas and Propagation Magazine, vol. 50, no. 6, pp. 117-124, Dec. 2008, doi: 10.1109/MAP.2008.4768938.
  73. T. Laitinen, S. Pivnenko and O. Breinbjerg "Iterative Probe Correction Technique for Spherical Near-Field Antenna Measurements", Antennas and Wireless Propagation Letters, vol. 4, no. I, pp. 221-223, 2005.
  74. C. H. Schmidt, M. M. Leibfritz, and T. F. Eibert Fully probe-corrected near-field far-field transformation employing plane wave expansion and diagonal translation operators. IEEE Transactions on Antennas and Propagation, 56(3):737–746, 2008
  75. Coifman, R., Rokhlin, V., & Wandzuraz, S. The Fast Multipole Method for the Wave Equation: A Pedestrian Prescription. IEEE Antennas and Propagation Magazine, 35(3), 7-11, 1993.
  76. Engheta, N., Murphy, W. D., Rokhlin, V., & Vassiliou, M. S. The Fast Multipole Method (FMM) for Electromagnetic Scattering Problems. IEEE Transactions on Antennas and Propagation, 40(6), 634-641, 1992.
  77. R. Kantor, I.V. Shvets, “Measurement of Electric-Field Intensities Using Scanning Near-Field Microwave Microscopy”, IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques, Vol. 51, No. 11, November 2003, pp. 2228-2234
  78. P. C. Clemmov, The Plane Wave Spectrum Representation of Electromagnetic Fields, Pergamon, London, UK, 1966.
  79. IEEE Standard 1309 Standard for Calibration of Electromagnetic Field Sensors and Probes (Excluding Antennas) From 9 kHz to 40 GHz, 2013.

80. Kress, R., *Linear Integral Equations*. Berlin etc., Springer-Verlag 1989.
81. Zaglmayr, S. *High Order Finite Element Methods for Electromagnetic Field Computation*, 2006.
82. Clason, Christian. *Finite Element Methods*, 2017.
83. V. B. Romodin, A. A. Slobodyanenko and L. V. Shebalkova, "Projection Method for Inverse Problem in Antenna Measurement," 2022 IEEE 23rd International Conference of Young Professionals in Electron Devices and Materials (EDM), Altai, Russian Federation, 2022, pp. 152-156, doi: 10.1109/EDM55285.2022.9855068.
84. Kaczmarz S. Angenäherte auflösung von systemen linearer gleichungen // Bull. Intern. Acad. Polonaise Sci. Lett., Cl. Sci. Math. Nat. A, 35:355–357, 1937.
85. F. Natterer. *The mathematics of computerized tomography*, volume 32 of *Classics in Applied Mathematics*. Society for Industrial and Applied Mathematics (SIAM), Philadelphia, PA, 2001. Reprint of the 1986 original.
86. G. T. Herman and R. Davidi. Image reconstruction from a small number of projections. *Inverse Problems*, 24(4):045011, 17, 2008.
87. C. Popa and R. Zdunek. Kaczmarz extended algorithm for tomographic image reconstruction from limited data. *Math. Comput. Simulation*, 65(6):579–598, 2004.
88. Afkham, Babak & Chung, Julianne & Chung, Matthias. (2021). *Learning Regularization Parameters of Inverse Problems via Deep Neural Networks*.
89. Алгоритм решения обратных задач прикладной электродинамики в унитарных пространствах конечной размерности = Algorithm solving inverse problem of applied electrodynamics in unitary spaces of finite dimension / А. А. Слободяненко, В. П. Ющенко.
90. Проекционный метод решения дискретизированных обратных задач в области антенных измерений = A projection method for solving discretezed inverse problems for antenna measurements / А. А. Слободяненко. – DOI 10.17212/1727-2769-2022-2-36-45
91. Тихонов А.Н., Арсенин В.Я. *Методы решения некорректных задач*. - М.: Наука, 1979.
92. G.T. Herman and L.B. Meyer. Algebraic reconstruction techniques can be made computationally efficient. *IEEE Transactions on Medical Imaging*, 12(3):600–609, 1993.
93. M. Jiang, G. Wang, Convergence of the Simultaneous Algebraic Reconstruction Technique (SART), *IEEE Trans. Image Process.* 12 (2003) 957–961.
94. Strohmer, Thomas & Vershynin, Roman. (2007). A Randomized Kaczmarz Algorithm with Exponential Convergence. *Journal of Fourier Analysis and Applications*. 15. 10.1007/s00041-008-9030-4.
95. Buffa, A., Christiansen, S. The electric field integral equation on Lipschitz screens: definitions

- and numerical approximation. *Numer. Math.* 94, 229–267 (2003).  
<https://doi.org/10.1007/s00211-002-0422-0>
96. Snorre H. Christiansen. “Discrete Fredholm Properties and Convergence Estimates for the Electric Field Integral Equation.” *Mathematics of Computation* 73, no. 245 (2004): 143–67.  
<http://www.jstor.org/stable/4099862>.
  97. B. Fuchs, M. Mattes, S. Rondineau and L. Le Coq, "Phaseless Near-Field Antenna Measurements From Two Surface Scans — Numerical and Experimental Investigations," in *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, vol. 68, no. 3, pp. 2315-2322, March 2020, doi: 10.1109/TAP.2019.2938744.
  98. O. M. Bucci, C. Gennarelli and C. Savarese, "Representation of electromagnetic fields over arbitrary surfaces by a finite and nonredundant number of samples," in *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, vol. 46, no. 3, pp. 351-359, March 1998, doi: 10.1109/8.662654.
  99. Francesco, D'Agostino & Colibus, Ilaria & Ferrara, F. & Gennarelli, Claudio & Guerriero, Rocco & Migliozzi, Massimo. (2014). Far-Field Pattern Reconstruction from Near-Field Data Collected via a Nonconventional Plane-Rectangular Scanning: Experimental Testing. *International Journal of Antennas and Propagation*. 2014. 1-9. 10.1155/2014/763687.
  100. Francesco, D'Agostino & Gennarelli, C. & Riccio, G. & Savarese, C.. (2003). Data reduction in the NF-FF transformation with bi-polar scanning. *Microwave and Optical Technology Letters*. 36. 32 - 36. 10.1002/mop.10662.
  101. O.M. Bucci, C. Gennarelli, C. Savarese, Fast and accurate near-field–far-field transformation by sampling interpolation of plane-polar measurements, *IEEE Trans Antennas Propag* 39 (1991), 48–55
  102. Dehghanian, Vahid & Okhovvat, Majid & Hakkak, Mohammad. (2007). A new interpolation technique for the reconstruction of uniformly spaced samples from non-uniformly spaced ones in plane-rectangular near-field antenna measurements. *Progress in Electromagnetics Research-pier - PROG ELECTROMAGN RES*. 72. 47-59. 10.2528/PIER07022603.
  103. O. M. Bucci, G. D'Elia, and M. D. Migliore, “Advanced field interpolation from plane-polar samples: experimental verification,” *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, vol. 46, no. 2, pp. 204–210, 1998.
  104. R. G. Marchand and D. B. Davidson, "Verification of the Method-of-Moment Codes Using the Method of Manufactured Solutions," in *IEEE Transactions on Electromagnetic Compatibility*, vol. 56, no. 4, pp. 835-843, Aug. 2014, doi: 10.1109/TEM.2014.2325826.
  105. Vogel, C.R.: *Computational Methods for Inverse Problems*. SIAM, Philadelphia (2002)
  106. Hansen, Per Christian & Jorgensen, Jakob & Rasmussen, Peter. (2021). Stopping Rules for

## Algebraic Iterative Reconstruction Methods in Computed Tomography.

107. P. C. Clemmow, *The Plane Wave Spectrum Representation of Electromagnetic Fields*, Pergamon, London, UK, 1966.
108. Caspers, Friedhelm and Piotr Kowina. "RF Measurement Concepts." (2014).
109. Tankielun, A., U. Keller, W. John, and H. Garbe, "Complex deconvolution for improvement of standard monopole near field measurement results," 16th Int. Zurich Symp., EMC200, Zurich, 2005
110. Riah, Z., D. Baudry, M. Kadi, A. Louis, and B. Mazari, "Post-processing of electric field measurements to calibrate a near-field dipole probe," *IET Sci. Meas. Technol*, Vol. 5, No. 2, 29–36, 2011.
111. Компенсация влияния зонда при измерениях ближнего поля антенны на плоскости = Compensation for the influence of the probe in measurements of the near field of the antenna on the plane / А. А. Слободяненко, В. Б. Ромодин, Л. В. Шебалкова. – DOI 10.17212/1727-2769-2023-1-67-78.
112. A. V. Fateev, S. I. Razgulyaev and A. A. Slobodyanenko, "Investigation of the Method of Reducing the Measurement Time of Radio Technical Characteristics of Antennas in the Near Field," 2023 Radiation and Scattering of Electromagnetic Waves (RSEMW), Divnomorskoe, Russian Federation, 2023, pp. 104-107, doi: 10.1109/RSEMW58451.2023.10202126.
113. Beaurepaire, L. & Chehdi, Kacem & Vozel, Benoit. (1997). Identification of the nature of noise and estimation of its statistical parameters by analysis of local histograms. 4. 2805 - 2808 vol.4. 10.1109/ICASSP.1997.595372.
114. K. Chehdi and M. Sabri, "A new approach to identify the nature of the noise affecting an image," [Proceedings] ICASSP-92: 1992 IEEE International Conference on Acoustics, Speech, and Signal Processing, San Francisco, CA, USA, 1992, pp. 285-288 vol.3, doi: 10.1109/ICASSP.1992.226195.
115. Quantized lobe level theoretical estimates for phased array antennas applicability / А. Slobodyanenko, V. Edvabnik, L. Shebalkova // 14 International forum on strategic technology (IFOST 2019) : proc., Tomsk, 14–17 Oct. 2019. – Tomsk : TPU Publ. House, 2019. – P. 45–48. – ISBN 978-5-4387-0906-0.
116. Воскресенский Д.И., Гостюхин В.Л., Максимов В.М., Пономарев Л.И. Устройства СВЧ и антенны. – М.: Радиотехника, 2006.
117. V. B. Romodin, A. A. Slobodyanenko, S. K. Myalkin and L. V. Shebalkova, "Near Field - Far Field Transformation with Pre-Correction Probe Technique," 2023 IEEE 24th International Conference of Young Professionals in Electron Devices and Materials (EDM), Novosibirsk,

Russian Federation, 2023, pp. 370-374, doi: 10.1109/EDM58354.2023.10225115.

118. Микрополосковая антенная решетка для бортовых систем ближней локации = Design of microstrip array antenna for airborne applications / А. С. Коваленко, Л. В. Шебалкова, А. А. Слободяненко, В. Б. Ромодин // Наука. Промышленность. Оборона : тр. 17 Всерос. Науч.-техн. Конф., Новосибирск, 20–22 апр. 2016 г. В 4 т. – Новосибирск : Изд-во НГТУ, 2016. – Т. 2. – С. 199–203. – 100 экз. – ISBN 978-5-7782-2920-4 ; 978-5-7782-2922-8 (Т. 2).

# ПРИЛОЖЕНИЕ А

(обязательное)

Копии документов



634015 Россия, г. Томск, ул. Циолковского, 19, каб. 318, Тел.: +7 (382) 290 05 30, www.tesart.ru, E-mail: office@tes-art.ru  
ОГРН 1157017008170. ИНН 7017376646. КПП 701701001



УТВЕРЖДАЮ  
Директор ООО НИК «ТЕСАРТ»,  
к.ф.-м.н.  
А.О. Семкин  
«07» сентября 2023

## АКТ

о внедрении результатов диссертационной работы «Реконструкция  
электромагнитного поля антенн на основе измерений в ближней зоне»

**Автор:** Слободяненко Александр Александрович младший научный сотрудник  
Томского государственного университета систем управления и  
радиоэлектроники (ТУСУР).

### Сущность внедряемой разработки:

1. Алгоритмы преобразования измеренного ближнего поля антенны в диаграмму направленности, основанные на проекционном методе решения обратной задачи излучения.
2. Методика коррекции измеренного поля антенны в ближней зоне.

**Форма внедрения:** на основе полученных результатов проводится реконструкция диаграммы направленности широконаправленных антенн по результатам планарных измерений электромагнитного поля антенны в ближней зоне, а также разработана многозондовая система сканирования, позволяющая сократить время проведения измерений поля в ближней зоне.

УТВЕРЖДАЮ

Генеральный директор

АО «НИИЭП»

Член – корресп. РАРАН, к.т.н.

В. Г. Эдвабник

2023



## АКТ

о внедрении результатов диссертационной работы на соискание ученой степени кандидата технических наук (2.2.14 «Антенны, СВЧ-устройства и их технологии») Слободяненко Александра Александровича

Настоящий акт составлен о том, что результаты диссертационной работы Слободяненко А.А. «Реконструкция электромагнитного поля антенн на основе измерений в ближней зоне» внедрены при разработке научно-технических основ измерения радиотехнических параметров антенных решеток АО «Научно-исследовательский институт электронных приборов».

Полученные в диссертационной работе результаты реализованы в функциональном программном обеспечении автоматизированного комплекса контроля ДИВШ.464972.003.

Применение полученных в диссертационной работе результатов, позволило:

- повысить точность измерения диаграммы направленности антенных решеток СВЧ и КВЧ диапазонов;
- определять распределение электромагнитного поля антенных решеток в ближней, промежуточной и дальней зонах излучения;
- проводить диагностику антенных решеток.

Заместитель генерального директора  
по научной работе АО «НИИЭП»

  
И.Н. Калужный

Ведущий инженер – руководитель группы, к.т.н

  
В.Б. Ромодин